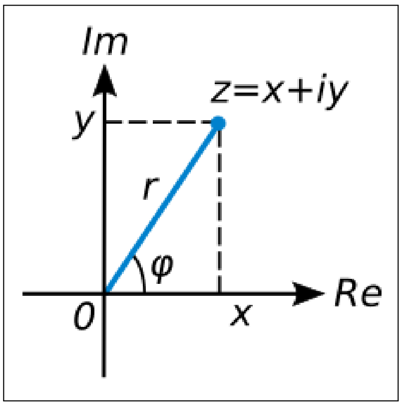
Nombre complexe



---

1 Définition d'un nombre complexe

L'ensemble des nombres complexes est actuellement défini comme une extension de l'ensemble des nombres réels, contenant en particulier un nombre imaginaire noté i tel que $i^2 = -1$.

2 Écriture algébrique d'un nombre complexe

Dans ce chapitre le plan est rapport un repère orthonormal $(O; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$

2.1 Définitions

L'ensemble des nombres de la forme $\boxed{a + i\,b}$, où a et b sont des réels et i est tel que $\boxed{i^2 = -1}$, est appelé ensemble des nombres complexes. On le note $\mathbb{C}$.

Les propriétés des opérations addition et multiplication dans $\mathbb{R}$ se prolongent dans $\mathbb{C}$.

L'écriture $z = a + i\,b$ est la forme algébrique du nombre complexe z.

a est la partie réelle de z, b sa partie imaginaire.

On note $Re(z) = a, \quad Im(z) = b.$

$\mathbb{R}$ est une partie de $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}$ contient les nombres complexes dont la partie imaginaire b est nulle.

Tout nombre complexe dont la partie réelle a est nulle est appelé nombre imaginaire pur.

> **Ex. :**
>
> $z = -3 + 2\,i, \quad Re(z) = -3, \quad Im(z) = 2$

2.2 Propriétés

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.

0 est considéré à la fois comme un réel et un imaginaire pur.

2.3 *Somme, produit et inverse*

Soient $z = a + i\,b$ et $z' = a' + i\,b'$ deux nombres complexes.

$$\boxed{z + z' = (a + a') + i\,(b + b')}, \quad \boxed{z \times z' = (aa' - bb') + i\,(ab' + a'b)}, \quad (z \neq 0), \quad \boxed{\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i\frac{b}{a^2 + b^2}}.$$

Démo . :

- $z \times z' = (a + i\,b)(a' + i\,b') = aa' + i\,ab' + i\,a'b + i^2 bb' = aa' - bb' + i(ab' + a'b)$