# Aussagenlogik

## Aussagen

Aussagen sind Sätze, die entweder wahr oder falsch sind.

### Aussagenform

Eine Aussagenform hat Variablen. Wenn diese mit konkreten Werten belegt werden, ist es eine Aussage.

## Quantoren

|  |  |
| --- | --- |
| ∀ (Allquantor) | bedeutet „für alle ...“ |
| ∃ (Existenzquantor) | bedeutet „es existiert mindestens ein/eine ...“ |
| ∃! | bedeutet „es existiert exakt ein/eine ...“ |
| ∄ | Bedeutet „es existiert kein/keine ...“ |

## Junktoren

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ¬ (Negotation) | Verneinung der Aussage | Wenn A wahr ist, ist ¬A unwahr |
| ∧ (Konjunktion) | UND Verknüpfung | A ∧ B |
| (Disjunktion) | ODER Verknüpfung | A B |
| ⟹ (Implikation) | bedeutet „wenn die linke Seite gilt, dann auch die rechte Seite“ | |
| ⟸ | bedeutet „wenn die rechte Seite gilt, dann auch die linke Seite“ | |
|  |  |  |

### Wichte Äquivalenz

# Mengen

### Leere Menge

| { }

## Kardinalität

Die Kardinalität ist die Anzahl der Elemente einer Menge.

###### Menge

Kardinalität der Menge

## Teilmenge

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Alles was in A ist, ist **auch** in B |  |
|  |  |  |

## Verknüpfen von Mengen

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

## Intervall

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | offenes reelles Intervall |  |
|  |  |  |

# Vektoren und Matrizen

## Tupel

Ein Tupel ist eine geordnete Zusammenstellung von Objekten. So ist, anders als bei Mengen, (1,2) ein anderes Zahlentupel als (2,1).

Zu ergänzen: Einheitsmatrix und Invertierung von Matrizen

## Determinante berechnen

### 2-Matrix

### 3-Matrix

### 4-Matrix

→

Kreuzprodukt, Spatprodukt

# Komplexe Zahlen

## Rechengesetze

und

Realteil Imaginärteil

### Addition

### Subtraktion

### Multiplikation

### Division

## Komplex konjugierte Zahl

Der Überstrich bedeutet eine komplex konjugierte Zahl.

### Definition

Graphisch gesehen ist die Spiegelung an der reellen Achse.

### Eigenschaften

ist ein nichttrivialer Körperautomorphismus

Wenn dann ist z eine reelle Zahl.

## Betrag

### Definition

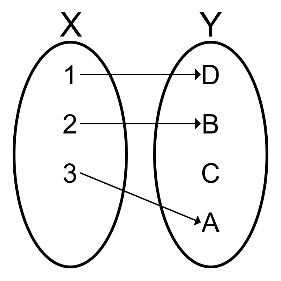
### Eigenschaften

Für alle Beträge in den komplexen Zahlen ergibt dies eine reelle Zahl

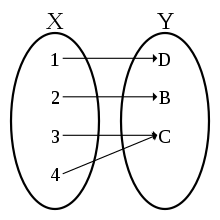
Dreiecksungleichung. Grafisch vorgestellt bedeutet es, dass der direkte Weg nie länger ist als einen weiteren Punkt mitzunehmen.

# Relationen

## Injektive Funktionen

Injektivität ist gegeben, wenn eine Funktion ein Element aus dem Bild Y auf höchstens ein Element aus dem Urbild verweist. Jedes Element a aus dem Urbild verweist auf ein Element aus dem Bild .

## Surjektive Funktionen

Eine **surjektive Funktion** ist gegeben, wenn jedes Element des Bildes *mindestens* einmal mal auf ein Element des Urbildes verweist.

## Ordnungsrelation

Eine Ordnungsrelation ist zuerst partiell geordnet.

### Totalordnung

Damit eine Menge total geordnet ist, muss jedes Element miteinander vergleichbar sein. Eine totale Ordnung ist auch immer partiell geordnet.  
Die mathematische Definition einer totalen Ordnung ist .

## Äquivalenzrelation

### Spezielle Äquivalenzrelationen

#### Restklassen von n

Formel:

Alternative Schreibweise:

## Gruppen

### Gruppenhomomorphismus

Ein Gruppenhomomorphismus ist, wenn eine Abbildung von einer Gruppe () auf eine zweite Gruppe () strukturerhaltend ist. Konkret bedeutet es, dass es das gleiche Ergebnis gibt, ob man die Berechnung vor der Ausführung der Abbildung oder danach ausführt.

#### Definition

#### Voraussetzungen für Gruppenhomomorphismus

* Die Abbildung muss vom neutralen Element aus der Gruppe G auf das neutrale Element aus der Gruppe H abbilden

#### Kern

Der Kern einer Abbildung enthält alle Elemente aus G, die auf das neutrale Element aus H abbilden.

##### Definition

##### Eigenschaften

?

## Ring

##### Voraussetzungen

## Körper

Ein kommutativer Ring mit 1 und eine abelsche Gruppe ist ein Körper

# Lineare Algebra

## Vektoren

### Definition

Transponiert

Kroneck-Delta

### Lineare Unabhängigkeit

#### Eigenschaften

Wenn man bei linear Unabhängige Vektoren weitere entfernt, bleibt die Menge linear Unabhängig

Wenn man linear Abhängige Vektoren hat und zu der Menge weitere Vektoren hinzufügt bleibt es linear Abhängig.

### Basis

#### Definition

Sei V ein K-Vektorraum und M ⊆ V

1. M ist linear Unabhängig
2. , d.h. B erzeugt V

Dies sind 2 gegensätzliche Anforderungen, da wenige Vektoren eher linear Unabhängig sind und um den ganzen Vetorraum abzudecken benötigt dabei möglichst viele Vektoren.

Die Standardbasis ist

[Abbildung 1: Gemeinfrei, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1141545 3](https://studtudarmstadtde-my.sharepoint.com/personal/cedric_krusche_stud_tu-darmstadt_de/Documents/Mathe/Values%20New.docx#_Toc23624819)

## Skalarprodukt

### Definition

##### Koordinatenvektor