

Medida de la constante de Planck

Cedric Prieels

7 de abril de 2016

Resumen

Esta práctica tenía por objetivo principal el estudio del efecto fotoeléctrico, la emisión de electrones cuando un fotón con algunas condiciones particulares llega a un metal. En este informe, se explica el método seguido para medir la constante de Planck h que aparece en muchas ecuaciones de física cuántica, como en la ecuación de la energía de un fotón, y se verifica una hipótesis de Einstein sobre el efecto fotoeléctrico, que nos dice que existe una frecuencia umbral para el fotón debajo de la cual no se observa este fenómeno, por cualquiera intensidad de luz incidente. Este resultado es muy importante porque es en contradicción total con la mecánica clásica y solo se puede explicar con un modelo cuántico.

1. Introducción teórica

El efecto fotoeléctrico, descrito completamente por primera vez por Einstein en 1905, consiste en la emisión de electrones debida a la interacción entre un metal y fotones incidentes que cumplen algunas condiciones. Los electrones emitidos de esta manera se llaman en general *fotoelectrones*.

Según la mecánica clásica, este fenómeno se podría explicar por el intercambio de energía entre el fotón incidente y los electrones del metal. Las leyes del electromagnetismo clásico nos dicen además que en este caso, un cambio en la frecuencia y en la intensidad de la luz debería cambiar la tasa de emisión de electrones. Es una hipótesis que tiene sentido porque si los fotones incidentes tienen alguna energía, se puede pensar que podrían excitar y arrancar algunos electrones del metal.

Lo que observó Einstein es que en la realidad, las cosas no se pasan exactamente de esta manera, los resultados que conseguí obtener no estaban en correlación con estas dos predicciones del modelo clásico. Experimentalmente se observa que, si consideramos una radiación electromagnética incidente de frecuencia constante y monocromática, el número de fotoelectrones arrancados es proporcional a la intensidad de la luz recibida y que la energía cinética de los electrones no depende de la intensidad de la luz. Del otro lado, si usamos una radiación monocromática incidente de intensidad fija, el número de electrones emitidos no depende de la frecuencia de la luz recibida mientras que la energía cinética máxima de los electrones sí depende de la frecuencia de la radiación incidente. En resumen, se observó que la intensidad de la luz solo regula el número de electrones emitidos, pero no tiene nada que ver con la energía cinética de los fotoelectrones, esta energía cambia solamente con la frecuencia. Este resultado no se puede explicar con la mecánica clásica solamente.

Para explicar las observaciones experimentales, Einstein propuso una teoría alternativa : según él, la luz no es una onda que se propaga por el espacio, si no una combinación de paquetes discretos de ondas, que tienen cada uno una energía $h\nu$, siendo h la constante de Planck y ν la frecuencia del fotón. Esta hipótesis y la ecuación que sigue nos permite explicar las observaciones precedentes.

$$V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{w_0}{e} \quad (1)$$

En esta ecuación, w_0 es la energía mínima necesaria para que el fotón tenga bastante energía para arrancar un electrón del metal. Es lo que se llama la *función de trabajo del metal* y se debe a las fuerzas que existen entre los electrones dentro del metal. Esta función depende del material utilizado y se puede interpretar como la energía de retención por parte del metal. Si un electrón recibe una energía menor que w_0 , no puede escapar del metal, y si recibe una energía exactamente igual a w_0 , se puede escapar pero al salir, tendrá una energía cinética nula. Del otro lado, el factor V_0 se llama el *potencial de frenado* y corresponde a la diferencia de potencial que tenemos que aplicar para no observar ninguna corriente eléctrica debida a los fotoelectrones, es decir, para frenar completamente todos los fotoelectrones arrancados.

En esta práctica, se va primero a calcular el valor exacto de la constante de Planck h que aparece en la ecuación (1), y en muchas otras ecuaciones de mecánica cuántica. Después, se intenta verificar que el valor del potencial de frenado V_0 (y entonces la energía cinética de los fotoelectrones) es independiente de la intensidad de la luz incidente, y que sólo depende de la frecuencia de la luz.

2. Dispositivo y desarrollo experimental

El dispositivo usado durante la práctica es muy sencillo y se representa en la figura 1. En esta figura se puede ver la capa de metal usado (el cátodo C), el ánodo A que atrae los electrones arrancados por la luz y se aplica además una diferencia de potencial V entre el cátodo y el ánodo. Si la luz incidente arranca electrones, estos fotoelectrones se desplazan hacia el ánodo y este movimiento se puede medir como una corriente eléctrica, con un galvanómetro G.

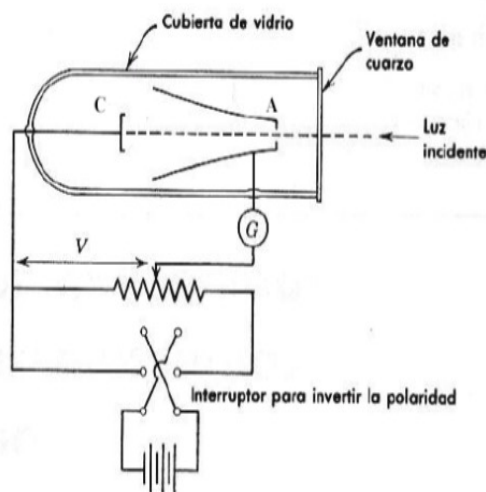


Figura 1: Dispositivo experimental usado en la práctica.

Para medir el valor de la constante de Planck, se usa además todo un sistema en un banco óptico para seleccionar uno o otro tipo de luz incidente. Se usa primero una lámpara de Hg, que se calienta y que emite fotones en toda una banda de longitudes de onda. Estos fotones atraviesan un primer diafragma que deja pasar más o menos luz, una lente convergente para enfocarlos, y filtros de colores de 5 longitudes de onda diferentes. Por fin, la luz atraviesa otro diafragma, un colimador y llega a una célula fotoeléctrica (circuito eléctrico compuesto de un amplificador, de un condensador y de un multímetro).

El uso de 5 filtros de colores diferentes permite medir 5 puntos diferentes para representar el valor del potencial V usado en el eje y de una gráfica, con respecto al valor de la frecuencia seleccionada por el filtro de color elegido.

Usando la ecuación (1), se puede determinar el valor de la constante de Planck h calculando el pendiente de la curva así obtenido, sabiendo que $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$. Se repite esta medida de h cinco veces para mejorar la precisión, porque estamos midiendo intensidades de corriente muy bajas, del orden del nA o del pA, que tienen fluctuaciones grandes.

Después, se cambió el circuito eléctrico usado para poder modificar el valor de la diferencia de potencial V con una resistencia de valor variable. Lo que se quiere demostrar en este caso es la contradicción con la mecánica clásica del efecto fotoeléctrico que ha sido explicado en la introducción teórica. Por eso, queremos demostrar que si usamos luz monocromática de intensidades diferentes pero que tienen la misma frecuencia, el potencial necesario para frenar todos los electrones arrancados (llamado el *potencial de frenado* V_0) es lo mismo en los dos casos.

Para cumplir este objetivo, se usa un filtro de color azul de 405nm que tiene una buena respuesta, y se abren simplemente los diafragmas más o menos para cambiar la intensidad de la luz. Ponemos una contratensión de valor variable, y se mide la corriente total así obtenida, hasta llegar a una intensidad nula. Este punto nos da directamente el potencial de frenado.

3. Resultados obtenidos

La primera parte de la práctica consistía entonces en medir la constante de Planck con el método descrito en la parte precedente. Para esta medida, se usan 5 filtros colores que dejan pasar un intervalo de longitudes de onda muy pequeño (en el caso ideal, los filtros tendrían que dejar pasar una solo longitud de onda, pero en la práctica no existen filtros así, los filtros siempre dejan pasar una distribución gaussiana de longitudes de onda y no una delta de Dirac perfecta).

Para tener un valor de la constante de Planck, teníamos que poner en una gráfica el potencial de frenado V_0 con respecto a la frecuencia de la luz incidente. Como se sabe que la constante de Planck es muy pequeña y que estamos midiendo corrientes eléctricas muy pequeñas, se repite el experimento 5 veces para mejorar el error sobre nuestra medida. Los resultados obtenidos están en el cuadro 1 y en la figura 2.

λ (nm)	ν (Hz)	V_0 (medida 1) (V)	V_0 (medida 2) (V)	V_0 (medida 3) (V)	V_0 (medida 4) (V)	V_0 (medida 5) (V)	V_0 (valor medio) (V)
365	$8,22 \cdot 10^{14}$	1,82	1,80	1,79	1,79	1,80	1,80
405	$7,41 \cdot 10^{14}$	1,43	1,40	1,35	1,39	1,39	1,39
436	$6,88 \cdot 10^{14}$	1,26	1,26	1,26	1,24	1,25	1,25
546	$5,49 \cdot 10^{14}$	0,75	0,75	0,75	0,74	0,75	0,75
578	$5,19 \cdot 10^{14}$	0,62	0,61	0,62	0,61	0,62	0,62

Cuadro 1: Resultados obtenidos para el potencial de frenado y la frecuencia de la luz incidente.

El error sobre el valor del potencial de frenado ha sido estimado como $\pm 0,01$, mirando al cambio del valor en el dispositivo de medida, pero es probablemente más grande por las otras fuentes de errores que juegan un papel (como el filtro que no deja pasar una luz perfectamente monocromática). El valor exacto del error introducido por estas fuentes de errores es muy difícil de estimar.

Después, para calcular el valor de h , se representa la gráfica de V_0 en función de la frecuencia, se hace una regresión lineal y se calcula la pendiente. Como se ve en la ecuación (1), la constante de Planck vale esta pendiente multiplicada por la carga elemental del electrón. Esto se hace para cada medida para sacar 5 valores de h diferentes, pero en este informe, solo se representa en la figura 2 la gráfica obtenida en el caso medio (eligiendo los valores de V_0 medio obtenidos).

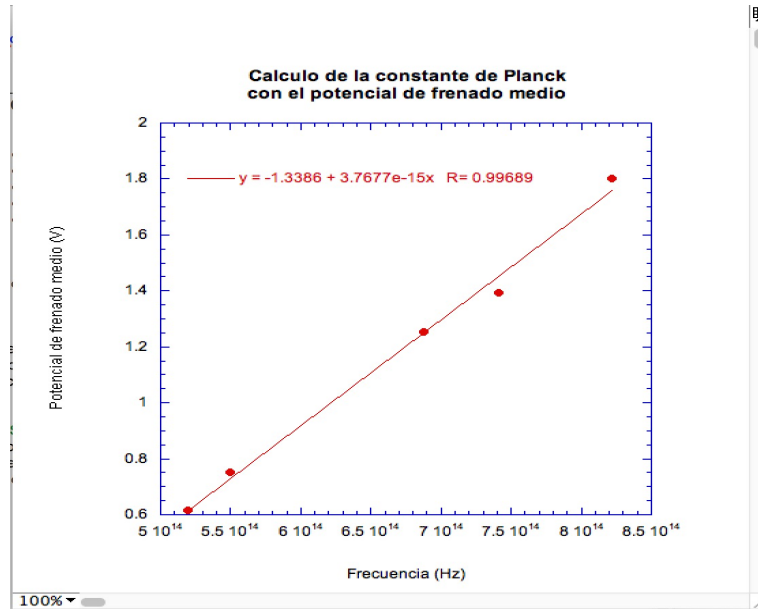


Figura 2: Cálculo de la constante de Planck en el caso medio.

Número de medida	Pendiente	Constante de Planck ($m^2 \cdot kg \cdot s$)
1	$3,83 \cdot 10^{-15}$	$6,13 \cdot 10^{-34}$
2	$3,79 \cdot 10^{-15}$	$6,06 \cdot 10^{-34}$
3	$3,67 \cdot 10^{-15}$	$5,87 \cdot 10^{-34}$
4	$3,77 \cdot 10^{-15}$	$6,03 \cdot 10^{-34}$
5	$3,75 \cdot 10^{-15}$	$6,00 \cdot 10^{-34}$
Medio	$3,76 \cdot 10^{-15}$	$6,01 \cdot 10^{-34}$

Cuadro 2: Constante de Planck medida.

La práctica nos da entonces valores claramente por defecto, si comparamos con el valor de la constante de Planck muy bien conocida estos días de $6,62 \cdot 10^{-34} m^2 \cdot kg \cdot s$. Usando el valor del termino independiente de nuestra regresión lineal, se puede también determinar el valor de la función de trabajo del metal :

$$\bar{w}_0 = 1,36 eV \quad (2)$$

Se puede calcular el error de manera completa y correcta usando el apéndice de los apuntes de preparación al laboratorio. En este caso, usando las variables ya definidas, tenemos que :

$$\left\{ \begin{array}{l} S = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{0,01^2} = 50000 \\ S_x = \sum_{i=1}^5 \frac{x_i}{\sigma_i^2} = \frac{8,22 \cdot 10^{14}}{0,01^2} + \frac{7,41 \cdot 10^{14}}{0,01^2} + \frac{6,88 \cdot 10^{14}}{0,01^2} + \frac{5,49 \cdot 10^{14}}{0,01^2} + \frac{5,19 \cdot 10^{14}}{0,01^2} = 3,31 \cdot 10^{19} \\ S_{xx} = \sum_{i=1}^5 \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} = 2,26 \cdot 10^{34} \\ \Delta = S \cdot S_{xx} - S_x^2 = 3,44 \cdot 10^{37} \end{array} \right.$$

Estos cálculos nos dan el error siguiente sobre la pendiente :

$$\sigma_m = \frac{S}{\Delta} = 4 \cdot 10^{-17}$$

Este error obtenido parece plausible a la vista del valor de las pendientes obtenidas, aunque pueda que sea un poco pequeño. El error ha sido calculado estimando que las medidas de potencial tienen un error de 0,01V asociadas, pero en realidad, sabemos que habría que tener en cuenta más factores de errores para tener un resultado mejor aún (como el hecho de que el filtro no deja una luz perfectamente monocromática, y habría también que verificar experimentalmente el impacto de otros factores, como la temperatura en el laboratorio).

La segunda parte de la práctica consistía en poner en evidencia que el potencial de frenado V_0 es lo mismo para dos intensidades de luz diferentes, que tienen la misma frecuencia. Por eso, se elige el filtro de color de 405nm y dos aperturas de diafragmas diferentes para tener intensidades diferentes, y se mide el valor de la corriente del circuito en función de la contratensión aplicada (que no puede superar el valor del potencial de frenado medido antes, para evitar tener corrientes negativas). Después, se pone en una gráfica los resultados obtenidos y miramos si la intersección de las dos curvas con el eje x (el potencial de frenado) es lo mismo, o si no lo es. Los resultados están en los cuadros 3 y 4.

Contratensión V (V)	Intensidad medida (nA)
0,00	$(1,69 \pm 0,01)$
-0,13	$(1,18 \pm 0,01)$
-0,26	$(0,95 \pm 0,01)$
-0,39	$(0,69 \pm 0,01)$
-0,53	$(0,45 \pm 0,01)$
-0,66	$(0,25 \pm 0,01)$
-0,79	$(0,086 \pm 0,002)$
-0,90	$(1,34 \cdot 10^{-2} \pm 0,01 \cdot 10^{-2})$
-1,02	$(0,575 \cdot 10^{-2} \pm 0,005 \cdot 10^{-2})$
-1,10	$(0,210 \cdot 10^{-2} \pm 0,002 \cdot 10^{-2})$
-1,10	$(1,18 \cdot 10^{-4} \pm 0,01 \cdot 10^{-4})$
-1,20	$(0,088 \cdot 10^{-4} \pm 0,002 \cdot 10^{-4})$

Cuadro 3: Resultados de la intensidad en función de la contratensión aplicada para la intensidad de luz pequeña.

Contratensión V (V)	Intensidad medida (nA)
0,00	$(89,5 \pm 0,2)$
-0,10	$(75,2 \pm 0,2)$
-0,20	$(61,0 \pm 0,5)$
-0,33	$(45,0 \pm 0,3)$
-0,45	$(27,2 \pm 0,2)$
-0,62	$(13,1 \pm 0,2)$
-0,76	$(2,1 \pm 0,1)$
-0,86	$(1,01 \pm 0,01)$
-0,99	$(0,419 \pm 0,003)$
-1,04	$(0,218 \pm 0,002)$
-1,12	$(0,029 \pm 0,001)$
-1,23	$(4,60 \cdot 10^{-3} \pm 0,1 \cdot 10^{-3})$
-1,29	$(8,7 \cdot 10^{-4} \pm 0,2 \cdot 10^{-4})$
-1,30	$(2,8 \cdot 10^{-4} \pm 0,2 \cdot 10^{-4})$

Cuadro 4: Resultados de la intensidad en función de la contratensión aplicada para la intensidad de luz grande.

En los resultados de los cuadros 3 y 4, el error sobre la contratensión ha sido estimado a 0,01 V y el error sobre la intensidad depende de cada medida, y ha sido estimado mirando al cambio del valor dado por el multímetro. Las líneas horizontales que aparecen representan el cambio de escala de medida, que pueden influir un poco sobre las medidas obtenidas. Las gráficas obtenidas con estos datos se encuentran en la figura 3.

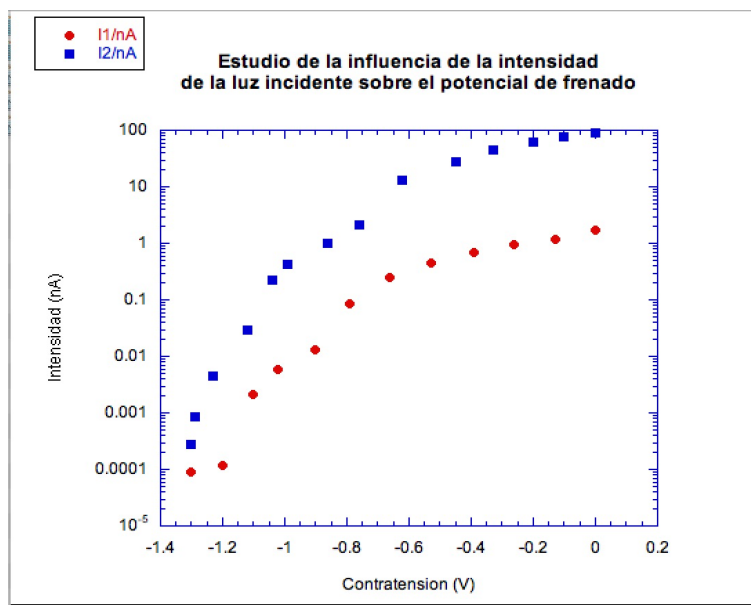


Figura 3: Estudio de la influencia de la intensidad de la luz incidente en el efecto fotoeléctrico.

En esta figura se ve claramente que la hipótesis de Einstein parece correcta. Las dos líneas convergen hacia el mismo punto, hacia el mismo potencial de frenado, aunque las intensidades de luz incidente sean muy diferentes. Este resultado no puede explicarse con la mecánica clásica y es contrario a la intuición.

4. Cuestiones

4.1. Cuestión 1

Esta cuestión ya ha sido discutida dentro del informe, con el cálculo completo del error de un ajuste a una recta por mínimos cuadrados cuando existe incertidumbre en los valores de la variable independiente.

4.2. Cuestión 2

Como se ha estudiado en la introducción teórica, el fenómeno fotoeléctrico no debería depender de la intensidad de la luz incidente, es el resultado más sorprendente de este experimento. Lo que hemos medido en la segunda parte del experimento corresponde con esta hipótesis teórica, hemos visto que el potencial de frenado es exactamente lo mismo si usamos dos intensidades de luz diferentes, pero de misma frecuencia. El número de electrones arrancados sí que depende de la intensidad de la luz incidente, pero no depende de la frecuencia elegida. Esta discusión se puede resumir diciendo que una luz de frecuencia alta y de intensidad pequeña produce menos electrones de energía más grande que una luz de frecuencia baja y de intensidad grande.

4.3. Cuestión 3

Si no filtramos la luz incidente, muchas diferentes longitudes de onda van a poder llegar a la célula fotoeléctrica. Como lo vimos en la ecuación (1), el potencial de frenado depende directamente de la función de trabajo del metal elegido, de la carga del electrón y de la frecuencia de luz (y entonces

por supuesto, de la longitud de onda). Si la frecuencia incidente es más alta, mayor es el potencial de frenado necesario para frenar todos los electrones y obtener una intensidad de corriente nula. En este caso, con la luz natural, el potencial de frenado tendrá el valor necesario para frenar los electrones más energéticos, que vienen de fotones que tienen la mayor frecuencia. Si aplicamos un potencial de frenado que llega a parar estos electrones energéticos, los electrones de energía menor también se van a parar. Entonces, el potencial de frenado equivale al potencial de frenado del componente de luz de mayor frecuencia.

4.4. Cuestión 4

Si el condensador es inicialmente descargado, un multímetro colocado en el punto (1) de la figura 4 de los apuntes de preparación podría medir la corriente debida a los fotoelectrones emitidos por el cátodo de potasio a medida de que se carga el condensador, usando la ecuación bien conocida $V = \frac{Q}{C}$. El condensador va recogiendo carga hasta que la diferencia de potencial entre sus placas corresponde exactamente al potencial de frenado asociado a la longitud de onda de la luz usada, por lo que la corriente medida es nula.

4.5. Cuestión 5

Si usamos luz incidente que proviene de una lámpara de mercurio, un cambio de filtro de color no cambiará la corriente de saturación del dispositivo. Esto es porque al cambiar la longitud de onda incidente, cambiamos el valor del potencial de frenado, como ya visto muchas veces. Pero la corriente de saturación no depende de este potencial de frenado, solo depende del número de electrones que llegan al detector. Entonces, en este caso, cambiar el filtro no cambia este número de electrones y la corriente de saturación queda constante.

4.6. Cuestión 6

La función de trabajo ha sido medida a $w_0 = 1,4$ eV, lo que es muy por debajo del valor teórico de 2,3 eV. Habría que hacer un cálculo explícito y completo del error para saber si el valor obtenido es plausible o no, pero como ya lo hemos visto, el error en el caso de la pendiente de la gráfica (constante de Planck) ya no funciona muy bien porque solo hemos considerado una fuente de error. Un estudio completo se requiere para poder estudiar el origen de las discrepancias obtenidas, el error exacto y posibles soluciones al problema.

5. Conclusión

Esta práctica nos permitió primero estudiar el efecto fotoeléctrico y medir el valor de la constante de Planck, que aparece en muchas ecuaciones de la mecánica cuántica y en la ecuación principal del efecto fotoeléctrico. Con esta práctica medimos $h = 6,01 \cdot 10^{-34}$ con un error estimado a $6,4 \cdot 10^{-36}$ con el método descrito en las hojas de preparación. Este error ha sido calculado suponiendo un error demasiado pequeño sobre los valores de tensión medidos, así que para mejorar el resultado, habría que añadir otras fuentes de errores.

Después, se estudió la influencia de la intensidad de la luz incidente sobre el valor del potencial necesario para parar todos los fotoelectrones, el potencial de frenado. Se quería y se logró demostrar que el potencial de frenado no depende de la intensidad de la luz incidente, si usamos dos haces de luz de intensidad diferente pero de misma frecuencia.