

Das Michelson-Interferometer¹

1. Einleitung

In den unmittelbar folgenden Kapiteln stehen zunächst die Begriffe der Interferenz und Kohärenz im Vordergrund. Daran schließt sich eine Diskussion der Bedingungen an, die erfüllt sein müssen, um Interferenzerscheinungen zu beobachten.

Häufig stellen diese die Grundlage für Präzisionsmessungen im Bereich des sichtbaren Lichtes dar. Ein weit verbreitetes Messinstrument, das auf dem **Interferenzprinzip** beruht, ist das sogenannte Michelson-Interferometer. Es soll im Mittelpunkt des hier beschriebenen Experimentes stehen. In weiteren Kapiteln werden zunächst sein prinzipieller Aufbau und sodann eine praktische Realisierung beschrieben. Das Gerät wird verwendet, um **Wellenlängen absolut** sowie kleine **Wellenlängen- und Brechungsindexunterschiede** zu messen.

2. Erscheinungen bei der Überlagerung von Lichtwellen, Begriff der Interferenz

Man kann die Ausbreitungsvorgänge des Lichtes (beispielsweise im Vakuum) recht gut beschreiben, wenn man annimmt, dass es eine **elektromagnetische Welle** ist. Im einfachsten Fall (einer ebenen Welle) lässt sich die Orts- und Zeitabhängigkeit ihrer elektrischen **Feldstärke** \vec{E} darstellen als

$$(1) \quad \vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \quad .$$

(x = Ortskoordinate, t = Zeit, k = Wellenzahl = $2\pi/\lambda$, λ = Wellenlänge, ω = Kreisfrequenz, δ = Phasenwinkel in Bezug auf einen festen Zeit- und Ortsnullpunkt)

Es werde weiterhin vorausgesetzt, dass sich die **Lichtausbreitung mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen** beschreiben lässt. Da diese lineare Differentialgleichungen darstellen, gilt für die Lichtwellen das Prinzip der **linearen Superposition**². Dieses sagt aus: Das elektrische Feld \vec{E} , welches von mehreren Lichtwellen mit den Feldstärken $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \dots$ in einem Raumpunkt erzeugt wird, ist gleich der vektoriellen Summe der Feldstärken

$$(2) \quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

Diese Beziehung lässt sich jedoch nicht unmittelbar nachprüfen, da es kein Messinstrument gibt, das wegen der hohen Lichtfrequenz von ca 10^{15} Hz die Feldstärke direkt anzeigen könnte. Es lässt sich lediglich die **Intensität** I , das heißt, der **Zeitmittelwert** der

¹ benannt nach dem amerikanischen Physiker Albert A. Michelson (1852 – 1931)

² Die lineare Superposition gilt streng im Vakuum. Bei nicht zu hohen Feldstärken ist sie auch in Materie gültig. Bei sehr hohen Intensitäten, wie man sie heute mit Lasern erzeugen kann, treten jedoch nicht-lineare Phänomene im materieerfüllten Raum auf.

auf eine Flächeneinheit treffenden Lichtleistung bestimmen. Aus den Maxwellschen Gleichungen³ folgt, dass

$$(3) \quad I = \text{const} |\vec{E}|^2$$

ist. Die Lichtintensität I_{ges} an einem Orte x , auf den zwei Lichtwellen mit den Feldstärken \vec{E}_1 und \vec{E}_2 einfallen, ergibt sich daher aus (2) und (3) zu

$$(4) \quad I_{\text{ges}} = \frac{\text{const}}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |\vec{E}|^2(x, t) dt = \frac{\text{const}}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (|\vec{E}_1 + \vec{E}_2|)^2(x, t) dt ,$$

wobei das Beobachtungszeitintervall $t_2 - t_1$ groß gegen die Periodendauer $T = 2\pi/\omega$ der Feldstärken sein soll. Daraus folgt, wenn man gemäß (1)

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 e^{i(kx - \omega t - \delta_1)} \quad \text{und} \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_0 e^{i(kx - \omega t - \delta_2)}$$

einsetzt,

$$(5) \quad I_{\text{ges}} = \frac{\text{const} \vec{E}_0^2}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (e^{i(kx - \omega t - \delta_1)} + e^{i(kx - \omega t - \delta_2)}) (e^{i(-kx + \omega t + \delta_1)} + e^{i(-kx + \omega t + \delta_2)}) dt .$$

Durch Ausmultiplizieren des Klammerausdruckes erhält man weiter

$$(6) \quad I_{\text{ges}} = \frac{\text{const} \vec{E}_0^2}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (1 + e^{i(\delta_2 - \delta_1)} + e^{-i(\delta_2 - \delta_1)} + 1) dt = 2 \text{const} \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)) .$$

Aus Gleichung (6) folgt das wesentliche Ergebnis, dass die Lichtintensitäten sich nicht einfach addieren, sondern dass zu der Summe der Einzelintensitäten $2 \text{const} \vec{E}_0^2$ noch ein sogenannter **Interferenzterm**, der die Größe

$$(7) \quad 2 \text{const} \vec{E}_0^2 \cos(\delta_2 - \delta_1)$$

hat, hinzukommt. Je nach Phasenlage der beiden Wellen kann die Gesamtintensität bis zu $\pm 2 \text{const} \vec{E}_0^2$ vom Mittelwert $2 \text{const} \vec{E}_0^2$ abweichen. Sie kann sogar verschwinden, obwohl die beiden Einzelintensitäten von null verschieden sind. Das ist genau der Fall, wenn

$$\delta_2 - \delta_1 = (2n + 1)\pi \quad , \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ist.

3. Bemerkungen zur Interferenzfähigkeit des Lichtes, Begriff der Kohärenz

Die Erfahrung zeigt jedoch, dass normalerweise bei der Überlagerung des Lichtes, das von 2 unabhängigen Quellen emittiert wird, keine Interferenzeffekte auftreten. Das liegt daran, dass die Phasenkonstanten δ_1 und δ_2 bei allen konventionellen Lichtquellen, wie

³ siehe z.B. V407, Kap.2

z.B. der Sonne und den Glüh- und Gasentladungslampen, **statistische Funktionen der Zeit** sind, sodass die Differenz $\delta_1(t) - \delta_2(t)$ während der Beobachtungsdauer **beliebige** positive und negative Werte annimmt. Bei einer Mittelung über einen Zeitraum, der groß gegen die Periodendauer $2\pi/\omega$ ist, verschwindet daher der Interferenzterm:

$$\frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} \text{const } \cos(\delta_2(t) - \delta_1(t)) dt \approx 0$$

Die Ursache dieser Phasenfluktuationen liegt im Entstehungsmechanismus des Lichtes begründet: Die Emissionszentren sind die Elektronenhüllen der Atome und Moleküle. In ihnen werden Elektronen durch Energiezufuhr (z.B. durch Elektronenstoß) in angeregte Zustände gehoben. Bei der **Rückkehr in den Grundzustand emittiert** ein Elektron Lichtenergie in Form eines **Wellenzuges endlicher Länge** (= Wellengruppe). Die Emissionsakte der verschiedenen Atome erfolgen **statistisch verteilt**, sodass die einzelnen Wellenzüge **wechselnde Phasenkonstanten** besitzen. Daher ist das von verschiedenen Punkten einer Lichtquelle oder das von zwei Lichtquellen ausgehende Licht nicht interferenzfähig. Man bezeichnet es als **inkohärent**.

Um Interferenzeffekte zu beobachten, ist es daher notwendig, sogenanntes **kohärentes Licht** zu erzeugen, das heißt Licht, bei dem die von sämtlichen Lichtquellen erzeugten Wellen sich durch eine einheitliche Gleichung (1) mit **festen k , ω und δ** darstellen lassen. Das ist seit einigen Jahrzehnten mit Hilfe der sogenannten **LASER** (= light amplification by stimulated emission of radiation) möglich. Bei ihnen hat man durch geeignete Maßnahmen erreicht, dass die Atome **Licht im "Gleichtakt"** emittieren.

Es gelingt jedoch auch mit Licht, das von konventionellen Lichtquellen emittiert wird, unter bestimmten Voraussetzungen Interferenzeffekte zu erzeugen. Aus dem zuvor beschriebenen Entstehungsmechanismus des Lichtes kann man folgern, dass man nur dann eine Chance hat, wenn Licht, das von **einundderselben Quelle** stammt, zur Überlagerung kommt. Unter dem Begriff „Lichtquelle“ ist hier (zunächst einmal) **ein angeregtes Atom oder Molekül** zu verstehen. Um Interferenzerscheinungen nachzuweisen, muss man aus diesem Grunde das **emittierte Licht mit einem Strahlteiler** oder, wie es in Abb.1 dargestellt ist, mit einer **Doppelblende** in 2 räumlich getrennte Strahlenbündel aufteilen. Anschließend müssen diese durch ein **geeignetes Spiegelsystem** in ei-

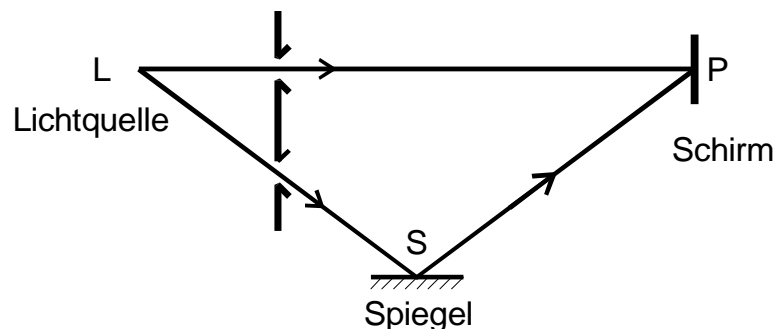


Abb.1: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Erzeugung von Interferenzerscheinungen unter Verwendung einer konventionellen Lichtquelle

an den Punkten P zusammengeführt werden. Da die beiden Strahlwege im allgemeinen verschieden sind, treten bei P Phasenverschiebungen zwischen den beiden Teilwellen auf. Ist zum Beispiel der Wegunterschied $\Delta = \overline{LSP} - \overline{LP}$ der beiden Bündel ein ungeradzahliges Vielfaches von $\lambda/2$, also

$$\Delta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

dann verschwindet die Lichtintensität an den Punkten P, wenn die Feldstärken in den beiden Bündeln gleich sind⁴. Zu beachten ist dabei jedoch, dass der Emissionsakt nur eine endliche Zeit τ währt, was zur Konsequenz hat, dass der emittierte Wellenzug eine endliche Länge besitzt. Ist Δ deutlich größer als dieser Wert, dann verschwinden die Interferenzerscheinungen, da die Wellenzüge wegen der endlichen Lichtgeschwindigkeit zu verschiedenen Zeiträumen bei P eintreffen. Es überlagern sich bei P dann nur noch Wellenzüge, die aus zeitlich verschiedenen Emissionsakten stammen. Diese besitzen jedoch keine konstante Phasenbeziehung zu einander. Eine weitere notwendige Bedingung zur Erzeugung von Interferenzeffekten mit Licht aus konventionellen Quellen ist daher, dass die Wegunterschiede der überlagerten Teilbündel nicht zu groß werden. Man bezeichnet denjenigen Wegunterschied, bei dem die Interferenzerscheinungen gerade verschwinden, als Kohärenzlänge ℓ . Sie kann bestimmt werden, indem man die Zahl N der maximal bei P beobachtbaren Intensitätsmaxima ermittelt und diese mit der Wellenlänge multipliziert, also

$$\ell = N \lambda.$$

Um Interferenzeffekte zwischen 2 Teilbündeln beobachten zu können, darf ihr optischer Wegunterschied demnach nicht größer als ℓ sein.

Dass die Endlichkeit eines Wellenzuges in Raum (ℓ) und Zeit (τ) die Interferenzfähigkeit des Lichtes einschränkt, kann auch anders begründet werden: Aus dem **Fourierschen Theorem**⁵ folgt, dass ein Wellenzug endlicher Länge nicht monochromatisch sein kann, sondern ein Frequenz- und Wellenlängenspektrum besitzen muss. Nicht monochromatisches Licht ist aber im Allgemeinen nicht interferenzfähig, denn wenn beispielsweise in einem Punkt P im Raum für Licht der Wellenlänge λ_1 gerade ein Interferenzminimum durch Überlagerung zweier Teilbündel auftritt, lässt sich im Spektrum eine Wellenlänge λ_2 finden, für die dort gerade ein Maximum zu sehen ist. Die Interferenzerscheinungen werden somit verwischt. Sie sind nur dann zu beobachten, wenn das Frequenzspektrum so schmal ist oder die Wegunterschiede so klein sind, dass die Maximums- und Minimumsbedingungen für 2 Wellenlängen nicht an ein und demselben Ort realisiert werden können.

⁴ Da man einen Phasenunterschied zwischen den beiden Teilbündeln auch dadurch erzeugen kann, dass man ein Bündel durch ein Medium mit anderem Brechungsindex n laufen lässt, ist mit Δ die optische Weglänge $\Delta = n \cdot d$ (d = räumlicher Wegunterschied) gemeint.

⁵ Näheres hierzu siehe z. B. V406, Kap. 3

Im Folgenden soll nun der Zusammenhang zwischen der Kohärenzlänge ℓ bzw. der Zeitdauer τ des Emissionsaktes und der „Breite“ $\Delta\lambda$ der Wellenlängen- bzw. Frequenzverteilung $\Delta\omega$ abgeleitet werden. Es werde ein sinusförmiger Wellenzug endlicher Dauer angenommen, dessen Feldstärke sich durch die Gleichung

$$(8) \quad E(t) = \begin{cases} E_0 e^{-i\omega_0 t} & \text{für } -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

darstellen lässt⁶. Das Frequenzspektrum $g(\omega)$ dieser Funktion kann man durch eine Fourier-Transformation berechnen. Es ist somit

$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{i\omega t} dt \quad .$$

Nach Ausführung der Integration ergibt sich

$$g(\omega) = E_0 \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-i(\omega - \omega_0)t} dt = 2E_0 \frac{\sin(\omega - \omega_0) \frac{\tau}{2}}{\omega - \omega_0} \quad .$$

Die Intensität G , mit der die Schwingung der Frequenz ω auftritt, ist somit gegeben durch

$$G(\omega) = |g(\omega)|^2 = 4E_0^2 \frac{\sin^2(\omega - \omega_0) \frac{\tau}{2}}{(\omega - \omega_0)^2} \quad .$$

Die Funktionen $E(t)$, $g(\omega)$ und $G(\omega)$ sind in Abb.2 dargestellt.

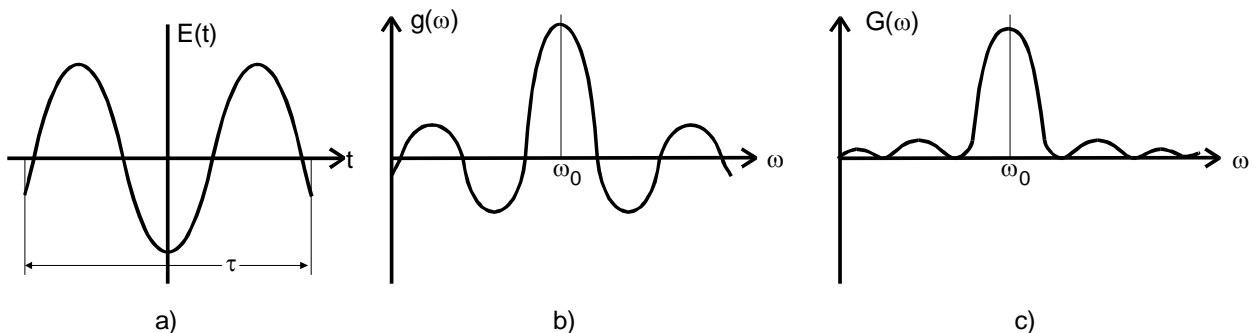


Abb.2: a) Zeitabhängigkeit der Feldstärke eines endlichen sinusförmigen Wellenzuges, b) Frequenzspektrum der Amplitude einer Welle, c) Frequenzspektrum der Strahlintensität

Man erkennt, dass $G(\omega)$ ein Maximum bei $\omega = \omega_0$ besitzt und an den Stellen

⁶ Die durch (8) definierte Funktion $E(t)$ ist an den Stellen $t = -\tau/2$ und $t = \tau/2$ unstetig. Ein solcher Wellenzug tritt jedoch in der Natur nicht auf, sondern man beobachtet in der Nähe dieser beiden Stellen eine stetige Abnahme der Amplitude auf den Wert null. Die Funktion (8) wurde nur genommen, da sie sich mathematisch leichter behandeln lässt. Durch diese Inkorrektheit, können Abweichungen zwischen Theorie und Experiment von der Größenordnung 1 auftreten.

$$(9) \quad \omega_N = \omega_0 \pm 2 \frac{\pi}{\tau}$$

bis auf den Wert **null** absinkt. Außerhalb des durch (9) festgelegten Intervalles erscheinen weitere **lokale Maxima**, deren Höhe jedoch **schnell gegen null** geht. Man kann daher sagen, dass der **größte Teil der Energie** im Bereich

$$\omega_0 - 2 \frac{\pi}{\tau} < \omega < \omega_0 + 2 \frac{\pi}{\tau}$$

konzentriert ist. Man bezeichnet nun die Größe

$$(10) \quad \Delta\omega = 2 \pi / \tau$$

als „**Breite**“ der Verteilungsfunktion $G(\omega)$. Damit stellt die Gleichung (10) bereits den gesuchten Zusammenhang zwischen der Dauer des Wellenzuges τ und der Breite seines Frequenzspektrums dar. Zur **Breite $\Delta\lambda$ der Wellenlängenverteilung** gelangt man über die Beziehung

$$\lambda_0 := \frac{2 \pi c}{\omega_0} .$$

(c = Lichtgeschwindigkeit, λ_0 = Lage des Maximums der Wellenlängenverteilung)

Daraus folgt durch Differentiation

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2 \pi c} \Delta\omega$$

und nach dem Einsetzen von (10)

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{c \tau} .$$

Da die Dauer τ des Wellenzuges, die man häufig auch als **Kohärenzzeit** bezeichnet, über

$$\tau = \ell / c$$

mit der Kohärenzlänge zusammenhängt, bekommt man schließlich

$$(11) \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{\ell} . \quad 7 .$$

Bei den bisherigen Überlegungen war von der idealisierenden Annahme einer **punktförmigen Lichtquelle** ausgegangen worden. Bei Interferenzexperimenten hat man es jedoch ausschließlich mit **leuchtenden Flächen endlicher Ausdehnung** zu tun. Unter bestimmten Voraussetzungen, auf die im Folgenden eingegangen wird, kann man auch mit diesen Interferenzerscheinungen beobachten, obwohl die von den **verschiedenen Emissionszentren** ausgehenden Wellenzüge **inkohärent** sind. Auf jeden Fall wird sich

⁷ Emittiert eine Lichtquelle 2 monochromatische Wellenzüge, die sich in ihrer Wellenlänge um $\Delta\lambda$ unterscheiden. so beobachtet man in den (11) gegebenen Abständen Schwebungsminima (oder –maxima). Näheres zum Begriff „Schwebung“ siehe z.B. V355.

der **Kontrast des Interferenzmusters verschlechtern**, sobald man von einer punktförmigen zu einer ausgedehnten Lichtquelle übergeht. Er kann sogar ganz verschwinden, wenn die Ausdehnung der Lichtquelle zu groß wird. Um das einzusehen, betrachte man Abb.3, in der eine eindimensional ausgedehnte Lichtquelle mit den Endpunkten L_1 und L_2 ($\overline{L_1 L_2} = a$) dargestellt ist, zwischen denen sich Flächenelemente befinden, die statistisch unabhängig voneinander Licht emittieren. Das gesamte von der Lichtquelle

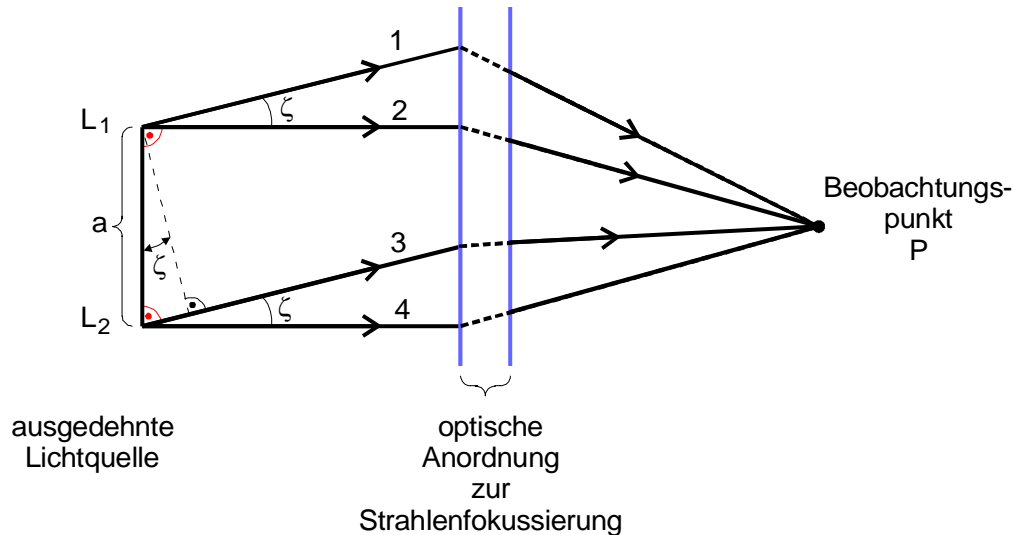


Abb. 3: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Ableitung der Kohärenzbedingung bei einer ausgedehnten Lichtquelle

$\overline{L_1 L_2}$ emittierte Licht möge nun mit Hilfe irgendeiner optischen Anordnung (z.B. Spiegel oder Linsen) im **Beobachtungspunkt P** fokussiert werden. P sei so im Raume angeordnet, dass man von dort **senkrecht auf die Fläche $L_1 L_2$** blickt. Die Strahlenwege **2 und 4 sind damit exakt gleich lang**. Ihre Länge möge beispielsweise $N\lambda$ ($N \gg 1$) betragen. Die Strahlen 1 und 2, sowie 3 und 4 sind **paarweise interferenzfähig**⁸, da sie von den als **punktförmig angenommenen Lichtquellen L_1 bzw. L_2** stammen. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit möge der **Wegunterschied zwischen 1 und 2 beispielsweise $\lambda/2$** betragen. Dann löschen sich die beiden am Punkte P durch Interferenz aus. Die beiden Strahlen 3 und 4, die von L_2 kommen, sind ebenfalls interferenzfähig. Sie besitzen jedoch eine **zeitlich schwankende Phasenverschiebung $\delta(t)$ gegenüber 1 und 2**. Da die Weglängen von 2 und 4 nach Voraussetzung exakt gleich sein sollen, würden sich die Strahlen 3 und 4 unabhängig von $\delta(t)$ ebenfalls bei P auslöschen, wenn nicht eine durch den **Richtungsunterschied ζ bedingte weitere Phasenverschiebung $\Delta\phi$** zwischen 3 und 4 aufträte. Liegt $\Delta\phi$ beispielsweise **in der Nähe von π** , dann wird die Interferenzerscheinung bei P **zerstört**, da 1 und 2 **maximale** und 3 und 4 **minimale** Intensität bewirken würden. Damit also bei einer ausgedehnten Lichtquelle Interferenzeffekte im Punkte P beobachtbar werden, muss die durch die Richtungsänderung **ζ** hervorgerufene Phasenverschiebung **klein gegen π** bleiben. Aus Abb.3 folgt, dass

⁸ sofern ihr optischer Wegunterschied nicht größer als die Kohärenzlänge ist, was hier vorausgesetzt wird

$$(12) \quad \Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \zeta$$

ist. Aus (12) und der Forderung $\Delta \varphi \ll \pi$ ergibt sich somit als **Kohärenzbedingung für ausgedehnte Lichtquellen** die Ungleichung

$$(13) \quad a \sin \zeta \ll \lambda/2 \quad ,$$

denn wenn (13) für die Extrempunkte L_1 und L_2 erfüllt ist, dann ist sie **auch für alle dazwischen liegenden Emissionszentren gültig**. Um also mit einer ausgedehnten Lichtquelle Interferenzeffekte erzeugen zu können, müssen entweder ihre **Abmessungen** oder der **Öffnungswinkel**, unter dem sie beobachtet wird, **sehr klein** gehalten werden. Letzteres bedeutet, entweder einen **großen Abstand** zwischen Lichtquelle und Beobachtungsort einzuhalten oder das Lichtbündel mit Hilfe einer **sehr kleinen Blende zu begrenzen**.

Die Forderung (13) ist gut erfüllt bei Licht, das von **Fixsternen** kommt. Wegen ihrer riesigen Distanzen zur Erde, welche zumeist viele Lichtjahre betragen, ist (13) selbst bei Blendendurchmessern von 1 m noch realisiert.

Zum Abschluss soll noch kurz auf den Einfluss der Polarisierung auf die Interferenzerscheinungen eingegangen werden: Sind die beiden Teilbündel eines Interferenzexperimentes **linear polarisiert** und stehen die **Polarisationsvektoren senkrecht** aufeinander, dann verschwindet wegen

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0$$

der Interferenzterm in (4), und die **Intensitäten verhalten sich additiv**. Interferenzen zwischen linear polarisierten Teilbündeln können daher nur dann auftreten, wenn die Komponenten **nicht senkrecht zueinander polarisiert** sind.

4. Prinzipieller Aufbau des Michelson-Interferometers

Ein Interferometer ist allgemein gesprochen ein Gerät, das unter Ausnutzung von Interferenzeffekten die **Messung optischer Größen** erlaubt. Zur Erzeugung der Interferenzen spaltet man einen Lichtstrahl in **mindestens zwei Teilbündel** auf, unterwirft **eines dieser Teilbündel irgendeiner Veränderung** (z.B. einer Variation der optischen Weglänge) und **führt sie anschließend wieder zusammen**. Die Aufteilung des Strahles kann nach zwei grundsätzlich verschiedenen Methoden geschehen. Man kann einmal die **Wellenfront des einfallenden Lichtes teilen**, wie es z.B. in dem in Abb.1 skizzierten Lloydschen **Spiegelversuch** oder im Fresnelschen **Biprisma** geschieht. Bei Experimenten dieser Art **benötigt man eine punktförmige Lichtquelle**, das heißt, eine Versuchsanordnung, bei der die Ungleichung (13) erfüllt ist. Die andere Methode zur Bündelaufspaltung besteht in der **Teilung der Lichtamplitude** durch eine **semipermeable Platte**. Hier kann die Beschränkung auf eine punktförmige Lichtquelle fallengelassen werden. Das 1882 von A. Michelson angegebene und nach ihm benannte Interferometer gehört zu der letzteren Klasse; denn die Strahlteilung erfolgt hier, wie aus der in Abb.4 skizzierten Anordnung hervorgeht, durch eine semipermeable Platte P. Ein Teil des von der

Lichtquelle L emittierten Lichtes geht ohne Richtungsänderung durch sie hindurch, während der Rest in eine zur Einfallsrichtung senkrechte Richtung reflektiert wird. Beide

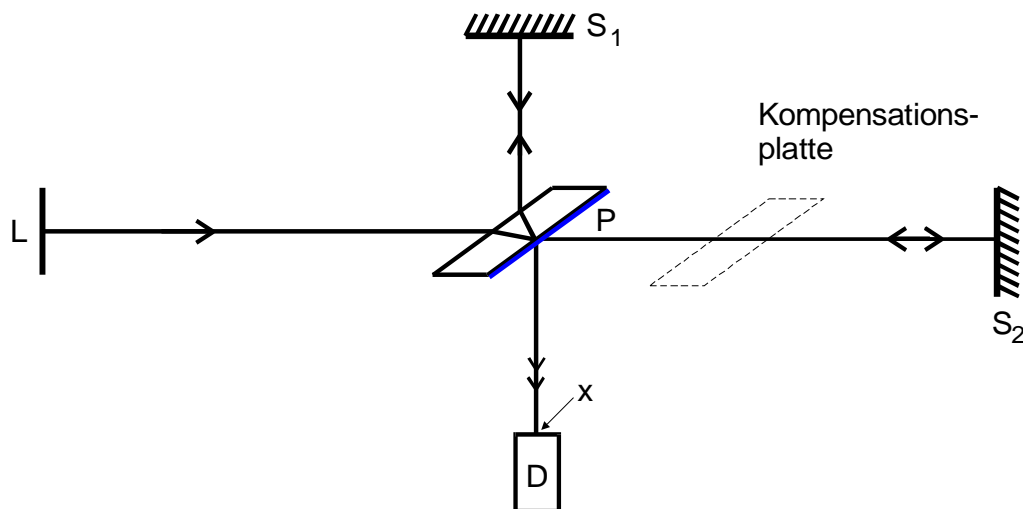


Abb.4: Prinzipieller Aufbau eines Michelson-Interferometers (L = Lichtquelle, S₁ und S₂ Spiegel, P = semipermeabler Spiegel, D = Lichtdetektor)

Teilbündel fallen senkrecht auf verschiedene Spiegel S₁ und S₂, wo sie in sich zurückgeworfen werden. Die zurückkommenden Strahlen treffen bei P wieder zusammen und werden dort erneut geteilt. Je ein von S₁ und S₂ kommendes Teilbündel läuft jedoch parallel zueinander zum Beobachtungsort D weiter. Diese beiden Strahlenbündel sind kohärent, wenn ihr optischer Wegunterschied kleiner als die Kohärenzlänge der benutzten Lichtquelle ist. Man realisiert diese Forderung, indem man die Abstände $\overline{S_1P}$ und $\overline{S_2P}$ praktisch gleich wählt und in den Strahlweg zum Spiegel S₂ eine Kompensationsplatte stellt, die die gleiche Dicke und den gleichen Brechungsindex wie der semipermeable Spiegel P besitzt. Diese Maßnahme ist notwendig, da der Strahl zum Spiegel S₂ die Platte bei P nur einmal durchläuft, während der von S₁ kommende Strahl dreimal durch P hindurchgeht, bevor er auf D trifft.

Sind die Abstände $\overline{S_1P}$ und $\overline{S_2P}$ exakt gleich, dann besteht unter den eben erwähnten Voraussetzungen ein Gangunterschied von $\lambda/2$ (wegen des Phasensprunges bei der Reflexion des von S₂ kommenden Strahles an P) zwischen den beiden in D eintreffenden Strahlenbündeln. Sie löschen sich deshalb durch Überlagerung aus, und man beobachtet an der Stelle x auf der Oberfläche des Detektors D einen dunklen Fleck. Verschiebt man jedoch einen der beiden Spiegel in Strahlrichtung um das Stück d, dann besteht zwischen den interferierenden Strahlen ein Wegunterschied $w = 2d$, und die vom Detektor D registrierte Intensität verändert sich. Sie lässt sich mit den Gleichungen aus Kap.2 in einfacher Weise berechnen: Da hier nur die Ortsabhängigkeit der elektrischen Feldstärke eine Rolle spielt, kann man für die am Ort x des Detektors von S₁ und S₂ eintreffenden Wellen folgenden Ansatz machen

$$\vec{E}_1(x) = \vec{E}_0 e^{ikx} \quad \text{und} \quad \vec{E}_2(x) = \vec{E}_0 e^{ik(x + 2d + \pi)} .$$

Daraus folgt nach (3), (4) und (5) und unter Berücksichtigung von

$$k = 2\pi/\lambda$$

$$\begin{aligned}
 I(d) &= \text{const } \bar{E}_0^2 \left(e^{ikx} + e^{ik(x+2d+\pi)} \right) \left(e^{-ikx} + e^{-ik(x+2d+\pi)} \right) \\
 &= 2 \text{const } \bar{E}_0^2 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} 2d + \pi\right) \right) .
 \end{aligned}$$

Bei kontinuierlicher Vergrößerung von d schwankt $I(d)$ demnach periodisch zwischen 0 und einem Maximalwert. Die räumliche Periode ist $\lambda/2$. Man kann somit die in Abb.4 skizzierte Versuchsanordnung zur unmittelbaren Wellenlängenmessung benutzen. Man verschiebt hierzu einen Spiegel in Strahlrichtung um das Stück Δd und zählt die dabei auftretenden Helligkeitsmaxima ab. Dann gilt nach den zuvor angestellten Überlegungen

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2} .$$

Δd kann bequem mit einer Mikrometerschraube ausgemessen werden, wenn $z \gg 1$ ist. Einen optischen Wegunterschied zwischen den beiden Strahlenbündeln kann man andererseits auch dadurch erzeugen, dass man eines der Bündel durch ein Medium mit geändertem Brechungsindex hindurchlaufen lässt. Im Folgenden möge das eine Strahlenbündel auf einem Wegstück der Länge b durch ein Medium mit dem Brechungsindex $n + \Delta n$ hindurchgehen. An allen anderen Orten habe der Brechungsindex den Wert n (siehe Abb.5). Dann beträgt der optische Wegunterschied zwischen den beiden interferierenden Strahlenbündeln gerade $\Delta n b$. Vergrößert man nun $\Delta n b$ vom

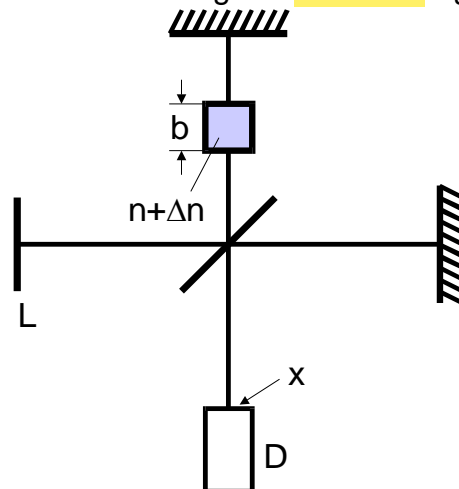


Abb.5: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Messung kleiner Brechungsindexunterschiede mit dem Michelson-Interferometer

Werte null ausgehend allmählich, indem man zum Beispiel eine keilförmige Platte mit dem Brechungsindex $n + \Delta n$ in den Strahlengang schiebt oder den Gasdruck in der Messzelle mit der Längsausdehnung b erhöht, dann laufen am Orte x nacheinander z Intensitätsmaxima durch. $z \frac{\lambda}{2}$ ist dabei gleich dem optischen Wegunterschied $\Delta n b$, sodass gilt

$$(14) \quad b \cdot \Delta n = \frac{z \lambda}{2} .$$

Auf diese Weise lassen sich mit dem Michelson-Interferometer **Brechungsindexunterschiede Δn** von der Größenordnung 10^{-5} bequem ausmessen, da im allgemeinen $\lambda \ll b$ ist.

Meist arbeitet man beim Michelson-Interferometer mit einem **divergenten Strahlenbündel**. In diesem Falle hängt der Wegunterschied w auch noch vom **Winkel α** zwischen Spiegelnormalen und Einfallsrichtung des Strahles ab. Bei einer **Spiegelverschiebung** um das Stück **d** beträgt der Wegunterschied w' für zwei Strahlen, die den Winkel α mit der Spiegelnormalen einschließen (siehe Abb.6).

(15)

$$w' = 2d \cos \alpha$$

Für eine fest vorgegebene Verschiebung d können je nach Größe von α Interferenzmaxima und -minima auftreten. **Auslöschung** der Strahlen beobachtet man auf jeden Fall für

$$\alpha = 0 \quad \text{und} \quad d = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

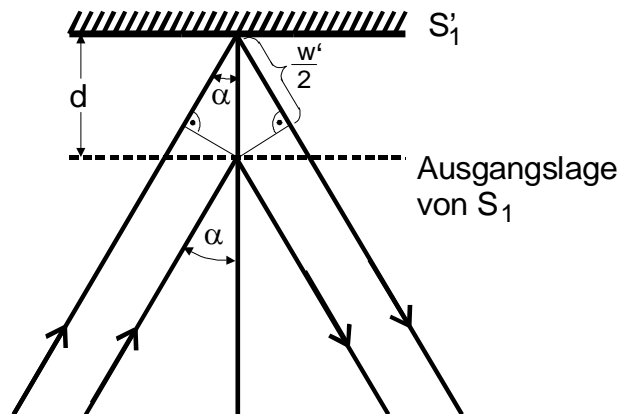


Abb.6: Verwendung divergenter Strahlenbündel beim Michelson-Interferometer

Weitere **Intensitätsminima** erscheinen gemäß (15) für **festes d** unter den Winkeln α_k , die der Bedingung

$$\cos \alpha_k = \frac{k\lambda}{2d} \quad (k = 1, 2, \dots, \frac{2d}{\lambda})$$

genügen. **Zwischen diesen Winkelwerten liegen Interferenzmaxima**. Das bedeutet, bei Benutzung eines divergenten Strahlenbündels beobachtet man am Detektor ein System von **konzentrischen Kreisen**, die abwechselnd hell und dunkel sind. Sie werden in der Literatur als **Interferenzkurven gleicher Neigung** bezeichnet. Während der Bewegung des Spiegels scheinen die Interferenzringe aus dem Zentrum der Figur hervorzuströmen oder in ihm zu verschwinden.

5. Fourier-Spektroskopie mit dem Michelson-Interferometer

Eine bemerkenswerte Anwendung findet das Michelson-Interferometer neuerdings bei der sogenannten **Fourier-Spektroskopie**. Wie sogleich gezeigt werden wird, ist man mit diesem Gerät in Verbindung mit einem Rechner in der Lage, die **spektrale Verteilung der verwendeten Lichtquelle** mit hoher Auflösung zu messen; indem man die vom De-

tektor in Abhängigkeit von der Spiegelverschiebung x gemessene Lichtintensität $L(x)$ fouriertransformiert. Es gilt nach dem Fourierschen Theorem⁹

$$(16) \quad G(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} L(x) e^{-ikx} dx \quad .$$

Hierin bedeuten k die Wellenzahl des Lichtes und $G(k)$ die dazugehörige Intensität. Zur Bestimmung der gesuchten Funktion $G(k)$ misst man also $L(x)$ über eine möglichst große Wegstrecke x (im Prinzip von $-\infty$ bis ∞) und berechnet mit einem leistungsfähigen Rechner für verschiedene k die Fourier-Transformierte von $L(x)$ gemäß (16). Die spektrale Auflösung $k/\Delta k$ kann bei diesem Verfahren im Prinzip beliebig hoch getrieben werden. Sie hängt ab von dem maximalen Wegunterschied Δx_{\max} zwischen den beiden interferierenden Teilbündel, der an der Apparatur eingestellt werden kann. Allerdings werden an das Interferometer extrem hohe Anforderungen an die mechanische Präzision des Spiegelantriebs gestellt, die heutzutage für Wellenzahlmessungen im Spektralbereich des sichtbaren Lichtes noch nicht erfüllt werden können. In der Infrarotspektroskopie, bei denen die Wellenlänge einige μm und mehr beträgt, wird dieses Messverfahren inzwischen mit großem Erfolg angewandt.

6. Aufgabe

- Man bestimme mit Hilfe eines Michelson-Interferometers die Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers oder einer Laser-Diode.
- Man messe den Brechungsindex von Luft und einem anderen Gas bei der Wellenlänge der verwendeten Lichtquelle und gebe das Ergebnis für $T = 273,15 \text{ K}$ und $p = 1,0132 \text{ bar}$ (Normalbedingungen) an.
- Man bestimme den Abstand $\Delta\lambda$ der beiden Komponenten einer Dublettlinie, die von einer geeigneten Spektrallampe (z.B. Na oder Hg) emittiert wird.

7. Beschreibung der Messapparatur und des Messvorganges

Abb.7 stellt eine schematische Darstellung der kompletten Messapparatur dar, mit der die in Kap.6 gestellten Aufgaben gelöst werden können. Kernstück der Apparatur ist das im Kapitel 4 beschriebene Michelson-Interferometer. Vor Beginn der Messungen mit diesem Gerät muss sein Strahlengang genau einjustiert werden. Wichtig ist hierbei vor allem, dass die von den Spiegeln S_1 und S_2 kommenden und zum Detektor gehenden Achsen der Teilbündel parallel sind. Für den Justiervorgang benutze man einen Laser als Lichtquelle, der wegen seiner großen Kohärenzlänge besonders gut dafür geeignet ist. Man fange die aus dem Interferometer austretenden Strahlenbündel mit einer Mattscheibe auf und bringe durch vorsichtiges Verstellen der beiden Rändelschrauben des justierbaren Spiegels die beiden hellsten Lichtpunkte auf der Mattscheibe möglichst genau zur Deckung. Sodann weite man das enge parallele Lichtbün-

⁹ Näheres zu diesem Begriff siehe z.B. V351

del des Lasers mit einer **kurzbrennweitigen Sammel- oder Zerstreuungslinse** auf. Auf der Mattscheibe muss dann ein **konzentrisches Ringsystem** erscheinen. Mit den Rändelschrauben richte man das Interferenzbild so aus, dass sein **Zentrum auf den Eintrittsspalt des Photoelements** fällt, das jetzt an die Stelle der Mattscheibe gesetzt wird.

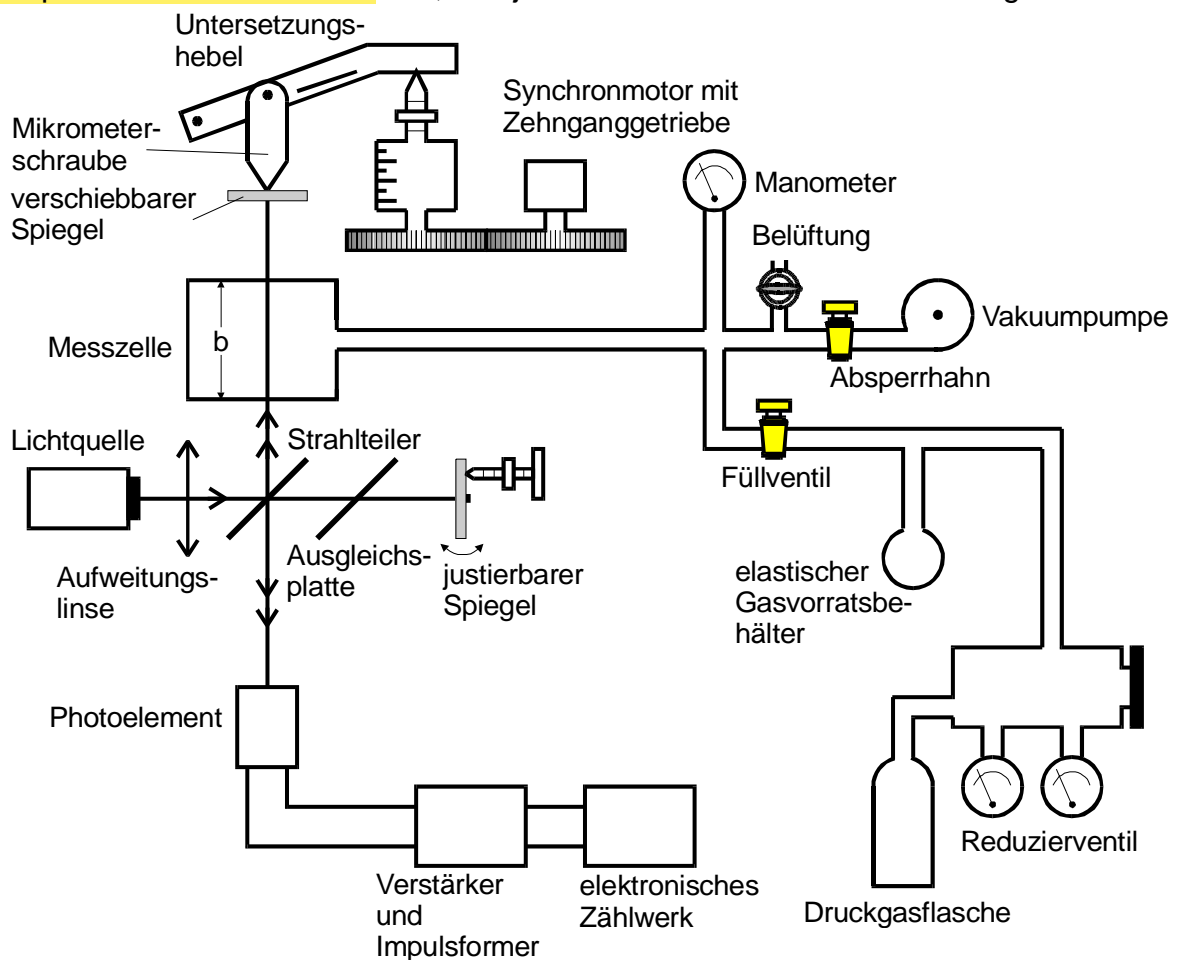


Abb.7: Schematische Darstellung der kompletten Messapparatur

Nach diesen Vorarbeiten ist das Gerät bereit für eine **Wellenlängenmessung** des Laserlichtes. Hierzu muss der an einen Untersetzungshebel gekoppelte **Spiegel** mittels einer Mikrometerschraube **in Strahlrichtung verschoben** werden. Man liest nun die **Verschiebung** an der Teilung der Mikrometerschraube ab und zählt die während des Vorschubs am Eintrittsfenster des Photoelements **vorbeiwandernden Interferenzringe** aus. Da wegen der hohen Empfindlichkeit der Apparatur eine Handbedienung der Mikrometerschraube kaum möglich ist, treibt man dieselbe über ein hoch untersetztes **Zehnganggetriebe** durch einen **Synchronmotor** an. Die bei visueller Beobachtung ermüdende Zählung der Interferenzringe wird hier in bequemer Weise von einem **elektronischen Zählwerk** ausgeführt. Man benutzt dazu das **Photoelement**, welches die **Lichtintensitätsschwankungen an seinem Eintrittsfenster in Stromimpulse** umwandelt. Ein nachgeschalteter **Verstärker** vergrößert sie und transformiert sie **in Rechteckimpulse**. Diese werden schließlich dem Zählwerk zugeführt. Da die **Lichtwellenlänge klein** gegen die **Teilung der Mikrometerschraube** ist, kann man sie nur dann hinreichend genau messen, wenn man eine **große Zahl von Interferenzringen** auszählt. Vorgeschlagen wird ein Wert von mindestens **3000 für die Messung am Laserlicht**. Während der Messung darf der

Tisch, auf dem das Interferometer steht, wegen der hohen Empfindlichkeit der Versuchsanordnung **nicht berührt** werden.

Ohne weitere Umbauten kann die justierte Apparatur zur Messung des Brechungsindex von Gasen herangezogen werden. Man lese dazu am **Manometer den Innendruck** p der Messzelle mit der **Schichtdicke** $b = 50 \text{ mm}$ ab, schalte die **Vakuumpumpe** ein und erniedrige den **Innendruck auf den Wert** p' . Während des **Evakuierens** wandern eine Reihe von **Interferenzstreifen** am Eintrittsfenster des Photoelements vorbei. Diese sind in der eben beschriebenen Weise **auszuzählen**. Ein entsprechender Vorgang spielt sich ab, wenn man den Druck wieder von p' auf p erhöht.

Aus der klassischen Dispersionstheorie¹⁰ folgt, dass zwischen dem Brechungsindex n und der Zahl N der von der Lichtwelle zu erzwungenen Schwingungen pro Volumeneinheit angeregten Dipole folgender Zusammenhang besteht

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N} .$$

Für Gase ist im Bereich des sichtbaren Lichtes

$$fN \ll 1 ,$$

sodass mit der Näherung

$$(17) \quad n = 1 + \frac{f}{2}N - \dots$$

gerechnet werden kann. Weiterhin darf vorausgesetzt werden, dass sich die zu untersuchenden Gase im Bereich von 0 bis 1 Bar praktisch wie **Ideale Gase** verhalten. Es gelte also die Ideale Gasgleichung

$$pV = RT ,$$

wobei die Zahl $N(p, T)$ der bei der Temperatur T und dem Druck p vorhandenen Moleküle pro Volumen proportional zum Druck und umgekehrt proportional zur Temperatur ist. Es gilt also

$$(18) \quad N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L \quad \text{sowie} \quad N(p', T) = \frac{p'}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L ,$$

da unter Normalbedingungen ($p_0 = 1013,2 \text{ mbar}$ und $T_0 = 273,15 \text{ K}$) genau N_L Moleküle ($N_L =$ **Loschmidtsche Zahl**) in 1 Mol eines Gases enthalten sind. Für die Messung des Brechungsindexunterschiedes $\Delta n(p, p')$, den man erhält, wenn man den Gasdruck in der Messzelle von p auf p' verändert, gilt dann nach (17)

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} (N(p, T) - N(p', T)) .$$

Daraus folgt weiter unter Verwendung von (18)

$$(19) \quad \Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p') .$$

¹⁰ siehe z.B. V402, Kap.3

Es ist üblich, den Brechungsindex eines Gases unter Normalbedingungen anzugeben. Man erhält für ihn aus (17)

$$(20) \quad n(p_0, T_0) = 1 + \frac{f}{2} N_L - \dots$$

Aus (19) und (20) folgt dann für die gesuchte Größe $n(p_0, T_0)$

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}$$

Die Brechungsindexänderung $\Delta n(p, p')$ erhält man gemäß (14) aus der Zahl Z der durchlaufenden Interferenzringe während der Druckänderung von p auf p' oder umgekehrt.

Will man ein anderes Gas als Luft untersuchen, dann muss die Messzelle zunächst evakuiert werden. Man lasse dazu die Vakuumpumpe solange laufen, bis der Druck auf einen Minimalwert abgesunken ist. Anschließend öffne man das Füllventil, bis in der Messzelle ein Druck von knapp 1 Bar erreicht ist. Nach dem Schließen dieses Ventils schalte man die Vakuumpumpe wieder ein und zähle die durchlaufenden Interferenzringe solange, bis ein Druck p' erreicht ist. Die Messung wiederhole man mehrere Male, da eventuell in der Apparatur verbliebene Restluft die Messung verfälschen kann.

Als Messobjekt zur Bestimmung des Wellenlängenunterschiedes $\Delta\lambda$ einer Dublett-Linie dient eine Spektrallampe. Geeignet sind zum Beispiel die gelbe Linie des Na- oder des Hg-Spektrums. Beim Hg ist es sinnvoll, mit einem Interferenzfilter alle anderen Linien des Hg-Spektrums zu unterdrücken. Man verschiebt den beweglichen Spiegel solange, bis man mehrere Schwebungsminima gesehen hat. Dabei ist es zweckmäßig, das Detektorsignal mit einem Speicheroszilloskop aufzuzeichnen. Aus dem räumlichen Abstand der Schwebungsminima und der mittleren Wellenlänge, die separat gemessen werden muss, kann man dann die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ der Dublett-Linien errechnen (siehe Kap.3). Bei der Wellenlängenmessung wird man sich hier mit wesentlich weniger Interferenzringen begnügen müssen, da die relativ geringe Kohärenzlänge keine größeren Spiegelverschiebungen zulässt. Beim Arbeiten mit einer Spektrallampe bilde man die Interferenzfigur mittels einer Sammellinse ($f = 20 \text{ cm}$) auf das Photoelement ab. Da das Licht dieser Lampe mit 100 Hz moduliert ist, muss zwischen Photoelement und Zählwerk ein Selektiv-Verstärker geschaltet werden, der diese Störfrequenz wirksam unterdrückt. Das hier benutzte Gerät hat einen Durchlassbereich von ca. 1 bis 20 Hz. Die Vorschubgeschwindigkeit des Spiegels muss daher bei allen Messungen so gewählt werden, dass die Wechselfrequenz der Interferenzringe in diesem Intervall liegt.

8.Literatur

G.R. Fowles, Introduction to Modern Optics, Holt, Rinehart and Winston
Bergmann Schäfer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd.III, W. de Gruyter

Näheres über Laser:

F.K. Kneubühl, M.W. Sigrist; Laser, Teubner 1999