

Tema 3. Modelos nucleares

César Fernández Ramírez
Departamento de Física Interdisciplinar
Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)



Contextualización dentro de la asignatura

- **Bloque I. Estructura nuclear**
 - Tema 1. Principales características del núcleo atómico
 - Tema 2. La interacción nuclear. El deuterón y la interacción nucleón-nucleón
 - **Tema 3. Modelos nucleares**
- Bloque II. Radioactividad y desintegraciones nucleares
 - Tema 4. Desintegración nuclear
 - Tema 5. Desintegración α , β y γ
- Bloque III. Reacciones nucleares e interacción radiación-materia
 - Tema 6. Reacciones nucleares
 - Tema 7. Interacción radiación-materia
- Bloque IV. Física subnuclear
 - Tema 8. El Modelo Estándar de partículas elementales
 - Tema 9. Quarks y hadrones

Cronograma

	L	M	X	J	V	S	D
Octubre		1	2	3	4	5	6
	7	8	9	10	11	12	13
	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27
	28	29	30	31			
Noviembre					1	2	3
	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17
	18	19	20	21	22	23	24
	25	26	27	28	29	30	
Diciembre							1
	2	3	4	5	6	7	8
	9	10	11	12	13	14	15
	16	17	18	19	20	21	22
	23	24	25	26	27	28	29
	30	31					
Enero			1	2	3	4	5
	6	7	8	9	10	11	12
	13	14	15	16	17	18	19
	20	21	22	23	24	25	26
	27	28	29	30	31		

Bloque I
Tema 1
Tema 2
Tema 3
Bloque II
Tema 4
Tema 5
Bloque III
Tema 6
Tema 7
Bloque IV
Tema 8
Tema 9

Apertura foros
Apertura TE
PEC
Periodo vacacional
Cierre foros
Exámenes
Cierre TE

Material disponible

- Material disponible en el repositorio Github de la asignatura
 - <https://github.com/cefera/FNyP>
- Esta presentación:
 - [./Presentaciones/Tema3.pdf](#)
- Código en Python asociado:
 - [./Notebooks/Tema3.ipynb](#)

Esquema

- Introducción
- Modelo del gas de Fermi
- Modelo de la gota líquida. Fórmula Semiempírica de Masas
- Modelo de partícula individual. Modelo de capas
- Modelo vibracional
- Modelo rotacional
- Modelo unificado

Objetivos específicos

- Entender la necesidad de establecer modelos que expliquen las distintas propiedades de los núcleos, basándose en determinadas aproximaciones.
- Estudiar el modelo del gas de Fermi y las principales conclusiones que se sacan de él.
- Establecer las bases del modelo de la gota líquida y obtener la fórmula semiempírica de la masa, basándose en este modelo.
- Describir, en primera aproximación, el modelo de capas y, a partir de este modelo, definir el estado fundamental y estados excitados del núcleo, predecir los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico y su espín y paridad.
- Conocer los modelos colectivos rotacional y vibracional.

Introducción

Introducción

- Hemos visto las propiedades generales de los núcleos
 - Núcleos compuestos por nucleones, radio nuclear, densidad de carga y materia. Masa y abundancia de los núcleos. Energía de ligadura. Estabilidad nuclear. Momentos nucleares, espín, isospín, paridad.
 - El sistema más simple de interacción nuclear: nucleón-nucleón. El estado nuclear ligado más simple: el deuterón. Propiedades de la interacción nucleón-nucleón.
- Vamos a estudiar
 - Modelos nucleares como el de gas de Fermi. El modelo de partícula independiente. Los números mágicos. Modelos colectivos.

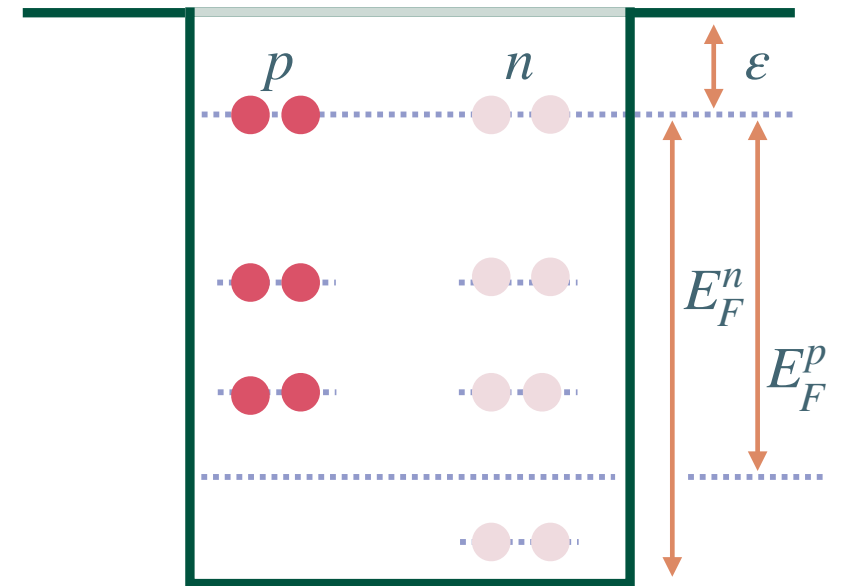
El núcleo

- Es un sistema cuántico de gran complejidad formado por A nucleones interaccionando entre sí.
- En la forma del potencial intervienen interacciones a 2, 3, ... cuerpos. La resolución es inviable
- Se construyen modelos teniendo en cuenta ciertos grados de libertad concretos
- Modelos microscópicos (partículas individual)
 - Los grados de libertad dependen de los nucleones constituyentes
 - Se utiliza un potencial fenomenológico
 - La resolución de la ecuación de Schrödinger correspondiente es muy compleja
- Modelos macroscópicos o colectivos
 - La interacción depende de grados de libertad colectivo del núcleo
 - Pueden relacionarse, en principio, con las coordenadas microscópicas

Modelo del gas de Fermi

Modelo del gas de Fermi

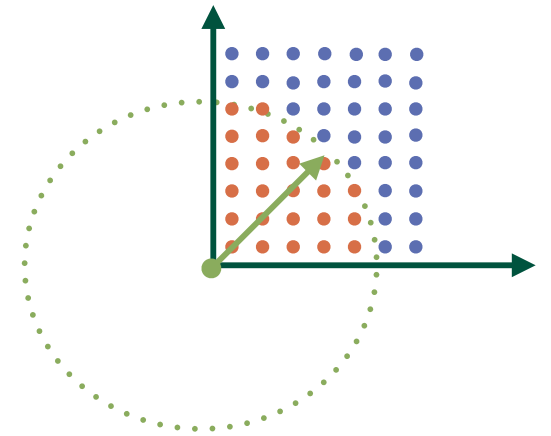
- Explica propiedades globales de los nucleones sin tener en cuenta la forma global del potencial
- Se basa en un gas cuántico fermiónico confinado en un pozo de paredes infinitas
- Se cumple la estadística de Fermi-Dirac
- Los nucleones van ocupando estados hasta el de mayor energía (energía de Fermi)
- Los protones y los neutrones ocupan dos pozos separados pero, tienen la misma energía de Fermi



Contando el número de estados

- Tomamos un pozo en 3D con $L_x = L_y = L_z = L$
- $E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$, $E_F = \frac{p_F^2}{2m}$
- El número de estados ocupados hasta un momento de Fermi ha de cumplir

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 < p_F^2 \Rightarrow \frac{\pi^2 \hbar^2}{L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) < p_F^2 \Rightarrow n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 < \frac{p_F^2 L^2}{\pi^2 \hbar^2}$$
- Para cada combinación (n_x, n_y, n_z) tenemos un único estado por unidad de volumen
- La esfera de radio R es definida por $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 < \frac{p_F^2 L^2}{\pi^2 \hbar^2} = R^2 \Rightarrow R = \frac{p_F L}{\pi \hbar}$
- El volumen de la esfera es el número de estados hasta el momento de Fermi
- Como $n_x, n_y, n_z > 0$ tenemos que tomar un octante de la esfera
- Como los nucleones tienen espín, podemos poner dos nucleones por punto de volumen
- $$n = 2 \frac{1}{8} \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi}{3} \left(\frac{p_F L}{\pi \hbar} \right)^3$$



Momento de Fermi

- El momento de Fermi en función de la densidad queda $p_F = \hbar \sqrt[3]{3\pi^2} \sqrt[3]{\frac{n}{V}}$
- Si tomamos el caso $n = Z$ y el volumen $V = \frac{4}{3}\pi(r_0 A^{1/3})^3 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$ lo que implica
$$p_F = \frac{\hbar}{r_0} \sqrt[3]{\frac{9\pi}{4}} \sqrt[3]{\frac{Z}{A}}$$
 para los protones
- Para los neutrones $p_F = \frac{\hbar}{r_0} \sqrt[3]{\frac{9\pi}{4}} \sqrt[3]{\frac{A-Z}{A}}$
- Si tomamos el caso $r_0 = 1,2 \text{ fm}$ y $\frac{Z}{A} \sim \frac{1}{2}$, $p_F \approx 250 \text{ MeV}/c$ que se corresponde con
$$\beta = \frac{v_F}{c} \approx \frac{p_F c}{m_p c^2} \approx 0,27$$

Energía de Fermi

- La energía de Fermi se puede estimar a partir del momento de Fermi

- Protones
$$E_F = \frac{\hbar c^2}{2r_0^2 m_p c^2} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{Z}{A} \right)^{\frac{2}{3}}$$

- Neutrones
$$E_F = \frac{\hbar c^2}{2r_0^2 m_p c^2} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{A - Z}{A} \right)^{\frac{2}{3}}$$

- Si $Z/A \approx (A - Z)/A \approx 1/2$ y $r_0 = 1,2$ fm la energía de Fermi es $E_F \sim 33$ MeV
- La energía de Fermi nos dice aproximadamente la diferencia de energía entre el fondo del potencial y el estado más energético
- Ergo, la profundidad del potencial es $33+8=41$ MeV
- Si tomamos un pozo para protones y otro para neutrones, las profundidades de los pozos son diferentes
- Pregunta: ¿Qué ocurriría si la energía del último nivel fuera diferente para protones y neutrones?

Modelo de la gota líquida. Fórmula Semiempírica de Masas

Modelo de la gota líquida

- Supone que el núcleo es un fluido incompresible
→ Fórmula Semiempírica de Masas o Fórmula de Bethe-Weizsäcker
- Estima la energía de ligadura para un núcleo a partir de N y Z

$$E_B(Z, N) = [Z\mathcal{M}({}^1\text{H}) + Nm_n - \mathcal{M}(Z, N)] c^2$$

Modelo de la gota líquida

$$E_B/A = a_V - a_S/A^{1/3} - a_C Z^2/A^{4/3} - a_A(A - 2Z)^2/A^2 + \delta/A^{3/2}$$

$$\delta = \begin{cases} +a_p & \text{si par-par} \\ 0 & \text{si } A \text{ impar} \\ -a_p & \text{si impar-impar} \end{cases}$$

$$a_V = 15,75 ; a_S = 17,8 ; a_C = 0,711 ; a_A = 23,7 ; a_p = 11,18$$

- Tiene 5 parámetros
- La dependencia funcional está determinada por el modelo de la gota líquida
- Los coeficientes se determinan ajustando las energías de ligadura o masas de los núcleos. Parámetros de J.W. Rohlf, Modern Physics from α to Z_0 (1994)

Origen de los términos de la Fórmula Semiempírica de Masas

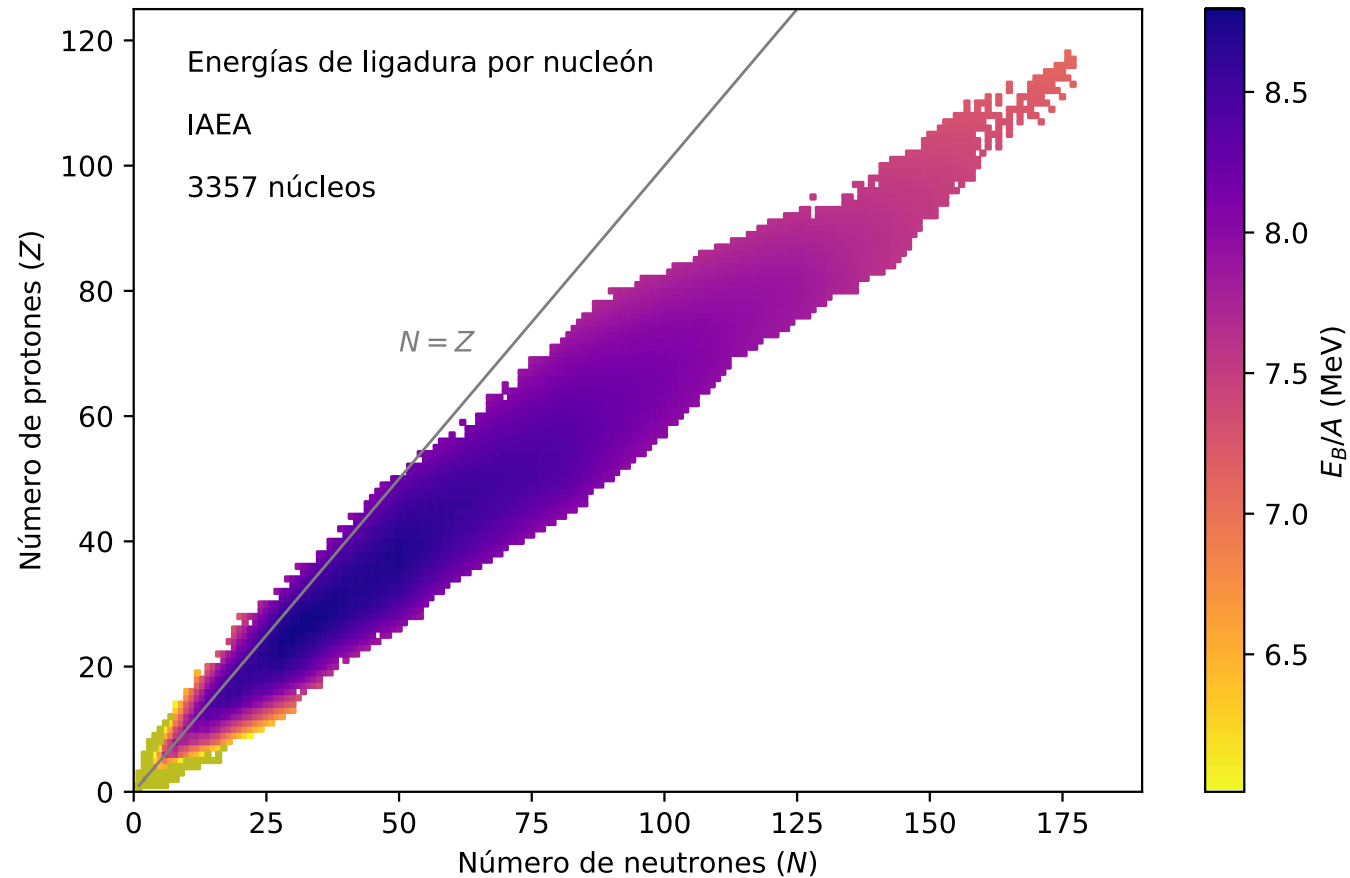
- Término es de volumen: $a_V A$
El volumen nuclear es directamente proporcional a la masa y hay saturación
- Término de superficie: $-a_S A^{2/3}$
Análogo a la tensión superficial de un fluido. Consecuencia de que los nucleones en la superficie tienen menos interacciones con los otros nucleones
- Término de Coulomb: $-a_C Z^2/A^{1/3}$
Energía electroestática $\propto Z^2/R$
- Término de asimetría: $-a_A (A - 2Z)^2/A = -a_A (N - Z)^2/A$
Tiene en cuenta que se favorecen núcleos que no tengan el mismo número de protones que de neutrones
- Término de Pairing:
Asociado al hecho de que los núcleos par-par son favorecidos y los núcleos impar-impar desfavorecidos

Otras predicciones de la Fórmula Semiempírica de Masas

- Si Z_{\min} es el número atómico del núcleo más estable con A nucleones la FSM predice: $Z_{\min} \approx \frac{A}{2 + \frac{a_c}{2a_A} A^{2/3}}$ que es muy próximo a la realidad
- El modelo de la gota líquida explica el radio nuclear $R = r_0 A^{1/3}$ en base a la incompresibilidad del fluido

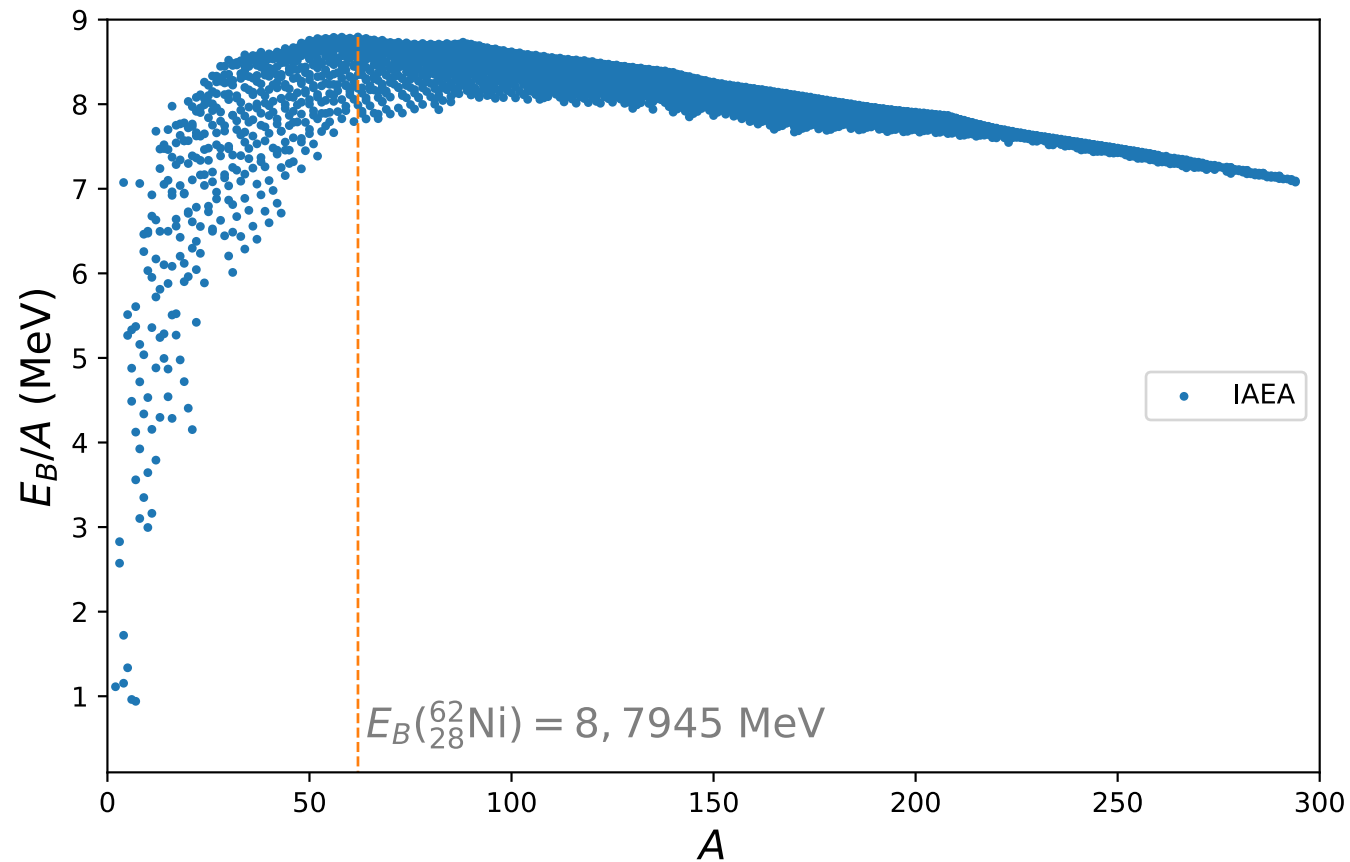
Energías de ligadura

- Recordemos la energía de ligadura por nucleón de los estados fundamentales de la carta nuclear



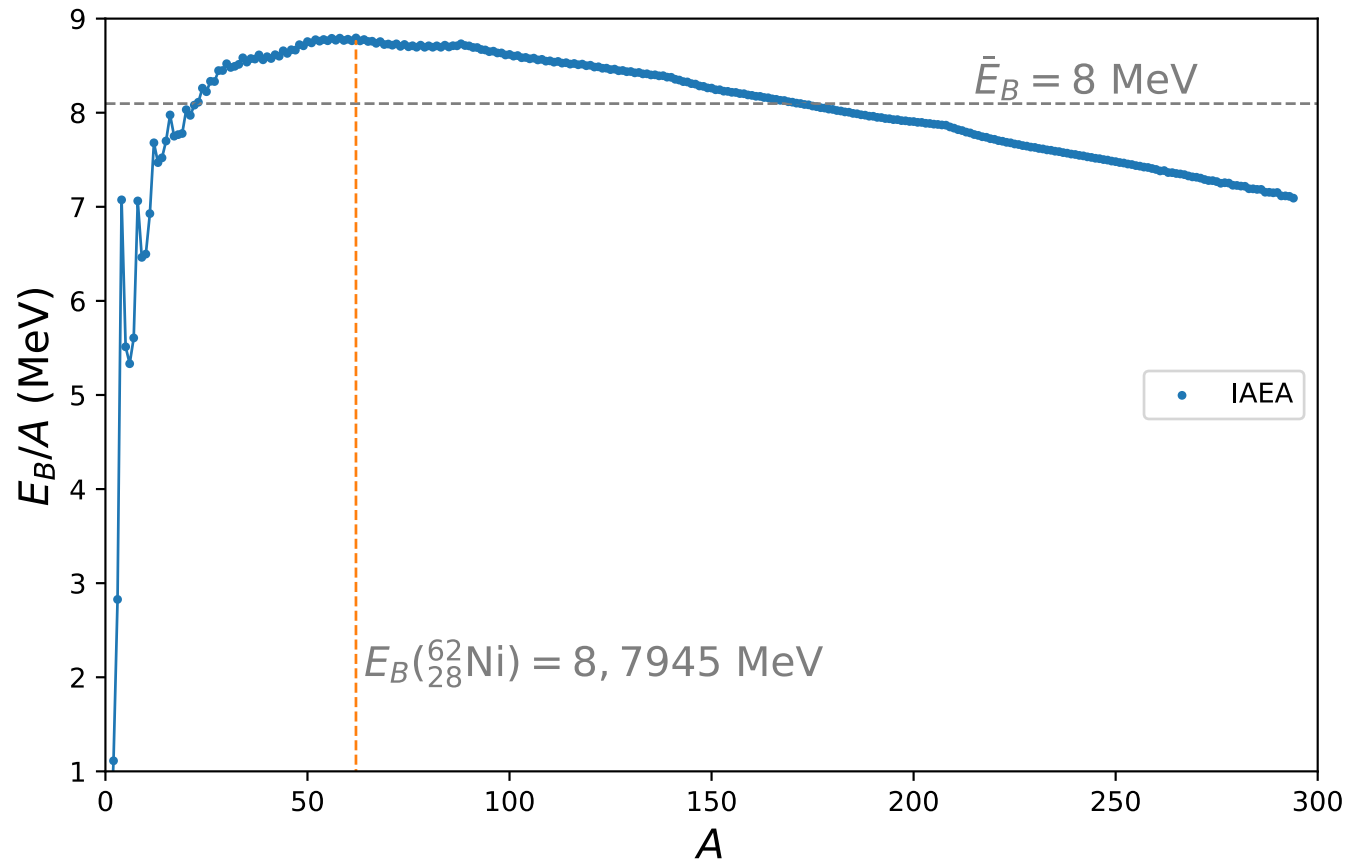
Energías de ligadura

- Recordemos la energía de ligadura por nucleón de los estados fundamentales de la carta nuclear
- Energías de ligadura por nucleón en función de A

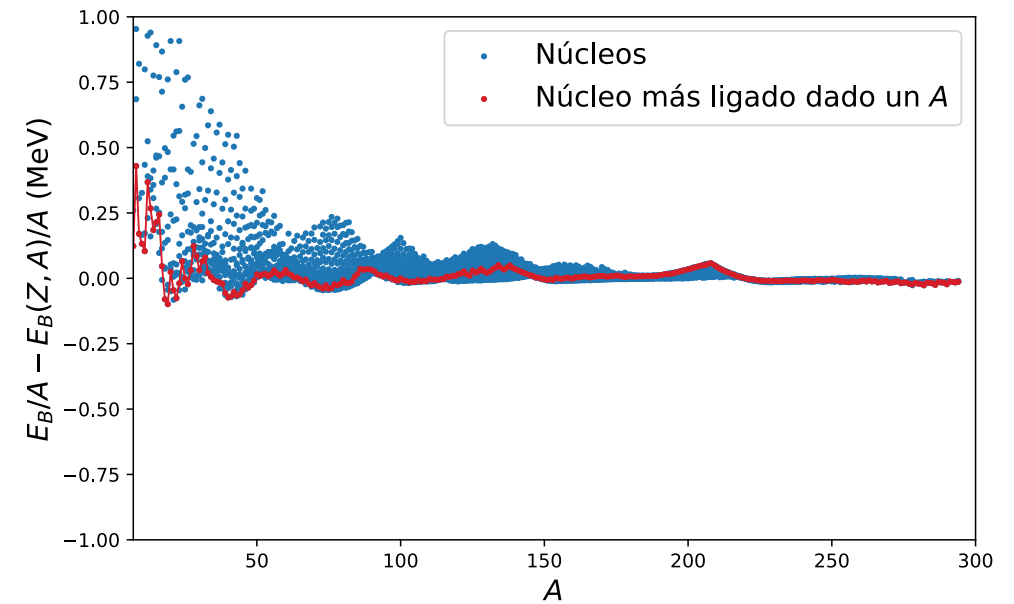
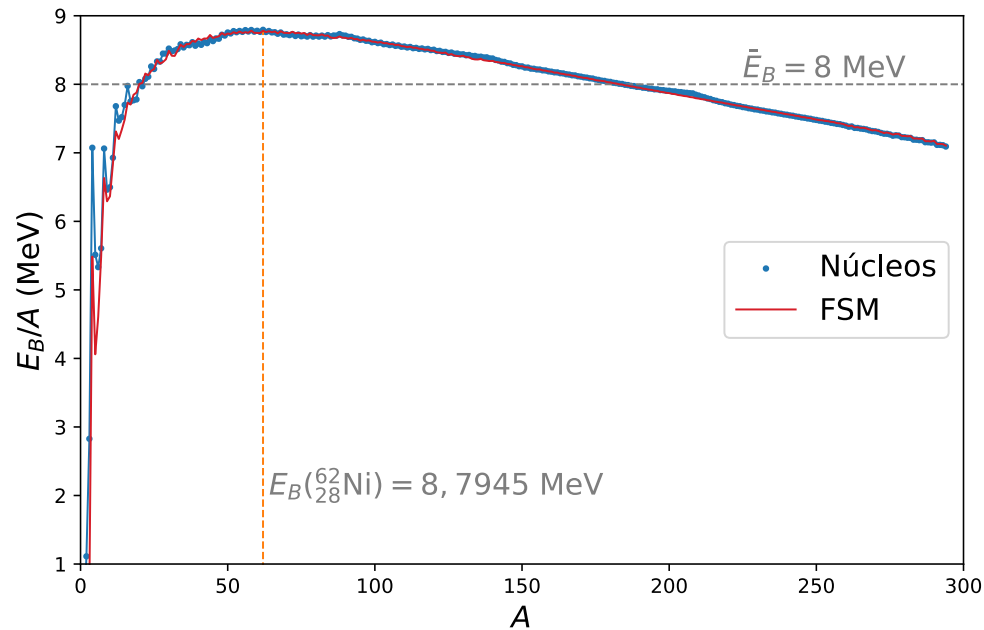


Energías de ligadura

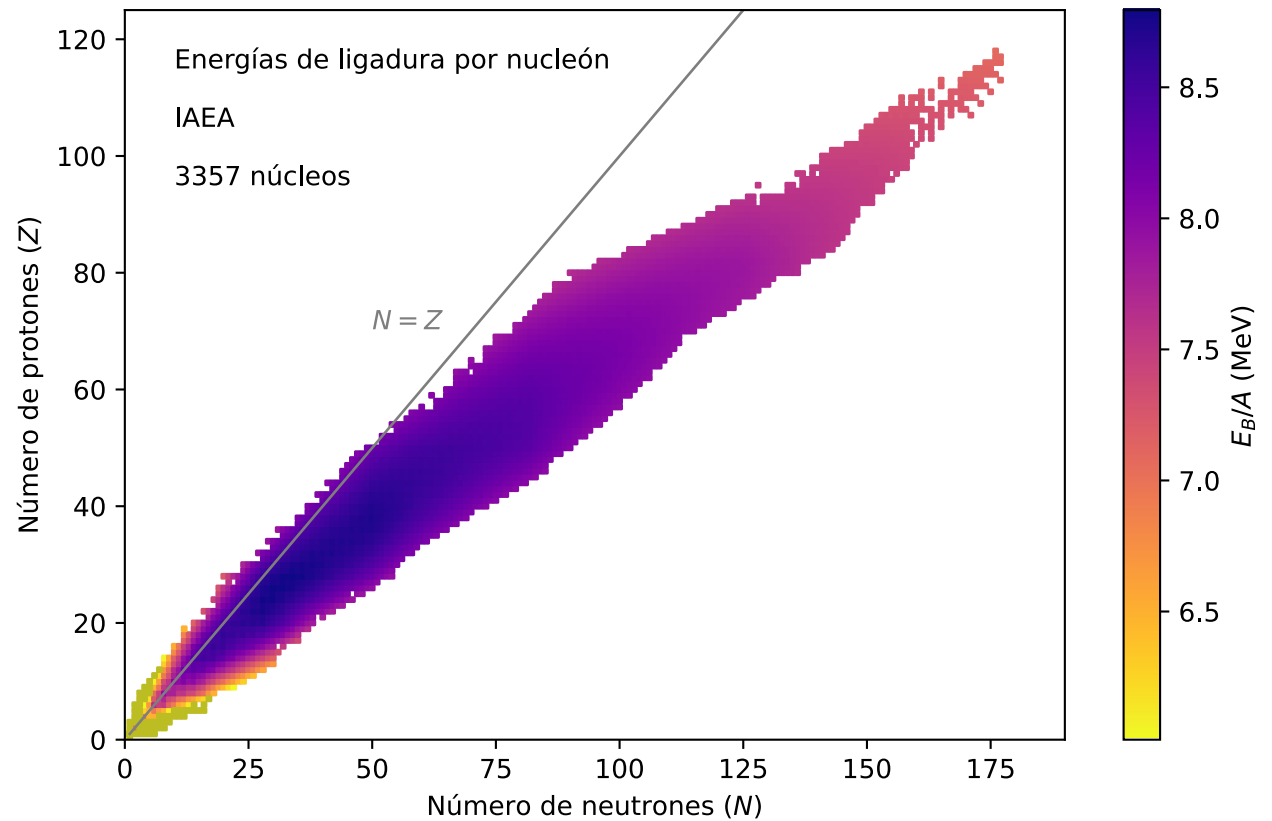
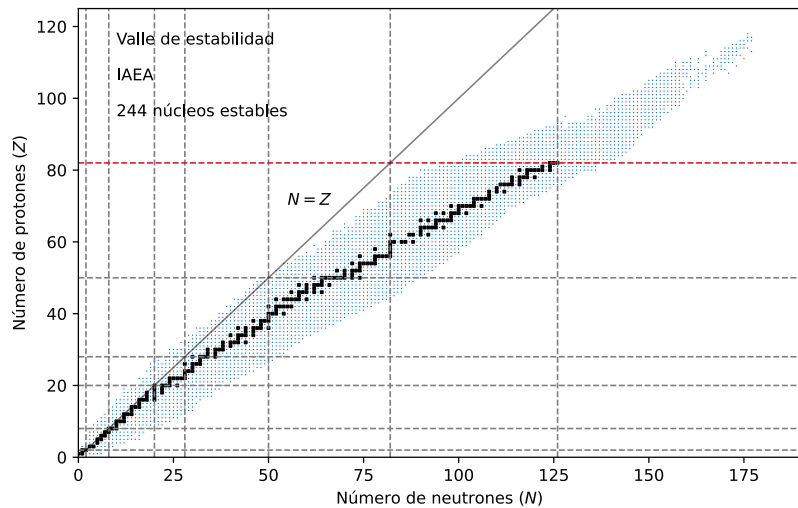
- Recordemos la energía de ligadura por nucleón de los estados fundamentales de la carta nuclear
- Energías de ligadura por nucleón en función de A
- Envolverte energías de ligadura por nucleón en función de A . Núcleos más ligados dado un A



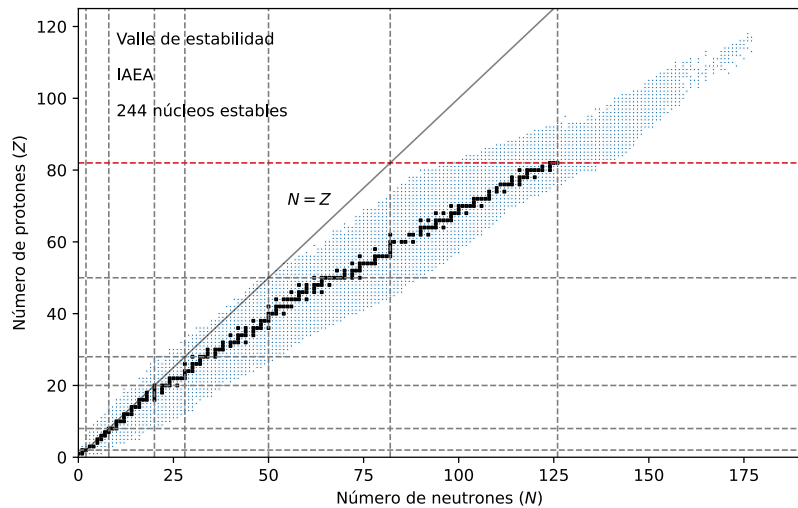
Comparación entre la Fórmula Semiempírica de Masas y los datos



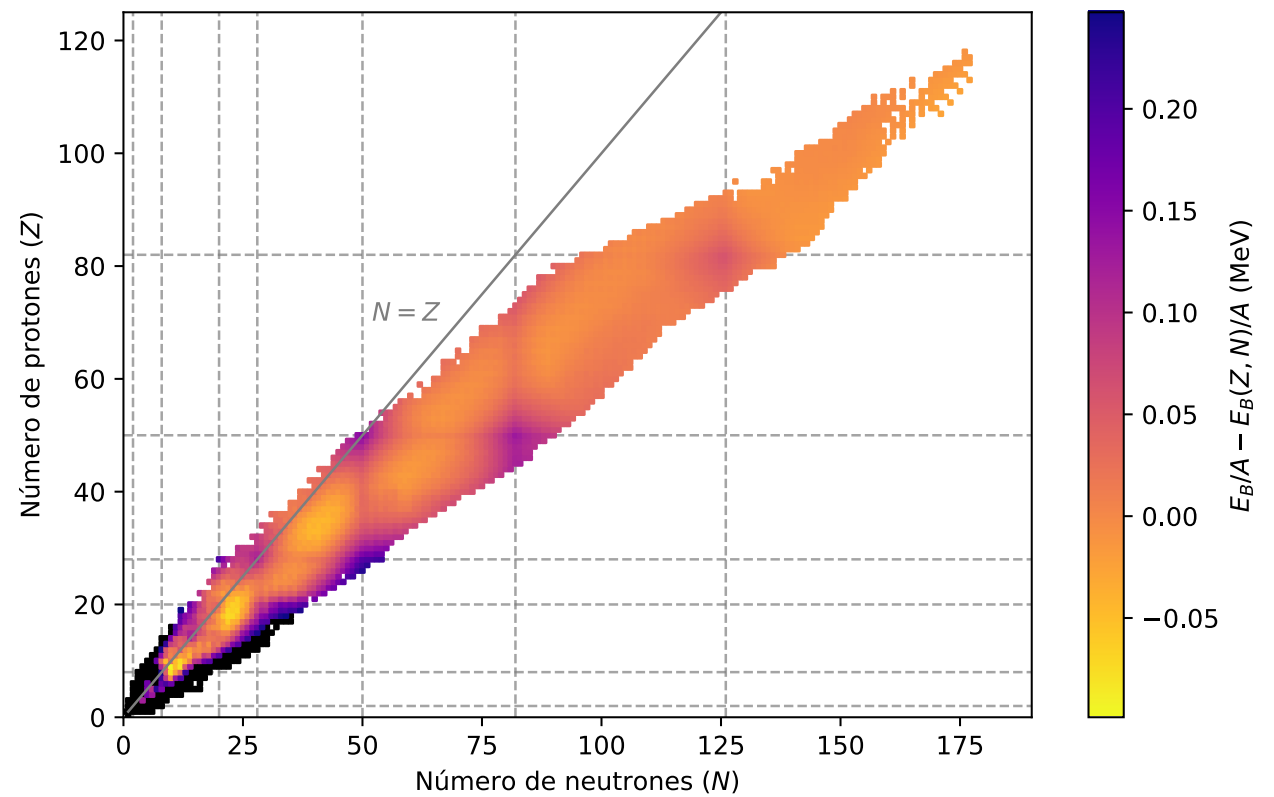
La Fórmula Semiempírica de Masas y los números mágicos



La Fórmula Semiempírica de Masas y los números mágicos



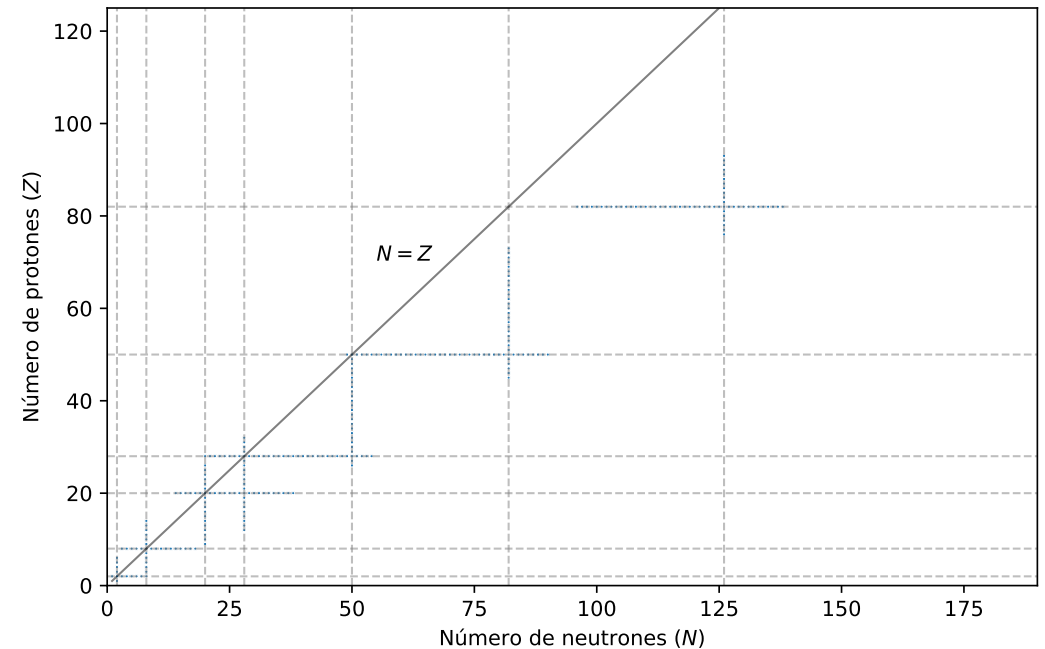
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184



Modelo de partícula individual

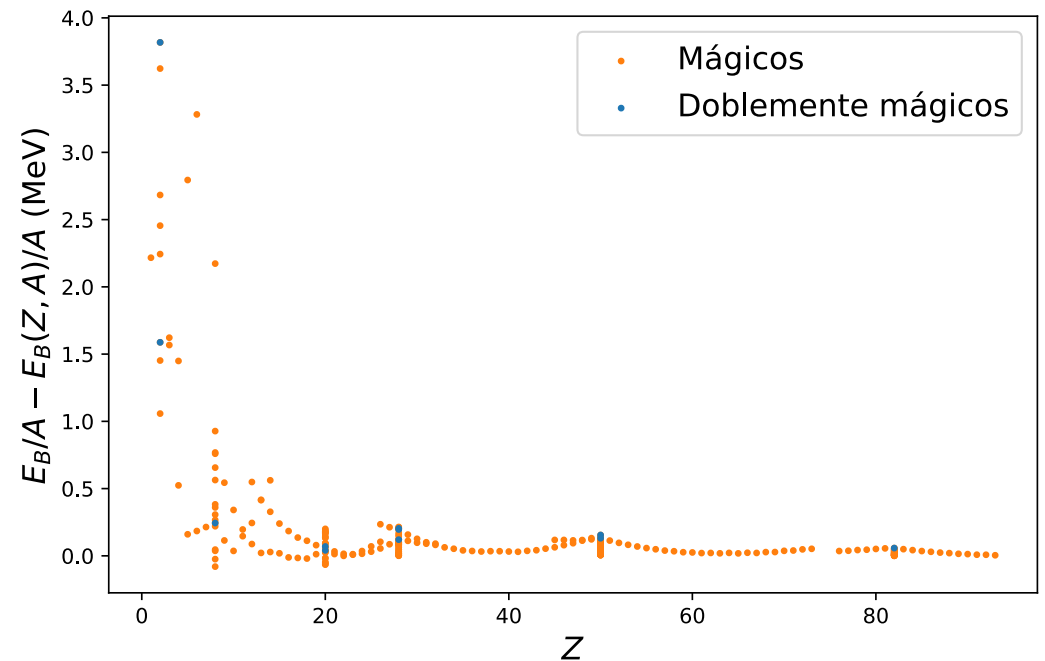
Núcleos con números mágicos

- Números mágicos: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184, ...
- Energías de ligadura elevadas
- Energías de separación mayores que sus núcleos vecinos
- Momentos cuadrupolares eléctricos próximos a cero
- Los doblemente mágicos son estables y abundantes: ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{90}\text{Zr}$, ${}^{208}\text{Pb}$



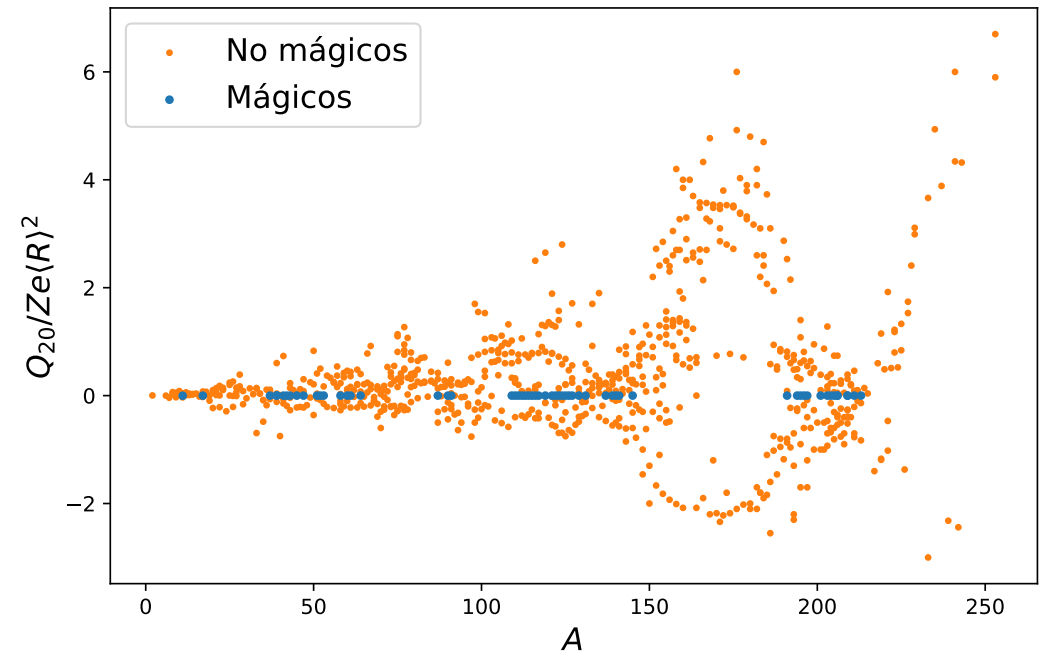
Núcleos con números mágicos

- Números mágicos: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184, ...
- Energías de ligadura elevadas
- Energías de separación mayores que sus núcleos vecinos
- Momentos cuadrupolares eléctricos próximos a cero
- Los doblemente mágicos son estables y abundantes: ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{90}\text{Zr}$, ${}^{208}\text{Pb}$



Núcleos con números mágicos

- Números mágicos: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184, ...
- Energías de ligadura elevadas
- Energías de separación mayores que sus núcleos vecinos
- Momentos cuadrupolares eléctricos próximos a cero
- Los doblemente mágicos son estables y abundantes: ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{90}\text{Zr}$, ${}^{208}\text{Pb}$



Modelos de partícula individual

- Hipótesis básica: La interacción de cada nucleón se describe en base a un potencial efectivo creado por la totalidad del núcleo. La interacción nucleón-nucleón se expresa mediante un potencial promedio y el problema se reduce a la interacción del nucleón con el potencial efectivo
- Hay varios tipos de potencial que se puede elegir
 - Pozo esférico infinito
 - Oscilador armónico
 - Potencial de Woods-Saxon → Se resuelve la parte radial numéricamente

Pozo esférico infinito

- El potencial es

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & 0 \leq r \leq R \\ \infty & r > R \end{cases}$$

$$\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$$

$$R_{nl}(r) = u_{nl}(r)/r$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left[\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r) \right] u(r) = Eu(r)$$

$$u_{nlm}(K_{nl}r) = \sqrt{\frac{2}{R^3}} \frac{j_l(K_{nl}r)}{j_{l+1}(K_{nl}r)} Y_{lm}$$

$$E_{nl} = \frac{\hbar^2}{2\mu} K_{nl}^2 = \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{X_{nl}^2}{R^2}$$

- en donde X_{nl}^2 son los ceros de la función de Bessel $j_l(KR)$ con $K = \sqrt{2\mu E/\hbar^2}$.
- La ocupación de cada nivel es $2(2l+1)$ dando lugar a una estructura de capas (2, 8, 20, 40, 92) que no se corresponde con la de los números mágicos

Oscilador armónico

$$V(r) = \frac{1}{2}\mu\omega_0^2 r^2 \quad \psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi) \quad \rho = r/\sqrt{\hbar/\mu\omega_0}$$

$$R_{nl} = \left[\frac{2^{nl+2}}{n!(2n+2l+1)!!\sqrt{\pi}} (\mu\omega/\hbar)^{3/2} \right] \rho^l e^{-\rho^2/2} L_{n-1}^{l+1/2}(\rho^2) \quad E_N = \hbar\omega_0 \left(N + \frac{3}{2} \right)$$

$$\hbar\omega_0 \approx 41/\sqrt[3]{A} \text{ MeV}$$

- Los estados están caracterizados por dos números cuánticos:
 - $N=0, 1, 2, \dots$: Número cuántico del oscilador que caracteriza la capa
 - $l=N, N-2, \dots, 1 \text{ ó } 0$: el momento angular permitido
- $N=(2n-2)+l$
- La degeneración es $D_N = 2 \sum (2l+1) = (N+1)(N+2)$
- Con capas llenas 2, 8, 20, 40, 70, 112, 168

Interacción espín-órbita

- Dado que la interacción nucleón-nucleón depende del espín (Tema 2), se introduce la corrección espín-órbita y uno de desplazamiento debido al momento angular orbital

$$h(r_i) = h_c(r_i) + a \vec{s} \cdot \vec{\ell} + b \vec{\ell}^2$$

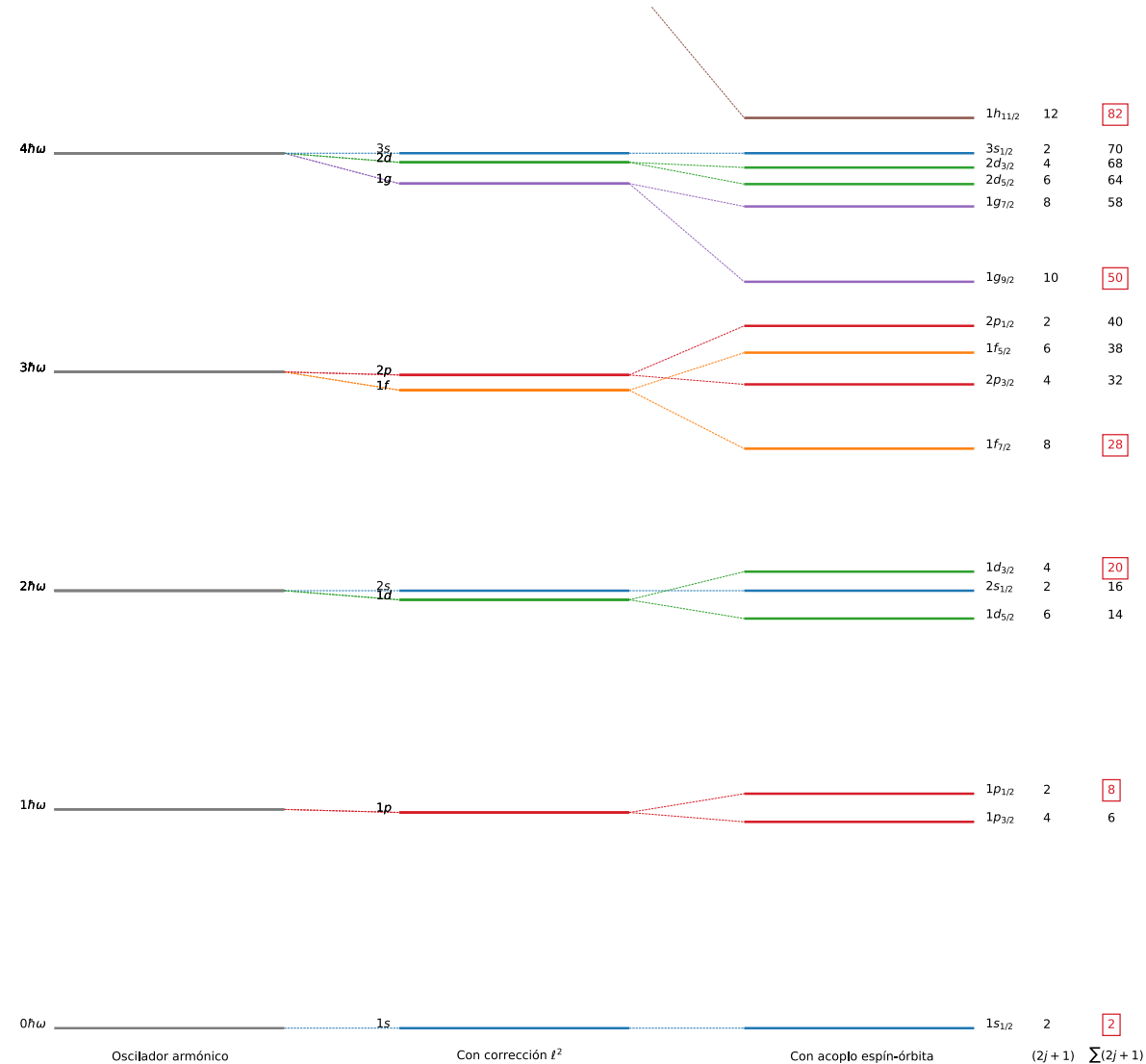
- La interacción espín órbita genera el desdoble

$$E_{N\ell j} = E_N \begin{cases} +\frac{a}{2}l & j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{a}{2}(l+1) & j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Se verifica aproximadamente: $E_{j-} - E_{j+} \simeq 10(2l+1)A^{-2/3} \text{ MeV}$

Niveles modelo de capas

- Se obtiene la siguiente estructura de niveles que corresponde con los números mágicos
- El potencial de Woods-Saxon proporciona una mejor descripción de los datos experimentales, pero la parte radial ha de ser resuelta numéricamente



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

- ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

Protones



Neutrones



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

- ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

Protones



Neutrones



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

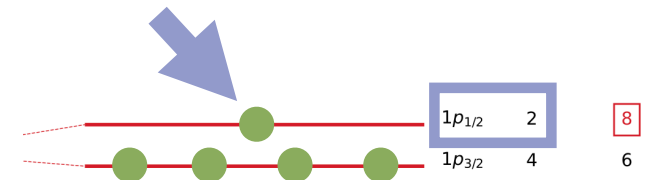
• ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

$$J^P = 1/2^-$$

Protones



Neutrones



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

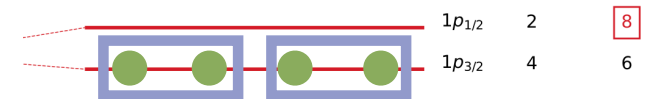
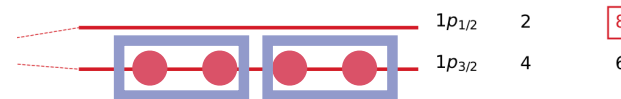
• ^{12}C : $Z=6$, $N=6$

$J^P=0^+$

Protones



Neutrones



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

• ^{12}C : $Z=6$, $N=6$

$J^P=0^+$

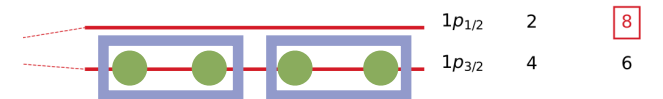
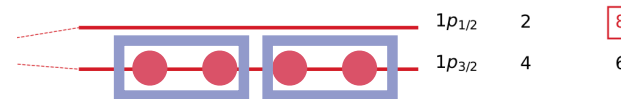
Protones



Neutrones



Todos los nucleones están apareados



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

• ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

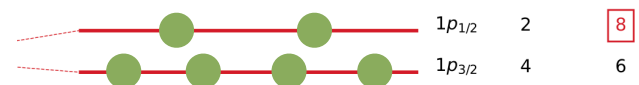
$J^P=1/2^-$

• ^{17}O : $Z=8$, $N=9$

Protones



Neutrones



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

• ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

$J^P=1/2^-$

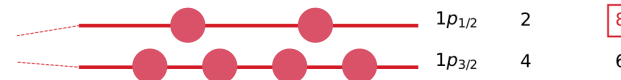
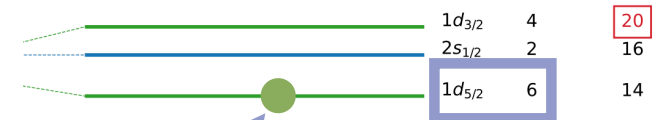
• ^{17}O : $Z=8$, $N=9$

$J^P=5/2^+$

Protones



Neutrones



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

• ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

$J^P=1/2^-$

• ^{17}O : $Z=8$, $N=9$

$J^P=5/2^+$

• ^{13}O : $Z=8$, $N=5$

Protones



Neutrones



Espín y paridad de los núcleos par-impar

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

• ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

$J^P=1/2^-$

• ^{17}O : $Z=8$, $N=9$

$J^P=5/2^+$

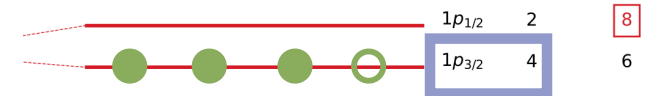
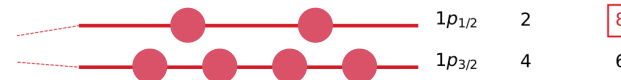
• ^{13}O : $Z=8$, $N=5$

$J^P=3/2^-$

Protones



Neutrones



hueco



Estados excitados

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

- ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

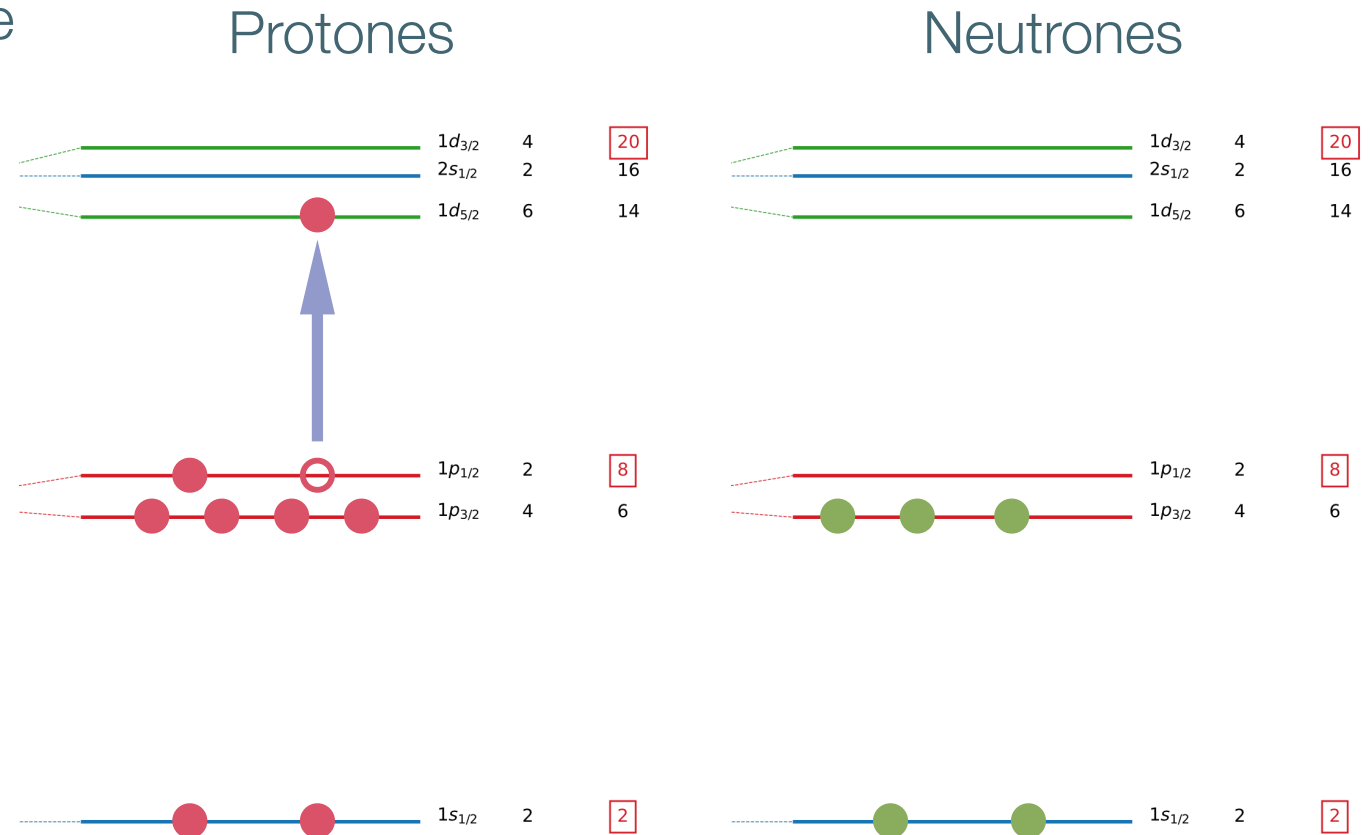
$$J^P=1/2^-$$

- ^{17}O : $Z=8$, $N=9$

$$J^P=5/2^+$$

- ^{13}O : $Z=8$, $N=5$

$$J^P=3/2^-$$



Estados excitados

- Hipótesis de core inerte
- Ejemplos de llenado de capas:

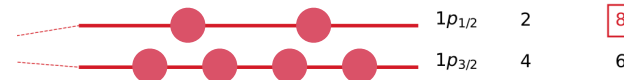
- ^{13}C : $Z=6$, $N=7$

$$J^P=1/2^-$$



- ^{17}O : $Z=8$, $N=9$

$$J^P=5/2^+$$

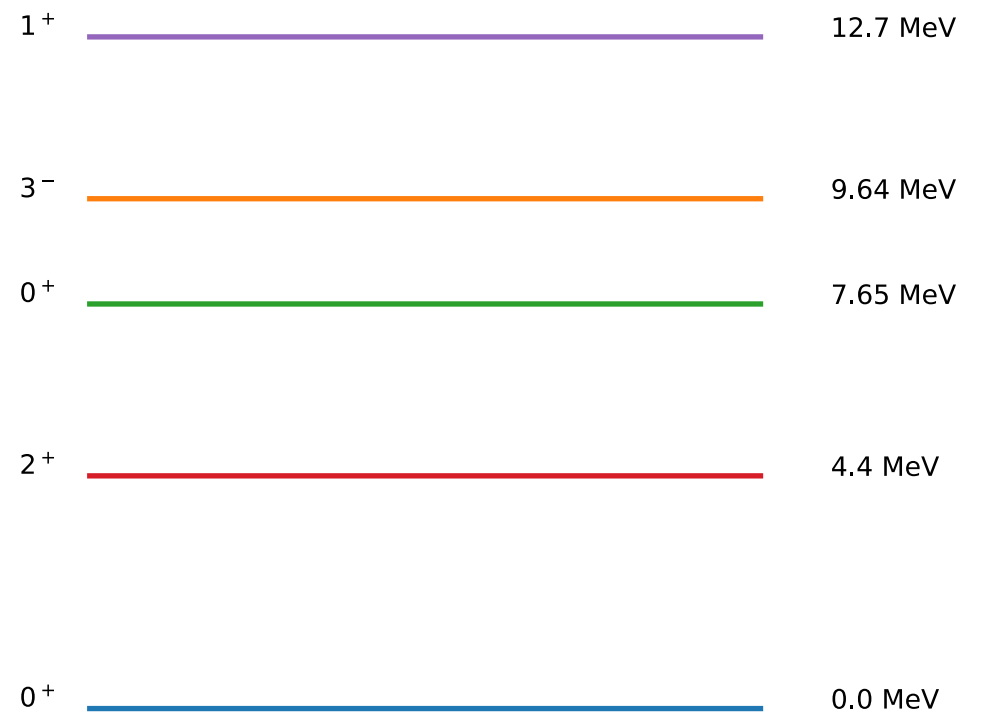


- ^{13}O : $Z=8$, $N=5$

$$J^P=3/2^-$$



Ejemplo de estados excitados: Carbono-12



Espín y paridad de los núcleos impar-impar

- Reglas de Nordheim
- Número de Nordheim $\mathcal{N} = j_p - l_p + j_n - l_n$
 - si $\mathcal{N} = 0 \Rightarrow J = |j_n - j_p|$
 - si $\mathcal{N} = \pm 1 \Rightarrow J = |j_n \mp j_p|$
- ¿Paridad?
- Ejemplo: ^{34}P , $A=34$, $Z=15$, $N=19$. Los 15 neutrones llenan hasta la capa $1d_{5/2}$ quedando un protón en la capa siguiente $2s_{1/2}$. Los 15 protones llenan hasta la capa $1d_{5/2}$ completa quedando un protón en la capa siguiente $2s_{1/2}$. Los 19 neutrones llenan hasta la capa $2s_{1/2}$ completa quedando tres neutrones en la capa siguiente $1d_{3/2}$, es decir, un hueco aislado. Estamos, por tanto, ante un núcleo impar-impar.
 $\mathcal{N} = j_p - l_p + j_n - l_n = 1/2 - 0 + 3/2 - 2 = 0$, luego $J = |j_n - j_p| = 1$.

Momento cuadrupolar nuclear

- En el momento

$$\langle Q_{20} \rangle = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle jm | r^2 Y_{20} | jm \rangle = \frac{j(j+1) - 3m^2}{2j(j+1)} \langle r^2 \rangle$$

en donde $\langle r^2 \rangle = Q_0$ es el momento cuadrupolar intrínseco

- Si se trata de un núcleo con un protón aislado. Fijando $j = m$:

$$Q_{sp} = -\frac{2j-1}{2(j+1)} \langle r^2 \rangle \text{ y como se puede aproximar } \langle r^2 \rangle \simeq \frac{3}{5} R^2 \Rightarrow Q \sim A^{2/3},$$

prediciéndose valores comprendidos entre 0,015 b (A=10) y 0,5 b (A=220) que son entre 2 y 3 veces más pequeños que las medidas experimentales (con mayor diferencia para lantánidos y actínidos)

- Con un neutrón aislado se espera $Q = 0$ ya que el neutrón no tiene carga, sin embargo eso no es lo que ocurre

Modelo vibracional

Modos de vibración nuclear

- Al igual que en las moléculas hay modos vibracionales, también los hay en los núcleos
- El modelo vibracional está inspirado en el de la gota líquida
- Se supone que en equilibrio el núcleo es esférico con radio R_0
- El núcleo es un fluido homogéneo y su forma queda descrita por las coordenadas de superficie $a_{\lambda\mu}$:

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} a_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right]$$

- Cada modo de vibración viene dado por λ y queda descrito por $2\lambda + 1$ parámetros ligados por la invariancia rotacional. Dichos estados tienen $J = \lambda\hbar$ y paridad $\mathcal{P} = (-1)^\lambda$

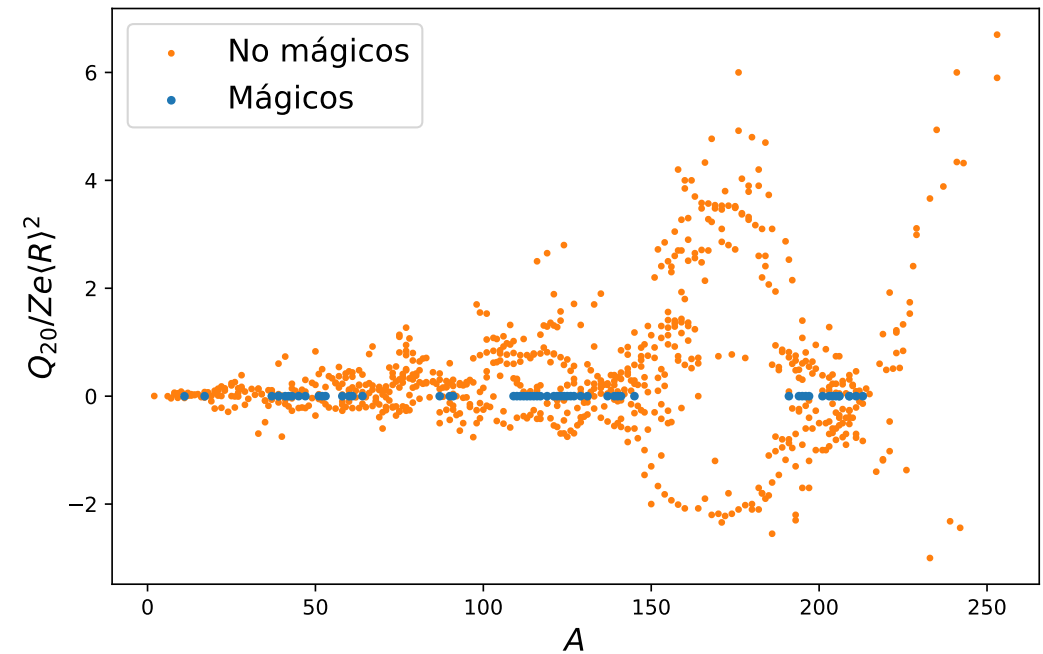
Modos monopolar, dipolar y cuadrupolar

- Modo monopolar ($\lambda = 0$): excitación radial \rightarrow modo respiratorio
- Modo dipolar ($\lambda = 1$): existe cambio de forma en el núcleo
 - Isoscalar ($I = 0$): desplazamiento del centro de masas
 - Isovectorial ($I = 0$): resonancia dipolar gigante ($J^P = 1^-$). Oscilación los protones y neutrones en oposición
- Modo cuadrupolar ($\lambda = 2$): Es el modo fundamental del modelo vibracional y da lugar a oscilaciones de formas no esféricas del núcleo. El núcleo oscila entre el estado prolato ($Q > 0$) y el estado oblato ($Q < 0$)
- Hay modos $\lambda > 2$

Modelo rotacional

Modelo rotacional

- Los núcleos con capas cerradas son esféricos



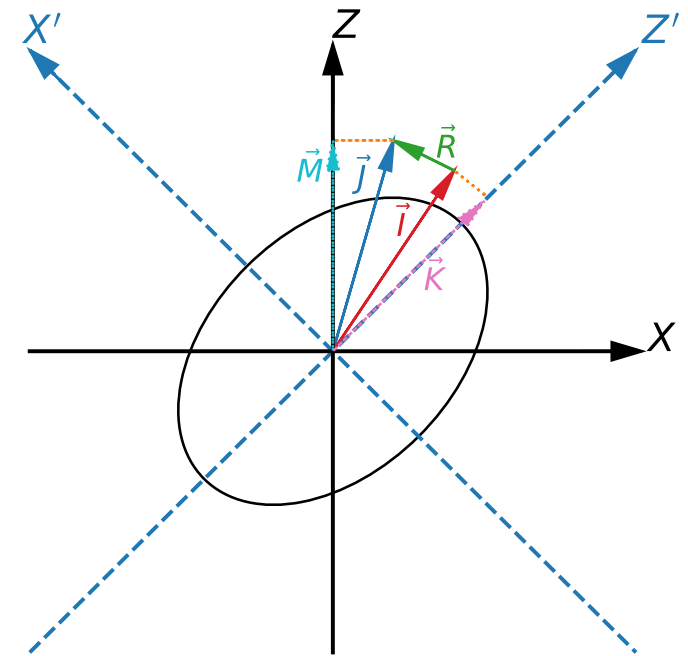
Modelo rotacional

- Los núcleos con capas cerradas son esféricos
- Los núcleos "alejados" de los mágicos se encuentran deformados por la acción de: 1) la fuerza nuclear de corto alcance, 2) la interacción coulombiana y 3) la fuerza centrífuga
- La energía rotacional se define (con $J = I\omega$): $E_J = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2I}J^2$
- El hamiltoniano: $H = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2I_i} J_i^2$
- Si hay simetría axial ($I_1 = I_2 = I$): $H = \frac{1}{2I} (\vec{J}^2 - \vec{J}_3^2) + \frac{1}{2I_3} \vec{J}_3^2$

Coordenadas intrínsecas vs. laboratorio

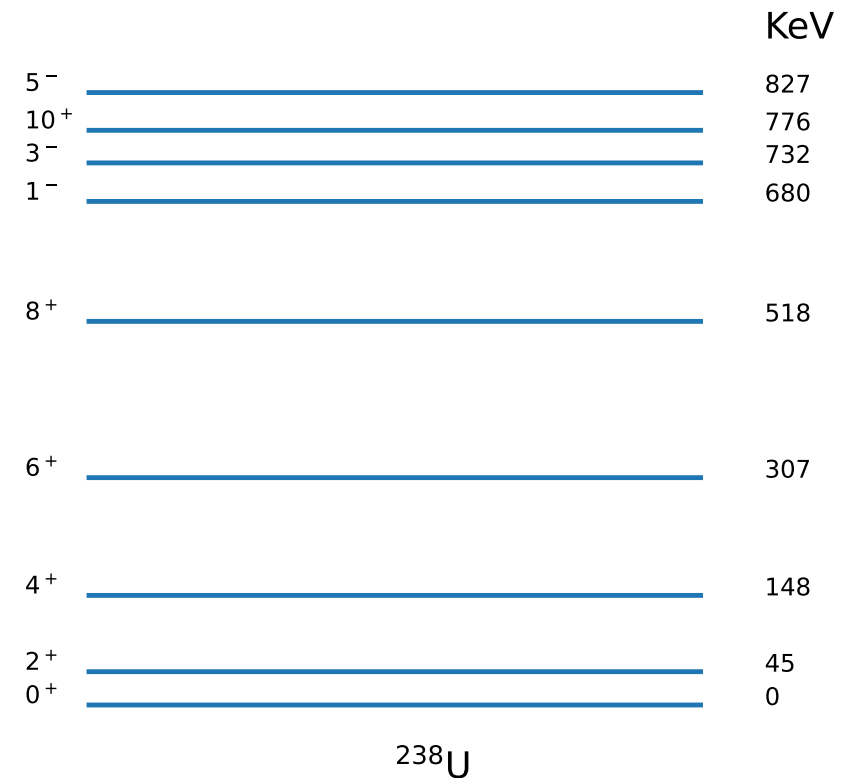
- Intrínsecas (1, 2, 3): $J_3 |JMK\rangle = \hbar K |JMK\rangle$
donde K es la proyección de J en el eje de simetría del núcleo
- Laboratorio (x, y, z):
 $\vec{J}^2 |JMK\rangle = J(J+1)\hbar^2 |JMK\rangle$ y
 $J_z |JMK\rangle = M\hbar |JMK\rangle$
- Para cada estado intrínseco del núcleo se obtiene una banda rotacional:

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1) + E_K$$



Espectro rotacional

- La banda rotacional está determinada por el estado base K^P de la banda rotacional
- Si $K^P = 0^+$ entonces $J = 0, 2, 4, \dots$ y $P = +$
- Si $K^P = 0^-$ entonces $J = 1, 3, 5, \dots$ y $P = -$
- Si $K > 0$ y $P = \pm$ entonces $J = K, K + 1, K + 2, \dots$ y $P = \pm$
-



Modelo unificado

Modelo de capas en núcleos deformados

- La existencia de deformación en los núcleos genera hace que el modelo de capas esférico precise ser mejorado
- Sea un núcleo deformado axialmente. El hamiltoniano es:

$$H = h_c + h_\beta + a \vec{\ell} \cdot \vec{s} + b \vec{\ell}^2$$

- con h_c conteniendo la parte cinemática y un potencial de oscilador armónico y

$$h_\beta = -\mu\omega_0^2 r^2 \beta Y_{20}$$

- representa la deformación debida a un campo cuadrupolar.
- Los estados propios de este hamiltoniano son los orbitales de Nilsson

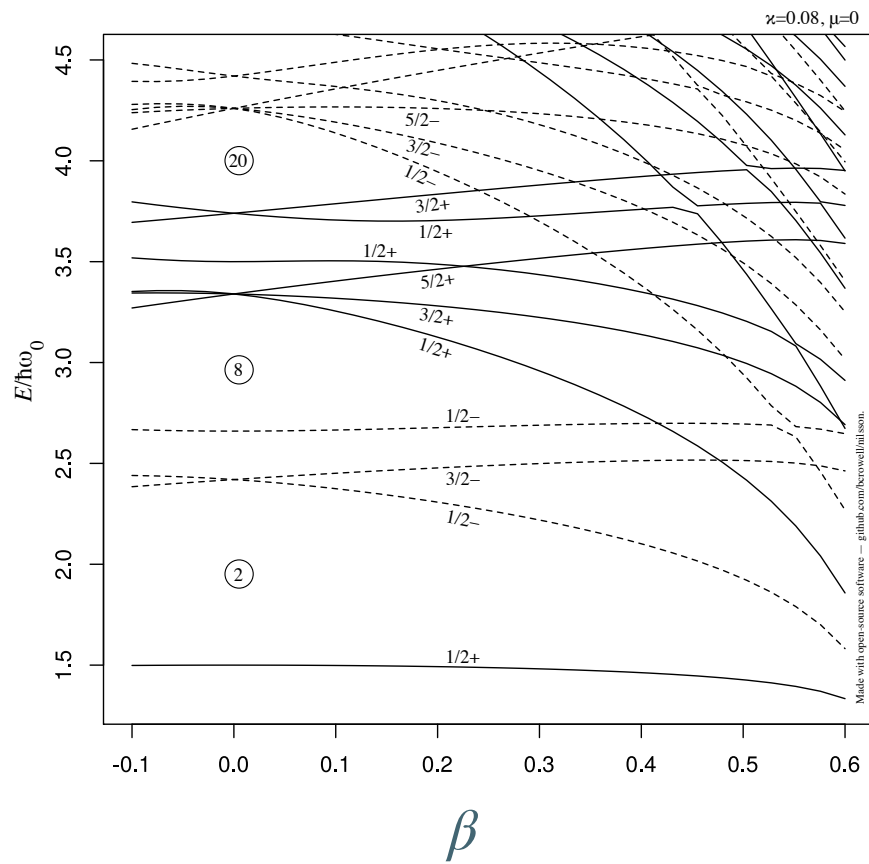
Orbitales de Nilsson

- El momento angular j ya no es un buen número cuántico
- Se denomina Ω a la proyección del momento angular según el eje de simetría y m_j a la proyección de \vec{J} sobre el eje del laboratorio, que sigue siendo un buen número de cuántico
- Los estados de Nilsson se obtienen al desarrollar $|N\Omega\rangle = \sum_{\ell j} C_{N\ell j} |N\ell j\Omega\rangle$
- donde los coeficientes $C_{N\ell j}$ dependen de la deformación nuclear β
- Para identificar un estado hacen falta 2 números cuánticos más
 - n_3 : $N = n_3 + n_\perp$, donde n_3 es la proyección de N según el eje de simetría
 - λ : La proyección de $\vec{\ell}$ en el eje de simetría: $\lambda = \pm n_\perp, \pm (n_\perp - 2), \dots, \pm 1$ ó 0
- La energía es: $E_{Nn_3\Omega} = \sum_{i=1}^3 (n_i + 1/2)\hbar\omega_i = (n_3 + 1/2)\hbar\omega_3 + ((N - n_3 + 1)\hbar\omega_\perp$

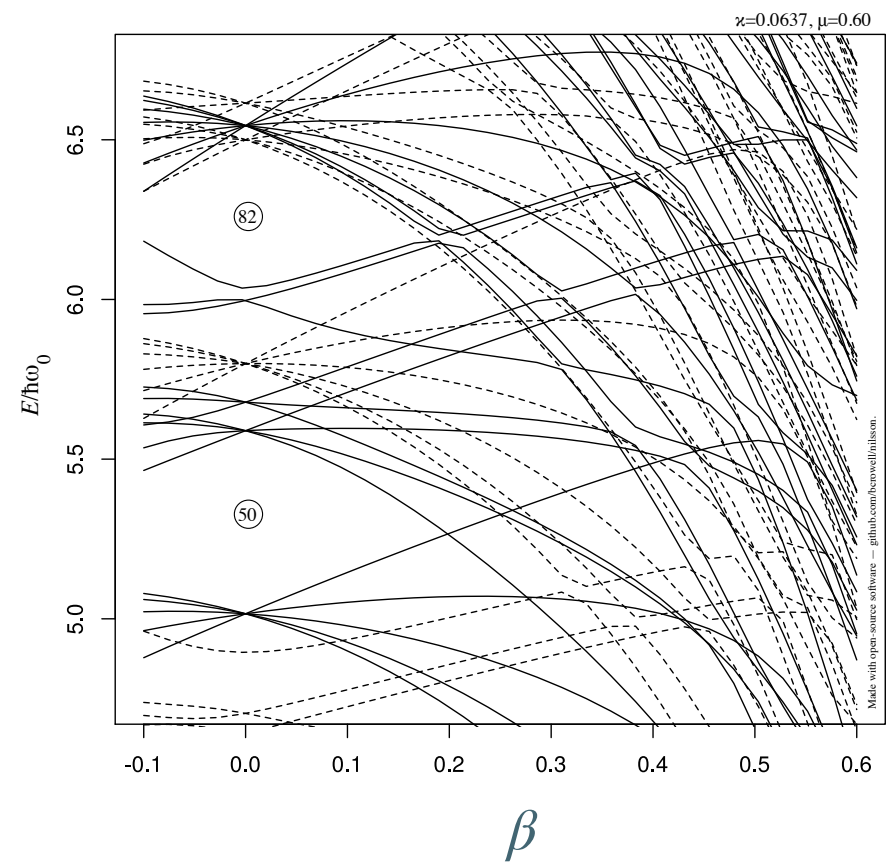
Ejemplos

CC BY-SA 4.0, <https://en.wikipedia.org/w/index.php?curid=60892381>
 CC BY-SA 4.0, <https://en.wikipedia.org/w/index.php?curid=60892557>

Núcleo ligero



Núcleo medio



Respuestas

- Pregunta: ¿Qué ocurriría si la energía del último nivel fuera diferente para protones y neutrones en el modelo de Fermi? Decaimientos beta hasta que se igualaran
- Pregunta: ¿Paridad en las reglas de Nordheim? La paridad es un número cuántico multiplicativo, por lo que $\mathcal{P} = (-1)^{l_p}(-1)^{l_n}$ En el ejemplo del ^{34}P
$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_p \mathcal{P}_n = (-1)^{l_p} (-1)^{l_n} = (-1)^0 (-1)^2 = +$$

Resumen

- Números mágicos
- Modelos nucleares
 - Modelos microscópicos
 - Modelos de partícula independientes
 - Modelo de capas
 - Modelos colectivos
 - Gas de Fermi
 - Modelo de la gota líquida
 - Modelo rotacional
 - Modelo vibracional
- Modelo unificado