

Objectifs

- Connaître le théorème de Pythagore, sa contraposée et sa réciproque.
- Savoir utiliser le théorème pour calculer la longueur d'un côté.
- Savoir utiliser la réciproque (resp. la contraposée) du théorème pour prouver qu'un triangle est (resp. n'est pas) rectangle.
- Connaître la définition de la racine carrée d'un nombre positif et savoir l'utiliser.

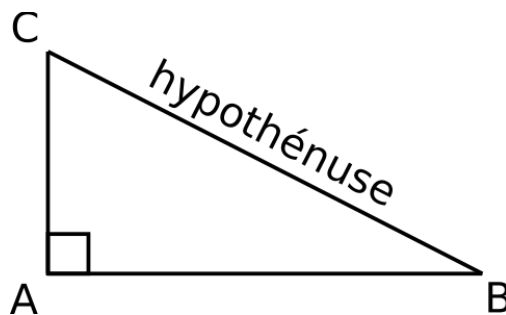
Résumé du cours

Théorème de Pythagore

Si le triangle ABC est rectangle en A, alors on a

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Autrement dit, dans le triangle ABC rectangle en A, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



Implication, contraposée et réciproque

- Une implication est une relation entre deux propositions P et Q , de la forme « si P , alors Q », notée $P \Rightarrow Q$, et qui peut être vraie ou fausse (en fonction de P et de Q).

Exemple : $P = \ll J'habite \text{ à Rennes} \gg$. $Q = \ll J'habite \text{ en France } \gg$.

$P \Rightarrow Q$ est vraie car, si j'habite à Rennes, alors j'habite en France.

- La contraposée d'une implication $P \Rightarrow Q$ est l'implication

$$\text{non-}Q \Rightarrow \text{non-}P.$$

Une implication et sa contraposée ont la même valeur de vérité : si l'une est vraie, l'autre l'est aussi ; si l'une est fausse, l'autre aussi.

Exemple : $\text{non-}P = \ll \text{Je n'habite pas à Rennes} \gg$. $\text{non-}Q = \ll \text{Je n'habite pas en France } \gg$. $\text{non-}Q \Rightarrow \text{non-}P$ est vraie (tout comme $P \Rightarrow Q$) car, si je n'habite pas en France, je ne peux pas habiter à Rennes.

- La réciproque d'une implication $P \Rightarrow Q$ est l'implication

$$Q \Rightarrow P$$

Une implication et sa réciproque peuvent avoir des valeurs de vérité différentes : l'une peut être vraie et l'autre fausse, ou bien les deux sont vraies ou fausses, ça dépend de P et de Q .

Exemple : $Q \Rightarrow P$ est fausse (alors que $P \Rightarrow Q$ est vraie) car je peux habiter en France sans habiter à Rennes (par exemple à Nantes).

Contraposée du théorème de Pythagore

Dans le triangle ABC, dont le plus long côté est BC, si on a

$$AB^2 + AC^2 \neq BC^2$$

alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

Réciproque du théorème de Pythagore

Dans le triangle ABC, dont le plus long côté est BC, si on a

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

alors le triangle ABC est rectangle en A.

Définition : Racine carrée

La racine carrée d'un nombre positif a , notée \sqrt{a} , est le nombre tel que

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

Définition : Hypoténuse

Dans un triangle rectangle, l'hypothénuse est le plus grand côté, celui opposé à l'angle droit.