CHAPITRE 2

Utiliser les nombres décimaux

INTENTIONS PÉDAGOGIQUES

1 Les Repères du cycle 3

- Dès la période 2 du CM1, les fractions décimales sont régulièrement mobilisées : elles acquièrent le statut de nombre et sont positionnées sur une droite graduée. Les élèves comparent des fractions de même dénominateur. Ils ajoutent des fractions décimales de même dénominateur. Ils apprennent à écrire des fractions décimales sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1.

Les élèves apprennent à utiliser les nombres décimaux ayant au plus deux décimales, en veillant à mettre en relation fractions décimales et écriture à virgule.

Ils connaissent des écritures décimales de fractions simples comme $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

- Dès la période 1 du CM2, dans la continuité du CM1, les élèves étendent le registre des fractions qu'ils manipulent (en particulier $\frac{1}{1\,000}$) ; ils apprennent à écrire des fractions sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.

Les élèves rencontrent et utilisent des nombres décimaux ayant une, deux ou trois décimales.

- En 6e, en période 1, sont réactivées les fractions comme opérateurs de partage vues en CM, puis les fractions décimales en relation avec les nombres décimaux (par exemple à partir de mesures de longueurs) ; les élèves additionnent des fractions décimales de même dénominateur.

Dans le prolongement des acquis du CM, on travaille sur les décimaux jusqu'à trois décimales. La quatrième décimale sera introduite en période 2, au travers diverses activités.

Enfin, tout au long du cycle, les désignations orale et écrite des nombres décimaux basées sur les unités de numération contribuent à l'acquisition du sens des nombres décimaux (par exemple, pour 3,12 : « trois unités et douze centièmes » ou « trois unités, un dixième et deux centièmes » ou « trois cent douze centièmes »).

2 Je découvre

Activité 1

L'objectif de cette activité est d'étudier les fractions décimales en partant de représentations connues des fractions. Le lien entre unité et dixième ou centième est fait, ainsi que le lien entre dixième et centième. Ce dernier est souvent oublié, $\frac{1}{100}$, c'est un dixième de dixième.

Ces représentations sont essentielles et peuvent être utiles pour faire comprendre des erreurs fréquentes sur les écritures décimales, comme 3,02 n'est pas égal à 3,2.

Activité 2

L'objectif de cette activité est de passer des fractions décimales à l'écriture décimale. Bien que ce passage ait été vu en CM, il persiste des erreurs de compréhension. Par exemple, la fausse symétrie par rapport à la virgule, alors que la symétrie dans l'écriture s'effectue à partir du chiffre des unités. Le tableau de numération est une aide précieuse pour les élèves et permet aussi de faire le lien entre les différentes valeurs d'un chiffre.

Activité 3

L'objectif de cette activité est de réinvestir les notions de demi-droite graduée et de comparaison des nombres décimaux.

On ne parle pas en 6e de la notion d'abscisse d'un point.

La demi-droite graduée permet également de donner du sens à l'encadrement d'un nombre, aux valeurs approchées et d'avoir une lecture simple de l'ordre des nombres.

3 Cours – J'applique le cours

Cours

- Au paragraphe 1, on étudie les fractions décimales dans la continuité du CM. Nous avons tenu compte des Repères du cycle 3.
- Au paragraphe 2, on étudie l'écriture décimale et on fait le lien entre les unités de numération et les unités de mesure.
- Au paragraphe 3, on étudie la demi-droite graduée pour avoir une représentation des nombres.
- Au paragraphe 4, on étudie la comparaison des nombres décimaux, ainsi que l'intercalation et l'encadrement d'un nombre.

J'applique le cours

Exercice résolu 1

Plusieurs objectifs pour cet exercice :

– passer d'une écriture en lettres à celle en fraction ;
– convertir des dixièmes en centièmes ;
– décomposer une fraction décimale comme somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1.

La décomposition est une étape fondamentale pour plus tard passer à l'écriture décimale.

Exercice résolu 2
Cet exercice a pour objectif d'additionner des fractions décimales conformément aux Repères du cycle 3. L'oralisation est importante : 3 dixièmes plus 4 dixièmes est égal à 7 dixièmes.

Exercice résolu 3
Cet exercice a pour objectif d'utiliser l'écriture décimale pour les grandeurs. Expliciter par exemple que 1 centime, c'est 1 centième d'euro.

Exercice résolu 4
Cet exercice permet de travailler sur les grandeurs en lien avec la numération. Pour cela, on utilise les « valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal ».

Exercice résolu 5
Cet exercice a pour objectif d'expliciter les règles de comparaison des nombres décimaux. On peut faire remarquer quelques erreurs fréquentes, des règles d'action des élèves basées sur des procédures qui « marchaient » avec les nombres entiers. Par exemple, le nombre qui a le plus de chiffres est le plus grand.

Exercice résolu 6
Cet exercice a pour objectif de ranger des nombres dans un ordre donné. Il est l'occasion pour les élèves d'acquérir une méthode structurée en comparant d'abord les parties entières, puis les chiffres des dixièmes, puis ceux des centièmes, et ainsi de suite.

4 Compléments

Fractions décimales
Les fractions décimales sont le point de départ avant de passer à l'écriture décimale. Nous y accordons une part importante des exercices, notamment dans les automatismes.

Écriture décimale
Tout d'abord, nous parlons d'écriture décimale (ou avec une virgule) d'un nombre. Il est important de distinguer un nombre de son écriture. Ainsi, nous partons des fractions décimales, qui donne une autre écriture des nombres décimaux. La virgule doit être expliquée comme un signe pour montrer dans l'écriture où se situe le chiffre des unités. Elle est collée au chiffre des unités. Elle permet de ne plus avoir besoin d'un tableau de numération.
Nous avons choisi une progressivité des exercices pour la maîtrise des capacités :
– les valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal ;
– consolider le sens de l'écriture à virgule d'un nombre décimal ;
– travailler sur les diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écriture à virgule, décompositions, écriture en lettres) ;
– faire le lien entre les unités de numération et de mesure afin de donner du sens lors des changements d'unités.

Demi-droite graduée
Les premiers exercices invitent les élèves à analyser l'unité de graduation de chaque droite, puis à compléter les graduations. Ce travail sera alors réinvesti lorsque l'élève devra lire le nombre qui repère un point ou placer un point sur une demi-droite graduée dans les exercices suivants.
À l'inverse, les exercices suivants invitent l'élève à reproduire une droite graduée pour y placer les points. L'exercice **107** est une tâche plus complexe qui demande pour sa réussite de maîtriser les exercices de la rubrique « Je travaille mes automatismes ».

Maîtriser les diverses désignations d'un nombre
Un des objectifs est de bien maîtriser les diverses écritures et décompositions d'un nombre décimal. Ainsi, les exercices **54**, **55**, **56**, **58** permettent de vérifier les acquis des élèves et les exercices **106** et **110** d'évaluer leur maîtrise à travers des tâches plus complexes.

CORRIGÉS

Bien démarrer

1 **a.** et **b.** **2** **c.** **3** **b.**
4 **b.** et **c.** **5** **a.** et **b.**

Je découvre

Activité 1

1 **a.** Figure ③ **b.** Figure ⑤
c. Figure ② **d.** Figure ④ **e.** Figure ①

2 • $1 = \frac{10}{10}$ • $1 = \frac{100}{100}$ • $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$
• $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} = \frac{10}{100} + \frac{1}{100} = \frac{11}{100}$
• $\frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$

Activité 2

1 **a.** $\frac{3}{10} = 0{,}3$ **b.** $\frac{5}{100} = 0{,}05$ **c.** $\frac{13}{10} = 1{,}3$
d. $7 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100} = 7{,}43$ **e.** $4 + \frac{7}{100} = 4{,}07$

2 **a.** $2,34 = 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$

b. $2,34 = \frac{23}{10} + \frac{4}{100}$

c. $2,34 = \frac{234}{100}$

3 **a.** On peut lire : 12 unités et 635 millièmes ou 12 635 millièmes.
D'autres lectures sont possibles.

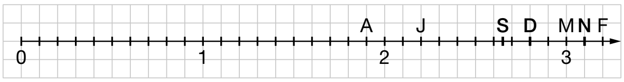
b. $12 + \frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$

ou $\frac{12635}{1000}$ ou $12 + \frac{63}{100} + \frac{5}{1000}$

ou $12 + \frac{635}{1000}$ ou $1 \times 10 + 2 + \frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$

Activité 3

a. Le point A est repéré par 1,9 m ; le point J est repéré par 2,2 m ; le point M est repéré par 3 m et le point F est repéré par 3,2 m.
b. S(2,65) ; N(3,1) ; D(2,8)



c. On lit les longueurs des sauts en partant de 0, de gauche à droite, ce qui donne l'ordre croissant :
$1,9 < 2,2 < 2,65 < 2,8 < 3 < 3,1 < 3,2$.

J'applique le cours

2 **a.** • 7 dixièmes d'unité, c'est **70** centièmes d'unité, c'est-à-dire $\frac{7}{10} = \frac{\mathbf{70}}{100}$.
• 9 unités, c'est **9 000** millièmes d'unité, c'est-à-dire $9 = \frac{\mathbf{9\,000}}{1\,000}$.

b. $\frac{795}{100} = \frac{700 + 95}{100} = \frac{700}{100} + \frac{95}{100} = 7 + \frac{95}{100}$

4 **a.** $\frac{2}{10} + \frac{6}{10} = \frac{8}{10}$

b. $\frac{44}{100} + \frac{37}{100} = \frac{81}{100}$

c. $\frac{4}{10} + \frac{61}{100} = \frac{40}{100} + \frac{61}{100} = \frac{101}{100}$

5 **a.** $\frac{8}{10} + \frac{7}{10} = \frac{15}{10}$

b. $\frac{65}{100} + \frac{58}{100} = \frac{123}{100}$

c. $\frac{13}{10} + \frac{17}{100} = \frac{130}{100} + \frac{17}{100} = \frac{147}{100}$

7 **a.** 8,09 **b.** 43,708
c. 13,528 **d.** 7,005

8 **a.** 11,09 **b.** 19,0408
c. 0,408 **d.** 14,012

10 **a.** $850\text{ mL} = \frac{850}{1000}\text{ L} = \frac{85}{100}\text{ L} = 0,85\text{ L}$

b. $1\,250\text{ g} = \frac{1\,250}{1\,000}\text{ kg} = \frac{125}{100}\text{ kg} = 1,25\text{ kg}$

11 **a.** 1 décilitre c'est 1 **dixième** de litre, donc 1 L = **10** dL.
b. 1 kilomètre c'est 1 **millier** de mètres,
donc 1 m = **0,001** km.
c. 4,3 L = **430** dL
d. 856 m = **0,856** km

12 **a.** $35,14 = \frac{3\,514}{100}$
Donc, 35,14 c'est aussi 3 514 centièmes.
b. 1 centime, c'est 1 centième d'euro.
35,14 €, c'est donc 3 514 centimes.
Teddy a récolté 3 514 pièces de 1 centime.

13 $1,60 = \frac{16}{10}$
1,60 €, c'est 16 pièces de 0,10 €.
Donc, le pain a coûté 16 pièces de 10 centimes. Il reste donc 1 pièce de 10 centimes à Denis.

15 **a.** La partie entière de 27,9 est 27 et celle de 10,87 est 10.
Or $27 > 10$, donc $27,9 > 10,87$.
b. 9,04 et 9,4 ont la même partie entière.
On compare alors les chiffres des dixièmes, 0 et 4.
Or $0 < 4$, donc $9,04 < 9,4$.
c. 2,7 et 2,543 ont la même partie entière.
On compare alors les chiffres des dixièmes, 7 et 5.
Or $7 > 5$, donc $2,7 > 2,543$.

16. **a.** $\underline{13},13 < \underline{31},13$ **b.** $13,\underline{0}13 < 13,\underline{1}3$
c. $13,135 > 13,13$

18 La partie entière de 1,31 est 1 et celle de 0,95 est 0, donc $0,95 < 1,31$.
• 2,593 et 2,92 ont la même partie entière.
On compare les chiffres des dixièmes.
Or $5 < 9$, donc $2,593 < 2,92$.
• Rangement de ces nombres dans l'ordre croissant :
$$0,95 < 1,31 < 2,593 < 2,92$$
• Rangement des sites touristiques dans l'ordre croissant du nombre de visiteurs :
Cité des Sciences, Musée d'Orsay, Tour Eiffel, Château de Versailles.

19 $7,4 > 7,13 > 6,81 > 6,8 > 6,08$

20 $46,789 < 64,71 < 64,781 < 64,8 < 64,87$

Je travaille mes automatismes

Utiliser des fractions

21 Réponse **(3)** : $\frac{2}{10}$

22 $3 + \frac{2}{10} = \frac{30}{10} + \frac{2}{10} = \frac{32}{10}$

23 **a.** $\frac{1}{4}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{5}{16}$
d. $\frac{4}{7}$ **e.** $\frac{7}{8}$

24 **a.** $5 = \mathbf{\frac{50}{10}}$ **b.** $\frac{32}{10} = \mathbf{\frac{320}{100}}$

c. $\frac{520}{100} = \mathbf{\frac{52}{10}}$ **d.** $\frac{3}{100} = \frac{3}{\mathbf{1\,000}}$

e. $\frac{11}{10} = \frac{\mathbf{110}}{100}$ **f.** $\frac{601}{100} = \frac{\mathbf{6\,010}}{1\,000}$

25 **a.** $6 + \frac{3}{10} = \frac{63}{10}$ **b.** $2 + \frac{3}{100} = \frac{203}{100}$

c. $12 + \frac{3}{10} = \frac{123}{10}$ **d.** $4 + \frac{21}{100} = \frac{421}{100}$

e. $4 + \frac{7}{10} + 2 + \frac{2}{10} = \frac{69}{10}$ **f.** $1 + \frac{23}{100} + 5 + \frac{47}{100} = \frac{670}{100}$

26 **a.** $\frac{36}{10} = 3 + \frac{6}{10}$ **b.** $\frac{512}{100} = 5 + \frac{12}{100}$

c. $\frac{4\,054}{1\,000} = 4 + \frac{54}{1\,000}$ **d.** $\frac{3\,701}{100} = 37 + \frac{1}{100}$

27 **a.** $\frac{12}{100}$ représente l'aire de la surface verte et $\frac{10}{100}$ représente l'aire de la surface bleue.
La somme des aires des surfaces coloriées est donc $\frac{22}{100}$.
b. L'aire de la surface du grand carré est l'unité, donc elle est représentée par la fraction $\frac{100}{100}$.
L'aire de la surface blanche est donc représentée par la fraction $\frac{100}{100} - \frac{22}{100} = \frac{78}{100}$.

Comprendre les nombres décimaux

28 **a.** 4 est le chiffre des **centièmes** de 0,146.
b. 4 est le chiffre des **centaines** de 423,8.
c. 4 est le chiffre des **millièmes** de 12,124.
d. 4 est le chiffre des **dizaines** de 6 241,3.
e. 4 est le chiffre des **dixièmes** de 95,476.
f. 4 est le chiffre des **milliers** de 4 052,8.

29 **a.** La partie entière de 235,8 est 235 et sa partie décimale est 0,8.
b. La partie entière de 16 est 16 et sa partie décimale est 0.
c. La partie entière de 9,06 est 9 et sa partie décimale est 0,06.
d. La partie entière de 0,47 est 0 et sa partie décimale est 0,47.

30 **a.** $7 \times 100 + 3 + \frac{2}{10} = 703{,}2$

b. $12 + \frac{3}{100} + \frac{1}{1000} = 12{,}031$

c. $5 \times 100 + 2 \times 10 + \frac{4}{10} + \frac{9}{100} = 520{,}49$

d. $7 + \frac{7}{100} = 7{,}07$

31 **a.** $\frac{82}{10} = 8{,}2$ **b** $\frac{154}{10} = 15{,}4$

c. $\frac{927}{100} = 9{,}27$ **d.** $\frac{52}{100} = 0{,}52$

e. $\frac{687}{1000} = 0{,}687$

32 **a.** $6{,}42 = 6 + \frac{4}{10} + \frac{2}{100}$ **b.** $0{,}803 = \frac{8}{10} + \frac{3}{1000}$

c. $24{,}0091 = 24 + \frac{9}{1000} + \frac{1}{10\,000}$

33 **a.** $3{,}7 = \mathbf{\frac{37}{10}} = \mathbf{\frac{370}{100}} = \mathbf{\frac{3\,700}{1\,000}}$

b. $58{,}92 = \mathbf{\frac{5\,892}{100}} = \mathbf{\frac{58\,920}{1\,000}}$

34 **a.** $5{,}7 = \frac{57}{10}$ **b.** $35{,}04 = \frac{3\,504}{100}$

c. $8{,}601 = \frac{8\,601}{1000}$ **d.** $18 = \frac{18}{1}$

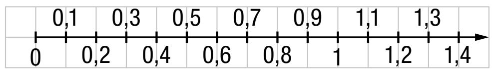
35 • 5,23, 13,11 et 17,431 ont leur partie entière impaire.
• Parmi ces trois nombres, seul le nombre 17,431 a son chiffre des dixièmes supérieur à son chiffre des centièmes.

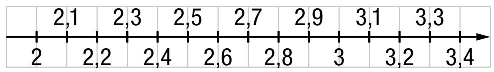
36 **a.** $5{,}743 = \frac{\mathbf{57}}{10} + \frac{4}{100} + \frac{3}{1000}$
Le nombre de dixièmes de 5,743 est **57**.
b. $5{,}743 = \frac{\mathbf{574}}{100} + \frac{3}{1\,000}$
Le nombre de centièmes de 5,743 est **574**.

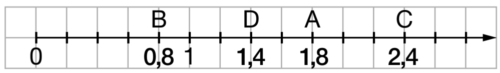
Utiliser une demi-droite gradué

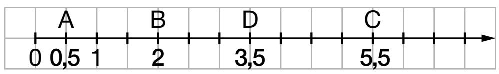
37 Le point A est repéré par le nombre 8, le point B par le nombre 12 et le point C par le nombre 17.

38 Le point M est repéré par le nombre 1,13, le point N par le nombre 1,19 et le point P par le nombre 1,21.

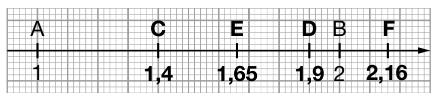
39 **a.**


b.


40 **a.** L'unité est partagée en 5 carreaux.
Chaque carreau correspond à 0,2.


b. L'unité est partagée en 5 carreaux.
Chaque carreau correspond à 0,5.


41 De la graduation 0 à celle de 0,5, il y a 10 parties égales.
On « avance » donc de 0,05 en 0,05.
Le point I est repéré par le nombre 0,2, le point J par le nombre 0,45 et le point K par le nombre 0,7.

42


43 **a.** Des graduations 2 à 2,5, il y a 5 parties égales.
On « avance » donc de 0,1 en 0,1.
Le point A est repéré par le nombre 1,9, le point B par le nombre 2,4, le point C par le nombre 2,6 et le point D par le nombre 3.
b. Des graduations 10 à 10,6, il y a 3 parties égales.
On « avance » donc de 0,2 en 0,2.
Le point A est repéré par le nombre 9,8, le point B par le nombre 10,8, le point C par le nombre 11,2 et le point D par le nombre 11,8.

Comparer des nombres décimaux

44 **a.** 26,28 **b.** 15,9
c. 0,82 **d.** 17,634

45 Léanne a raison. En effet, la partie entière de 23,78 est 23. Elle est comprise entre 20 et 25.
Cléo a raison. En effet, en regardant le chiffre des dixièmes :

$$23{,}7 < 23{,}78 < 23{,}8.$$

Paul a raison. En regardant le chiffre des centièmes :

$$23{,}77 < 23{,}78 < 23{,}79.$$

Killian se trompe car $23{,}8 > 23{,}78$

46 Anna a tort.
Ces deux nombres ont la même partie entière, mais le chiffre des dixièmes de 124,**1**9 est plus petit que le chiffre des dixièmes de 124,**5**. Donc, $124{,}19 < 124{,}5$.
Le nombre de chiffres d'un nombre n'est pas un critère pour savoir quel est le plus grand.

47 Julien a tort.
Il pense peut-être que la virgule sépare en deux nombres entiers le nombre 2,36. Ce qui est faux.
2,36 est un seul nombre dont la partie décimale est $0{,}36 = \frac{3}{10} + \frac{6}{100} = \frac{36}{100}$ plus petite que celle de 2,8 qui a pour partie décimale $0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{80}{100}$.
Donc $2{,}36 < 2{,}8$.

48 **a.** $5\underline{6} > 5\underline{4}{,}18$
b. $3{,}2\underline{1}7 < 3{,}2\underline{5}$
c. $24{,}\underline{9} > 24{,}\underline{2}6$
d. $7{,}\underline{6} > 7{,}\underline{0}64$

49 **a.** $6{,}38 < 6{,}71$ **b.** $13{,}54 = 13{,}540$
c. $13{,}08 < 13{,}8$ **d.** $41{,}99 > 41{,}909$
e. $0{,}723 < 0{,}73$ **f.** $14{,}12 < 14{,}123$

50 **a.** Entre 6 et 7, on peut intercaler plusieurs nombres décimaux.
Ils ont tous leur partie entière égale à 6. Par exemple : 6,1 ou 6,8 ou 6,245, etc.
b. Entre 6,4 et 6,5, on peut intercaler plusieurs nombres décimaux.
Ils « commencent » tous par 6,4. Par exemple : 6,41 ou 6,46 ou 6,499, etc.
c. Entre 6,47 et 6,48, on peut intercaler plusieurs nombres décimaux.
Ils « commencent » tous par 6,47. Par exemple : 6,471 ou 6,479 ou 6,756, etc.

51 *D'autres réponses sont possibles.*
a. $9{,}4 < \mathbf{9{,}48} < 9{,}5$ **b.** $0{,}21 < \mathbf{0{,}217} < 0{,}22$
c. $12{,}98 < \mathbf{12{,}987} < 12{,}99$ **d.** $0{,}75 < \mathbf{0{,}7509} < 0{,}751$

52 Dans cet exercice, il suffit de regarder la partie entière.
a. $\mathbf{2} < 2{,}75 < \mathbf{3}$
b. $\mathbf{23} < 23{,}17 < \mathbf{24}$
c. $\mathbf{0} < 0{,}85 < \mathbf{1}$
d. $\mathbf{109} < 109{,}67 < \mathbf{110}$

53 Dans cet exercice, il suffit de regarder le chiffre des dixièmes.
a. $\mathbf{2{,}7} < 2{,}71 < \mathbf{2{,}8}$
b. $\mathbf{33} < 33{,}04 < \mathbf{33{,}1}$
c. $\mathbf{0{,}9} < 0{,}99 < \mathbf{1}$
d. $\mathbf{2{,}8} < 2{,}859 < \mathbf{2{,}9}$

Je m'entraîne

Relier fractions décimales et nombres décimaux

54 Les nombres égaux à 2,05 sont $\frac{205}{100}$, $2 + \frac{5}{100}$, $\frac{2\,050}{1\,000}$, 2,050 et $\frac{20}{10} + \frac{5}{100}$.

55

1,26	$1 + \frac{26}{100}$	$1 + \frac{2}{10} + \frac{6}{100}$
6,24	$\mathbf{6 + \frac{24}{100}}$	$\mathbf{6 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}}$
7,13	$7 + \frac{13}{100}$	$\mathbf{7 + \frac{1}{10} + \frac{3}{100}}$
3,67	$\mathbf{3 + \frac{67}{100}}$	$3 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100}$
25,4	$\mathbf{25 + \frac{4}{10}}$	$\mathbf{25 + \frac{4}{10}}$
1,069	$\mathbf{1 + \frac{69}{1000}}$	$1 + \frac{6}{100} + \frac{9}{1\,000}$

56
- $\frac{270}{1\,000} = 0{,}27 = 27$ centièmes $= \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$
- $\frac{270}{100} = 2{,}7 = 27$ dixièmes $= 2 + \frac{7}{10}$
- $\frac{27}{1\,000} = 0{,}027 = 27$ millièmes $= \frac{2}{100} + \frac{7}{1\,000}$

57 **a.** 6,4**3**
b. 54,1**3**0
c. **0,03**87

58 $0{,}3 + 0{,}7 = 0{,}10$ s'écrit avec des fractions décimales $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} = \frac{1}{10}$.
Cette égalité est fausse.
En effet, $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} = \frac{10}{10} = 1$.
Lou-Ann peut écrire $0{,}3 + 0{,}7 = 1$

59 $4{,}8 = \frac{48}{10}$

$3 + \frac{7}{100} + \frac{48}{10} = \frac{300}{100} + \frac{7}{100} + \frac{480}{100} = \frac{300}{100} + \frac{7}{100} + \frac{480}{100}$
$= \frac{787}{100}$, soit une distance parcourue de 7,87 km.
Gaël a parcouru 7 870 m.

60 **a.** $1 \text{ cL} = \mathbf{\frac{1}{100}} \text{ L}$ **b.** $1 \text{ cL} = \mathbf{\frac{1}{10}} \text{ dL}$
c. $1 \text{ mL} = \mathbf{\frac{1}{100}} \text{ dL}$ **d.** 0,45 L = **450** mL
e. 250 mL = **0,250** L ou **0,25** L

61 **a.** $1{,}34 \text{ kg} = \frac{134}{100} \text{ kg} = 134 \text{ cg}$

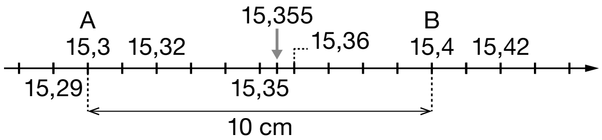
b. $70{,}500 \text{ km} = \frac{705}{10} \text{ km} = 705 \text{ hm}$

c. $10{,}835 \text{ L} = \frac{10\,835}{1\,000} \text{ L} = 10\,835 \text{ mL}$

62 Sur les quatre cartes, on peut écrire :
- pour 3,8, la fraction décimale $\frac{38}{10}$;
- pour 3,08, la fraction décimale $\frac{308}{100}$;
- pour 7,56, la fraction décimale $\frac{756}{100}$;
- pour 7,65, la fraction décimale $\frac{765}{100}$.

Utiliser une demi-droite graduée

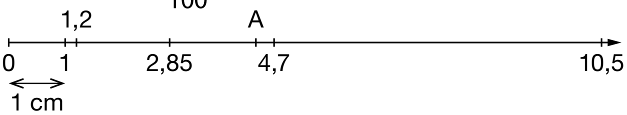
63 **a.** et **b**. Échelle 0,45



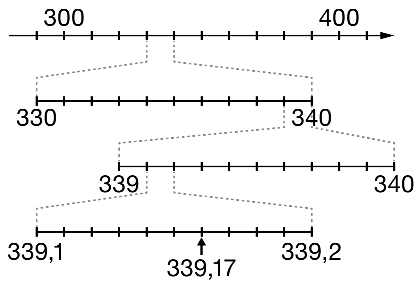
64 Entre les graduations 4,3 et 4,31, il y a 10 espaces réguliers. On « avance » donc de 0,001 en 0,001. Le point A n'est donc pas repéré par 4,36, mais par le nombre 4,306.
Sacha a compté de 0,01 en 0,01 au lieu de 0,001 en 0,001. D'ailleurs 4,36 > 4,31.

65 **a.** • $\frac{47}{10} = 4 + \frac{7}{10} = 4{,}7$ • $\frac{105}{10} = 10 + \frac{5}{10} = 10{,}5$
• $\frac{120}{100} = 1 + \frac{20}{100} = 1{,}2$ • $\frac{285}{100} = 2 + \frac{85}{100} = 2{,}85$

b. et **c.** Échelle $\frac{74}{100}$



66



Le nombre repéré par la flèche rouge est 339,17.

Comparer des nombres décimaux

67 2,4 < 2,9 < 4,2 < 26,2 < 26,6
Ce qui donne les domaines dans l'ordre croissant des dépenses : Biodiversité ; Air ; Recherche ; Déchets et Eaux usées.

68 • $\frac{5\,101}{10\,000} = 0{,}510\,1$ • $5 + \frac{101}{1\,000} = 5{,}101$
- 5 111 dix-millièmes = 0,511 1
- cinq cent onze millièmes = 0,511
- 5,111 1

• $\frac{5}{10} + \frac{1}{10\,000} = 0{,}5001$ • $5 + \frac{1}{100} + \frac{1}{1\,000} = 5{,}011$

Donc :
0,500 1 < 0,510 1 < 0,511 < 0,511 1 < 5,011 < 5,101 < 5,111

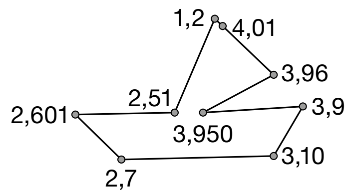
69 **a.** 9,1 < 9,18 < 9,181 **b.** 9,18 < 9,183 < 9,19
c. 9,19 < 9,194 < 9,2 **d.** 9 < 9,007 < 9,1
e. 8,9 < 8,99 < 9 **f.** 8,99 < 9,007 < 9,01

70 **a.** 1 < 1,953 < 2
La masse est 2 kg à l'unité près.
b. 1,9 < 1,953 < 2
La masse est 2 kg au dixième près.
c. 1,95 < 1,953 < 1,96
La masse est 1,95 kg au centième près.

71 **a.** 3,**5**1 < 3,**7**■■ car 5 < 7
b. ■,7 **…** 5,2 : on ne peut pas savoir, cela dépend du chiffre des unités ■.
c. 5,**0**9 < 5,**1**■ car 0 < 1.
d. 4,■98 > 4,0■
Le chiffre le plus petit pour ■ dans 4,■98 est 0.
Le chiffre le plus grand pour ■ dans 4,0■ est 9. En comparant les chiffres de la partie décimale de 4,■98 à ceux de 4,0■, dans tous les cas, 4,■98 > 4,0■.

72 **1. a.** 74,5 = 745 dixièmes. Ainsi, un dixième de 74,5 c'est 745 centièmes soit 7,45.
Un dixième de 74,5 km c'est donc 7,45 km.
b. Un centième de 745 km c'est 7,45 km.
2. Un dixième de 74,5 km est donc égal à un centième de 745 km.
Ophélie a raison, cela dépend de la quantité. En revanche, il est vrai que le nombre un dixième (0,1) est plus grand que le nombre un centième (0,01).

73



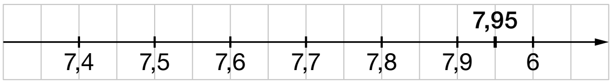
Synthèse

Utiliser les nombres décimaux

74 **a.** On élimine **9**8,**8**4.
b. On élimine 12**5**,2**9**.
c. Il reste les nombres : 94,92, 132,31 et 100,00.
Le nombre de dizaines est plus grand que 11 seulement pour **13**2,31.

75 **a.** On peut écrire les six nombres entiers : **2**35, **2**53, **3**25, 352, **5**23 et **5**32.
b. On peut placer pour chaque nombre la virgule à deux positions. Par exemple, pour 235 on peut écrire avec la virgule les deux nombres 2,35 et 23,5. Il faudrait écrire un zéro pour placer la virgule pour 235,0. Cela étant valable pour chacun des six nombres entiers précédents.
On peut ainsi écrire douze nombres décimaux distincts.
c. Le plus grand nombre a forcément comme chiffre des dizaines 5 et celui des unités 3. C'est donc 53,2.

76 **a.**



b. Le nombre repéré par la croix rouge est 7,95.
c. On peut compléter par :

$$7{,}9 < 7{,}9\mathbf{5} < 7{,}99\mathbf{5} < 7{,}999\mathbf{5} < 8.$$

Il existe d'autres possibilités comme :

$$7{,}9 < 7{,}98 < 7{,}995 < 7{,}9991 < 8.$$

d. Anaïs n'a pas raison. On peut choisir 7,95 comme plus grand nombre inférieur à 8 dont une valeur approchée au dixième près est 8.

Parcours différenciés

Je m'évalue

77 **b.**	**78** **c.**	**79** **b.**	**80** **c.**
81 **c.**	**82** **b.**	**83** **a.**	**84** **c.**
85 **c.**	**86** **c.**	**87** **c.**	**88** **b.**
89 **c.**	**90** **c.**	**91** **c.**	**92** **a.**

Je réalise mon parcours

93 PARCOURS 1

a. $0{,}5 = \frac{5}{10}$ et $0{,}25 = \frac{25}{100}$.

b. On calcule $0{,}5 + \frac{3}{10} + 0{,}25$, soit $\frac{5}{10} + \frac{3}{10} + \frac{25}{100}$.

Or, $\frac{5}{10} = \frac{50}{100}$ et $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$.

Ainsi, $\frac{5}{10} + \frac{3}{10} + \frac{25}{100} = \frac{50}{100} + \frac{30}{100} + \frac{25}{100} = \frac{105}{100}$.

De plus, 1 L = $\frac{100}{100}$ L.

Mais $\frac{105}{100}$ dépasse $\frac{100}{100}$.

Donc Aline doit choisir un récipient d'un volume supérieur à 1 L.

PARCOURS 2

Or $\frac{27}{100} + \frac{50}{100} + \frac{25}{100} = \frac{102}{100}$.

1 L = $\frac{100}{100}$ L, donc $\frac{102}{100}$ L est supérieur à 1 L.

Un récipient de 1 L n'est pas suffisant pour la recette 2.

PARCOURS 3

$0{,}5 + \frac{1}{4} = \frac{50}{100} + \frac{25}{100} = \frac{75}{100}$

Il reste donc $\frac{25}{100}$ L pour compléter le récipient de 1 L.

Or, $\frac{25}{100} = \frac{250}{1000}$.

La moitié de $\frac{25}{100}$ est $\frac{125}{1\,000}$.

Donc, la quantité de jus de citron sera 0,125 L et ainsi que celle de jus de fraise.

94 PARCOURS 1

a. 98 points et 5 dixièmes est égal à **98,5** points.
97 points et 93 centièmes est égal à **97,93** points.
b. 98,42 et 98,5 ont la même partie entière. On compare le chiffre des dixièmes. Or, 4 < 5. Donc, 98,42 < 9 8,5. Ainsi, Macha a moins de points qu'Olympia.
c. La partie entière de 97,93 est 97. Elle est plus petite que celle de 98,42 et 98,5.
On obtient donc : 97,93 < 98,42 < 98,5.
Ce qui donne le classement dans l'ordre, de la moins bonne à la meilleure performance : Lucia, Macha et Olympia.

PARCOURS 2

On exprime chaque longueur en m.
30 m 99 cm = 30 m + 0,99 m = 30,99 m
31 m 5 cm = 31 m + 0,05 m = 31,05 m
On compare alors les mesures en m :

$$30{,}99 < 31{,}05 < 31{,}5$$

On obtient le classement suivant, dans l'ordre de la moins bonne à la meilleure performance : Lisa, Clara et Sylvia.

PARCOURS 3

On convertit chaque temps en s.
Svetlana : 1 175 centièmes et 8 millièmes de seconde = 11,75 s + 0,008 s = 11,758 s
Armelle :
117 dixièmes et 85 millièmes de seconde = 11,7 + 0,085 = 11,785 s
Martha : 11 708 millièmes de seconde = 11,708 s
On compare alors les temps en s.

$$11{,}708 < 11{,}758 < 11{,}785$$

On obtient le classement suivant, dans l'ordre de la moins bonne à la meilleure performance : Martha, Svetlana et Armelle.

Je m'entraîne avec le tableur

95 **1. a. à e.** Voici la feuille de calcul obtenue.

A1:A11 | = 0

	A	B
1	0	
2	0,1	
3	0,2	
4	0,3	
5	0,4	
6	0,5	
7	0,6	
8	0,7	
9	0,8	
10	0,9	
11	1	

Le nombre affiché dans la cellule A11 est 1.
2. On procède comme dans la question **1.**
Voici la feuille de calcul obtenue.

B1:B2 | 0

	A	B	C
1	0	0	
2	0,1	0,2	
3	0,2		

Pour aller de 0 à 10 de 0,2 en 0,2, il faut étirer vers le bas jusqu'à la cellule B51.

3. a. On saisit 20 dans la cellule C1 et 20,01 dans la cellule C2. Puis on procède comme précédemment.

Voici la feuille de calcul obtenue.

C1:C2 | 20

	A	B	C
1	0	0	20
2	0,1	0,2	20,01
3	0,2	0,4	

Il faut étirer vers le bas jusqu'à la cellule C101 pour arriver à 21.

b. On saisit 30 dans la cellule D1 et 30,001 dans la cellule D2. Puis on procède comme précédemment.

Voici la feuille de calcul obtenue.

D1:D2 | 30

	A	B	C	D
1	0	0	20	30
2	0,1	0,2	20,01	30,001
3	0,2	0,4	20,02	

Il faut étirer vers le bas jusqu'à la cellule D501 pour arriver à 30,5.

96 **1. a.** et **b.** On sélectionne la plage **A2:B10**.

Voici la feuille de calcul obtenue.

D12

	A	B
1	Ville	Emission CO2 (en g/km)
2	Neuilly sur seine	119,269
3	Levallois Perret	116,048
4	Cannes	115,713
5	La Courneuve	115,365
6	Saint Raphaël	115,263
7	Caluire et Cuire	115,047
8	Epinal	115,042
9	Paris	114,944
10	Ajaccio	114,825

c. On observe les noms des villes rangées de la plus émettrice à la moins émettrice de CO_2.

2. a. Voici la feuille de calcul obtenue.

	A	B	C
1	Ville	Emission CO2 (en g/km)	Population (en milliers d'habitants)
3	Neuilly sur seine	119,269	61
4	Levallois Perret	116,048	65,817
5	Cannes	115,713	73
6	La Courneuve	115,365	43,946
7	Saint Raphaël	115,263	35,633
8	Caluire et Cuire	115,047	42,847
9	Epinal	115,042	32,223
10	Paris	114,944	2175,601
10	Ajaccio	114,825	70,817

Puis on range dans l'ordre décroissant ces populations.

	A	B	C
1	Ville	Emission CO2 (en g/km)	Population (en milliers d'habitants)
2	Paris	114,944	2175,601
3	Cannes	115,713	73
4	Ajaccio	114,825	70,817
5	Levallois Perret	116,048	65,817
6	Neuilly sur seine	119,269	61
7	La Courneuve	115,365	43,946
8	Caluire et Cuire	115,047	42,847
9	Saint Raphaël	115,263	35,633
10	Epinal	115,042	32,223

b. Ce qui donne, dans l'ordre décroissant en fonction de la population, Paris, Cannes et Ajaccio, alors que pour les émissions de CO_2, le trio de tête dans l'ordre décroissant est Neuilly-sur-Seine, Levallois-Perret et Cannes.

Julia se trompe. On ne peut pas dire que plus il y a d'habitants, plus il y a d'émissions de CO_2 par km par les véhicules neufs. D'autres raisons sont à chercher.

J'utilise mes compétences

97 **Traduction**

Ranger dans l'ordre décroissant les nombres.

Solution

3,621 > 3,612 > 3,6102 > 3,6012 > 3,2106 > 3,107 > 3,1062 > 3,0621

98 **a.** On obtient le chemin :

2,3 < 5,7 < 5,72 < 8,01 < 8,1 < 8,21

Sortie : 8,21

b. On obtient le chemin :

2,3 > 2,03 > 1,69 > 0,91 > 0,14 > 0,05

Sortie : 0,05

99 **a.** 1 000 **b.** 1 000 **c.** 1,0

d. 100 **e.** 0,01 **f.** 0,01

100 **a.** Clara a 635 € d'économies.

En effet, $6{,}35 = \dfrac{635}{100}$.

b. Jules et Léa possèdent la même somme d'argent. Ils ont tous les deux 20 €.

Pour Jules, on peut écrire $0{,}20 = \dfrac{20}{100}$. Ainsi, 100 pièces de 0,20 € donne 20 €.

c. $82{,}50 = \dfrac{825}{10}$

Un dixième de $\dfrac{825}{10}$, c'est $\dfrac{825}{100}$, soit 8,25 €.

On peut aussi raisonner autrement. Un dixième de 82,50 €, c'est chaque chiffre dans la numération qui se décale d'un rang, c'est donc 8,25 €.

d. $\dfrac{180}{100} = 1{,}8$

Ainsi, chaque perle pèse 1,8 g.

101 **a.** 6,67 < 6,8 < 6,84 < 6,97 < 7

On obtient le classement, de la moins bonne à la meilleure performance :

Sagnia, Sawyers, Davis, Reese ex-æquo avec Brume et Mihambo.

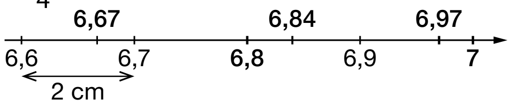
b. Les performances vont de 6,67 m à 7 m, soit un écart de moins de 0,4 m.

On peut choisir comme unité 2 cm qui représentent 0,1 m dans la réalité en partant de 6,6.

6,67 sera donc à 1,4 cm de 6,6.

On peut remarquer que 0,01 m en réalité est représenté par 2 mm sur la droite graduée.

Échelle $\frac{3}{4}$



102 **a.** Le chiffre des unités est 6 ou 7.

Si on choisit 6, pour le chiffre des dixièmes, il y a plusieurs possibilités qui sont 5, 6, 7, 8 ou 9.

Ce qui donne les nombres possibles : 6,5 ; 6,6 ; 6,7 ; 6,8 ; 6,9.

Si on choisit 7, le chiffre des dixièmes peut être 0, 1, 2, 3 ou 4.

Ce qui donne les nombres possibles : 7 ; 7,1 ; 7,2 ; 7,3 ; 7,4.

b. Le chiffre des unités est 5 ou 6.

Si on choisit 5, pour le chiffre des centièmes, il y a plusieurs possibilités qui vont de 0 à 9.

Ce qui donne les nombres : 15,109 ; 15,119 ; 15,129 ; 15,139 ; 15,149 ; 15,159 ; 15,169 ; 15,179 ; 15,189 ; 15,199.

Si on choisit 6, le chiffre des centièmes ne peut être que 0. Soit le nombre 16,109.

c. Pour ◆,001 5, le chiffre des unités est 0.

Pour 0,◆◆◆ 7, il existe plusieurs possibilités.

Mais comme 0,◆◆◆ 7 $<$ 0,003, le chiffre des dixièmes de 0,◆◆◆ 7 est forcément 0, ainsi que le chiffre des centièmes.

3 est le chiffre des millièmes de 0,00**3**, et 1 celui de 0, 00**1**5.

Donc pour le chiffre des millièmes de 0,◆◆◆ 7, on peut choisir 1 ou 2.

Les différentes possibilités sont donc : 0,001 7 ou 0,002 7.

d. Le chiffre des dixièmes de 3,◆21 est 0, 1 ou 2.

Mais pour 2, cela dépendra du chiffre des centièmes de 3,2◆.

Or, pour que 3,2◆ $<$ 3,229, le chiffre des centièmes de 3,2◆ est 0, 1 ou 2.

On ne peut donc pas choisir 2 pour 3,2◆.

Ainsi, les différentes possibilités sont : 3,021 ou 3,121 pour le premier nombre et 3,20 ou 3,21 ou 3,22 pour le suivant.

103 Le nombre décimal s'écrit avec 4 chiffres.

La dernière phrase indique que le nombre s'arrête au chiffre des millièmes.

Ainsi, ce nombre est de la forme : ◆,◆◆◆.

Le chiffre des dixièmes est 5 puisque c'est celui des dixièmes de 17,54.

Dans 38 214 006, le chiffre des millions est 8.

Dans 120 028, le chiffre des dizaines est 2.

Celui des millièmes est la moitié de celui des centièmes, c'est-à-dire 4.

On conclut que le nombre cherché est **2,584**.

104 **a.** Pour la question a) : « Quelle est la partie entière de 9,2676 ? »

Pour la question b) : « Donner une valeur approchée au dixième près de 9,2676. »

Pour la question c) : « Donner une valeur approchée au centième près et inférieure à 9,2676. »

Pour la question d) : « Quelle est la partie décimale de 9,2676 ? »

b. Pour la question a) : la partie entière de 9,2676 est 9.

Pour la question b) : une valeur approchée au dixième près de 9,2676 est 9,3.

Pour la question c) : une valeur approchée au centième près et inférieure à 9,2676 est 9,26.

Pour la question d) : la partie décimale de 9,2676 est 0,2676.

105 Le nombre d'Inès est 0,258.

En effet, 8 est le chiffre des millièmes et le dernier chiffre du nombre.

Étant plus petit que 0,5, le chiffre des unités est 0.

Ce nombre est plus proche de 0,3 que 0,26, donc son chiffre des dixièmes est 2 et celui des centièmes est 5.

Le nombre est plus petit que 0,26 tout en étant plus proche de 0,3.

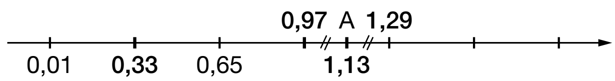
106 Le mot est HÉRITAGE.

107 Entre 0,01 et 0,65, il y a deux espaces identiques. Ces deux espaces correspondent à la distance 0,64. Un espace a une longueur de 0,32.

0,65 + 0,32 = 0,97 et 0,65 + 0,64 = 1,29.

Comme A est au milieu de deux points repérés par 0,97 et 1,29. La distance entre le point repéré par 0,97 est celui repéré par A est la moitié de 0,32 soit 0,16. Il suffit de calculer 0,97 + 0,16.

Donc le point A est repéré par le nombre 1,13.



108 Le nombre est 3,1416.

En effet, il est compris entre 3,1 et 3,2. Le chiffre des dixièmes est donc 1.

Le chiffre des centièmes 4 puisque c'est la somme de 3 et 1.

Le chiffre des millièmes est 1 puisque c'est le même que celui des dixièmes.

Le chiffre des dix-millièmes est le double de la partie entière qui vaut 3. C'est donc 6.

109 « Pour estimer la distance qui nous sépare de l'endroit où tombe la foudre, on peut compter le nombre de secondes entre l'instant où on voit l'éclair et celui où l'on entend le tonnerre, **puis on multiplie ce temps par 300 pour obtenir la distance en mètres**. »

Par exemple, si on entend le tonnerre 10 s après avoir vu l'éclair, $10 \times 300 = 3\,000$.

La foudre était à 3 000 m de nous, soit 3 km.

110 Il existe plusieurs possibilités pour choisir des catégories.

On peut regrouper par forme, ou mettre les fractions décimales ensemble, ou les décompositions ensemble.

On peut aussi choisir de regrouper les nombres égaux ensemble. Ce qui donne :

- $\frac{3\,458}{100}$, 10 fois plus petit que 345,8, $34 + \frac{580}{1\,000}$
- 2,50, $2 + \frac{5}{10}$ et $\frac{2\,500}{1\,000}$

• $\dfrac{2\,050}{100}$, $2 \times 10 + 5 \times 0{,}1$, 10 fois plus grand que 2,05, 205 dixièmes.

• $30 + \dfrac{4\,058}{1000}$ et $34 + \dfrac{5}{100} + \dfrac{8}{1000}$

• $\dfrac{25}{1000}$ et $\dfrac{250}{10\,000}$

• $\dfrac{2\,050}{1000}$ est seul.

111 Ces nombres ont pour chiffre des unités 5.
Ils s'écrivent sous la forme 5,_ _.
Les possibilités pour la partie décimale sont :
0,01, 0,10, 0,11, 0,12, 0,13, 0,14, 0,15, 0,16, 0,17, 0,18, 0,19, 0,21, 0,31, 0,41, 0,51, 0,61, 0,71, 0,81, 0,91.
Le nombre de fois qu'on écrit le chiffre 1 pour toutes ces possibilités est 20.

112 Le nombre est 99,182.
La somme des chiffres de la partie entière étant 18, il n'y a pas d'autre possibilité que 99.
Le chiffre des centièmes est donc 8.
8 + 3 = 11 et donc on a 99,182.

Je prends des initiatives

113 On lit sur l'axe gradué que Yannick a mis 19,32 min.
Il est le premier de la course puisque Brian est deuxième.
19,32 + 0,12 = 19,44
Brian a mis 19,44 min.
On lit sur l'axe gradué qu'Ikram a mis 20 min.
Alice a donc mis 19,9 min.
19,32 + 0,87 = 20,19
Mélanie a mis 20,19 min.
20,19 + 0,38 = 20,57
Chloé a mis 20,57 min.
20,19 + 0,5 = 20,69
Jérémy a mis 20,69 min.
Par lecture sur l'axe gradué, on peut estimer que Carla a mis 19,84 min.
On obtient le classement suivant dans l'ordre croissant des temps réalisés :
Yannick, Brian, Carla, Ikram, Mélanie, Chloé et Jérémy.

114 • On attribue le nombre de points pour chaque catégorie en utilisant le barème.

Émissions de CO_2 en tonne par an et par habitant
Il faut émettre le moins possible de CO_2.
Ce qui donne : $1{,}23 < 1{,}25 < 1{,}62 < 1{,}65 < 1{,}75$.

Nombre moyen de véhicules polluants par habitant
Il faut le moins de véhicules polluants par habitant.
Ce qui donne : $1{,}2 < 1{,}8 < 1{,}9 < 2{,}1 < 2{,}3$.

Part des produits locaux présents dans les magasins alimentaires
Il faut le plus possible de produits locaux.
Ce qui donne : $0{,}8 > 0{,}7 > 0{,}5 > 0{,}4 > 0{,}2$.

Part de logements « éco » par rapport au nombre de logements
Il faut le plus possible de ces logements.
Ce qui donne : $0{,}65 > 0{,}54 > 0{,}24 > 0{,}23 > 0{,}2$

• La ville A obtient donc 140 points, la ville B 65 points, la ville C 90 points, la ville D 60 points et la ville E 25 points.
La ville A gagne le label « Ville éco-propre ».