

VERSUCH NUMMER 500

Der Photoeffekt

Celina Kortmann
celina.kortmann@tu-dortmund.de

Jan Lucca Viola
janlucca.viola@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.06.2023

Abgabe: 13.06.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	1
2 Theorie	1
2.1 Untersuchung mit der Gegenfeldmethode	1
3 Aufbau	3
4 Durchführung	3
5 Auswertung	4
5.1 Bestimmung der Grenzspannung	4
5.2 Bestimmung der Austrittsarbeit und des Verhältnisses $\frac{h}{e_0}$	9
6 Diskussion	12
Anhang	15

1 Ziel

In diesem Versuch sollen die Erscheinungen des Photoeffekts untersucht werden. Es sollen die Elektronenenergie in Abhängigkeit von der Frequenz, sowie die Austrittsarbeit und das Verhältnis zwischen Planckschem Wirkungsquantum und Elementarladung $\frac{h}{e_0}$ bestimmt werden.

2 Theorie

In der Quantenelektrodynamik sind das Korpuskel- als auch das Wellenmodell als Grenzfälle enthalten. Um den Photoeffekt, also das Auslösen von Elektronen durch Bestrahlung mit Licht, zu beschreiben muss jedoch das Korpuskelmodell gewählt werden, da das Wellenmodell zu Vorhersagen führt, die so nicht beobachtet werden können. Dazu gehört, dass theoretisch die Elektronen emittiert werden müssten, sobald sie die elektrostatischen, rücktreibenden Kräfte überwinden können. Die Energie der Elektronen müsste außerdem mit zunehmender Intensität anwachsen. Experimentell lassen sich jedoch die folgenden Aussagen bestätigen, welche durch das Korpuskelmodell zu erläutern sind:

1. Die Anzahl der Elektronen ist proportional zur Intensität.
2. Die Elektronenenergie ist proportional zur Frequenz und unabhängig von der Intensität.
3. Es existiert eine Grenzfrequenz, unterhalb der der Photoeffekt nicht auftritt.

Bei der Korpuskeltheorie wird angenommen, dass die Energie von Licht in Photonen quantisiert ist. Nach Einstein verhalten sich Lichtquanten wie Plancksche Energiequanten. Das heißt, dass sich monochromatisches Licht mit der Frequenz ν geradlinig mit der Lichtgeschwindigkeit c bewegt. Alle Photonen haben dann die Energie $h\nu$. Desweiteren teilt sich die Photonenenergie bei Übertrag auf ein Elektron auf die Austrittsarbeit A_k und die kinetische Energie des Elektrons auf

$$h\nu = E_{\text{kin}} + A_k . \quad (1)$$

Daraus folgt, dass der Photoeffekt nicht mehr auftreten kann, wenn die Energie des Photons kleiner als die Austrittsarbeit ist. Die emittierten Elektronen folgen der Fermi-Dirac-Verteilung, d.h. dass deren Austrittsgeschwindigkeiten aufgrund vorheriger Energien statistisch verteilt sind. Außerdem lässt sich aus Gleichung 1 erkennen, dass die kinetische Energie proportional zur Frequenz ist. Die Lichtintensität ist in allgemeinen proportional zur Photonenzahl. Da jedes Photon maximal ein Elektron auslösen kann, ist die Intensität auch proportional zur Anzahl der ausgelösten Elektronen.

2.1 Untersuchung mit der Gegenfeldmethode

Um die kinetische Energie der Elektronen zu messen, muss die Photozelle wie in Abbildung 1 um ein Voltmeter und ein Picoamperemeter erweitert werden. Durch das angelegte

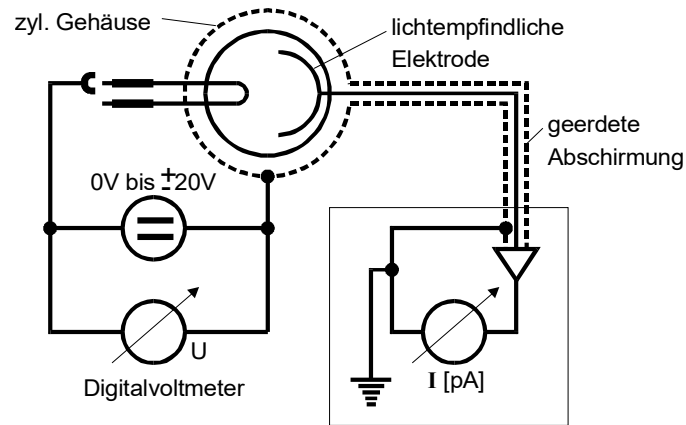


Abbildung 1: Aufbau der Messapparatur zur Messung mit der Gegenfeldmethode [5].

Gegenfeld an der Anode können nur die Elektronen die Anode erreichen, dessen kinetische Energie größer als $e_0 U_g$ ist. Bei

$$e_0 U_g = \frac{1}{2} m_0 v_{\max}^2$$

verschwindet somit der Strom. Es lässt sich also die kinetische Energie der schnellsten Elektronen berechnen

$$h\nu = e_0 U_g + A_k . \quad (2)$$

In der Praxis verschwindet der Photostrom nicht schlagartig bei U_g , sondern sinkt bereits bei kleineren Spannungen ab. Der typische Verlauf der Strom-Spannungskurve ist in Abbildung 2 dargestellt. Zwischen dem Photostrom und der Spannung gilt ein parabolischer

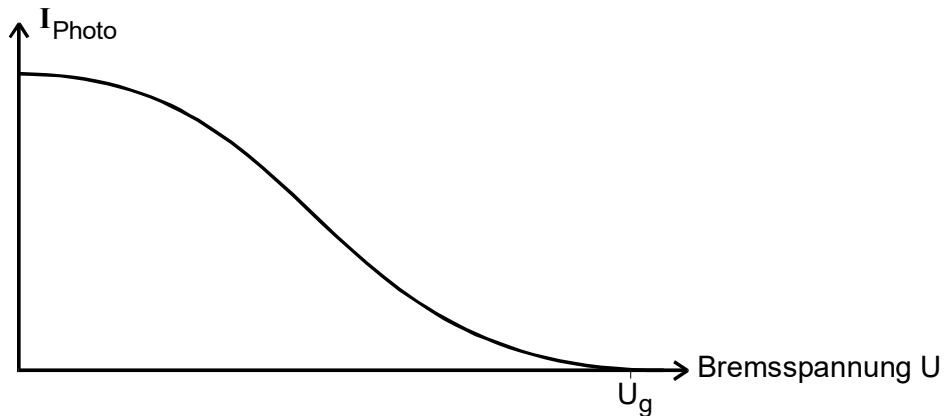


Abbildung 2: Photostrom in Abhängigkeit von der Bremsspannung [5].

Zusammenhang

$$I_{\text{Ph}} \propto U^2 .$$

Desweiteren tritt nur ein Photostrom auf, wenn die Elektronen eine höhere Energie haben als die Austrittsarbeit der Anode ist. In manchen Fällen lässt sich also erst ein Photostrom detektieren, wenn eine beschleunigende Spannung angelegt wird. Ein negativer Strom wird

dann gemessen, wenn die Bremsspannung hinreichend hoch ist und sich dieser Strom mit dem Photostrom von der Kathode kommend überlagert.

3 Aufbau

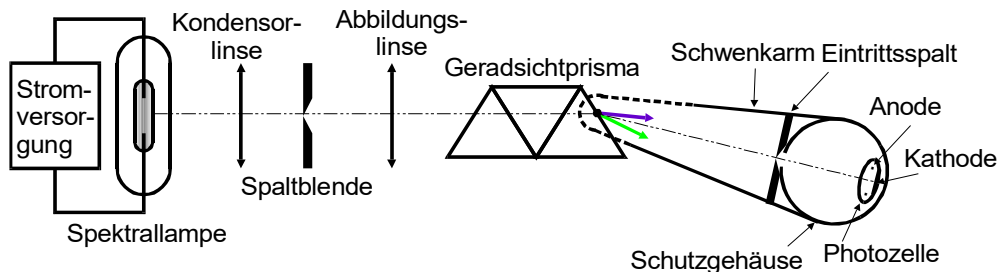


Abbildung 3: Versuchsaufbau zur Untersuchung des Photoeffekts [5].

In Abbildung 3 ist der verwendete Versuchsaufbau gezeigt. Es werden eine Spektrallampe, ein Aufbau zur Fokussierung des Lichtes, welcher in dem konkreten Fall aus zwei Linsen und einer Spaltblende besteht, ein Geradsichtprisma, um das Licht der Lampe in monochromatisches Licht zu teilen, und ein Photoelement, befindlich auf einem Schwenkarm. Der Schwenkarm dient dazu, die Photozelle so auszurichten, dass jeweils nur Licht einer bestimmten Wellenlänge die Messapparatur erreicht. Die Photozelle wird an ein Amperemeter geschlossen, sodass der Photostrom gemessen werden kann. Je nach angelegter Spannung wird in der Photozelle ein elektrisches Feld erzeugt, welches zur Beschleunigung oder Abbremsung freigesetzter Elektronen dient. Der genaue Aufbau ist in Abbildung 1 bereits dargestellt.

4 Durchführung

Während dieses Experimentes wird der Photostrom von Licht von vier verschiedenen Wellenlängen berechnet. Die Photozelle wird so ausgerichtet, dass nur das Licht der gewünschten Wellenlängen in diese eintreten kann. Dann wird die Spannung des Beschleunigungs- bzw. Abbremslements reguliert. Sowohl beim roten, grünen und lila Licht wird die Bremsspannung von 0 – 2 V schrittweise erhöht. In regelmäßigen Abständen wird in Abhängigkeit der Spannung der Photostrom abgelesen. Im Anschluss wird die Spannungsquelle umgepolt, sodass das Element als Beschleunigungsfeld dient. Auch hier wird die Spannung von 0 – 2 V erhöht. Die Messwerte werden analog erfasst. Für das orange Licht erfolgt die Messung ebenfalls analog, jedoch mit der Ausnahme, dass die Spannung jeweils zwischen 0 – 20 V angepasst wird.

5 Auswertung

5.1 Bestimmung der Grenzspannung

Zur Bestimmung der Grenzspannung U_g wird eine Ausgleichsgerade durch die Messwerte gelegt. Hierbei ist zu beachten, dass die Ausgleichsgerade die linearen Abschnitte der hauptsächlich Bremsspannung umfasst. Die Nullstelle dieser Geraden ist dann die gesuchte Spannung. Für U_g folgt somit

$$U_g = -a/b. \quad (3)$$

Die Messwerte des roten Lichtes sind in Tabelle 1 tabellarisch erfasst.

Die in Abbildung 4 dargestellten Messwerte mit der dazugehörigen Ausgleichsgeraden liefern die Funktionsparameter

$$a_{\text{rot}} = (4.18 \pm 0.33) \frac{\text{A}^{1/2}}{\text{V}}$$

$$b_{\text{rot}} = (3.41 \pm 0.06) \text{A}^{1/2}.$$

Daraus folgt gemäß Gleichung 3 ein Wert von $U_{g,\text{rot}} = (-0.82 \pm 0.07) \text{V}$. Anlog zur Bestim-

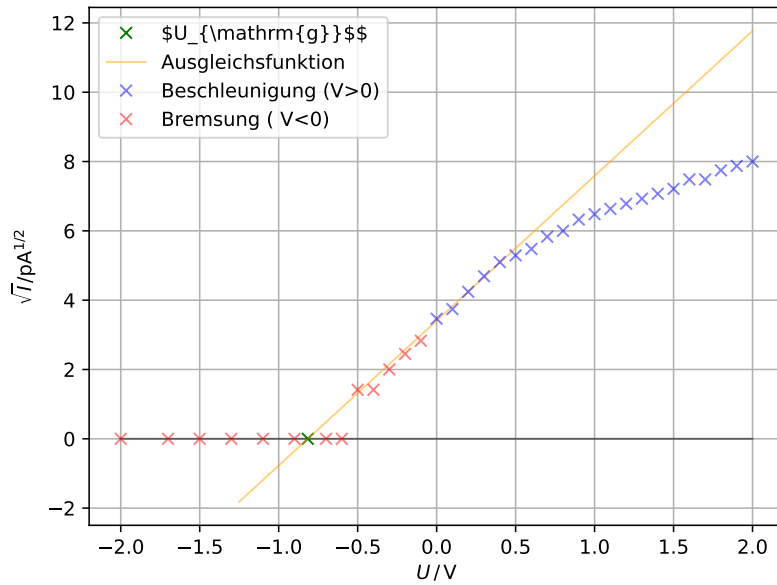


Abbildung 4: Regression zur Bestimmung der Grenzspannung U_g der roten Spektrallinie.

zung von U_g des roten Lichtes wurde die Grenzspannung der anderen beiden Wellenlängen berechnet.

Die Messwerte der grünen Spektrallinie sind in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 1: Messwerte der roten Spektrallinie

U in V	I in pA
0.0	12
0.1	14
0.2	18
0.3	22
0.4	26
0.5	28
0.6	30
0.7	34
0.8	36
0.9	40
1.0	42
1.1	44
1.2	46
1.3	48
1.4	50
1.5	52
1.6	56
1.7	56
1.8	60
1.9	62
2.0	64
-0.1	8
-0.2	6
-0.3	4
-0.4	2
-0.5	2
-0.6	0
-0.7	0
-0.9	0
-1.1	0
-1.3	0
-1.5	0
-1.7	0
-2.0	0

Tabelle 2: Messwerte der grünen Spektrallinie

U in V	I in pA
0.00	500
0.10	580
0.20	620
0.30	700
0.40	760
0.50	840
0.55	880
0.60	900
0.65	940
0.70	940
0.80	1000
0.90	1050
1.00	1100
1.10	1150
1.20	1200
1.30	1250
1.40	1350
1.50	1400
1.60	1500
1.70	1550
1.80	1600
1.90	1700
2.00	1750
-0.10	420
-0.15	360
-0.20	320
-0.25	260
-0.30	200
-0.35	140
-0.40	100
-0.45	60
-0.50	40
-0.55	20
-0.60	0
-0.80	0

Die Messwerte und Ausgleichsgerade des grünen Lichtes ist in Abbildung 5 aufgetragen.

$$a_{\text{grün}} = (34.50 \pm 1.40) \frac{\text{A}^{1/2}}{\text{V}}$$

$$b_{\text{grün}} = (23.90 \pm 0.50) \text{A}^{1/2}.$$

$$\Rightarrow U_{\text{g,grün}} = (-0.69 \pm 0.03) \text{V}$$

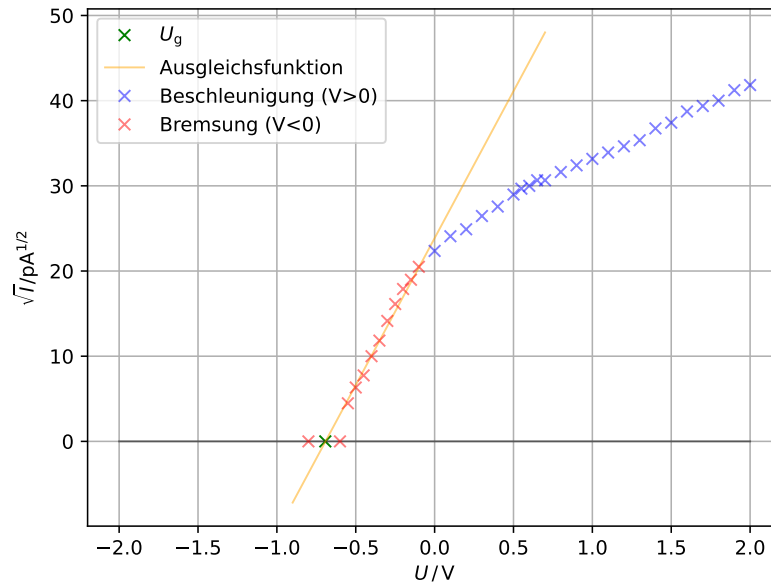


Abbildung 5: Regression zur Bestimmung der Grenzspannung U_{g} der grünen Spektrallinie.

Die Messwerte der lila Spektrallinie sind in Tabelle 3 dargestellt. Die Messwerte und Ausgleichsgerade des violetten Lichtes ist in Abbildung 6 aufgetragen.

$$a_{\text{lila}} = (0.80 \pm 0.030) \frac{\text{A}^{1/2}}{\text{V}}$$

$$b_{\text{lila}} = (0.98 \pm 0.01) \text{A}^{1/2}.$$

$$\Rightarrow U_{\text{g,lila}} = (-1.22 \pm 0.04) \text{V}$$

Tabelle 3: Messwerte der lila Spektrallinie

U in V	I in pA
0.00	1.00
0.10	1.00
0.20	1.20
0.30	1.20
0.40	1.40
0.50	1.40
0.60	1.60
0.70	1.60
0.80	1.60
0.90	1.80
1.00	1.80
1.10	1.80
1.20	1.90
1.30	1.95
1.40	2.15
1.50	2.25
1.60	2.35
1.70	2.50
1.80	2.55
1.90	2.75
2.00	2.95
0.00	0.85
-0.05	0.85
-0.10	0.80
-0.20	0.70
-0.30	0.60
-0.40	0.50
-0.50	0.40
-0.55	0.34
-0.60	0.28
-0.65	0.24
-0.70	0.18
-0.75	0.14
-0.80	0.12
-0.90	0.06
-1.00	0.02
-1.10	0.00
-1.20	0.00
-1.30	-0.02
-1.40	-0.02
-1.50	-0.02
-1.60	-0.02
-1.70	-0.02
-1.80	-0.02
-1.90	-0.02
-2.00	-0.02

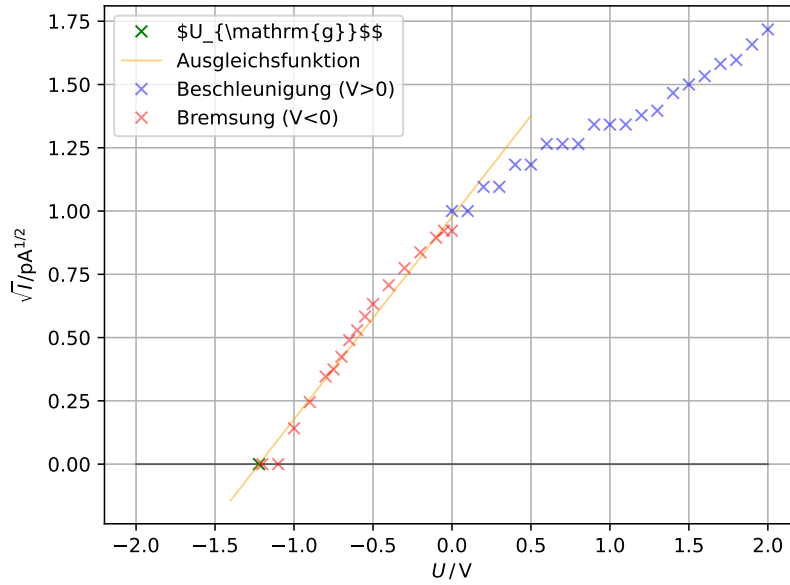


Abbildung 6: Regression zur Bestimmung der Grenzspannung U_g der violetten Spektrallinie.

5.2 Bestimmung der Austrittsarbeit und des Verhältnisses $\frac{h}{e_0}$

In Tabelle 4 befinden sich die Wellenlängen, die Frequenz und die zugehörige Grenzspannung.

Tabelle 4: Wellenlänge, Frequenz und zugehörige Grenzspannung.

λ in nm	ν in $10^{14} \cdot \text{Hz}$	U_g in V
700	4.28271	0.8158
546	5.49066	0.6930
435	6.89172	1.2215

Die Frequenz wurde dabei mit

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

berechnet. Die Wellenlängen wurden vorwiegend der Versuchsanleitung [5] entnommen. Für die Wellenlänge von rotem Licht wurde 700 nm [7] gewählt. In Abbildung 7 wurde nun der jeweilige Betrag Grenzspannung gegen die Frequenz aufgetragen und eine Ausgleichsrechnung mittels einer Geraden

$$y = ax + b$$

durchgeführt. Dabei ergeben sich für die Steigung, welche hier nach Gleichung 2 das Verhältnis $\frac{h}{e_0}$ darstellt

$$a = \frac{h}{e_0} = (1.614 \pm 1.372) \cdot 10^{-15} \text{ Vs}$$

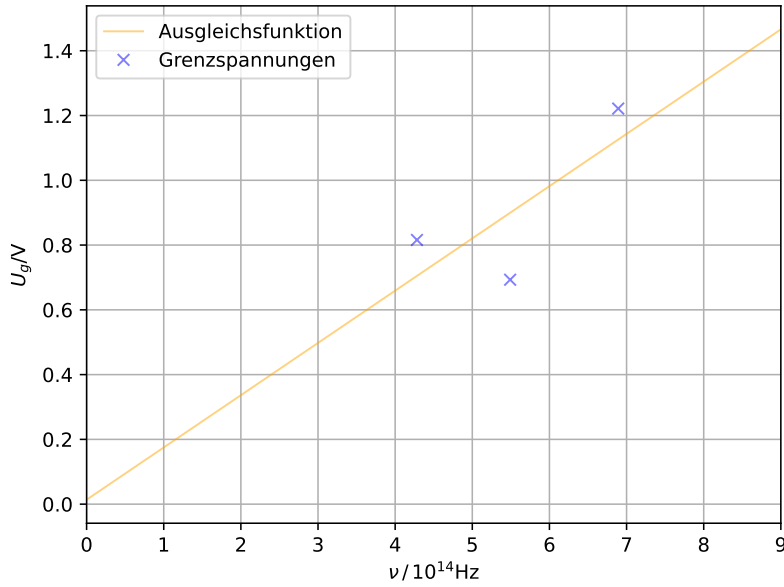


Abbildung 7: Verlauf der Grenzspannungen in Abhängigkeit von der Frequenz.

und den y-Achsenabschnitt

$$b = A_k = (0.014 \pm 0.776) \text{ eV} ,$$

welcher hier der Austrittsarbeit A_k entspricht.

In Abbildung 8 wird der Verlauf des Photostroms bei einer Wellenlänge von $\lambda = 578 \text{ nm}$ dargestellt. Dabei wurde ein größeres Intervall der anliegenden Spannung betrachtet. Die dazu gehörenden Messwerte finden sich in Tabelle 5.

Bei hohen beschleunigenden Spannung erreicht der Photostrom asymptotisch einen Sättigungswert. Dies liegt daran, dass ab einer bestimmten Beschleunigungsspannung alle Elektronen die Anode erreichen. Nach der Korpuskeltheorie ist die Anzahl der Elektronen proportional zur Intensität des Lichts, sodass bei konstanter Lichteinstrahlung der obigen Wellenlänge der Strom nicht über einen bestimmten Wert hinauswachsen kann. In Abbildung 8 erkennt man bei großen Beschleunigungsspannungen langsam eine Abflachung des Strom; der Sättigungswert ist jedoch noch nicht ganz erkennbar. Die Annäherung an dem Sättigungswert erfolgt asymptotisch und der Sättigungswert kann in der Praxis nicht vollständig erreicht werden. Dies liegt daran, dass nicht alle Elektronen durch etwaige Ablenkungen und Widerstände die Anode erreichen können. Bei hohen Beschleunigungen haben diese aber einen immer geringeren Einfluss. Um den Sättigungswert zu erreichen müssen also alle Widerstände und Ablenkungen eliminiert werden. Das ist nur im Vakuum und bei einer ausreichenden Isolierung und Abschirmung von anderen Lichtquellen der gesamten Messapparatur möglich.

Der Photostrom fällt bei U_g nicht direkt auf Null ab, da die Elektronen schon vor der Emission aus dem Material eine gewisse Energie haben, welche der Fermi-Dirac-Statistik folgt. Dadurch werden größere Bremsspannungen benötigt, um alle Elektronen soweit auszubremsen, dass sie die Anode nicht erreichen. In Abbildung 8 wird die Null gar nicht erreicht, da die Bremsspannungen scheinbar noch nicht groß genug sind. Dennoch erkennt

Tabelle 5: Messwerte der gelben Spektrallinie.

U in V	I in pA
0	60
1	180
2	280
2.5	320
3	380
3.5	400
4	440
4.5	440
5	460
6	500
7	520
8	540
9	560
10	580
11	580
12	640
13	640
14	660
15	660
16	680
17	700
18	700
19	720
0	180
-1	20
-3	20
-4	15
-5	15
-6	15
-7	15
-8	15
-9	18
-10	18
-11	18
-12	20
-13	20
-14	20
-15	20
-16	20
-17	20
-18	20
-19	20

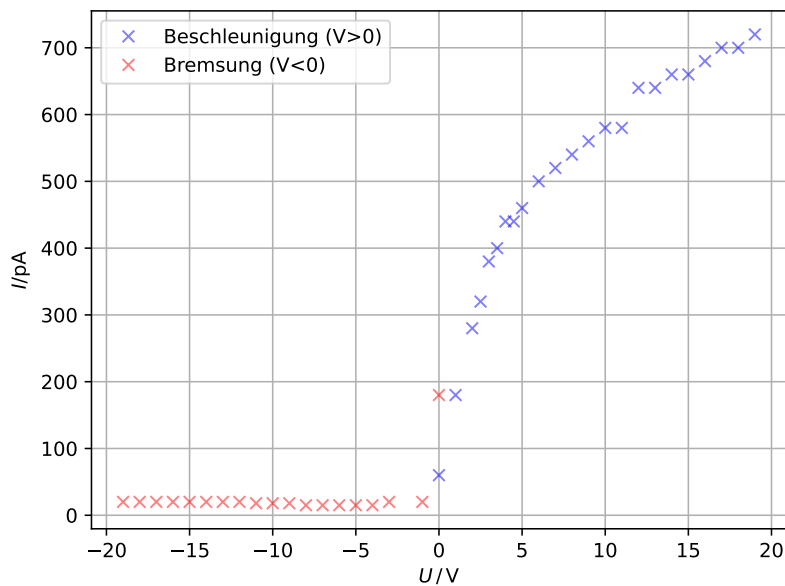


Abbildung 8: Verlauf des Photostroms der gelben Spektrallinie bei $\lambda = 578 \text{ nm}$.

man direkt unter einer Spannung von 0 V einen etwas höheren Photostrom als bei größeren Bremsspannungen, was darauf hindeutet, dass der Photostrom noch weiter abfallen wird, wenn die Bremsspannung weiter erhöht werden würde.

Grundsätzlich kann ein kleiner entgegengerichteter Strom bei hohen Bremsspannungen gemessen werden. Bei dem Versuchsteil zur gelben Spektrallinie wurde dies jedoch nicht beobachtet. Bei der violetten Spektrallinie in Tabelle 3 jedoch schon. Dieser ist damit zu erklären, dass das Kathodenmaterial bei $T = 20^\circ \text{C}$ verdampft, wodurch Elektronen freigesetzt werden und sich an der Anode anlagern. Das führt dazu, dass die Elektronen wegen der hohen Bremsspannung von der Anode wegbeschleunigt werden und es wird ein negativer Strom gemessen. Dadurch dass hierbei wesentlich weniger Elektronen zu beobachten sind, kann hier der Sättigungswert erreicht werden.

Da der negative Strom bereits bei energiearmen Licht beobachtet werden kann, muss die Austrittsarbeit mindestens so klein wie die der Kathode sein.

6 Diskussion

Die in Unterabschnitt 5.1 bestimmte Grenzspannung U_g verhält sich wider der Erwartungen. Es ist theoretisch anzunehmen, dass mit steigender Energie des Lichtes (Erhöhung der Frequenz), die Grenzspannung betragsmäßig zunimmt. Jedoch zeigt die Auswertung hier eine Abweichung, nach welcher $U_{g,\text{grün}}$ zwischen $U_{g,\text{rot}}$ und $U_{g,\text{lila}}$ liegen müsste. Diese Abweichung kann zum Teil dadurch erklärt werden, dass die Apparatur empfindlich gegenüber schon kleinen Erschütterungen war. So reichte es aus, auf dem Tisch zu schreiben, um die Messung zu beeinflussen. In diesem Fall liegt aber wahrscheinlich eher ein systematischer Fehler der Messung vor. So kann es zum Beispiel sein, dass die Skala des Picoamperemeters falsch abgelesen wurde.

Wenn das Verhältnis $\frac{h}{e_0}$ mit dem theoretischen Wert $\frac{h}{e_0} = 4.1356677 \cdot 10^{-15} \text{ eV}$ verglichen wird, ergibt sich eine Abweichung von 60.97 %. Der experimentelle Wert stimmt nicht im Rahmen der Messunsicherheit mit dem theoretischen Wert überein und ist, da er über eine Ausgleichsrechnung bestimmt wurde, recht ungenau, da nur drei Messungen in die Ausgleichsrechnung eingeflossen sind. Dies genügt statistisch nicht, um eine allgemein gültige Aussage zu treffen.

Bei der Austrittsarbeit A_k kann kein Vergleich mit der Theorie hergestellt werden, da das Kathodenmaterial nicht bekannt ist. Der Wert der Austrittsarbeit liegt aber in der Größenordnung von bekannten Austrittsarbeiten von Materialien.

Literatur

- [1] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.4.3, DOI: 10.5281/zenodo.5194481.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>.
- [5] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 500 Der Photoeffekt*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2023.
- [6] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [7] *Welche Wellenlänge hat rotes Licht?* URL: <https://www.lichtmikroskop.net/optik/rot-wellenlaenge.php> (besucht am 12.06.2023).

Anhang

V500 - Der Photoeffekt

rote Spektrallinie

beschleunigende Spannung

U

I. 12 pA

0V	12 pA
0,1V	14 pA
0,2V	18 pA
0,3V	22 pA
0,4V	26 pA
0,5V	28 pA
0,6V	30 pA
0,7V	34 pA
0,8V	36 pA
0,9V	40 pA
1,0V	42 pA
1,1V	44 pA
1,2V	46 pA
1,3V	48 pA
1,4V	50 pA
1,5V	52 pA
1,6V	56 pA
1,7V	56 pA
1,8V	60 pA
1,9V	62 pA
2,0V	64 pA

abbremssende Spannung

U

I

0V	12 pA
0,1V	8 pA
0,2V	6 pA
0,3V	4 pA
0,4V	2 pA
0,5V	2 pA
0,6V	0 pA
0,7V	0 pA
0,9V	0 pA
1,1V	0 pA
1,3V	0 pA
1,5V	0 pA
1,7V	0 pA
2V	0 pA

grüne Spektrallinie

beschleunigende Spannung

abbremsende Spannung

U	I	$\Delta 20 \text{ pA}$	U	I	$\Delta 20 \text{ pA}$
0,0V	500 pA		0,0V	500 pA	
0,1V	580 pA		0,1V	420 pA	
0,2V	620 pA		0,15V	360 pA	
0,3V	700 pA		0,2V	320 pA	
0,4V	760 pA		0,25V	260 pA	
0,5V	840 pA		0,3V	200 pA	
0,55V	880 pA		0,35V	140 pA	
0,6V	900 pA		0,4V	100 pA	
0,65V	940 pA		0,45V	60 pA	
0,7V	940 pA	$\Delta 50 \text{ pA}$	0,5V	40 pA	
0,8V	1000 pA	$\Delta 50 \text{ pA}$	0,55V	20 pA	
0,9V	1100 pA		0,6V	0 pA	
1,0V	1100 pA		0,8V	0 pA	
1,1V	1150 pA				
1,2V	1200 pA				
1,3V	1250 pA				
1,4V	1300 pA				
1,5V	1350 pA				
1,6V	1400 pA				
1,7V	1450 pA				
1,8V	1500 pA				
1,9V	1550 pA				
2,0V	1600 pA				

violette Spektrallinie

beschleunigende Spannung

abbremssende Spannung

U	I		U	I	
0,0V	1nA	$\Delta 0,2nA$	0,0V	0,85nA	$\Delta 0,5nA$
0,1V	1nA		0,05V	0,85nA	
0,2V	1,2nA		0,1V	0,80nA	
0,3V	1,2nA		0,2V	0,70nA	
0,4V	1,4nA		0,3V	0,66nA	
0,5V	1,4nA		0,4V	0,50nA	
0,6V	1,6nA		0,5V	0,40nA	$\Delta 0,2nA$
0,7V	1,6nA		0,55V	0,34nA	
0,8V	1,6nA		0,6V	0,28nA	
0,9V	1,8nA		0,65V	0,24nA	
1,0V	1,8nA		0,70V	0,18nA	
1,1V	1,8nA		0,75V	0,14nA	
1,2V	1,8nA 1,9nA	$\Delta 0,1nA$	0,80V	0,12nA	
1,3V	1,95nA	$\Delta 0,5nA$	0,90V	0,06nA	
1,4V	2,15nA		1,0V	0,02nA	
1,5V	2,25nA		1,1V	0nA	
1,6V	2,35nA		1,2V	0nA	
1,7V	2,5nA		1,3V	-0,02nA	
1,8V	2,55nA		1,4V	-0,02nA	
1,9V	2,75nA		1,5V	-0,02nA	
2,0V	2,95nA		1,6V	-0,02nA	
			1,7V	-0,02nA	
			1,8V	-0,02nA	
			1,9V	-0,02nA	
			2,0V	-0,02nA	

$$\Delta U = 0,005V$$

gelbe Spektrallinie			
beschleunigende Spannung		abbremssende Spannung	
U in V	I	U in V	I
0.0V	60 pA	0.0V	180 pA
1.0V	180 pA	1V	20 pA
2.0V	280 pA	2V	10 pA
2.5V	320 pA	3V	15 pA
3.0V	380 pA	4V	15 pA
3.5V	400 pA	5V	15 pA
4.0V	440 pA	6V	15 pA
4.5V	440 pA	7V	15 pA
5.0V	460 pA	8V	18 pA
6.0V	500 pA	9V	18 pA
7.0V	520 pA	10V	16 pA
8.0V	540 pA	11V	20
9	560	12V	20
10	580	13V	20
11	580	14V	20
12	640	15V	20
13	640	16V	20
14	660	17V	20
15	660	18V	20
16	680	19V	20
17	700	20V	
18	700		
19	720		
20			

$$\Delta U = 0.05V$$