

Dispersión Rutherford de partículas alfa por núcleos atómicos

Cédric Prieels

23 de febrero de 2016

Resumen

Durante esta práctica, se repitió la experiencia de dispersión de partículas alfa de Geiger y Marsden, que permitió mejorar el modelo de Thomson, introduciendo el concepto de núcleo de carga positiva dentro de los átomos. Para eso, se estudió en el laboratorio la difusión de partículas alfa emitidas por una fuente de ^{241}Am por dos láminas de oro y de plata, estudiando el ángulo de salida de las partículas emitidas después de la interacción con los núcleos de la lámina. Con esta medida, se puede determinar la sección eficaz de dispersión de las partículas alfa y compararla con la expresión teórica obtenida por Rutherford en 1911.

1. Introducción teórica

Hasta la experiencia de Rutherford, el modelo del átomo de Thomson era el modelo que explicaba mejor las propiedades de la materia. Según este modelo, el átomo no es nada más que una esfera llena de cargas positivas y negativas (los electrones) distribuidas uniformemente y en misma cantidad.

Al principio del siglo XX, Geiger y Marsden hicieron una experiencia muy simple para verificar este modelo : lanzaron unas partículas alfa hacia una lámina de oro, y estudiaron el ángulo de salida de estas partículas, después de interaccionar con los átomos de oro. Observaron que algunas partículas salieron con un ángulo muy grande, a veces hasta más que 90° , una observación que el modelo uniforme de Thomson no puede explicar (se puede demostrar además que este ángulo de salida no puede venir de una sucesión de desviaciones a ángulos pequeños por diferentes átomos de oro).

Para explicar esta experiencia, Rutherford introdujo un modelo que dice que los átomos son hechos de dos partes distintas : el núcleo, donde se almacenan las cargas positivas y de tamaño muy pequeño, mientras que los electrones giran alrededor, a una distancia muy grande de este núcleo. Un gran suceso del modelo de Rutherford es la determinación de la sección eficaz de dispersión de las alfas en el sistema del centro de masa de estas alfas :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4E} \right)^2 \left(1 + \frac{m}{M} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (1)$$

En está expresión (1), z y Z son los números atómicos del proyectil y de la lámina, m y M son las masas correspondientes, e es como siempre la carga del electrón, E es la energía de la partícula incidente en el sistema del laboratorio, y θ es en ángulo de salida que se mide. En el sistema del laboratorio, el ángulo cambia (se escribe) ϑ y está expresión se escribe :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) = \left(\frac{zZ}{4\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\text{sen}^4(\vartheta/2)} - 2 \left(\frac{m}{M} \right)^2 + \Theta \left(\frac{m}{M} \right)^4 \right) \text{mb/st} \quad (2)$$

El número de partículas alfa dispersadas en el ángulo solido Ω se puede escribir de la manera siguiente, si I_0 es el número de partículas incidentes, N la densidad de átomos en el blanco y x su espesor :

$$I_S(\vartheta) = I_0 N x \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) d\Omega = I_0 N x \left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) \right\rangle \Omega \quad (3)$$

En está expresión aparece el valor medio de la sección eficaz de Rutherford (2). En esta expresión, todos los valores que aparecen son constantes (por lo menos, en primera aproximación porque como lo veremos después, la energía no tiene un valor exactamente fijo) excepto el ángulo ϑ , por supuesto. Entonces, habrá que calcular algo del tipo siguiente, siendo l la distancia entre el detector y la lámina dispersora, y ϑ_1 y ϑ_2 las valores de ϑ mínimo y máximo correspondiente al área efectiva del detector (cf. figura 1) :

$$\left\langle \frac{1}{\text{sen}^4(\vartheta/2)} \right\rangle = \frac{1}{\Omega} \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{\text{sen}(\vartheta)}{\text{sen}^4(\vartheta/2)} d\vartheta \simeq \frac{2l}{\omega \text{sen}(\vartheta)} \left(\frac{\text{sen}^2(\vartheta_2/2) - \text{sen}^2(\vartheta_1/2)}{\text{sen}^2(\vartheta_1/2) \cdot \text{sen}^2(\vartheta_2/2)} \right) \quad (4)$$

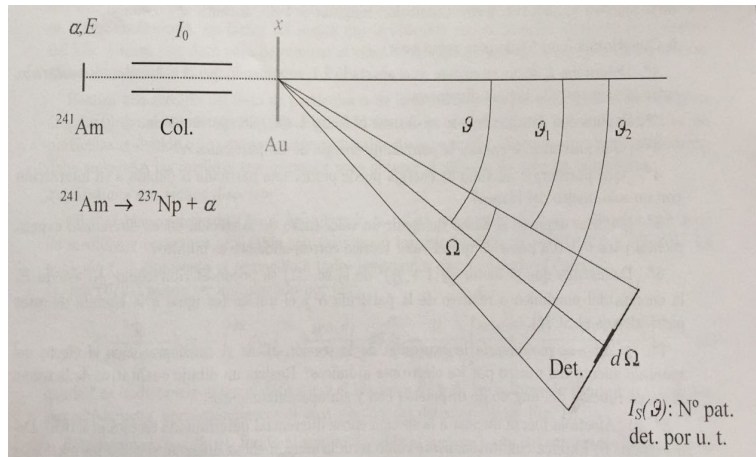


Figura 1: Esquema de la dispersión de partículas alfas.

2. Procedimiento experimental

El dispositivo experimental usado está representado en la figura 2. Antes de empezar las medidas, se hace el vacío por debajo de -1 bar alrededor del montaje para evitar el frenado de las alfas (solo tienen un alcance de algunos centímetros en el aire).

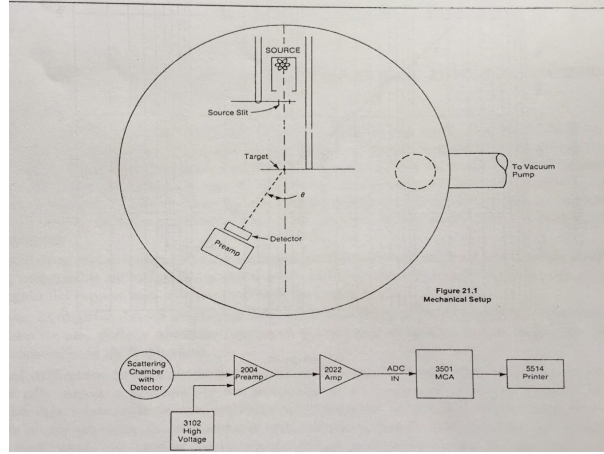


Figura 2: Dispositivo experimental usado.

El multicanal que se usa da un número de cuentas en función de un canal propio, pero lo que nos interesa es un número de cuentas por valor de energía. La primera medida consiste entonces en calibrar el equipo con una muestra patrón, que tiene un espesor despreciable para evitar que las partículas alfas se frenen dentro de la propia muestra (este problema se va a considerar más tarde en esta parte).

La segunda medida consiste en medir por diferentes ángulos entorno a $\theta = 0^\circ$ la dispersión, sin usar ninguna lámina dispersora. Se delimita una región de interés con los cursores del ordenador alrededor del pico que se observa, y se determina también la energía correspondiente a su centroide y su número de total de cuentas. Se determina de esta manera el ángulo que corresponde al centro del haz de emisión y la intensidad de la fuente I_0 .

La determinación del valor de I_0 en (3) con el dispositivo experimental que tenemos no es tan fácil como puede parecer. Esta dificultad viene de que este valor corresponde a la intensidad que llega a la lámina, y habría entonces que poner el detector exactamente donde se ponen las láminas. Como el montaje está en el vacío, es difícil mover una parte del equipo y volver a hacer el vacío después en las 4 horas de la práctica. Se puede tener en cuenta este problema multiplicando por 2,2 el valor medido de I_0 , en primera aproximación.

Después, se mide el número de cuentas a ángulos muy grandes (alrededor de 45° por ejemplo) y sin blanco dispersor, para tener una aproximación del fondo radiactivo del laboratorio.

Ya que se han determinado algunos parámetros importantes, se pone un blanco dispersor, hecho de oro o de plata, entre la fuente y el detector, girando un imán. Se realiza una serie de medidas a ángulos diferentes y se construye una tabla de resultados con los valores de ϑ , de $\left\langle \frac{1}{\sin(\vartheta/2)^4} \right\rangle$ y de $\left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) \right\rangle$ con las ecuaciones precedentes.

En este caso, un problema aparece. La fuente radiactiva tiene un espesor no despreciable, y entonces la energía E que aparece en la ecuación (1) no tiene un valor fijo pero puede tener valores en un espectro continuo de energía. Este problema se atenuará si cambiamos el valor de la energía de la manera siguiente, siendo E_1 la energía con la que la partícula incide en la lámina dispersora y E_2 la energía de la partícula después del blanco dispersor :

$$\frac{1}{E^2} \rightarrow \frac{1}{\langle E \rangle^2} = \frac{1}{E_1 E_2} \quad (5)$$

Por fin, se puede introducir una última corrección en las medidas obtenidas para compararlas con los valores teóricos obtenidos por la ecuación (2). En la práctica, el colimador usado tiene una anchura un poco excesiva, y entonces partículas alfa dispersadas a diferentes ángulos pueden llegar al mismo punto del detector. Para corregir este problema, se propone extender la región de integración en ϑ de la siguiente manera (eligiendo $\Delta(\vartheta)$ convenientemente para tener un mejor ajuste de los datos experimentales a ángulos grandes) :

$$\begin{cases} \vartheta_1 \rightarrow \vartheta_1 - \Delta(\vartheta) \\ \vartheta_2 \rightarrow \vartheta_2 + \Delta(\vartheta) \end{cases}$$

Por fin, se representa el cociente de las secciones eficaces diferenciales obtenidas para el oro y la plata en función del ángulo ϑ , con sus errores y se compara lo que se obtiene con los valores teóricos.

3. Resultados y análisis

Tenemos a nuestra disposición una serie de datos experimentales que aparecen en las ecuaciones precedentes. Por ejemplo, se sabe que la muestra patrón emite partículas alfas que tienen una energía de 5,486 MeV y que el detector está a una distancia de 6cm del blanco, tiene una superficie de 150mm² y que su anchura efectiva vale 0,6cm. Además, se sabe que las láminas tienen un diámetro de 1,3cm, y que están a una distancia de 6cm de la fuente. El colimador tiene una longitud de 4cm y una anchura de 3,6mm.

3.1. Calibración

La primera medida consistía en calibrar (encontrar la relación canal-energía) el multicanal con la segunda fuente, que tiene un espesor despreciable. Después de un tiempo de medida de más o menos 2 minutos, se veía claramente un pico (aunque en teoría sea una combinación de 5 picos) en el espectro de energía (su centroide estaba en el canal 1605), que podemos asociar a una energía de 5,486MeV. El segundo punto necesario a la regresión lineal (suponemos que la relación entre el canal y la energía es lineal) se obtiene suponiendo que el canal 0 corresponde a una energía nula.

3.2. Medida sin blanco dispersor

Después, se usa la muestra principal de Am^{241} , se pone el detector a diferentes ángulos pequeños entorno a $\theta = 0^\circ$, se delimita en el ordenador la región de interés que corresponde al pico de las alfas, y se mide la energía correspondiente al centroide del pico y el número de cuentas netas. La región de interés ha sido delimitada en este caso por los canales 683 y 1483.

ϑ ($^\circ$)	Tiempo (min)	Canal del centroide	Energía del centroide (keV)	Número de cuentas
0	1	1124	3841,6	30966
-1	1	1122	3835,9	27312
1	1	1114	3806,3	30846
2	1	1116	3815,7	28053
0,5	1	1113	3803,1	30744
40	2	0	0	0

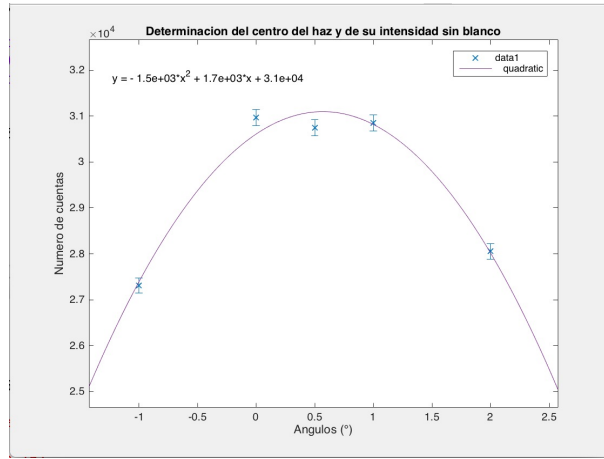


Figura 3: Medidas del número de cuentas por diferentes ángulos, sin blanco

Poniendo los errores (estimados como la raíz cuadrado del número de cuentas, como siempre con una distribución de Poisson) y calculando un fit de grado 2 con Matlab, podemos estimar que el centro del haz se encuentra por un ángulo de $0,57^\circ$. La intensidad I_0 se puede estimar también (multiplicando por 2,2 el número de cuentas esperado a $0,57^\circ$ como ya explicado) :

$$I_0 = 2,2 \cdot 31095 = 68409 \text{ cuentas/min} \quad (6)$$

3.3. Medidas con blanco dispersor

Para determinar la sección eficaz experimental que obtenemos, hay primero que determinar el valor de ϑ_1 y de ϑ_2 , usando la ecuación introducida en la parte teórica y la relación geométrica que nos permite determinar el valor de $\Delta(\vartheta)$:

$$\begin{cases} \vartheta_1 = \vartheta - \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{2} = \vartheta - \frac{\Delta\vartheta}{2} \\ \vartheta_2 = \vartheta + \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{2} = \vartheta + \frac{\Delta\vartheta}{2} \\ \Delta(\vartheta) = \frac{\omega}{l} = \frac{0,6}{6} = 0,1 \end{cases}$$

Podemos usar el valor de estos dos ángulos en la ecuación (4) y entonces calcular la sección eficaz en función del ángulo, primero en el caso de la lámina de oro de espesor 0,00233 gr/cm² (la región de interés es la región entre los canales 559 y 1483, hay que cambiar el canal de la izquierda porque con el blanco, el pico es más ancho y porque las alfas pierden energía)¹ :

ϑ (°)	Tiempo (min)	E (keV)	$\text{sen}^{-4}(\vartheta/2)$	$\langle \text{sen}^{-4}(\vartheta/2) \rangle$	$I_S(\vartheta)$ (ct/min)	$\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) \rangle_{exp}$	$\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) \rangle_{teo}$
0	1	3136	//	//	(22509 ± 150)	$(2,02 \pm 0,01) \cdot 10^{-18}$	//
10	1	2994	17331	20568	(1961 ± 44)	$(1,76 \pm 0,04) \cdot 10^{-19}$	$7,45 \cdot 10^{-20}$
15	2	2954	3445	3711	(203 ± 10)	$(1,82 \pm 0,09) \cdot 10^{-20}$	$1,45 \cdot 10^{-20}$
20	5	2925	1100	1146	(50 ± 3)	$(4,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-21}$	$4,63 \cdot 10^{-21}$
30	10	2843	223	277	(8 ± 1)	$(7,2 \pm 0,8) \cdot 10^{-22}$	$9,38 \cdot 10^{-22}$
40	25	2831	73	74	(2,4 ± 0,3)	$(2,1 \pm 0,3) \cdot 10^{-22}$	$3,07 \cdot 10^{-22}$

La sección eficaz experimental se calcula con las ecuaciones de la introducción teórica y con algunas relaciones que nos permiten definir los valores que aparecen en la ecuación (3) :

$$\begin{cases} \Omega = \frac{S_e}{l^2} \cdot 2\omega \sqrt{\frac{S}{\pi}} \cdot \frac{1}{l^2} = 2 \cdot (0,6) \sqrt{\frac{1,5}{\pi}} \cdot \frac{1}{36} = 0,023 \\ N = \frac{\rho}{m} = \frac{19,3}{3,27 \cdot 10^{-22}} = 5,9 \cdot 10^{22} \text{ atoms de Au/cm}^3 \\ x = \frac{m_{blanco}}{S_{blanco} \cdot \rho} = \frac{0,00233}{19,3} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \end{cases}$$

Y se hace exactamente lo mismo en el caso de la lámina de plata (con una región de interés entre los canales 284 y 1483) de espesor 0,00222 gr/cm² :

ϑ (°)	Tiempo (min)	E (keV)	$\text{sen}^{-4}(\vartheta/2)$	$\langle \text{sen}^{-4}(\vartheta/2) \rangle$	$I_S(\vartheta)$ (ct/min)	$\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) \rangle_{exp}$	$\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) \rangle_{teo}$
0	1	2761	//	//	(24124 ± 155)	$(1,2446 \pm 0,0008) \cdot 10^{-18}$	//
10	1	2564	17331	20568	(1701 ± 41)	$(8,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-20}$	$2,58 \cdot 10^{-20}$
15	2	2390	3445	3711	(140 ± 9)	$(7,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-21}$	$5,13 \cdot 10^{-21}$
20	5	2454	1100	1146	(32 ± 3)	$(1,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-21}$	$1,64 \cdot 10^{-21}$
30	12	2422	223	277	(6 ± 1)	$(3,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-22}$	$3,32 \cdot 10^{-22}$
40	30	2122	73	74	(2,2 ± 0,3)	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-22}$	$1,08 \cdot 10^{-22}$

El error sobre los valores experimentales se calcula usando una simple propagación de errores. Como se representan después el log en base 10 de los valores de sección eficaz, también hay que calcular el error sobre este logaritmo.

$$\begin{cases} \Delta(\text{Numero cuentas}) = \sqrt{\text{Numero cuentas}} \\ \Delta I_S(\vartheta) = \sqrt{I_S(\vartheta)} \\ \Delta(\langle \frac{d\sigma}{d\Omega} \rangle) = (\langle \frac{d\sigma}{d\Omega} \rangle) \cdot \frac{\Delta I_S(\vartheta)}{I_S(\vartheta)} \\ \Delta(\ln(x)) = \frac{\Delta(x)}{x} \end{cases}$$

Los resultados obtenidos están presentados en la figura 4.

¹El error se calcula con la raíz cuadrada del número de cuentas medido, y se divide este error por el tiempo de medida en minutos, porque este tiempo no tiene ningún error.

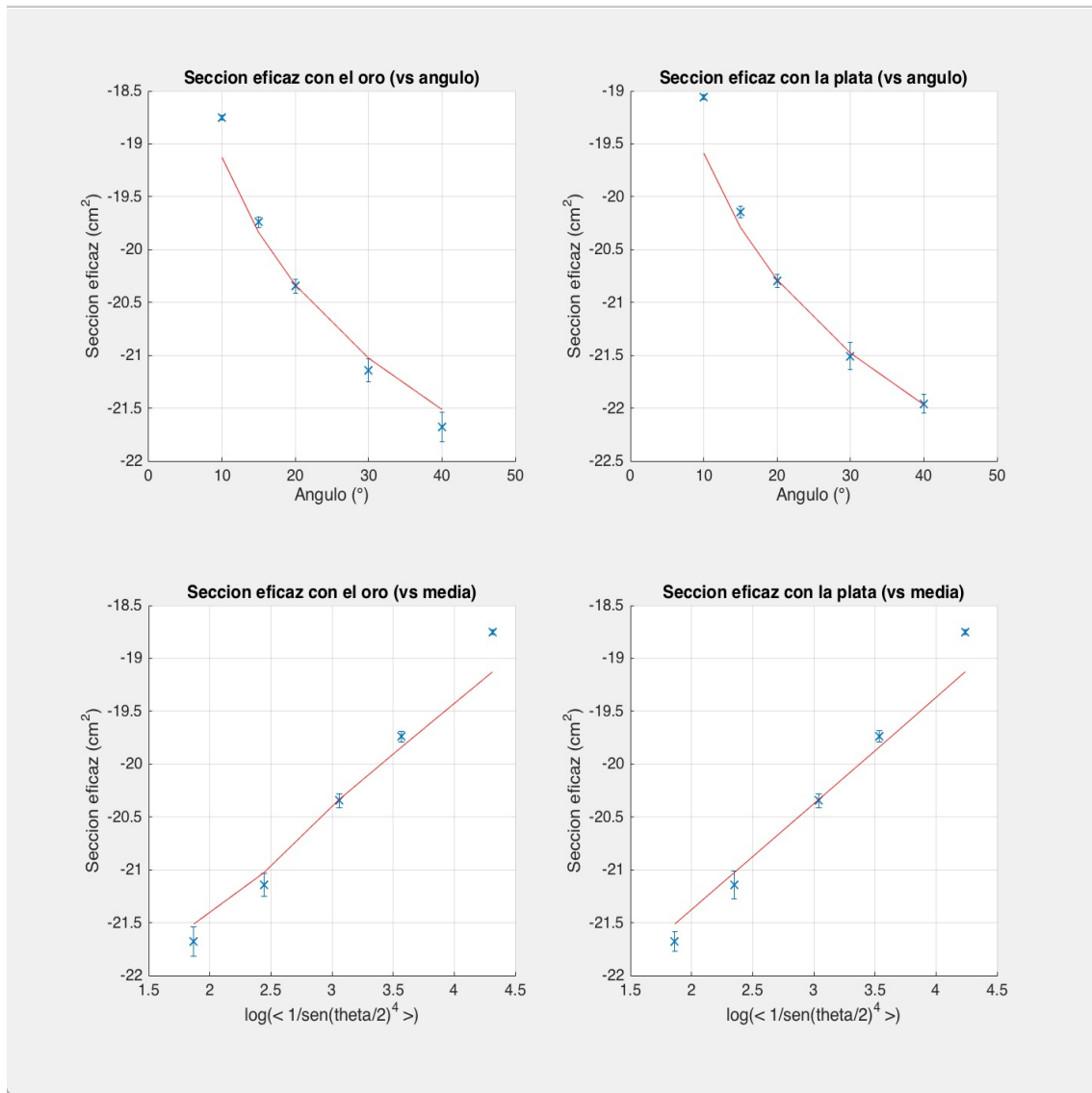


Figura 4: Comparación de los resultados de sección eficaz experimentales y teóricos.

4. Conclusión

Esta práctica funcionó bastante bien y nos dio resultados más o menos consistentes con la fórmula teórica de sección eficaz de Rutherford, excepto en el caso del primer punto de medida a ángulos pequeños, que tiene casi un factor 10 de diferencia con el valor teórico, y que el error estadístico solo no puede explicar. Esta diferencia puede venir de muchos parámetros que influyen los resultados y que no hemos tenido en cuenta.

Por ejemplo, para tener resultados mejores, se podría tener en cuenta algunas correcciones a ángulos muy pequeños (donde los valores experimentales obtenidos se alejan más de los valores teóricos) para tener en cuenta el apantallamiento del campo eléctrico por los electrones atómicos. El término de orden 4 de la ecuación (2) también se podría calcular para ver su impacto, y podríamos aumentar el tiempo de medida para disminuir el error relativo estadístico de nuestras medidas. Por fin, el montaje experimental no permite tener una precisión muy grande sobre el ángulo ϑ tampoco, y a ángulos pequeños, una pequeña variación de ϑ puede significar un valor de sección eficaz muy diferentes.