PEM

September 15, 2023

1 PEM key format

We can generate key in PEM format using e.g. OpenSSL:

```
openssl genpkey -algorithm RSA -out private_key.pem -pkeyopt rsa_keygen_bits:4096
```

Such generated key would be called `RSA-4096`, where 4096 is number of bits in the modulus.

[2]:

```
from cryptography.hazmat.primitives import serialization

with open('private_key.pem', 'rb') as key:
    private_key = serialization.load_pem_private_key(
        key.read(),
        password=None
    )
# private numbers
d = Integer(private_key.private_numbers().d)
p = Integer(private_key.private_numbers().p)
q = Integer(private_key.private_numbers().q)
# public numbers
e = Integer(private_key.private_numbers().public_numbers.e)
n = Integer(private_key.private_numbers().public_numbers.n)
print(f"d = {d}\nq = {q}\np = {p}\nn = p*q = {p * q}")
print(f"e = {e}")
print(f"p has {p.ndigits()} digits ({p.nbits()} bits), q has {q.ndigits()}␣
 ↪digits ({q.nbits()} bits), n has {n.ndigits()} digits ({n.nbits()} bits)")
```

```
d = 3374373417417346944917263625055478737643055156438276071850665758380053647446
9788280378421877808447897784600500671663527924749072329769139796178475429047699 8
1824036545195478022439378475254873110193670438743725188659132440195825750160406 9
93842106052666936809173755998277097122964932830727621455065456849698228973650691
81468490059185740275877104025199985233405538445728229840709439990858210888669657
66528813799032742690596535512043808712927065935996348857362038031399314099061782
71194412225092630691790706884145523124144194464034540393414973065723237211639026
62838622254793361675022803315954572094608574607716741074528427448318513166309535
63014224473989697441410633087795029450858932808164786753278192841824819662993461
87181973695763889892817719311864682151136733097936843568983907296941036073120055
31661755342253865223430310664021821399870959244859129223158343511685606619862463
84480490956006494224478918593869425838517494977111943492173827477918134215940025
```

```
17434511188159042447826303035989072792538382479381420406376711462423408991301891
98647983185647413470138558806288452703193986579354971300948072166856865719162473
50286595114419286861547523516507126277374395081163895631187974488317443798050269
8356799151228115448677963245386554265
q = 3174030854376973432317343624720726990178005441884614263142527702682862071911
83181291688672535277607838759740403269515381200842649536961077810418277687998694
27266848765844034505962695267199977678381757241025662918638510855654917433203562
91532823854181951240923095127676789850710894471525048133345379822389997333141204
03286898313676401197714014913470583047163811663805027715089122357445990107706445
18139804692210448064026957725152028116211296287736485645733389434720360968274049
81029530343891023856660397069597532748664671566265988609848705346103216503890930
5758823228750887731221834990850211094424016493970401176784493
p = 27702138556372075099478747072384834543314381677903819903942882976381151636821
53012561609981549198519447889895202190987343971213954944984739228851053245779130
72494420447643526959987949354776121844043485552485906040664466646690733602460906
24275484836150438438308743736091023078759804424428411518669438675454857445999277
94669202874137665257076904578894643410900993115824867604618080470098917861398402
25270389759971551962605361286394088451619376768215023911220871458931153992464901
38925536185711072572207606106592981872552762601480030843212732729888668275817645
1128911262128346044979815263481147458136854977937413336503663
n = p*q = 87927442510150954923876866206218802444798578898451472673403475729375999
93211930545318739069860415987387026107515613221195818965430112555223045689982274
80017108616034474274424204071788284075329769105108327460042053562624258801392874
56811232775754858151298308865732761556542937250021084360049808360004952322662447
79987034097651914472012486422638330482014362218992378504596235022760799494551178
92228282935067671055659248990597383216631909741565425817632360800508474668271035
38711006955064188286333496274054936448829664772923830421977948245545265827616385
58779725714503545435141919191958414845194192534539994695765813690791796419376617
41909596325273334889128428590294173633865921137931308980136304255854798289601586
57784296671583615809372016804092347027955522179645898699067087022437634048383514
40646619185733293882470209651512383042000470241757987752100309975441558761262376
74108342725778537818721838247413674804693196608327160977836280501228859409438503
29651263970649427653079212787582575511120112372882010781086657351698290801603315
53278354607181704169106778460104826466515372847841150268237046287836286359026010
53467304455556246856725548614341492730275070849409575477446933991947139512825235
82897421484483081109795262152504101456097859
e = 65537
p has 617 digits (2048 bits), q has 617 digits (2048 bits), n has 1233 digits
(4096 bits)
```

2 Encryption and decryption

Using RSA equation of form $(m^e)^d \equiv m \mod n$ lets encrypt a value of $m = 22$.

[3]:

```
m = 22
m
```

[3]:
```
22
```

[4]:
```
temp = m ** e
temp
```

[4]:
```
22658598549284173773839128179781825967447963351784782059958330365535513001248311
89269585280657241401121813231188141516768569201013658780874650466081113640941591
28979244913772045456075244680489897453091581487468696938390143619489120785227552
97493929672559479279512767136315371713953174509122513813030833053563061719416241
99169260760329165504827249405664347658330945743477066433097618569483493647658238
51069753242445194678337931915048471838535733847166755378161284098296312233793809
57528250227485054680845217650824084575130400312400327771258096931010630810846568
82667947333063259922671113688395639538309157294268214025716932250154925303784619
97941840384671328144439238896039947824072098594308914319258337671447797492641134
10099528956473893751081075749080180378431907733385573272902725794100883051952168
31366706784209179821760290304881466867748448025409982431661518057104009155162977
95479153478555815456842671467288114419693511027656029653108005649796672321101218
87220118969996465996755667362431673068239351282385823648848351377195062654552391
04104003469915847280085918138282623380284494780718827057730916319972992902522575
87588518528807671080615138091790156992531014619573328261639736237155508781218694
66123421627307511974646896315251276577158174748231308630206545394592550856365893
52966594391586431301039792968944217475793903668669394275700411282691799623289537
47107972740598733018112237250236161472298380080860584754614287497495665369159566
30932501508021656809696662181501799783924152493521596507873295659143227946854140
82395396891556359239992603418784420609624380787177650989716739689910637803220608
89598449942183619499628064081196158675269996422553177271482213372291361700803662
35740802501336316389729971940476329490648385564384362951751433902906031126917616
96713401121135065027284793249874714561302207184158061158997455536072779876855167
97162912561223387697664917703552671299359923981809023380317235379669189363825156
10873413005238060432653312943301162007044092497703366777048019944120867096501246
12447051872446138794388973246334383761729399221080029436723390015576752877068392
07167272549934005629570420428761985244271786977830438312872947800968224310296396
85149347073588061610035761345953960832963461015945173419987828259302064360941439
52122077800338991907884436342706778338725702291585991763883922623666363536177402
04017554843534939458963690760645501372821608885795278138850349888794158683268032
64104371866034287346058527312831131013481124266275234016799639656656287095046134
01548280477134538496285017896557978325767131742224860959694382897541372048416833
83786880929727444457725522057602785425577798840807261827373554670738329997203961
07451079433724228292777680685604255370725766089112714231304665231088853802825138
22033890671298042883473446991301576124036568132131841085775499221013508038435780
63059160070645245768362306058468648942981574413923618059298188544693301448065831
10203397013903287052361625708757451637178046770212884927724285915619150294568619
75918222711355445835465437520900073089944960083167375868843248106291281785773479
61866213204140106353080005179689285919722091887876754258383741622984939233913583
61335367722537499663699419966006163321719445723468284019084889130166839343515111
41809139788977347527471379714351851388664991713922931537941603243622306799487746
33868564364566705022930916662514185940347892474544539391581676627485932100755832
```

97891426987298681455067957052024390680517909117130472704131591144152364756925292
16856764816129189908054284229015564219028067918340988557371870507745783153916706
59145247363063443387373048383428936642488026980990193664949625036842102718015559
51768075694175348669310523598031276861143043891927692600103706351907322815048928
72934533349806379945448539495559336474364738816486327791567945850787357296764109
84867551406397589880196736019084448840792491217467207921801569226938391913464753
10981959678052238079843554350506069532028005631910212257003289489651747309116636
59127326327706247283770777720665607044750470584481925046319883633401633248646952
94711025536482938705385108061673820468763644908903213579719001233665147369650946
31438909262473543836769371988514245910760830363768236504720025929970886941087771
17468286860027378231914192914755277692893797329422451336385367530578889145998482
27039023694639160532748214714274247520227541380734345094969300818712765669902885
55728393869202845835532754600421360508452589469484079965194079303715628712581264
84489141635914199234616209154518854400357304817658827809687112665848927538676667
35500548111810948210526654972710824563868768335572412725390848945548388880374018
31065175484201378103977907207069106970391596575015858620029507117119109646534605
32137431597173639807797238778318052726714141531087758674407761214325623368414780
70039725645619093257980102002147753312034596136108462114852377487595690768908496
21340959046628129064135197088312409733343292565164102669055482054764336728783630
31434152442652832979987390059370047673363081383275462330993442674128877631771642
71678223131027384244623623738165842609088023315359066775931184925083664130210751
90929053371937312314694975067812201052822286648412926202320416352612453006364539
95909629250000335071808770077655402426445032835402221242167577596805755623111853
63949432542943116882505257967856269597566466961434809051430938222820954245300473
87848081791258899324460879633983124203779878546228200385748415286122392855260968
75817868437228713190503790672966886331294985028367370654358865263817711334919454
10103966793366156089600909788815995648772872675924538390641951611806807554710994
03462340961983221198010491127824498196746057306705191842077363643384880112137902
63887725917309273219484660251646053979385844717937717720436714622990742420254834
60453288133609952371326086132789016867863894055500342832763679403182306173932746
21915061386599239389591222413826461332114933285023557803120349770600704881392775
25971123495493060031842912182002310252439427713366818013066991767563174584878667
52882359167077199238109295421776303981133195248383264556173374306395216419163244
39505283070335734925125712773580252106912711414396124987841841049243329599433984
71250840760106967460695101216518312096697751063192090050220495678035939513245455
20002804930307401248506337221027055617781715612519955185184256060465089554898989
65510112766717974960795373956023264843986882836632877558644430868006170170595405
19795212873562260793134534160894054031277709796244934277696681039216102895277672
18309489291198601025631852751095798672311219278770668343592757368062845058806230
66328557392408720898623300840334084460776799439471771877452387506239135619039081
17809215454491355798092492169040275754588074398797669035120285071593377473962565
20716050756604553854146778223722531839395669133757566691520179777849176523642771
07980366588743347135387219605991978387200789390496080437780414644118802525666972
96161064271035718416956660530031464863811701783126363307805737654038353118915507
70679040867271976419212571877601750131756769149055050638887775201723795095842210
84219715747948837149594117468465107449461902266679797100368532112119645241565060
73590810505248052544279881269966971681125374327223946071665278610043100826551690

22262117303733291978201483842499462242788485917536654426506542516560526907444024
69662662212536917399182457830688345704187512453024175508204824215011454253930408
18415827265442151785715428612722662613143312645390326737351687325845716740175638
18354864930469753174997216079361419145569224025683267510411342494900576113895537
28242178867962618020160032252049585911221794649428903801874565598650573834892589
73794306244822233856532984035131973635271363843738010347564215264270333918401235
93726989385371281421428639908935180885902104521087497213829443738931231930946514
01700271866186365512026578737770722179237595772196971221473392830138498046199673
98007056897182577149216377226668332237718615475665511921023013321321100349589768
19278746561962142956823167932395524297105315528604298093934934568806061188730348
63125813180940385369727276009672115685241248461342331497928733733024066553535944
84848151512402476593631840284320777374892722341125497517851757294079206569129692
73825446353744563745103349791061255957012351266299441371838257124914858469648742
83254704710691547125943754626747696542726386134605462794468147454007428863279595
14939003281621778670672045563802558040193117294516462915479396048970652965347364
27502710065782232107672102617433939225203669901748617036526242044353322908404581
38314632725217307297102550637703495066164470970355989640360538082486940940034983
58174132397618135829781105338056960719517776729808222905852853106668688070079323
42321236525042688389757214978058986229116637714111281030984393915285867526055275
69656292642177734197899969118858178739462483839047162128084658078273919229384583
37067833517933830135799439826329086848832038406991064502133306840756924833169884
53640975077755121152090799050292164611522763509569234415855190569021005604790889
69662465197044718624140887770990960357201346287695402173213905223347572430900887
19369840362981007216159277795883709762342213778518677518300564787383552537481008
96650708730198446791205552590120452159519309457778878994022134598123150921499944
38271370697400136077574211510771895353046879593908832024380042883128923129173178
36998781655720903758307976433652590157639718241061343520873963059397636563190164
36199385042136106811488433042352655686783750594536916245252093654320482520365904
97709875429707398851943269182657598306950203538317269294402097322844303759930066
93060264601515919891339210057301964434763770407255102430754364320500807191841980
08410620416095611589167767735907941356402523528501380959015945171972079068771731
06530916661922294417657414703044961631926708713579476738159060768164128768689096
86038374046988456986339471575418737892195017695235035165098628356396807225191997
58124818230698436587468827257226028977379030259596172197320179686990148084782492
88505768373254291635605319315625183785982770274705867639014173629610722409688588
14000151608644784565659548901891037607716281366090944326145030490490315408839483
14505332657528311047169226301202603376424253203962036310404938282408603145969485
84756534153785477386939289366183164651952973145972271769759716632081358310719624
03003513989669751508937117282738194568353708265201799464480693816147911963358613
06435128600573504921360407265040630623438152121380071043241259955792819432687830
62557391699159358395724610597375955484046712878004361150058038306570686231211973
01301071272152979910263890198672996488043598968944736798815727658338910758470689
11447944421148343904198003135029246112973907706968330841530731511669127283901575
41482229189502770527378090927782803320376530007960762224183413207927198011025002
93442988746125386957714839637487224449532718642956304539043470777523149543415463
35579057092622442999440523001767439038217996289253697604947396213897832885044788
03968456928333940831466623867562010632725307187829548057492872864230557858191930

70251520792281407359872046990998650738647347051562661641926111103264016476037859
83963903637389154233128723605086398263418476915241324065374242540723724549717835
78153728701102564334512959910492817549530347248821130254513253740039633846392931
83494363301441619321743047487057900170756646171287375919249527839835825532952030
92724076871851141566755059493297151980352322349477505225944240039652654670681509
70055398458039819667079297326834930820334628587760964727294800351080211957290806
62229039117998139004217090582063753119387101970771964110488538926836652101198664
20974813281761975956698907401315710362796297814811439009122361797968497201288400
76481529586883862603309276743871234421620208892965193234826881657816858039282085
76951200443781294221912025425032913209862700001898826724110465325368131226838413
96679840408626422537627797699062155317770942749094978052315785134988955614255453
80621876108205166482805649193216950384809260076470151025224143127377916047317837
05876725376334361956577184822489912719701479000066011250374317994824107802195495
35004435288223856203664306243772243128189691736424669297304174665583763348822298
51468839935476696356780483831702447677270810525858068106547672797453989810984408
64229905122783800384285036934295398145848637291791091454742288602973142614795160
98356513542522214151524624628396614640605817347470832464604177876228097837053178
36021972755586869153605238529641840665910422425840617556222046427430171197221791
12412265117942823827241636846617617885044687847609096444159122957398005315701730
04690151172042674013914697220954425524363851585787157315779367507349631158362841
63237964878594584131148317173855900371480794383930356546928686435359930721152417
42413794030765963116271666572247254062545939311085704053430433422117938492530935
67988734082492802275667207718487728332910629030540791944919613717502934530947640
94697722675847871350887023680467035664377814351360207475922830040318369504505107
83172984082586341075828031127613182595714109278182423457481159084559332164457667
95183561605447234661072009281844769041381066865197372957635231322392009164430208
11852834347275269611206545204259447835669223571783423695896636888857290586222194
69220284303515828853055419848807049635499373700830905740444510768036816187334445
68372396509977914816786941397095920125592704700341832996984800142028582975122685
95985168347150750807215742336603285129114932040680232299504509911455460543478281
81632241574313950643946366535254275387416518013097037057421251962928375062124541
24332295167485155705556007445838109616342557036835607073556402982747622240413964
00859528833435783139831168946903158893153448815845189314538102122295922663888790
26570597785685673349765728753878698323473393013591678623033089306251804858096548
45172585394414966159743929487914652388266459452002277945386248905944600130981411
24999964859594162587235596331696358906409428672983652084542142828648656933918252
27442304462533394083171545804951273337178577713414757542421468968653915143937792
68061828953929910202165960397986192858475876828435711240274395136740005759368731
75589278385035283846380555959894880886350895281280717861842747770902560520607331
52774192891040807676619236794849568971575408086797009915851124542944987389993951
33211329331014047292386163864889968026697765558067146293620155759777399299052127
95207907882170033256058338102911010109701033604768272030866960021505185993498795
71432063646514624090464730764689255262503292204007857163510366574579812032474359
66924166020720252954728378523200260664586938529500493774555822971877584392942194
39407561438142801774849876102170816903177518465766106357713555239454427948634509
76845683617032932952784867446635352789583012521758638435416220192012923196134468
18037119956276511622177719757560069603837821040317433651779941298531836983886654

68022134372773290216621484582750471501202906872804439652094775872421375185022230
91595324751441089538138400006586761017141836929809367060564161521767771258169532
91572823283527637328842917227240664237296505925861804978708122869463743165430867
91259606374609821809444767737761480974816677116317700770152002230147566732054652
30201574419194566128689197945465007937522867188467562389742592426700440403490427
07696365656010943322135050877505067422242773979803466152198467804791029686944188
72959628108448340313648396849377950899409108582094925722555451005960728261246746
89256848151099876059884262186408979322116394914601404240737071843003975649060661
14012386093721277772841682318600261081262055662053064231091322410090077119567086
30664930362124650110369864745558240917037144709593519164306014499318850384467159
52251566738003441223415596913215168996400919200644877951221298998954447070121416
50625256990459390223362686227604706342573070729430049267913375152646646257767710
80201383906628477219208729819231108505966986180602927853135367826021155689961865
56689031659412902172760232813288930518767653296062092944487899326526815577841633
73815303208026464827611323121395792892154558630646387718897253653444632674667335
73389647845509834547543545881980299904924690019060180177623615237365319534864561
19534662345545086154630064116607624279999023853585407842725791474449601192405313
06557080513809273698127479752783598018887032164284605311163533846030482578025322
55746487359850683974151901846707883067710746572640205000121947758518116333832182
13777647395626121971862203708004663374913945710433872848614836720325928789926613
92313743505553791609192663265839218867877931060602181840894440598761502080293037
17438894564729227476163567872813082911840410179708007804624771265611414330459602
64959837576756758134451133572916818008409632020646626508579264610103694938982654
23140758938018176517874506744199384134412030458104370340080262190041883898990486
21236362986069114988302395632593875500886450632328312568515322089926828788282644
06228640186093731069377979412150415771296905459959675071465914393663407517607435
82629705215710035461102989894579978560157465541407300994894903857552902923126615
41764292514361264957750666840720228369777160398925344989736799737144591221379894
72007418551506144247629826765262518358111540193128625557067685864612159570278830
83750043476707469488368521181770499259707232964747985147016730333105860029567903
66769199892501775346643921182562719253152790113536918591219767348850380567324549
14901134781763495414343874266118278602737726753255392596828444760193203252052197
71284467296173997789708992089853390185197953447921028605771669262139041509546820
96290135923912995745741661934404738088389388381341838122825003762165699582523625
99131792595692926882171351877275507865811990502195467359200611879381316254590060
68045209215789372791576805459954529275131657852189824512660640883151808265528048
87237004982595273107185150751471426069869456713215712497489536253352478897435244
30425954248720026436207337955020183280869212525826897830047539780347979127369808
12096636156053831975485585737573616474167148021338936864659791011478532647429879
05587452976188797533933376425305827333739133090237082665881766096158842969405979
84457438343673826843930792145079725086782724276654318646557031141308252929371012
03659035391886146488044757977871621643187583484430340228333836791630787819725366
17079336000126573445893824648868515894576542632318546784447773656744413699369859
32699978579135838285908721411715340585869700852341893463129602955804169190551295
50206920304614043103159690582293148288439039584476621689580728279257551037001567
55413207127962302660621317175567551512641973387494503605299282527510322860721031
16875528808064918850775777368235000631034051339423225173833657890527059849471076

97847079334894109443943663875696956602650911177588406703006140453865686234826455
66065078418094194264649529356912832809674612108884629629021790435815523390653279
69100040619814283727759139681081127179072734140425250801177900565554947680780906
04047363070647638036886417620185965949337845797462546785368350889834632476480891
23761195621833695920883953791028529881055748881980738553668447938747365700407736
42536056672192806477697070880975865483582526798798864086148900988192469750684290
75758913101179828289825085510810882920967028071229571245961012271059772310648696
03967347719192602417838308517955048707278390640489565372225719931603572911622465
68548091534967363668894311308545089366349093111796369472757862548214475987008367
72222716202395021430018390963061394744049259216737237603044413602860138729285306
96399851415946469954014193955121059303466927663635227790832463588169552063256071
88058307609063675785541352629273719073847950331681746931201650541524949106728247
34716849906854813487879355669758684061245854485376355886522445869267110813036906
28462581165563258006383837430356343191176777321001666476711640697076083360084532
14824031430117694470794487002667031727330543943294734242089601159398425916745379
91636209896255245062784224847798523908875592180373067360697003708762911611293829
48997278961036559142951025980841147406659044990260301967567271664453428482911822
30491475514291730799075880770657752478455368174710704163400250130126233015823938
65616178682112500206813109120079288611328371850876295786090225948507135443549720
04852609007880394521279776504278947378351960755352529157358217537790901627689231
74074878375500068194006963745788478011533533722668683897909727977354426035184596
99496766405682224319094639948381721949376177919539563419963210062090347730799535
20685706177031724468228848536194772441410197377089201930601968531278334354477066
11927311409139385208509329950465973998884408580945419288469697892871568212877526
81655749738119857526004823706655749621548984001315025212004079589281490657192035
92855856562552105611921512818151827619624801427601275959255189732396544309103724
85886349229045439248267621967401542116581978684350297491994361045192162336837596
26960747327020469855452753423237207835778696027151283416617016746217754124268295
07573946501598110328309059966490764334177628713324341397632157762307267556334465
19197585801680417468664094308138455094948648276203640201500781291358076625282495
12107820704713675226100545296774452542040426892866282855207085360840403544050207
59602461435335873459119279397915578944247154968108113306922219454686331080291994
74228653154927867844494941945803221950852595003491685279286768449799179604197608
47200406709044860693602482062512784676583701643867780910330932351063394591296040
84590234811242677223369436671331300908013783633855632334649570689597923682063876
75597229422164454034603224321368665092584507434058843926042297129207389001491286
21080413519884940891895380910305449496593535875815089751577751431910883741685257
40068701519426632922195318472847030729476430211656530250222493962560306945651976
26818466366301380527300306092822874137533044194020202910792295708498557591484282
63692618168073648100833354448707173185952166102887511042521910071514179828232800
79625079061167872918935044042011286191125993869367134822943322191919381224647154
84032096774498851132112026153247359881746870489240131744260458759077158284874272
67646490274848830254607208809995266858924883690726511023443021914784647197131829
00948858462607925239654802692930073528488848525114198701969149383527542372765050
36805421157147540517485420346970584513641708405936970466927780310286161469373338
64714064005272945811271428323366950259101789055488605793673209678813693595712215
37486930205671732754353871675462088709733320421959874626109614909840631513921557

7936137785695175749646882345588705000981179391075602781168312369938024517270103 4
9237564077963588323585783911145061348430177630144233002337615446124460537423167 6
5909491675217604142130629811081580811395115195437859006310021644870213404038708 0
7635026152044495692390481680730204226562062317525253927270427334952909682699509 7
3071824617316534574668655637719322139764912166153775127956086297868233845902354 4
9359044313108409429576736458199937236535580005841362777412249450206690316868735 1
6177604853098846110765791183297477157996553421982509904474977275326120162228128 5
9339976956892836555619759727504698085775708769349518375917508704754543317954928 9
8342136912228224683044045675294746662414890343826989585809792207372345790051388 9
2315360276602824095120037037235329791530012772505240837707093943064666095698660 3
7110929165292787205002701240830261055355670769714251646098345056589929995830961 6
2839971970319125578278631001008371808311083258608176610741398846571309751243925 1
8555706312570444063288706806568116483844251027677385952918713560120455091209907 6
4796909847594851346880840535595235935263593747237155770263839921269538750906050 1
3448121179441364925313531081964828537764889707076491293744364819014540247115175 4
7106771273142185833961172496483584974680870483814855724139317747495695099030000 0
3312405237169160916440625688736854793039016884483509987953879217904946247072452 1
3139476833779666466945818601589190595602769256726632863747479767296003325133833 6
8523770947486864546576911706169450272820713037318260945998721465856654189249182 6
9578507859708717571042967539301641947349790241866643291123725938776772143502720 5
6182604580961961991755992476805889636208155144705261487552357174486757151985496 1
1329506159209435556956285456335368370317000328964626289448092866496353141598520 5
5724770815819001758114556232404457217999040312698652740000727592061308998550836 0
1215596163556337564120140919636220870341227378205179535175372335687117271452956 0
2839640167938720609308421781445093088977172138690851718260908691997517879818937 7
3392877106277354035295374120181068660843898141961419661947923457412907164329268 6
2703516090500083878578127806380713960578699816393214636551835079355704437191060 5
0266614661747334876312367972760621151457995771092952518923272012361411629448582 9
4325063361567529581567807110383248074331640917411715818814342726379366480723716 7
1906185001056830019595375120914001522839383639517474869470805111832222511408228 3
3115972862339588005532987150950417275990748107771018975165559346644286852262698 4
1526081769880560759893245348760483212477262023808066867436760913135949731209774 7
3454390924216245940121813538542852798468253703401197321613896772156349196999616 5
7906528159351192249558699201106800824592128445989934695276030587355343746021238 2
8837974313082200788448937558674871522055891845501724758884387164889200558358876 7
3747008692823024883369340986670228273168031653520415958829786647255760467350362 1
3302691955871580171692123704377272386386176354345915677111776177362162222793087 6
5229500082841542703969003110244906897048684664105256523361240989120817477628032 5
5255693443583722221233956657147211714799839147705181901702017704951082491708912 8
0015540185717568661018027940192522145133396076525166422642853368605556101708405 5
3310944150536517666421750498664436054283462744565198054781969944108537030996698 7
8244888441236720516679983415229020787263739365069518065530034242684835939638162 8
2964769589186952924500472346663148735222524677628569194173116674179222216221727 6
9836716358216384839276297585266291158885914458826365152977267226664619682169669 9
4810243650827204483401784344345375540271675367929432063191222079410890925336894 2
6605857699357957289846488863814096961900880503494206529762887556523227946996448 8
5845528649757990968726437720842508968173905106727103801844587579167372907823106 8

43929465913437049129921074765823895430238047246805539637649851700996915490209261
64658957661311142744437378522403708467472049603665799309608523197551077303208192
489171772371519562547195260142480374416068666889976151678459263792541572266382742
66689423209798565270742423713798612561277345566424682008333340013416817191240244
03330554419467226171688841890454678431315821678998972174440920046202033605875215
83776695136401973343469828657271067416287149532427922834862179943000675051060508
95403689633650178915430121677345818814588211669622606344150242112742058605310289
99875842164836763817969534570457755935951787052019324182921458669231104775472906
37594733377902994410861511138520264485139277912915952835066180804960914823956379
32300548720284906489089246962864049784030243354376033117744103986657981214554284
11243048849466550075302746931386288153922387976960943479366769814179370171355826
22611684511951087110703711418313593821109209795333329196928866037605070333033200
90392592400291892923474672636873444972691249407268881768775898229826418294859154
85084310309768404633601617192157346358469044088737421815090758905821569982776121
37178517377630956415869749885526868430957705765848145621077312618320001009025093
74008105886666180277964191192692975807016767868150064609316146576633690204472281
17993103148774689795023863883192180698728023448055795479428870606585015036392355
37409251924347506540170702958014489550490958635925683328022632722299242844552342
45318697164651698981410357701934143068223637605628853737092222425353403407639782
70475980058695608222317294986704114719591981539586112544661092725152179162301400
33198303784414988264313156950424918284069382775434268804815784866593917675514926
52453590810869005421222526494784555481211000517289059486240063406338790819836183
20880065602134337066874983573320988234088395463384428317270584551540009793939677
23837398280573694017248004902390256875352432899568647958030695108355421803472741
07308517406483557853946652540981773409344678569911115635447824354578999151471285
02069237511075025037913716941323621949154855672110570773284519315957895202875350
69539680566601796708214924210770375590024912449826108910041956784133354863765055
45862010967776959849820130033067669337208212221886976734070566252672220511292488
83294189028333208088981196933428377364566803412958994161064811335254242298039804
59268184106958965980230264716343379602564316393825801173144169843438093030720690
04833992565778461945408445072806000950375230720331844308488857212708832283866168
75979852473586338599739891769881020025867043179340058312408241752298702186906176
39519166167730938991032188761491925451853652839278322152864895739010358990598888
40187721778634876656843844337353939475629147622279880495708562226967435012743191
04561897792131177439186471117435091568607921133621352609574822514685820827680327
82292578866943367715496744203630593968515989857822669373008024587272130609139117
06644289118300600406700708284152892955927949402114069971178135656905632129243455
73312723588571119070789259044671854195484880498670080516350233346839237265782225
51272740578584521473102984259904084777056239203123871027680194394723495226947303
94996911055026807164453222299819468949267041858871927371036709554533187830946218
70386393046745396764778425696277132274380839542868395921282701213444178441461820
33003343267858798313198057515524560938325509574400629249881608955676602410197473
93222838066614765469867567925824904683401599664367927731522026153393216393823174
81263945301547510492497459660089589592807023721160555754308270391100320984659849
18919664367602671834698344399666199439590327186460370203149488925161656098113660
40813688567009709193576218426251478782574332386180353232530233094573118191968960
69905725468909371814878652419698218585326336877025540926117993473595164834699821

```
95480422913154770467221802714006551183901358988536599848880671261716620883579172
97469531368242859621229205444727238698069248694946085421488997133446763071280650
43728810156932065282363399915701502986697990321509903470643057278781579103958833
73877693565234770390259053360300923138993967548497495348699256297609134195529130
87663509045389691639461848268144267219232378167830225742759164496485682261171565
12829682537995929225773909101255066896616805414490452218435083828189969332154042
13909222798094760795734988030614536544917233608650431746820395245253156542225121
98773770826924063634289440974404468629089485179573001786278210169798739659901792
65889076790612194669679410128724837219754771312411575273621290398456285218098634
46215938438735086160645440978852715326649655387473675348213699335339890718523831
50909817561415336390218120322378018491446674450524003376907080344204368512040902
09983462232482737452337110772507129852234286210966439291937901620388494597308745
11946054422157912858708363160065753393896444465366248691670869343884397243518764
10984957030564286633061797551397590470920561819351584024065372080876564649857634
64957293742896750938910960471425238283532768982901916896504341966313362399963468
39706538554626398459147177355523644638076034491448938921016808464949023524588538
86181538484957780610456384873289588942934963956307703498814930305774927149048484
12238963990356589324944229468260206248769011084450538789408089592252475339815171
37254678399743473071698066471354781030877962272798570758605907480693572911889199
55641229325760717259708244122087482843432317927322228226583805889162588709791235
59412296719215207208510139432455616856555751502284547036754217459729945780708083
23665245684318789659084406535213881761127139888547274034604290155647870331327038
63651953930925648524077254689984058601030405727234203688088186593770627663114761
68026280979952578512933755044338981496099547232725663760706372841408912682521439
25572297761605157590218859678277520974603119137505057867330860012315899279777414
79034498507111641053549565311151078163239736670907901229195500107124028637609762
92625707031174304739764812676458689743513954616164236386434276947920392920733556
07022038259367472060343614694594022749885124109132392214344970094442597357669434
12078839926997091943059507217733577159658136550688622916122818762915680266371308
67059131731248292898806880624710348068973805085441451814894392545240533514100534
80240575242303316395697384795813309107234012046699814894030001007934778388117797
54808496063297530517422530511381430688482195504989508986575602210849605058331463
63226528836832772646810016604210123535736728744286692104139209803673225180409448
93569358284144399546085221847556975811839546752034223245803992952261539078175970
74863372351006509476334858770857031158232663033567482054817993410123922455119821
89677813671877125215260102705406445128505541565708722341309142278956340982473897
66706294179690952346189981357443247009376929004128247936896205605924547422915494
88244151711596509400310089171644246799290457620562593862893023010780568152826992
37632306326187128210250197069925807401450114619328534869190891925563763889338482
28038273425971645052033119966967968669858111098735260628393943595695909157828192
00632618241903640453198241157444461724711848894187559395336501665920788175596855
57120362394683361503647451480674061543791736434992671940634910691933453288162408
40039809913550750155952454168490446802228571662393746170844981364485317042634965
91054870608317884236795244918753667179667059266326603883132289086362749220140528
45468095884303630672713208069998986801263362594696380903338389416041342098957239
94747286731098541514311580402729867080794373405713339632801376816068744675439741
89604900159760812600861626887538373598432638405059329164151248508965250005102235
```

1203409931137495036992687766220732111941285499665658426352680690440955519826229 4
5632924090848421101813369662017349998282283962814685387818032111775243447723278 4
9515034751855606431552449352683546970971109751776407022890261887968686247380992 9
8583432621522810758821547632212183562078098369938187692966750719452131939054580 6
2898269863422228340507978602392680459624714182915806241304556108409719794176267 1
0789295803552542952775369918653953401181585140301778097861539289851103531286304 8
7794359609664376285059153152220047861517851339997161243648453052777329242679937 2
3889749200690145616205409211313446257738223761869658091748094425055479706165103 8
5588064956896255625831581291875675703820699242429883402642586947484923397343947 5
7338314508546740073411373619246652536795328308868695793651503622782490665430042 9
7798101491153352556991882327289647807168301887259087741558343681480070862018903 9
3459578672570601036412493243768396712405434989075659803435375060578091230072764 8
1747081182029321052559836251017821138050443327063496567474418072500208805351119 5
5650141866934150499210218607970609338790321821789118044385889711329339595800260 5
7420986134490796036954914033780404871665489682660171146662703898308998837185014 9
3369982766754539180411320024101556182452414737515868730761347570295637845429717 1
8511059214429275825794344511504205770765954784753669140498759284518032868337947 1
2996182888391640323662134259758549462647727314231105768327518940602486348462688 8
7860771646590673190186723533611704538900526339015605907445818783190270896839880 2
7237483593366925371838961063387465747791522967034403465106942124422181949833564 6
4316835805211286949066946069583880979102662892087977339465976275962859358351628 4
7951371568768136251604618179972771641838830511363514117379258853803138224555899 6
6196598276683703537841991113292573550783252239304605113232635381126976058467957 5
6143562684226655271992983836756398628629615592682934015659071441978015310016351 5
0366110444000202753859947440880617271923591160750014663108673151938414026744122 9
0137349848649510304416989924739430408925325606141977637435245692418001763686974 9
0373525746044391702895758468165234687690061291715068842400928505804070594670074 7
4005193825481705985901934995307125198302780206503945945834375324361751304100782 4
8566778428007273108232064115771677797913814991302580467496923639288687817303398 3
1613662836493132730394012605146127415975110163900278494751152286239597016226445 3
8378321139438047302627619301282260650355690384122209221464901084105832756543059 8
1628103816764052085303027094379513453351087567921014368506045606741065150372892 7
5611773585446910990139280185701162955198989685780542855093434713407403310203494 0
8526562155242916617797887936171624231816512682492825072085279847364156866342712 8
1970786947379080287910354822488149270427339988073655479336782212574966100283744 5
8467129807552407828067819517576968527845100588549970285289834378675192726252965 4
3705492398713561434850111383632206090476242277495120916736317655417029198757744 8
5512507687291401305482248559507345760559146531686890072948903273835846691071013 0
3571940365401826107112747927044839198756067101145103343479508629604626329167768 0
6923183352849701636609040463947179829452505420025009114249278497091387657245693 0
3721968080674670797106265944807803888813943851098887852633252619199949334252804 6
3236280692118064358592896599607109360666135934639877406476489115601364879189063 6
2844008022540285581832025868641159979938704619979148401625899024593770775200164 6
7525323656652549596580065520123975366125977710937359845833613170531254863201511 6
3511001748796014413064486551663179509927761391461051884838744172782552261222039 5
7115330914641142548737072071424097342778307441995085132842131569866915002186614 9
8798260411768712969089883476597293219412286748535317132656667425347979476439104 4

32069254285632580798910108796547981578687909381657692506684748835717680531174715
79708980567450800324555293367265670486275218951654737466594124819246526640212314
00246862338990206293448983438216667426948104839336658155724251970024768599323356
92242724815752033904937966556040077055039681594250187784703944267494425725504420
69857697295799486250752210222388804219025511648899761897587397689978001457128667
90266411684210124705989761156182109716226448630317343293926905673484264941477142
07120005904681905155187449829091858329590252100373420510749070098447819839614662
11337126196462042242010368496347852016538494657981635807065560820080099542972116
61716307335246552432244831512120339872638991955827683884302966598923645237933255
31050676518203390088589179880466565257748036007243917196475998691869050766997338
08291848799148656829833201323587526634205557601278391320415450741042323959122620
69020521771042321148861318546402123858867389354451955124568370155016287312701093
68843040578405593989686008395146667408003390743562960767344881943009782335526448
00018511676439223201294057820485146308353983974407922861129277648830998768044290
50632552074805650793887640682292004075209090349785877363552666684946760488265029
82631919781044807162048114059421552389816157297261088745649248750714121505121139
08573015823014499155774054433205421354707359596088603748278407482570218696210678
36169434180418535596562879131208151488054917163998425767229367884236186236256674
22357649381173291345943827751114026651230967262380676048256670694567086353191291
49537578817614872218827512642560877374798611740491870289398396727333502473244981
69266332206727129591194129533150105440794659152275872128931591811534208463673987
76324423929545339462051157934969540086684816154634623711795274882643423166272920
09448290437535147448313474151732441513928914292722333353428221617886448705565214
41338537008946280123584292694389348895637198780532200059740009662700331470097761
54832630328121709639990264700010174109504980524774310912891062859197190968356573
61700149030513860173301961194907865880313413705801328124488077431304031235290918
99438376944229704643183850651334862462722907681947668785930867129222650164609628
96111538995939118607237825045385631491955292504084183672183781464098846353379120
93560852682278949030901438193964613379561950041998717549275328192307748648862542
96536047496650489721658788255440579494038638303335765217059278849890218074610885
62391108806086320114091498913941635410060189848431448803260679638766410473051783
98070164123696084300579612968364700067981802981944273522828125862395392795790520
04676820922724497027931258396735896564068605131422880293171097717830788930839225
86186341750375879078532923349906023733120412439797991378760917371546955753375380
59666687823449720143623041208920288132763789137316797619305011635001039265724416
68098530976899549095240959696452000589329924989945257244939930394568703066763480
83502418709281750318238989503059608599632272406589774811291119627168015210444502
24892056508972362225823218292925040359077157784064788375488513655839206290443145
36057325475352437663143276012539425832455803709316835762194929691489941673198053
93167533191287069557257189667540390437074053649591610555336537343765921038228944
59076506961432226356287999919814382863069425022909743181787627658818202664309986
76757927702686322951843671928175785862721602214825798849874633528502311984287813
04326216593173148788990468268424114259643346844758228370117797006999018525069989
98371480697077020901676925137308353304913173332901771298110963962846539301381970
73903387080110737995818322487846563865616536994914052656586660292953350776293855
48157330067731749491383086559299101420986206066012758904049330776615702784531698
37092320889896153725526733957433768793673764531192149927928358975572220615461011

41782605880781281684371295119867962801744917245093039709907558301212905706267962
35446696384206311091187837858555657334990148171921743914469048195539844634180717
72636001597827191452817246964084673498343430208251460526118138715987443743183814
19396100941791064245627847143397692895323696608565125354621681100911835824775463
38895290678163371532231707345294114040352988953875535467463785895204022601358159
05839453532440203372629520685520287310617117307852698670083614114718310977993951
01574114363933376913265448462074981670781957619987236845625033985626087177267850
81788889226700108393251581861609356038834706796101659112969896780490812613759389
45484554937489653155332743588227728242602187496426463270111151687437841944639816
23393254815520232482030586733900035315216398760348235435057942056229448444850244
52590773959781813709125703401129000838437259300419049349970159537241775096868772
44802811678037322157531833527716966454230693193421005116423393889710599227725391
38280272369113460249926909778357340626807397292899691227949980122966910398591030
60188803365260237255282619507774141278457913073297656516639216601393596551753196
48687003125237118016069340572338557811416853864408812115858558620551053084820332
53241691111657987184045068911460643640921737042128390615449041784983806697991758
77774947480018198985468481594733431666679707591377595110823820011580288227389749
19434957915477195182793178883143697035507894813928341150235853400309285385867082
72057321719085982257004200790658413793935812885567178527708231043640565724362171
94262744089342318663014133786916672082647670993562576921350370441181208500995839
61552999441785168611046050338972745938253673095790861012978945207479919027401008
35985555061864397599288463479266204282590798658910397737798037571554973842054498
70486743606310586178889901663541047325792308016683550142921144154623026942733815
07850565211381978620990734486943157625206341438062138575217858999679200110697218
77443399924438939108407291861774815411242004306535945527194665068105327347894418
87205734744887716970680615705515868059548639427966461714331312953716756267611198
03473272649567964051653512015825730520380247641503810813009009614040799192198754
48672290520217348012630576693772712568913924785442308050098816145318166875277347
45220408561284389946776386640369961147699076828115849563519239405025845590282592
79953991263615226626559736286530290829468753715889100225747103040450973971680751
15176078254618352676374392390195062523994085827314755281983355026317376623525579
24509714311772575619816298733066021668189967984245354619323732600852782429234867
38850435117239174803711602429707371166780151122978915525371459751781290469266146
57000714697138986024658280598849112565664542023450832330845211017326964439971354
84925462527138724684679706646222047031278321777777669357380172090223913220084975
37425103557819815847838973931277586585164163065081197357714479979478484198704623
09733263155955887936723737682851172817566006447386039973717243687680659279978794
98808239946437361151407542835803221943165040209920921397130183200872424909358185
02103834700789613560477121940501433085612779972665457478555016823763110180062617
38494634754822745418351756524090136874691029407486311166449804040168545641946272
42376265501913003186278030387622997245957794928230768103012600517666070339425339
94095028298506557415755057612394850034214069495328990672757283943182921302056067
18417338653504345984168892111639375564010657908061122304672080467992385943902838
04467755585471459725860197010611729515373609324867429427671578590567193457515571
49347408205784994322166256620376856395275617195005738067621392999549887768704815
88410480833773442025661370412579473828832883434391417116114302388369427325414453
48358886525601498205722684753604974551751640160571160791086930418687123326163347

```
98938992860435253622585563517604181705146472652900353240688700827349879186051447
53039838376946675160484700424917712015405462962413190207891612820133958867237013
71042305765009609783476139651685545150469008975381999807196395649800244497287559
45089970028611763144464834102528561961823400205512707310984948280613772542866836
86680666437271328416881530386489205549579846880920351082791353630377654069359866
64471422969333562769923939683103355514016750622626754537482415029008223081286494
04025008939450854097469274343944315389700794025882428508375456162687208569384656
95146701747192099755660849611730631729489618582911782631498984507435306309299591
18741564157142003016211781646636215506531513161578388639051779874978597713188709
46891845645375302586948547881189753713683635541886428791936293125976320128898778
86550516837381707773189080084119319975921465504841355169208847996060446762450276
13480335314595733101104882748790335697259714091057651758893266264809985097587299
90478644692671292460827019697337685028838967119023755753659874150009152501803778
99396245557840468031320143924629342013813616698376386060174386672710113743182450
59815790505052274479995872905777484636443114952685914945709929045479758661892782
09598072962295066203631900028397312405155902982449085413549945413106463162742990
86843278469848386765692605260412838275479618741471978886231910534264544040216354
63036737905953114921636829018497787493517250968125631723100664861791828057398823
95251644847132588130505819778660599370439255084064831021018499963134514883459091
78381668471145442540798870369680793786794700932394985879797689653798766350787195
91424043737395219979909370534253372738841495171182691485763139727398575340006980
14177713540280751093949794091882897790583212652284931014026415244349811151656971
66802362273107999600065058220791236973378623672958666550835081242586091043566257
97565162151874506508986588727549252804409664114066208356384713356983326204107648
26733302291596486975548102769607672102021685017486191270270620061686080173265301
75126053959445267762317498117656962918201275979324758222110530550591753620401699
53419402035871729378182513486561702216768344599865995123386841835474381430263918
75219381847068241685803319109759616193644049054745758102430582437035357970729482
16982764960844486432214526821481651687553145060156927654504789294147678819623633
38848990287755657361946629586641346567642607886860337364972501932172162257320113
57687436703161282589668498191688244889241051905968153807031503325699338580990334
84143136065659506385131143292530393255207463287644241591527603987871814419674345
62156455096382519803777447623429779302603669536300458999881153142509152013658174
72180834764271174757467120776079378731784029392389114610651739251854738130020097
54879139476148114940558125088455092646595591572836207757998810015950715359854522
66030427772406463117560959650786479366887790888728533535491531873538720584381692
79972569686392254484282931703783089384650226629906779872037995874710848261677908
68633876137570035894536990500766060354028121624028004916075129795933883019967441
35330451693554601405916888176228409736798241221107254144434718972786316286519524
12894519029121947384631721980638468519263187478694000260143415743567066640051576
96858705339202106488293200147119832474283322939995174790564376826948683629357848
00316478681629598478602723002934839827407322875991349307133395418539495770071428
14537133009643512220306609015862250530018467144636437032936573684201369085487028
86599349365972439234975104778581587424291976391347951921137913304858629760329374
28942834781572708692856950237879632725712093547342096043169618972139660973040919
77481286984966335645613708432289491736786136039438312010519348588166964604359945
01279888474347396572809068561050663189692230680216915895980157646997206980040287
```

26779313172130830748769370038748803000820783946839859495273609928200208489923738
02856261375194355442872968402426600330401866806215700934426863102478110508291554
69150160437308290289220370567619300024565174502829721701654349349563137226467974
46253257358953931059903208349304437822078710826909313392134848684701757018234517
44345766161898903671516746973290255806121447764204068117451003998633603439252795
48921349720377597628190933643774147563045515043079638467160145336486023959896509
08310835699453761169383689807792886221843661063863382277209925690591754058764422
77059529664676386834902954468455973688606051473670274597037131120145799339105073
48805645226917287465178749915770682665721937472784148937896732810954095212196204
82254033692874952121298922312342114346226393208229780326021545160621254298021133
54091671016336537950377295399970826455302320704869563705073964709115473055169795
22209105206289868019397651947000132557122645113333858894391585750199692964939569
04111553721500001893068176841358833621300902152110076970296059093914893522966104
71711727025016768049571324675430492250229176774175526253744964420087692978865196
63777860380592467730040326207525707113770588260680520907581623798334751611650050
38436613174117989976048786456696390166368159166485255855569078373091844537732020
90166877220610348737090082103111495702453795212476000264094963164498591591234270
56548530275641475129310396428813345902747252584982321665809065410005527589085066
19674704058146409693842574427645111529351475954968619544343240219650216140512440
78971761145649102364509676139568339919206072743838620415223632228057716536078617
59614124476516172968647919425408044458087705444499463751833231785436469785997784
94308752594943630218751558590009782944654778556333628501642292563129440806990491
97421192429716646325226942201146584141216047525146409185294582143592327005201574
83571264598526215161495425011978120451562010240806477345387200491432294179281125
45212104329184495176480012380021089093961607311820934590629114874393568910206732
34379124151005605245600516697214677120420379473127763375183234472039147544364791
20067706262809205361341535245822233211849706904629605367370694604561423614073178
74153782492558485824881376475906744269872338444710580938507143076408408927495990
66439785574419193985368318357875128161487064310142703623591493978819729933491849
01631457520906793914423987890836769069687857822195288661273604790353099359048395
05945967303878882735813377018359489250700594724508735593262561053402283801551358
64943892359428957802246639507357967510833594630347129210891782638773909516067193
60760389671331885229523221240208325649104637324510043354806807556500205241636042
74297187444719619300749857414013593120695899901045730941770483307299214914260965
10955010758217439666442538400157576852912610363718691486328570263021401305487299
96493057407650051046107657369179387017221920648484472763687371429848679017876660
55417784432983112538586542716820347237135307287955807192480352543730958071392765
70940475289534544395377082951807722958753866697192378530785266875020525004949175
83575920012083792021964982462019132575781280412377544119583057593249059930340407
86921762341321699371194337477985986362442022166969202175894243794192061603483305
44399071848155699254744066669241332957494684705920293517276235010400367688823367
24736951681112117303311668605024067086354592115173465568656549032104600476089804
85769943374614025530073342587028014042407259709825975797417052232020318426674946
37497017995095339931697074737216037581487883239719081452074766447457279402944084
03671135912347119976813441386568813336122082836078481898837994352890241955397206
756638965133334709000095822106900563692001827012353755538001902185779853925973127
97508719725911916388094610646282604557562940512766073416626990605568974325887634

```
81807167769149402627357668763759415269221806933559490110414586898996317234990816
22678160414012293221583219997674241155853930073230413505938199902030041290263749
43918324267132026096117645757757736827310460925110904641498199424227702044104007
42114691184135540627569413791311368934975345500185152942837121153549439948740477
53845670739235365778240974559151326026962851906913740523225404375935695733428066
14414646951329871482484758715362068231178537366143290301793453196089709894250692
00952250556933825990948175874479302896944662618349333156689617395701118497583366
05916507911017472660442985489123600018066558635021590714242126339983054737176024
87612361594485153809958426825199987978845316012398074851008252142197468084347570
86347900399072210893642004661283963243174947162945905156484156083332200799470250
80821285117644094017341098601075742650143571733506560994291616925921331685252973
71611694475966427583994708447282095448409193341648204247183944467666636178811562
82208069261450054929564856808385997576795943465561111608552982342134906151225339
12826813601658137424134741667649673786798345659095641517768057697192645225682465
48587490144015764567603060844261124189185935570267315894163349875763444619568517
18227307676453720134936475391373662178208222488966203112337679486514321262182895
16284765345551614804074473828454244923110793121938611018074843911238646707484690
91678308726908774098989771129890752396770434997447473648885044592049675420516187
51149437588014400909674945085885019637884729002605812119159634942114864562233747
17145217558133802598773118544645319254102099719141211275950347699413493944763636
90157403757276803760466753080582748616578876462057074755171839232894222398191242
94210870748398423015005849580719210591141372200516605883023164814179760086751014
49995754822776873171513900390899104013564898049255055979927811337450211960569530
63063390873857499831226857866914127950611978545874607350558982913570817782467839
67038755267564276603033341694281657662872334842605341511459980510694586685586694
41540129645759372496618470484916795106301842822570030998940645968292224489492980
48832836676229945947010416151301961406791828376637641787818821350347189940448840
66473447044298184675044330330068796358439363134212857083176462338383463327757987
12187749069104209484214941901522932033331037840002083998184568437001298345243162
95742709715348169748447778174720234129694972404528026990880420703093560109555447
52449576581049520269878223835166146105021550174846593212370915762711950310748984
21030314567545273335840123819392025604584918043676688738623150661376393305316916
23207135390994233263199233014078789804387436971778213064387912523671228265908825
15577016624441047566239049663145651144621558763007411164806368169843952762553625
67609572991378328981033502783181581299016248787426232570587213309731908879939815
78930918899500732164898845081284976947076963331254418937595500071188015697825248
09983673286334968752311677916246128649782643431892151012161436579603622343709667
16206185255626617570371412182667443470170902009979845091572417506113571073109651
48818168659357537108945499758078280921531469994046605763171382229010059477373852
01312922069214377713552165349020357058027466769901294292735838287660255397196003
77425336607309734170157058290483658581945452007335429033122708865421436735717627
60166959407606355417286903908514736296969338974046473030275331301136140984481834
65970876312786271788727457502091637164464172810959066568847897711643385761847298
23725516701911692223589695006117237318950533771931520189803485813936553781706731
40674672806050670170782892464818862038044040213067576079253269737746757290791784
69204481526251389324239731145478034741216890665153960912323284746149231100854680
69654742632457252220931809357421924896681751692256112294717587561183275754270389
```

1425528257614632632949954755936543016835068930526406537672650155697425096544716 4
1002123385819952245579182385064831526529617330000855292260580678219650465793248 2
6415297083566422701330628008731437789689858626950523106079573730662575834813535 4
2272530011294150246109777954009592563220027340633387354957786371941407484982310 8
2008293775361984178320121027185283734657747111410464946002970001939071399606877 8
6423570062088095700168851856488650968518651214146219502190271267036661771264074 1
4110143879101989063699606606667002685751959492796472440930152214444857041755966 4
3115365895452331724550665744805779256352317135726354732362649939930851185349454 1
9866961477446217751818320336394794531910923553965364158414759704095485391715576 9
2023274696319419384857606639088948643552614725563508566519234387170749879276432 9
2956462777260831702400759295481530853858846699901143837129419862732871845299732 0
0953809444709412864967310856699704558441479886595015384382360578891203657018895 2
1059684293910144687038122986691151598321920699308873608166610793221798791536110 9
7909520436248540058261885852291863044711316563224814824632736832488293182510450 5
8313387945643735321827595006622116573344514267659972002297963753489378058287838 9
3744387424403603487903706197884626959439201544411581055240142534927410477145802 1
3783427133572786170411127672182488563598082918331185606425189640910001263445204 5
8736786324028035750154373575152268312906727692481326438189157209513456810070272 0
9320451896603692615654930007339505738978913630303613403559632172525666498079760 6
6489984815019243841005756124757494469480742036227388289571347987100564603471396 7
4563494989314552748645968188118547784214563403430474820623047716198630715345903 2
2506987804305108871720386861599693210537530030990260343987018740585807388750186 2
4092394538288294249601556227331425515642314313943954328656607964257151851982470 1
6548850643932833528002037519166808984639886853319651145804894642647116780821057 0
6957574025829279824758574683072294510517369844884444178799225021158344964587029 1
5088558258063838312863277403715785214754436841643377685606622987706180579040859 6
4519014213071376634668113113440734070466878720215756094164724171252452440562312 5
9138093315585905698430862069361574390706502355850114727021949821950045523763013 3
9747363675771689144768271970381618264707203924054558592155152578565765239534881 8
3270947584044270329655802431222911477007974857880043393523394264776639368948732 3
7311043796437151080562821436801364395593306895624750837257210403028010224916129 5
8523918215220011095624257921000129844383183261235394091750410726333675946911328 3
3968022570319074124359537070499462548044418610894037193267474467418670382165166 0
4809504321912688601046537588263177328902383462263927955366116047989062921994178 5
6894097127998364791233893135441466151017388081765937224780462038363623766027233 2
8536382480565473965452416796796925449232705794124946885402637489399600362825763 2
4602679845296831652048901228144972124345252245765285193548997838284093121712500 1
6224884863075713284624938926527217584836711232147699100454211713362250836729136 3
6026113943084277874157384662785812312154338326494511232197733511349545770675703 9
5210567055185361058316355521219179750087202003686308314638904537350961130985319 1
6199381365127196164183714261899816145450459819298568306292396825622485444123623 6
4937842627939520090017292918816547305409371104605637308684577761383481274239566 7
1638447430409842315794045686135760564061423598658991284007023088805535733276408 0
0114989565526911169604455927499123888308839712836689776747094080784580440827075 5
7762914818849655705833195462570448186471964823217808061216810716748518466551876 2
3137025730299550505727708052382520362147938563918319373724539919212232158182898 5
0453547107056844758302526229459771879702787755764788215795461806802775938615679 7

56762057072652885699742513345223793950348507417853091683901912861197180476140606
57064547555703904741422869652274101444874143938562688486159775248512724821274031
42517418435867481975113542833469318959138689519261704601923407376391843513706531
64302431674413031825442736751470239029311253999332505780180171732343308153369302
45589229618637918350080289681745032969940456392361243641962180370572257639126637
81103240441096728579103975873012304603758326031412783932281086942013473965330902
22749708527879584605566961656065001888607028908591583987910495925087598034653497
73680293903191097104464875043888776326407215978890968853987408875013743652781717
78585645028404748615330451616096777369031137183541645028356223986020736737731184
49298369820367331117589219229245677399305636676550865808310257165314657125128081
05817242050458049038676226995387112197875079520943450489801706121386902908768075
39781400893236548056315138992362209854037281336622134294449786764508945828997168
39958012461964920707767937313785439342504021434624576921271219450819504796336746
31319221524795171428299972365127765574866710434891008132033022688833681672601036
25971965227917997870903280787490776537800650816541692616992465741007532009504976
62126514465515553000836075217351220164844174833454071785288401081776692930771439
60743168983902339737872369834389348358208961063304809213801667411466908108034192
44068302020598206559105702491506869462987361233176420495430043164228800514322004
58492920867063540650106839600241775944394538007582450832080599983104929408376001
01808713033894509587487028660281365841516234485634769098201825029194468436057403
72625334077552412488094404293802529860865287545122938870705391326815354320739608
19076436362526590689561774501858504016723259819608783713449964030618095913130610
71779227185544118934799485797939934184621253553239050251042822020006997918010270
42744061941179022712416531551269701689214854772847053950990055131695267787952545
19675863797471596285153170630030790117739799414439399441029301535044476156078612
48346667950332740342268462503148906939991450269522715759713999722441966706429661
67128364881088733153582252814609957079000016052725289381428853706610993046577480
62250829226403218139399154949040222655843104993622400561613299059946844848608058
18525029039225103246986336361406687367754566728323517158086286636546319922495059
26208193356297587329289859597267336680810863369350254164353789802063387722630783
84103233038971198837660821747686095060783591483085967741513889892818072797874280
89313219100569610135820508961757858818498560554016874796804061949383496201053752
69323417593882733167895012891060008011963940011021535212828952037460877035824137
96761658518748531776709924192582468252161996067429798598157892301534791892733907
72918390481311772237770715844667759706433783895176351000271659300727090893795082
24272424489001603159947990177202539996198111277513483811100673644922307812377687
23382211921835563450426400464871331648160981141918110273039104494364244581027335
94275641976744972698605421030635862694473725770126002335798023122349131828725914
31557806442761458822812021174133426196478653162861375178828963062949972027829441
37388342420108433638858382373432352637812692277322469901941341757317799471090234
11267401214886400244850128988383789377152034414446203176699389780702582661690353
72055409320112437396977501627446241323552977295861292665580146138444855464592262
29633543240219968931964192011666511692542715518548328033516349688985179639648055
60830870092970234206238500855802653388449817983418132645922019409102940916749126
27643510563987989502214503359573593610806921948857363885609056996408494998856867
99211515546473444482441413142415502437334963782780435241905802795190974104984760
07677916129486130556416971647925476592438624079748722474582979094560648920005266

1368125921296929165322249582411725738465191502552013106472330504857844722335299
7
0197611005805565025076860779673119875059738577660521556306989300209613073990597
1
4713514415765581516325791555735557113836107915560956971881900127096637377853360
1
7832750812708353572037034004789927264956389437155357087587276080868966809508372
7
3961341817020546983823165008960476046532383326736166918567125894210926991429577
0
5719960118941590480740626845462782208212958349691065233746686701417328685766324
8
7397196291444960335929982287688266955405907559127903231201976389704066785264129
7
7006760755855152336943855556360853560885747169241733145268614717955860966787791
9
8527339028942013143749838105430797448269742398656112402342491825104061465656500
7
5937370964912856485729570600593402514959365592771244568811649992418431827762180
9
8981165653600906596369745480992263402372344229452774842037163360888312612094712
9
1125827092371079676653117304443434829736885489669245589123214771644384170871119
3
5629603701706354941947358599172847029214041245017850244705012633945371251159439
1
3256350133633514793730259443045589590737360448268088630773490544532597382857998
9
3188907666947573749762772521176065262687622550526933332349700551782722177583959
8
4523681760336158071681297314529107246385169412104907551183529759711388275254657
0
1703306901358713875959646552578492452583489004376210061240930628619337654194404
7
8913050673526347804619056130638523108242691126176604995692943396105768774202418
5
6762810950372184805821744951492041257875880740287742685089562319353339710541629
9
4378309495641276551101374318863026781163055081042479841692792960952619195151391
3
0481775530302474205573712324754356340262152586362935200136528719110139219383346
6
0278248456277478942426565283877908345437944417886847470222114976286652102500932
8
4867309846176257179749119107360452432628993172651954738918102140565280444988763
7
7712627449788663767346474598438178907193192196068127537535985941234701741071079
6
6242193832112347059631868471687648922825730506926671882663247675396768296392560
7
0709742832816390028183879258106793445437561505441412128969395755362306522383374
0
6095917433099248475147745179986307726737285219865250325895309407526705209599299
9
3701203317988045470439146544904344177283502152787859630132703652392864075510338
9
3182882408429139269712048388473024589809023957872878905315776162971850573016031
4
0391214975284375367411391975037219344653876237902765673767124138479076554257014
9
2477530695666791665799969581187849858840880740618401803083022488726588209261845
3
8154245955258939114902748019639683511761550188398073536323737369063448978970797
9
0100667209525603150338389933310224157324756068374435265722661068106262579015362
7
3006131224961868367093807786303391525402627486658388501819584637275423034043293
3
6904610089287440228814225217133790612533078302894567034253608219884096380774259
5
8889221247212468045052816311649466125661742338127011973384630595084674494853611
7
6253587566157045446627022991133604091489772553576533594979292637152242542561183
0
4694668217956180206652978432334575541043798863259876304107345998180269290494797
2
2980022446021428026331913064039319161364378285507513747975371594335901923643876
1
7366062036676769038125435223147023957224666009364846004653311869890922789448756
7
3239830422808414176159311842796167137498037905686537704114687330242697129239789
1
9320611438305932518754085542445150663414392028534523504570603592613434017457617
9
6545423216129767141497411929426328785893656781783821958260703830477323364460029
2
6339937967859608581749157254557837008200003748983816701827002315851331071300454
3
2010131968189425399471920877723192505335468347015778062947199919326056006258700
7
1169582390391698901473296909563675736924506071515814202128689899672476555473012
8
0392891032392486043051026170329115700292231996133305771688346643150739085568874
6

52761039345663250997247744248745247016584946772141044140052068953394448566205912
22731555102262382356181941437759440727368493668205585396687768412248662720076250
29866707113066515937357478544960465390190501732296167745353642827854713671046251
52153839662449484444204566799474672446205631960265758933403524152328128694054919
78559253108866509255896905225960950604372310069773651185562309497119698978935784
55288373494296919498587537928259005252612697758247983166704032608322066773738441
79385004394973628166858632008332494870552774264435734077842420072275176959926514
68314318442875293892612651140162650988088598583165754705305132337140636082771422
23757639747931745866715838800627368472549219628180346090811624203397540439597203
81122485759196863992604781840792855636902334116954074554417028335840226036180368
77694854331643904911789183664240325238309246008023357960499787200433600536338997
66462208040066920234337247453706036883716974043576414036798320754847681628744308
32967825346201297446973199318966595215630126294106922752203455766484567327413193
70368113781409601542282916458496383083928535276364534079801702787838164075922542
82583046982172647852478054672025360865906510817275226285069615769266865078703988
22498672432231777896289135662482698988012781311573311046634002319192163650778558
09574363674462526331700069225391251812214016471110860672285297628778885339503601
82561797173182981756855317976961673328276926099526538190171087467332340299723174
51487234220838707855779036776733541391806718906257408559184213811739080123638741
44361872194454559380196453611165131382733668183809337675987728989658969470149167
17105704037099729730223258831835731845317119083762918589373484101913134189797049
76195419259133525207607299006237976960161860225052591971488539417285205808332308
50776239605721920994671514621588863408141275348030992562799566319440694772780829
15880304466466679822594631343113078618118820398174975922738544783158327136279227
41739670833349565984661323540660558992361974596526611198235302792574536642179403
69854179463619699198945642898946171804518898638705390710382639969635633452067454
91293778946947893570152843873279643972409151165445202630585983092041647432154943
66091988454263802200796285432197161563302766968887667386652407306751461356774526
37059134274578156430698887636627159116586993633124082689724845803096273275190543
50295095805674347291266415265075646392715861984170214536048280866023716031521591
43363874066955992916309145800513351846151506671592679258886019474887809095493671
95188694874858206711786075165761940668019729598010533604463690639893317780298932
66299662972639055537732970128489349280751327782089910298551078984088232049582913
94936758776336418462457612896842061476045292223151888643104290417488509955517920
01602055107742369947778040187342696031684967503319133117831756193133118887572085
88836266382958506279755071113530122527016146746987873472454918702729006709979334
41997912960413861945163419720552070604221670289020099572844185729730060002702622
75489840461029577651402463863578745804766370026931043215851325078615628439122917
00059012353275546938302346185409164202541902551454942756963018413451830592740725
83278714771468064815696845730243870270869172324041719286421421241945314036501828
29799502059100468856036641951042513073414521652802988224402269887447505520189039
49498845674658109293779714531772518824970728829536148046688837784828915855540010
97079716968567189141834209566793515886377967195112829385333131509507724649565761
65608064296398701124122012688194846141580739218835031152530989570592774313993653
53563954109037779041335359735805634658405639335030005611150376714999466850828270
29126254748981745736706933303545559126920432965525607581010563598339165453019522
42590345867908951540046001746941124783121758262211452313065075340125880592292883

26962685873708667289300065691630766693924547993621100971153442561124328587623086
62339258699231081610511499352650099441561192250335739422932993370667618692489174
50381489393113303304953267806614034427049409639057772632134859116622903968442166
50828940559492972766872675758202560236097843907477568308549201343205119827450395
46459124082054154386373820008432754246612357284538579155211136390121218691553511
24746326468263524258080100012609575784363995134223215863060427000483602169083076
90181156615006773600111800484141389086197417996482666149328208512511810277398718
08121963865457577822888934031759791855058369417567532083354125068769711564940786
42713022445753117828195923856639773388105768739998513730932674606470872842946639
55832846603162377196902058812280274416176079968356710607388451026209078943360486
59143550494138662225249226970358268715905294289592185982966138933030011041617774
44505430413569188595420500951282035010866808272164358491599879107104922994596552
34294080479909432337244293047704008055416934475196648038657681725406072811806696
24451155355773628679152209507554708899734611778720413611555594929197487428960168
16561152052788755134903607267078249945373655074059002913109196507087250182976101
8752879567371907770780827646940393623247076156903467889876877727634787860496130
71129200519849350244408557551804681742254469322769648170767587214093096304448325
56930890769316578985290355538635206453448410410427317529592386642681988836154885
88160429121539345698745143776538863832445338535358147463550975684274292166612883
48678727058896809856086075092820389112228164345188103427273280682026992041008025
78241101391935669046897711509219786325233531286105724610702272145135092692167626
76712766115751603975221344909722662638030360567825334316143410217767735126838979
85637406587369230216820577915741269137613655553789407787490401424811984443183515
48033798119005052623629351093431304336225945108726473639789297161411206357681204
92886999523615873344114128550441512665697149415616105884850456541980370556982858
07841382827202068381646587783170646094448505679038183451664529408780266141911863
05725445166159962463107628259403232097931315997965488217973118701279855594476353
46662983768202955265416923989174251538188727922956132158980198806119546636226173
85331388068774023882673649617415236671649047453850569105671552373663474067003301
92849321206911433860652219479846211688873997744842136404206122586179470798089561
68996217070653087307401242258780326052021482151423140157113826694898611653945858
51235846213624344116754272788185755168596006663885144056529617891207875642993364
62020584316854961913580980159510992145982570933482694622136196909195644748260745
39342099178669115245129284521055168669387101180121352249055762461972763705759768
91061354806808095707856512932833711589313497369369612112590987454312315307334639
92275769406930062108436317809280780660114933200306246872840396418750921981723757
86906473068175623891738370746742490527314632837670944235277414849065844397626290
95181542881777001030307331197674701544971018718469172139523231429471066845807740
75034012160478581479882862662852934180927658666610554318078369642401622890352189
17898713984377442493443874000694323472253449015973979151795239316808671222563333
66175064669771816975008235851735410446333173278743537315477907657466761123921338
74059707281620622668678933473414619639990757607388781276232421918930734618036484
31666688847039262441071143439446320480739512391017956250322425868260690239872233
91618260525355201656772622396314995154529596884547972252943017897001669810288233
86129560647915239950420754464981388880920961767508049552198733437256051657862161
32967399532533244038931236853812631920963381454909331815608901056326590760597808
60547337270711095842120351693590005796829737246946919611250554274780665476613885

43135609709072864520065756428194386186949431596386002934209874770645377329106985
79658759567805196887166529448444935124410321729105911109494807161598480598296169
77375788064146172169779239965139242541849416995486974556494130645547405443340608
51343893044715291147498367770782122793828020515033201243462551237798674422476725
32317172422363728896985526686134093163802181502595111075889360264643643159821464
35326805540936113538440700002433203094214990145805237066745043251850906630910311
45581201275480046058986497607104249030240028814051655970242150489963869331198368
22559883953073799745753966534871032522866274426143159801935334227000687449893000
04392443400474384226211592175593451630866416821135559021147219543158398645527684
20026097158245611027248438679597568076078244686596718446056516796417372248947556
50875915474726278103691843510839931317712540537386970777006082674104305006061647
20451004389250933796430473363926638192882254021537375370633771801872348425954342
93446755802849390115532360523553391211026164575171775798557432143229063524958968
24257499403001987038822131999305222810512720131566091843046347713851779168425281
31632329822878057529947494713970148695356361052454817597505311736173209010963289
27636999069695745372821765116598213084813308681749073985195051642362380829872478
61645668084103674198779134315678447019325893966719586476060987781770980263380867
17593405089318841507588264115353186525232588441525199602402134230902258046576207
62136868244948764488683590235957992017324149783033910364013975228744500341310392
83282283144330323308678672963757905972603320737787581762608479945442195930668981
24754140719821063516260047520375695673532397762851547077991894566191128047468027
00902907986867020694378312046700531219402562708010321176637876617657656929107829
05724492299586429602828812178370129120616879399519643185185128152154502170435922
28539707748571288589310334508221267065065326687983305733416572593645426888306103
18231772403162567318957837103411305066160771533479681872069732453198689689297464
86587013289206198921973381728413894767707319799749215341296527416703264977103974
73912338106348126393791760374613968563006411358799270425008157309002242264111450
82488525447725517992696221980809695251783382142680028262559641292373655943763109
46236569649628651862364001826456817397495225558581647955192562145022517941767928
75173998732605219321333493499097718784686997854189020378613298789082282101488834
95558614239795467418723328944210235478480361011560791539684473393075500567490573
03695541789466436234240573929031647062587000844393819105865775582827405983519410
83960868154419257363147850475857125822337554451020472439609635021363937051590181
99650592409824374388475881782497198096986452376647332908684727019820123629770312
61559984339627250702913150626422612606176423712917883193333782113052812336543567
9096993762420784631989126849411769321468020286773603601308828828988487244241248
00504555828376951327334868888738982612251575896231729135261366037376110834737562
94314472143075267320919419284945232460167744623055126220220316041650141913364410
01494838437642525458148214199012299141909554180605069828933916906076720508395756
03574945717589942694507329845182198061354091021293893536862272997630717142007272
66254117752413386271385223618939439899014561980539703749394120804891478919590877
15339454099012730764047181639190853419518131128409718820772053157153928501790112
35369935162075907561737759039157145600608901803393584519609791089880914281730550
26677851633435800973115430641888130553468360942074557106168596278041536881786782
07386594663314879615978391439693273339494384893273212335045039722903580154528698
17620198782773201048162386920527865564813642241354348596196307387310580394365126
26933189211463504223747347214890500485535345228400158512032291269762521468481777

95664882914117565092615723482396069061352972712918398662046737912357035949183780
36680775715524329719317820588257583226433494478444736300426022275988804380890879
28858586717741724879872123026213566928880585590063490362507783698287261007767035
07774878340222856232646533153287938367854964327708760803289983473993293103280725
84139025898941774904987041991919737813708009378466278868307151025508282943291602
76137776949316307322670353202123780020245132816036409728776842618911196370896282
51971955757137037738672900193400444336338601270319295282779619524295023028821026
90335637422696013969007508518460975465247695156804661769125923811507548873737445
66566963586474519725358928060673004487199841447260311198750438851311927964577437
30394419041305820745484142149695192153541459806990663375556597525593484442447618
27636882762124112333638989811242765678054491504778131777337147281588064106909237
06409943802191153083712520488445473100409442099342282909187081923700199524094585
21337934910378386333326110331300451228014565936691392025853285967129748970651352
14132487979365760598985210703530153733561517428931630388003615092492305318037975
65888199201302296003444614069009536340797244746159023466828644971240560399632833
16930606767370869860155807366133035845524486501989802408065001307514910367009512
93259312798281132400494538119324407832666647240531549976132612757142622427351801
84257992262333961253773857479915595874442865596915106539592593970272760580660469
82228471241464136727997471047127925750091699940522066084116450418225577320709111
70653186411144702858130049363898803971241774436254280823582075916855835068233270
25715341200512594437723102436639955229825758811103445118557335972815777783425461
20281389390991626145740110389951960362144638413618539064787631580967106753153570
62308038341984480762036781456933805617856906720405323759569819959714134398557082
42954417066733802071970586299993672452091317294221099494742887749642842033422114
64131949870030153371460501388239198875391260504533552821755339339952672811396588
71523995681233302150039577065464153497568908173620217018429140892459174159145450
38911002896876078709827390613522218578266645021612189571077896392812507593172820
80642870143127528143498296019669786120667150049777958525555500876259248475897948
49480820003350699095336719378623365807498778735718471921193055687421703202722252
38162572571635407138310029123234460804281803267253142142473753513005189300983895
74199855076799474900709171287160326305526200536764900225557858950485896259708515
98065376293227355765391254531559950353942347846281761292189392920052537129127836
72683160176215933962433238355651088974461475115251042069880386062925441028097129
79716745718567584076457227888672418620975627423037886738320730197172016203128209
63677630456719128068843041788753356237366280353585998759188690985247175365265306
73680598180667427434292764055586604619974132020488317743490637368681985189796014
96431520470791452428685809855275017480531924605507285997948321172264965529874304
30112831276340719569511990005471649681830978343112277563289194161176821044686926
27262484145036195885707108954152586029459966207523702838059472342065831103818523
49663298580762371617745711354826462355880303115475451769865473532804293132330493
55425630453460972973874768231140229070565309965970561658851176408788395082693536
65039850188415593082016616995198140325394466117965582994669410977258093746068928
02116245688456851353783073889280371694350270773703520006253199396291930653691988
53119210906454123435193456932136255462614767518816679617194239354646027115267267
32296170574174473723968472132490461432550266445718780304863102509010004394266685
29349050239651687974668946373229906945548952500706816019316278115790997798307426
15901530978322325409784849947434562810137540791498954344671915009338473518665979

0703488327181688229958183495624090249005594410892551123203176272339039597989463
3367806624761508426179221012302092693863889411306384347839035670586314047147834
0683957625912570429853557245144328341659238642578723530687138415451555275104272
29
1303033855110846950561429192299616239235297694429706923996317767924292036345370
1
2154282210087114038684285425513360763132570174418779255778374892370477786144812
1
4589518200218802084638082677700761742664678803157801049421110998164045602124704
7
1460398790481710904116895054372076321343404163107552037894410489474808127099763
9
2106215741622834115972962869126928437756692400392848050785344835124343510261047
0
7121165077277321070683513874759943557740638457591409396429094713278631501673613
8
4477001840541810166769637543613197060825389328726772067966937908618057271620086
9
5591930819035850818087023415078789276843679002007337247859533433607305753540506
5
4660545482784557524989836561462548728835290949268852487228233192119314625427298
1
6125186302893122449699103107976878827090952066785736274060874263408973954014288
8
5128421316200710810506544751137929298861597122195359883076681817607955381125612
8
8606822706145949902004155564466090097585572288126375287788578227198390154162015
3
4970851333003146829974692854347180148648752213286937904576171782926506662795938
3
2956537438869265746414649366011964632038011919651826313204754405766766101254714
6
0284000147126007067443190177408799595747824803739260900225426248607885126403888
2
2107073889428555382685673304827592678462145973128991455377356868530618889600699
1
8437143976706376350621460253913329437527076567198672685537185707122698816444957
3
2451188712810681822168054150661801329863518730952754568988422659812766379295009
6
4354147610523931336240052917009592464103609017059681084502407480029810406762343
9
7375966255853904087862415001160703009897079792761679297286646205304215457798919
3
4268501384588280106037999142175862459429832419039438009501935442143881751257313
1
2923593613833576791540710030364999023615403462611909975453083153857547347957093
1
2094793784911343719883483679029655871076655479379251584317234643877635792529084
4
6597005963581901914033404341856778445213153285142891819001629535461438931214657
7
9687824933651267563864261080004565742674998290734326737040231661219803619015390
3
8488066875540107625701505322912000519460517863250383223908164131874661937592257
3
4146963779833086204321027516252537214091518134476882178751862844598966639487397
7
6973304394522620931823583477488474709862282443968437319155949039543654833773861
9
0511850476690651256815092703851673689104616608453121102111946082354506712357424
7
0978170821144248899598779095073102100013028348211375283434375635761082634406106
9
5095335824215195504419275163263673927107476789143741424453942281737668146343002
1
1388799871283954454063343470395338773261978212558209457155980079041505051531868
7
1089318699753729159658488499872295844756905724139774395776425263863165761343042
6
6170344008955184540036256377139948969631500888347048390096403355367690979416102
1
2649649084957945108228143496929151614510504639869283477121947321995143751826624
0
0739184054792831385470207325617434995495927942625020235236239131408027883840382
1
9181481648204623063389555560019588828452408359344417824116489117279168386967866
7
7421935748560147321041419254625044446651348354749279724398203144097637457416466
1
6074175316407831173474855048494597926843759477565536460313544791461816340705008
9
1153837689526926501870540339346983639876360014801130793265789713625048965829503
6
8796840230303176141227124341540240363151217491778504466450747433549331996934152
6
4927575827579949905635349683207659791475376566669060191872986604023986641201077
0
3364658374901097429900577425526239025449418762005104873692551323964830078490493
4
6438131310098857102213425331963056311859736139043431801713970297679272086933449
0

```
01434339981308316753146842635110105254631099034210387081100414920374312274661089
80278817611733281589350443343729346783177440660030239580381553207024723736666241
39091562788840936813229164496827241326661891193345046135623470526809826898415692
48828297086914685897847335567486583050145152341617443236363590025743039948457170
74294055590362428103045739433866709979642686185986756036100456756223943653338407
27414646148883743455614695897343190213533743756442164334042392701049792208628989
20523824513055809506843102960666212927823939263741109817510241742524177256535471
01368920546805536886812480778253489564489129693288448174912906681913727366175235
94607528192505389597286888933151113253530979089853158187727367562353023110833487
07500212381500582088379943734591882503908864126355900637470276448857408687924699
53113790112697800891970686867402074640825799705000926376841851237757230420272028
32904295948265713904289289968852020252426506462832541684211204700422591587857292
33893900209126548485669052184554904814963981113379875221324892632860425663788463
63049850355672820351874169442058624020949810495760735578924740377937243476669456
89349621221597922318590823017061067420586586908784501365444762874072962317443833
24695484740515541843484084406533216962834328464833972322507245352012171745708571
14815301809945080963765066749535454564282058206375518212381277603800697463027089
01245904825152467751300968881074404752875551416246020118254134664203752848813908
55204394864547472307712945657108365746393788525074669540935523007829049706169469
65110873340053101833048976918968511734593627341395224330842785429195643795386956
70498459360593995809807286159535548870900058316641351683567070824969208695266902
13051871928408785872678941966470482871308496111716902904133874266528613401559414
83874748611103747701843501478939885635365570705152310994080717305235467004714013
09548397165744178440316501621544396733071495796236392333312
```

[6]:

```
#temp.ndigits()
temp.nbits()
```

[6]:

```
292258
```

[7]:

```
encrypted_m = (m ** e) % n
encrypted_m
```

[7]:

```
28394959899460324726516362460156987013263620843358739545951608239527063471181284
20614146100842427404552705816774630998647691852547810146226096591328232455545843
70289109545842617547793211337488596455860434031342810143078040496490564567240050
76455796781256840270130243186243658242115806079554508571816667872850018547836220
43751967880193415730902152095824933514300572832451203820151324472470202751957125
25690106981610720754173147889504051796865309746521784588629918746387474605893442
44305126656940007921074969525028914632760113531257372549900006151269697739933086
57421274631871828346012245463425826732969590041787802122924658167030144066926523
17050232926705911901397833816108738227774856056086335085841656826760137322608294
20078111209245799707032688043715257973855360861844557093222595481567452855465248
42669752047347956025095512069150498101643456490272992251605263176819250390362840
57106792369234163316124889899066492107437361687218156110223076940525397359612406
89670797113053915699352458862132584398513162337784901717089154195731958729242279
20933259212424893804873643379281682448622306585481307982691494053799833055511928
```

```
45857961370890505218227362974553098372142642837899897398238600641650995557520208
772938644902328876357641104119375
```

We can now send public-key encrypted message over insecure channel to owner of corresponding private key for decryption.

Let's see how decryption works.

```
[0]: # encrypted_m ** d # won't work due to exponent too large for naive power
```

```
[8]: decrypted_m = power_mod(encrypted_m, d, n)
     decrypted_m
```

```
[8]: 22
```

3 Signing and verification

… but wait, there's more.

Asymmetric cryptography can be used for signing and verification, where holder of private key signs a message which authenticity can be later verified using corresponding public key.

Let's create a signature s of the same message $m = 22$ using our private key:

$s \equiv m^d \mod n$

```
[0]: # m ** d # won't work due to exponent too large for naive power
```

```
[10]: s = power_mod(m, d, n)
      s.nbits()
```

```
[10]: 4094
```

And now verify signature:

$(m^d)^e \mod n \equiv s^e \mod n$

```
[11]: temp_s = s ** e # might not work due to running out of memory
      temp_s.ndigits()
```

```
[11]: 80755629
```

```
[12]: power_mod(s, e, n)
```

```
[12]: 22
```

Reminder to switch sharing to other tab.