

Objectifs :

- Connaître la définition des nombres rationnels.
- Utiliser les égalités de quotients pour les mettre à certain dénominateur.
- Savoir additionner et soustraire des quotients.
- Savoir comparer deux quotients.

Cours

- **Définition** : Nombre rationnel

C'est un nombre qui peut s'écrire comme le quotient d'un nombre entier

relatif a par un nombre entier relatif non-nul $b \neq 0$: $\frac{a}{b}$

Exemples : $\frac{10}{15}$; $\frac{0}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{-18}{20}$

- **Écriture d'un nombre rationnel**

Par convention, on écrit les nombres rationnels comme des quotients de **nombres entiers positifs** : $a \geq 0$ et $b > 0$.

- Si le nombre est positif, on n'écrit pas le signe « plus » : $\frac{10}{15}$
- Si le nombre est négatif, on place le signe « moins » devant la barre de fraction : $-\frac{18}{20}$ plutôt que $\frac{-18}{20}$ ou $\frac{18}{-20}$.

- **Égalité de quotients**

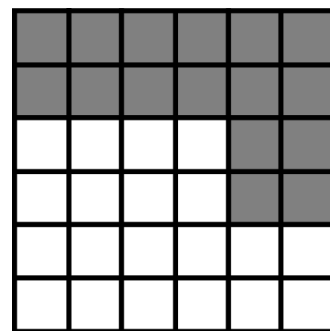
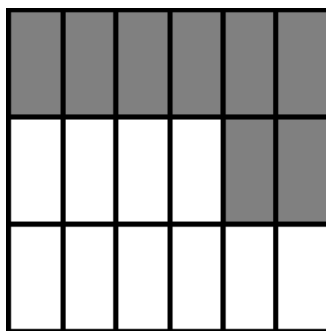
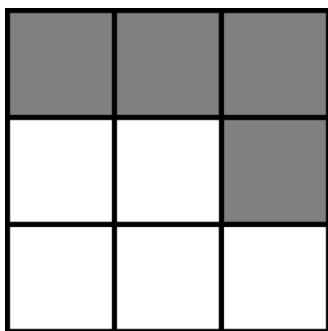
Un quotient ne change pas si le numérateur et le dénominateur sont tous les deux multipliés ou divisés par un même nombre (différent de

zéro) : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div k}{b \div k}$

avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$

Exemple : Sur les figures ci-dessous, la partie grisée représente à chaque fois la même proportion du grand carré et valent respectivement $\frac{4}{9}$, $\frac{8}{18}$ et $\frac{16}{36}$.

On a donc $\frac{4}{9} = \frac{4 \times 2}{9 \times 2} = \frac{8}{18}$ et $\frac{4}{9} = \frac{4 \times 4}{9 \times 4} = \frac{16}{36}$.



• Comparaison de nombres rationnels

- Un nombre positif est toujours supérieur à un nombre négatif.

Exemple : $-\frac{3}{4} < \frac{1}{5}$

- Si les deux nombres sont positifs, on les met au même dénominateur. Le plus grand est alors celui qui a le plus grand numérateur.

Exemple : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$. Or $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$, donc $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$.

- Si les deux nombres sont négatifs, on les met au même dénominateur et on fait porter le signe moins par le numérateur. Le plus grand est alors celui qui a le plus grand numérateur.

Exemple : $-\frac{1}{2} = \frac{-5}{10}$ et $-\frac{3}{5} = \frac{-6}{10}$. Or $-5 > -6$, donc

$-\frac{5}{10} > -\frac{6}{10}$ et donc $-\frac{1}{2} > -\frac{3}{5}$.

- **Additionner et soustraire des fractions**

Pour additionner des fractions, il faut :

1. les mettre au même dénominateur
2. additionner leurs numérateurs
3. garder le dénominateur commun

Exemple $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ donc $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$

Pour soustraire des fractions, seule l'étape 2 change : il faut soustraire les numérateurs.

Exemple $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ et $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ donc $\frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{5}{10} - \frac{6}{10} = \frac{5-6}{10} = \frac{-1}{10} = -\frac{1}{10}$