# Serie de Balmer del hidrógeno

Cedric Prieels

28 de abril de 2016

#### Resumen

Está práctica tenía por objetivo principal la observación de la lineas espectrales de Balmer del hidrógeno, y de medir la longitud de onda de 3 lineas importantes, las  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$  y  $H_{\gamma}$ , para compararlas con el valor teórico calculable. Se busca también una manera de determinar el valor de la constante de Rydberg  $R_{\infty}$  en el caso del átomo de hidrógeno.

## 1. Introducción teórica

En 1885, Balmer descubrió que existen algunas regularidades en los espectros de emisión atómicos, lo que no era evidente antes. Estas regularidades son ahora muy bien conocidas, y se pueden determinar a partir de la ecuación (1), valida en el caso de transiciones de un estado excitado del hidrógeno n hasta el segundo estado excitado (las transiciones de Balmer), siendo  $\lambda_0$  una constante que vale  $3,647054 \cdot 10^{-5}$  cm.

$$\lambda = \lambda_0 \left( \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \right) \tag{1}$$

En el caso más general, si consideramos todas las transiciones, y no solamente las transiciones que acaban en el segundo nivel del hidrógeno, está ecuación se puede reescribir de la forma siguiente (2).

$$\nu_{ab} = R \cdot \left(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2}\right) \tag{2}$$

La constante R que aparece en está última ecuación se llama la constante de Rydberg, y depende ligeramente del átomo (de su masa reducida, en el caso particular de átomos hidrogenoides que tienen Z=1) y de una constante llamada  $R_{\infty}=109737,3~{\rm cm}^{-1}$ , de la manera siguiente (3), siendo m la masa de un electrón y M la masa del núcleo átomico.

$$R = \left(1 + \frac{m}{M}\right)^{-1} \cdot R_{\infty} = 0,99945 \cdot R_{\infty} \simeq R_{\infty}$$
 (3)

Se puede calcular entonces teóricamente la longitud de onda de las 3 lineas principales, las  $H_{\alpha}$  (transición del tercer estado hasta el segundo estado excitado),  $H_{\beta}$  (del cuarto estado) y  $H_{\gamma}$  (del quinto estado).

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_0 \cdot \frac{9}{5} = 656, 47nm \text{ (color rojo)} \\ \lambda_0 \cdot \frac{16}{12} = 486, 27nm \text{ (color azul)} \\ \lambda_0 \cdot \frac{25}{21} = 434, 17nm \text{ (color morado)} \end{cases}$$
(4)

En este caso, las lineas de emisión pasan a través de una red de difracción para poder observar claramente las diferentes lineas, porque el máximo de interferencias de cada linea no está en el mismo punto. Este fenómeno se puede describir con la formula de interferencias constructivas de Bragg (5), que tiene la longitud de onda como parámetro, y siendo m el orden de la difracción (en este caso, solo miramos el orden m=1).

$$d \cdot \sin(\theta) = \lambda \cdot m \tag{5}$$

Se puede entonces despreciar el valor de la longitud de onda de las lineas visibles si se mide la distancia d y el ángulo  $\theta$  con precisión, y esto es lo que se hace en la primera parte de está práctica.

## 2. Desarrollo experimental

Para medir la constante de Rydberg, se usa un dispositivo sencillo representado en la figura 1.

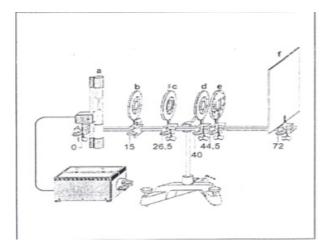


Figura 1: Dispositivo experimental usado en está práctica.

Primero, se necesita una lámpara de Balmer, que contiene vapor de agua, como fuente de energía para excitar los electrones de los átomos de hidrógeno, para poder observar transiciones. Después, hay un simple diafragma, que permite cambiar la intensidad de la luz incidente, y una lente, para hacer que los rayos luminosos convergen hacia el mismo punto. Por fin, el último elemento esencial en la práctica es una red de difracción para separar cada linea en función de su longitud de onda, usando la ecuación de Bragg (5).

Lo primero que se hace es encender la lámpara, esperar un poco a que se estabilice, y cambiar la apertura del diafragma hasta observar lineas de colores distintos en la pantalla, después de la red de difracción. Se marca con un rotulador sobre una hoja de papel transparente la posición de las 3 lineas, que se pueden observar de cada lado del centro del haz.

Con estas marcas en el papel, podemos determinar después la distancia entre el centro del haz y cada máximo de interferencia. Esta distancia se puede transformar en un ángulo  $\theta$ , usando relaciones trigonométricas básicas, midiendo también la distancia exacta entre la pantalla y la red de difracción d. Ya tenemos todos los parámetros que entran en la ecuación de Bragg, y se puede determinar de esta manera la longitud de onda asociada a cada linea, para compararlas con los valores teóricos obtenidos por la ecuación (1). Usando después la ecuación (2), se puede determinar la constante de Rydberg como siendo la pendiente de una gráfica donde se representa el inversa de longitud de onda con respecto al valor de  $\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}$ .

## 3. Resultados obtenidos

Las dos lineas azul de cada lado estaban a una distancia de +7.8 y de -7.8 cm. Las lineas siguientes, que tenían un color un poco más verde estaban a una distancia de 8.8 y -8.7 cm y por fin, las lineas rojas estaban en las posiciones 12.4 y -12.2 cm, con respecto al centro del haz.

Para determinar la longitud de onda exacta de estas lineas, hay primero que calcular la distancia entre la red de difracción y la pantalla donde medimos las distancias. Esta distancia a se obtiene con la ecuación (6), siendo  $a_1$  la distancia entre el centro de los dos equipos (red de difracción y pantalla, que se puede obtener midiendo la distancia entre el lado izquierdo de cada uno, porque los soportes son iguales),  $a_2$  el semi-espesor del equipo que contiene la red de difracción, y  $d_i$  las espesores de los dos equipos. Estas distancias se representan en la figura 2.

$$a = a_1 + a_2 + \frac{d_1}{2} + d_2 \tag{6}$$

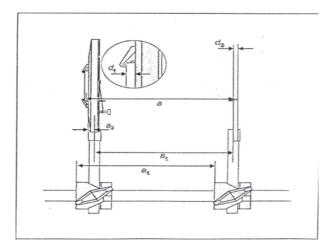


Figura 2: Determinación de la distancia entre la red de difracción y la pantalla de medida.

En este caso en particular, sabemos que  $a_2 = 5$  mm,  $d_1 = 2,5$  mm y  $d_2 = 3$  mm. Se mide el valor de  $a_1$  como siendo  $a_1 = (72 - 44, 5) = 27, 5$  cm. Con este valor de a, se puede determinar el ángulo  $\theta$  de difracción de cada linea, usando la definición del seno. Después, usando esta ángulo en la ecuación de Bragg (5), se puede calcular el valor de la longitud de onda de cada linea, si sabemos que la constante de la red  $d = 1, 67 \cdot 10^{-6} m$ .

$$\lambda = \begin{cases} 1,67 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{7,8}{28,425} = 458,26nm \\ 1,67 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{8,75}{28,425} = 514,07nm \\ 1,67 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{12,3}{28,425} = 722,64nm \end{cases}$$

$$(7)$$

Estos valores están cercas de los valores teóricos de las 3 lineas  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$  y  $H_{\gamma}$  pero no corresponden muy bien, especialmente en el caso del color rojo. Este caso corresponde a la asimetría más grande de un lado y del otro del centro del haz (la distancia a la izquierda ha sido medida como -12,2 cm y la distancia a la derecha como 12,4 cm).

Ahora que tenemos el valor de la longitud de onda en los 3 casos, se puede representar una gráfica del inverso de la longitud de onda con respecto al valor de  $\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}$ . Como se puede ver en la ecuación (2), la pendiente de está gráfica en nuestro caso  $(n_b = 2)$  nos da directamente el valor de la constante de Rydberg. Como tenemos pocos puntos, el ajuste lineal se hace con una recta que tiene que pasar por el origen. La gráfica resultante con el ajuste lineal se representa en la figura 3.

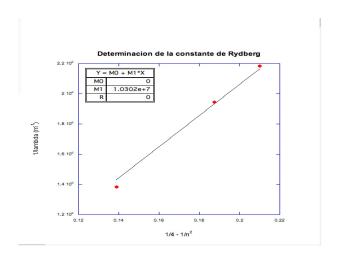


Figura 3: Gráfica usada para determinar la constante de Rydberg.

El valor de la pendiente del ajuste lineal obtenido de esta manera es  $0,010302 \text{ m}^{-1}$ . Esto nos da directamente el valor de la constante  $R_{\infty}$ , por la ecuación (3). Podemos comparar ahora el valor obtenido por esta práctica ( $103020 \text{ cm}^{-1}$ ) con el valor teórico admitido de  $109737 \text{ cm}^{-1}$ . El valor obtenido corresponde al valor teórico al 7%.

## 4. Conclusión

En conclusión, está práctica nos permitió observar las tres principales lineas de emisión del átomo de hidrógeno, las  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$  y  $H_{\gamma}$ , y nos permitió determinar las longitudes de onda asociadas a cada linea, usando una red de difracción y la ley de Bragg. Los valores obtenidos tienen el mismo orden de magnitud que los valores teóricos determinados por la ecuación de Balmer, y están cercas, pero no corresponde exactamente, solo nos permiten identificar las lineas que vemos. Habría que hacer un cálculo de error completo para verificar si la práctica nos da resultados compatibles con la teoría, pero hacer un cálculo de error completo sería muy difícil porque muchos parámetros pueden influir sobre el error. Por ejemplo, la distancia entre la pantalla y la red de difracción ha sido determinado con algunos valores dados pero que no tienen errores asociados. La red de difracción podría tener algunos defectos también, y las lineas no aparecen puntuales en la pantalla, tienen un grosos no despreciable, lo que influye en los resultados obtenidos.

Se ha determinado también el valor de la constante de Rydberg como siendo  $103020~\rm cm^{-1}$ . Este valor corresponde más o menos al valor teórico aceptado de  $109737~\rm cm^{-1}$ .