Évaluation n°6: Calcul numérique / algébrique /20

Exercice n°1: Calcul numérique /4

1. (/4) Effectuer, **en détaillant**, les 1 234 calculs suivants :

$A = 3 + 6 \times 2 - 1$ $\qquad B = \dfrac{1}{9} + \dfrac{5}{6}$ $\qquad C = 1 - \dfrac{3}{8}\left(1 - \dfrac{2}{3}\right)$ $\qquad D = \dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

Exercice n°2: Calcul algébrique /5

1. (/3) Développer les expressions suivantes :

$$A = 3\,(2x-1) \qquad B = 5\,(2x+3) - 2\,(x+1) \qquad C = (x+5)\,(2x-5)$$

2. (/2) Factoriser les expressions suivantes :

$$D = 5\,(3x+1) - 5(x-1) \qquad E = 3\,(x+1) + x\,(x+1)$$

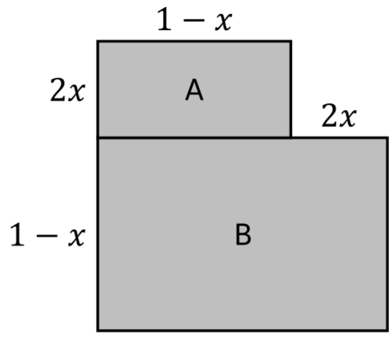
Exercice n°3: /3

On considère l'expression algébrique suivante : $A = x^2 - 6x + 5$

1. (/1) Démontrer, en développant l'expression suivante, que : $A = (x-3)^2 - 4$
2. (/1) Démontrer, en développant l'expression suivante, que : $A = (x-1)(x-5)$
3. (/1) En choisissant la forme la plus adaptée, calculer la valeur de A pour $x = 3$, $x = 1$ et $x = 0$

Exercice n°4: /3

On considère la figure ci-contre.



1. (/1) Exprimer l'aire du rectangle A en fonction de x.
2. (/1) Exprimer l'aire du rectangle B en fonction de x.
3. (/1) Calculer l'aire de A et B pour $x = 0.5$

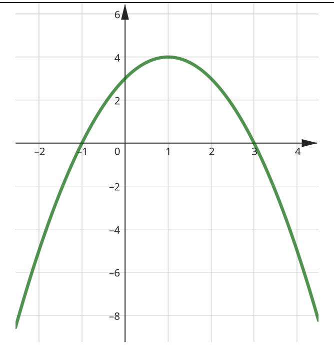
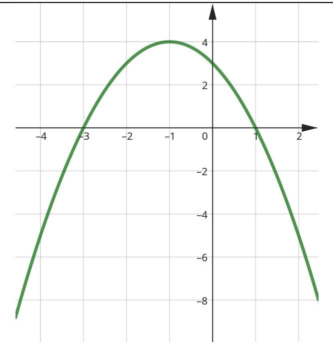
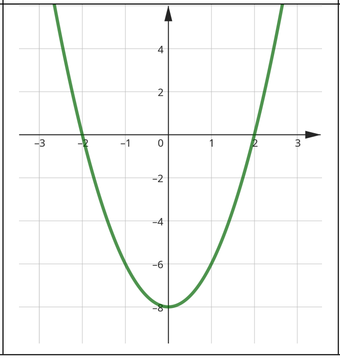
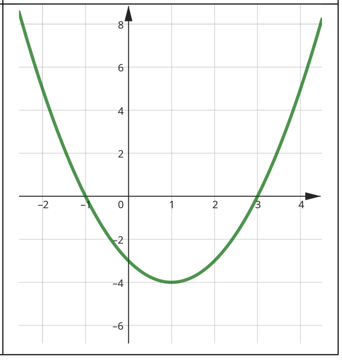
Exercice n°5: Fonctions du 2nd degré : reconnaissance graphique /2

1. (/2) Relier chaque fonction à sa représentation graphique en justifiant brièvement votre choix.

Fonctions :

- **Fonction A :** $f(x) = 2x^2 - 8$
- **Fonction B :** $g(x) = -(x+1)(x-3)$
- **Fonction C :** $h(x) = -(x+3)(x-1)$
- **Fonction D :** $k(x) = (x+1)(x-3)$

Représentations graphiques :

1	2	3	4
			

Exercice n°6: Étude d'une fonction du second degré /5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2(x+1)(x+5)$$

1. (/1) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
2. (/1) En déduire le tableau de signes de $f(x)$.
3. (/1) Déterminer les coordonnées du sommet S de la parabole représentant f.
4. (/1) Dresser le tableau de variations de la fonction f.
5. (/1) Représenter l'allure de la courbe de f dans un repère orthogonal en indiquant les éléments caractéristiques (sommet, points d'intersection avec l'axe des abscisses).

Exercice n°7: Optimisation du bénéfice d'une entreprise /5

Une entreprise fabrique et vend des objets. On note x le nombre d'objets produits et vendus, avec $0 \leqslant x \leqslant 130$.
Le coût de production de x objets, en euros, est modélisé par la fonction :

$$C(x) = x^2 + 20x + 2\,000$$

Le prix de vente unitaire est de 140€ donc la recette obtenue par la vente de x objets, en euros, est donnée par :

$$R(x) = 140x$$

La fonction bénéfice $B(x)$ permet de modéliser le bénéfice réalisé par l'entreprise pour x objets vendu et son expression est obtenu à l'aide de :

$$B(x) = R(x) - C(x)$$

1. (/1) Démontrer que $B(x) = -x^2 + 120x - 2\,000$.

On admet que la fonction bénéfice peut s'écrire sous la forme factorisée : $B(x) = -(x-20)(x-100)$

2. (/1) Démontrer par le calcul que cette forme factorisée correspond bien à l'expression de $B(x)$ trouvée à la question 1.
3. (/1) Résoudre l'équation $B(x) = 0$ et interpréter les solutions dans le contexte de l'entreprise.
4. (/1) Déterminer le tableau de variations de $B(x)$.
5. (/1) En tenant compte de la contrainte $0 \leqslant x \leqslant 130$, combien d'objets l'entreprise doit-elle produire et vendre pour réaliser le bénéfice maximum ? Quel est son montant ? Justifier votre réponse.

Exercice n°8: Probabilités /6

Partie A : Lancer d'un dé à 4 faces

On lance un dé équilibré à 4 faces numérotées de 1 à 4.

1. (/0.5) Décrire l'univers Ω de cette expérience aléatoire.
2. (/0.5) Donner la loi de probabilité de cette expérience.
3. (/1) Calculer la probabilité de l'événement A : « Obtenir un nombre strictement plus petit que 2 ».

Partie B : Somme de deux dés à 4 faces

On lance simultanément **deux** dés équilibrés à 4 faces numérotées de 1 à 4.
On s'intéresse à la somme des résultats obtenus sur les deux dés.

4. (/1) Compléter le tableau suivant qui permet de déterminer toutes les sommes possibles :

	Dé 2 : 1	**Dé 2 : 2**	**Dé 2 : 3**	**Dé 2 : 4**
Dé 1 : 1				
Dé 1 : 2				
Dé 1 : 3				
Dé 1 : 4				

5. (/1) En déduire l'univers Ω de cette expérience aléatoire.
6. (/1) Établir la loi de probabilité de la somme obtenue.

Somme	2	3	4	5	6	7	8
Probabilité							

7. (/1) Calculer la probabilité de l'événement B : « Obtenir une somme strictement plus petite que 7 ».