

Difracción de electrones por una red de grafito

Cedric Prieels

28 de abril de 2016

Resumen

Esta práctica consistía principalmente en medir las distancias entre los átomos de una estructura cristalina de grafito, usando las propiedades ondulatorias de los electrones. Para eso, se realiza una experiencia de difracción de los electrones con una muestra de grafito, y se estudia la posición de las interferencias constructivas de intensidad, y se determina el valor de la distancia entre los planos usando la ecuación de Bragg.

1. Introducción teórica

Hace más de 100 años, se descubrió que la materia ordinaria se puede describir como siendo una onda, con una longitud de onda λ fija, y descrita por la ecuación de de Broglie (1), siendo h la constante de Planck y p el momento de la partícula considerada, el electrón en este caso.

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1)$$

Como cada onda, las partículas ordinarias pueden sufrir fenómenos de difracción, si los electrones encuentran un obstáculo que tiene un tamaño comparable a su longitud de onda. Esta práctica tiene por objetivo principal la medida de la distancia entre los planos de electrones de una muestra de grafito, y para medir esta distancia, se usa este fenómeno de difracción y la ecuación de Bragg (2), que nos permite determinar la posición angular θ de los máximos de difracción.

$$n\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta) \quad (2)$$

Mirando en detalle esta última ecuación, se puede ver que si encontramos una manera de medir la posición del primer orden de difracción ($n = 1$), entonces se puede determinar el valor de d , la distancia entre los planos de electrones en el grafito, conociendo la longitud de onda asociada al electrón.

2. Desarrollo experimental

En esta práctica, usamos el montaje representado en la figura 1. Se usa primero una diferencia de potencial V_A para acelerar electrones emitidos por calentamiento de un filamento, para que vayan a chocarse contra un blanco de grafito. Estos electrones pueden colisionar entonces contra los electrones de la muestra de grafito, y podemos empezar a observar que algunas reflexiones dan lugar a interferencias constructivas.

Lo que se observa en la pantalla del otro de la bombilla no es un punto que corresponde a las interferencias constructivas, si no un círculo, que viene del conjunto de máximos dados por las diferentes

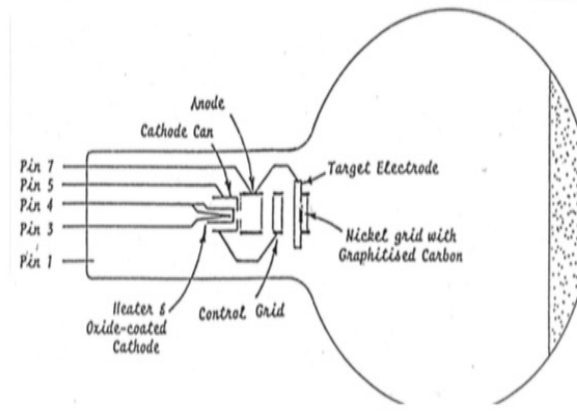


Figura 1: Montaje experimental de la práctica.

orientaciones de cristales de grafito. Estas diferentes orientaciones producen unos máximos de intensidad siempre a la misma distancia del centro, pero a ángulos diferentes, y forman entonces círculos, como se representan en la figura 2.

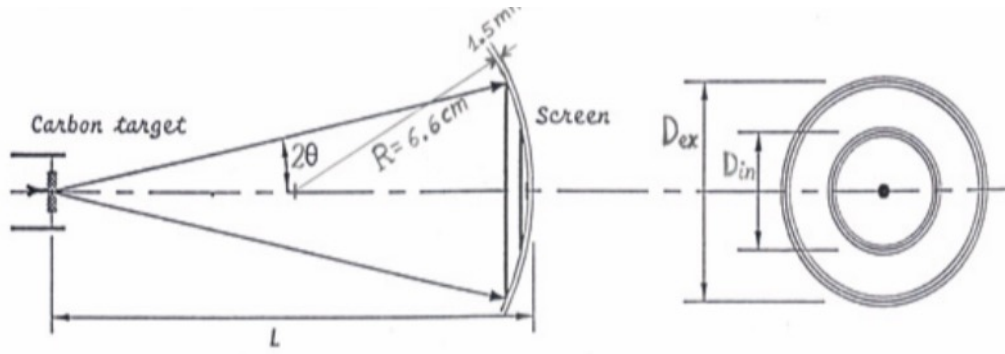


Figura 2: Anillos de interferencias observados en la práctica.

Se puede demostrar fácilmente (y está hecho en los apuntes de preparación del laboratorio) que, si usamos la ecuación de de Broglie (1) y algunas relaciones trigonométricas, existe una relación lineal entre el diámetro de un máximo de intensidad (interferencias constructivas) y el potencial de aceleración de los electrones V_A :

$$D = \frac{k}{d} \cdot V_A^{-1/2} \quad (3)$$

En esta relación, la constante de proporcionalidad k viene dada por la ecuación (4), siendo n el orden de la difracción (en este caso, 1) h la constante de Planck, L la longitud de la bombilla (13cm), m la masa de un electrón y e la carga fundamental del electrón.

$$k = \frac{\sqrt{2nhL}}{\sqrt{em}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 0,13}}{\sqrt{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,19 \cdot 10^{-10} \quad (4)$$

Hay que cuidar que la relación (3) se obtiene mediante el uso de una aproximación geométrica, que no siempre es válida. La pantalla no es recta, si no circular y entonces, calcular la distancia entre el blanco de grafito y esta pantalla nos es tan fácil como decir que $\tan(2\theta) = \frac{D}{2L}$. Para tener un resultado más exacto, se puede usar el valor exacto de la distancia en (3), que viene dado por la ecuación siguiente.

$$\mathcal{D} = 2\sqrt{2}L\sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(2\theta)}}}} \quad (5)$$

3. Resultados obtenidos

Los resultados obtenidos se presentan en el cuadro 1 y en las figuras de 1 a 4. Las medidas de diámetros se han hecho dos veces para tener una idea del error cometido, que vale en este caso más o menos 0,1cm (aunque en práctica, vale más para los puntos que corresponden a V_A más pequeño, porque los círculos son menos definidos en este caso).

V_A (V)	$\sqrt{V_A}$ (\sqrt{V})	$D_{in,1}$ (cm)	$D_{in,2}$ (cm)	$D_{ext,1}$ (cm)	$D_{ext,2}$ (cm)
2500	50	3,4	3,4	5,8	5,9
3000	54,77	3,2	3,2	5,3	5,2
3500	59,16	3,0	2,9	4,9	4,9
4000	63,25	2,7	2,8	4,5	4,6
4500	67,01	2,6	2,7	4,2	4,3
5000	70,71	2,5	2,5	4,0	4,1

Cuadro 1: Medida del diámetro aproximado de los círculos de maxima intensidad.

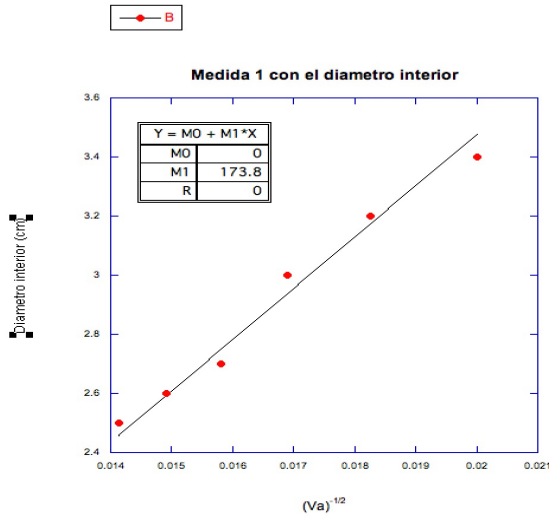


Figura 3: Medida 1 del diámetro del círculo interno.

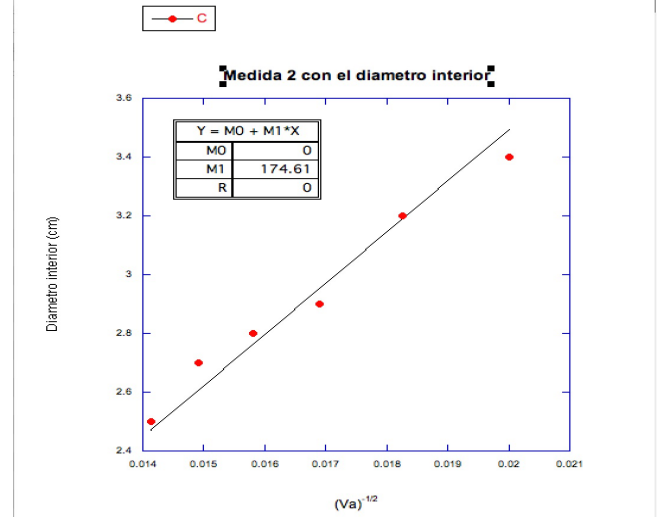


Figura 4: Medida 2 del diámetro del círculo interno.

Con estos resultados, se puede primero verificar si usar una expresión aproximada de la distancia entre le blanco de grafito y la pantalla no tiene un impacto demasiado grande. Por eso, se puede con un valor de D determinar el ángulo θ y usarlo en la ecuación (5) para determinar \mathcal{D} . Este cálculo se hace para el valor de V_A mínimo, porque corresponde a un valor de D máximo, por el cual se justifica menos la aproximación hecha.

$$\theta = \arctan\left(\frac{D}{4L}\right) = \arctan\left(\frac{5,9}{4 \cdot 13}\right) = 6,47 \text{ grados} \quad (6)$$

$$\mathcal{D} = 2\sqrt{2} \cdot 13 \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(2 \cdot 6,47)}}}} = 5,86 \text{ cm} \quad (7)$$

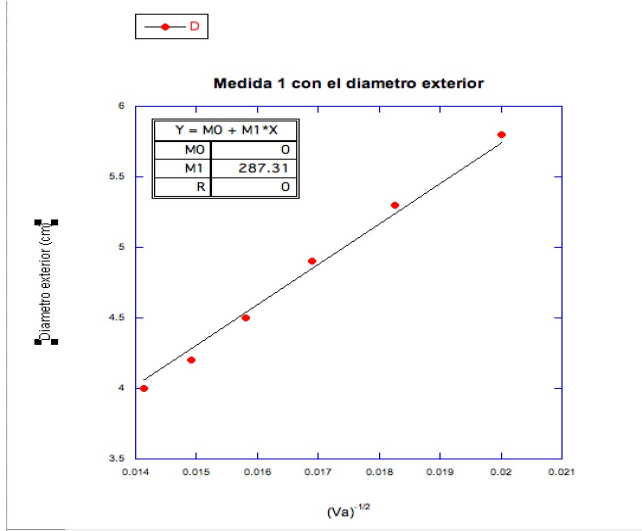


Figura 5: Medida 1 del diámetro del círculo externo.

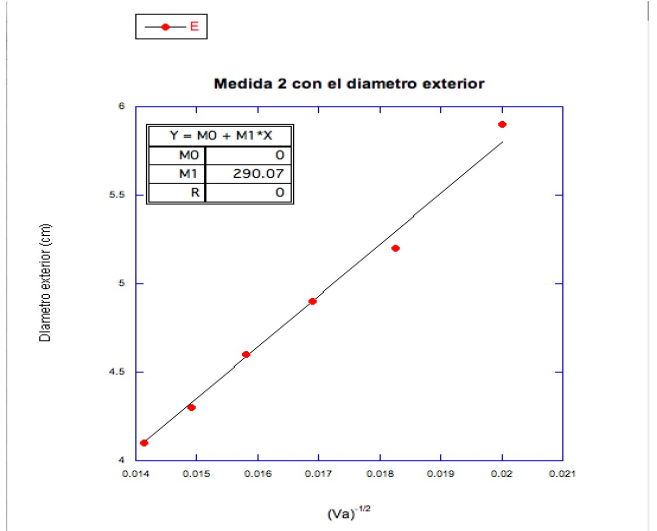


Figura 6: Medida 2 del diámetro del círculo externo.

En el peor caso, la aproximación hecha $D \simeq \mathcal{D}$ se justifica entonces claramente, aunque aumente un poco el error asociado a las medidas.

Con la pendiente de los diferentes ajustes lineales, podemos calcular el valor de la distancia entre los planos de electrones del grafito, usando todas las ecuaciones precedentes y el valor de k determinado antes.

$$d_{10} = \begin{cases} 3,19 \cdot \frac{10^{-10}}{1,738} = 0,183 \text{ nm} \\ 3,19 \cdot \frac{10^{-10}}{1,746} = 0,183 \text{ nm} \end{cases} \quad (8)$$

$$d_{11} = \begin{cases} 3,19 \cdot \frac{10^{-10}}{2,873} = 0,111 \text{ nm} \\ 3,19 \cdot \frac{10^{-10}}{2,901} = 0,110 \text{ nm} \end{cases} \quad (9)$$

Los valores obtenidos están muy cercanos entre si para las dos medidas hechas, lo cuál parece bien, y además están cerca de los valores teóricos dados en los apuntes de preparación ($d_{01} = 0,213 \text{ nm}$ y $d_{11} = 0,123 \text{ nm}$).

4. Conclusión

Está práctica era una manera para nosotros de ver el tipo de experimento que se puede hacer aprovechando del comportamiento ondulatorio de los electrones, con el objetivo de medir la distancia entre los planos de electrones en el caso de una muestra de grafito.

Los resultados obtenidos están muy cercanos del valor teórico, aunque para estar seguro de que todo encaje bien, habría que hacer un cálculo de error completo. Un cálculo completo sería muy difícil porque muchos parámetros juegan un papel en la determinación de este error : el error sobre la longitud de la bombilla, el espesor de la muestra de grafito, y el error de medida, por ejemplo. Después hay que introducir todas estas fuentes de errores en el método de mínimos cuadrados para calcular la mejor pendiente que corresponde a los puntos experimentales, para determinar exactamente el valor de la distancia entre los planos.