

## V602: Röntgenemission und -absorption

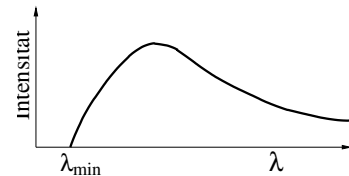
**Ziel:** Es sollen das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre und verschiedene Absorptionsspektren aufgenommen und analysiert werden.

**Stichworte:** Abschirmung, Absorption, Absorptionskanten, Auflösung, Braggbedingung, Bremsstrahlung, charakteristisches Spektrum, effektive Kernladung, Emissionsspektrum, Feinstruktur, Geiger-Müller Zählrohr, Halbwertsbreite, Interferenz, Moseley'sche Gesetz, Röntgenstrahlung

### Theoretische Grundlagen

Für die Erzeugung von **Röntgenstrahlen** werden in einer **evakuierten Röhre** aus einer **Glühkathode Elektronen emittiert** und auf eine **Anode hin beschleunigt**. Beim Auftreffen auf die **Anode entsteht Röntgenstrahlung**, die sich aus dem **kontinuierlichen Bremspektrum** und der **charakteristischen Röntgenstrahlung** des Anodenmaterials zusammensetzt.

Das Bremspektrum entsteht bei der **Abbremsung eines Elektrons im Coulombfeld des Atomkerns**. Durch die Abbremsung wird ein **Photon (Röntgenquant) ausgesendet**, dessen Energie gerade der **Energieverlust des abgebremsten Elektrons** ist. Da das Elektron sowohl einen Teil seiner Energie als auch seine gesamte kinetische Energie abgeben kann, handelt es sich beim Bremspektrum um ein kontinuierliches Spektrum (Abbildung rechts). Die **maximale Energie bzw. die minimale Wellenlänge**



$$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U} \quad (1)$$

ergibt sich bei der **vollständigen Abbremsung** des Elektrons. Hierbei wird die gesamte kinetische Energie  $E_{kin} = e_0 U$  in Strahlungsenergie  $E = h \cdot \nu$  umgewandelt.

Beim **charakteristischen Spektrum** wird das Anodenmaterial so ionisiert, daß eine **Leerstelle in einer inneren Schale** entsteht. Nachfolgend kann ein Elektron aus einer **äußeren Schale unter Aussendung eines Röntgenquants in die innere Schale zurückfallen**. Da in diesem Fall die Energie des Röntgenquants gerade die Energiedifferenz  $h \nu = E_m - E_n$  der beiden Energieniveaus ist, besteht das charakteristische Spektrum aus **scharfen Linien**, deren Energie charakteristisch für das Anodenmaterial der Röntgenröhre ist. Die einzelnen Linien werden mit  $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha, \dots$  bezeichnet, wobei die Buchstaben  $K, L, M, \dots$  die **Schale** bezeichnen, auf der die Übergänge **enden**. Dem griechischen Buchstaben kann entnommen werden, woher das beteiligte äußere Elektron stammt. In einem Mehrelektronenatom schirmen die **Hüllenelektronen** und die Wechselwirkung der **Elektronen untereinander** die Kernladung ab. Dies führt zu einer **Verringerung der Coulomb Anziehung** auf das äußere Elektron, sodaß für die Bindungsenergie  $E_n$  eines Elektrons auf der n-ten Schale gilt:

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (2)$$

wobei der **Abschirmeffekt** durch die **effektive Kernladung**  $z_{eff} = z - \sigma$  berücksichtigt. Hierbei ist  $\sigma$  die **Abschirmkonstante** und  $R_\infty = 13.6 \text{ eV}$  die Rydbergenergie. Zum Beispiel ergibt sich

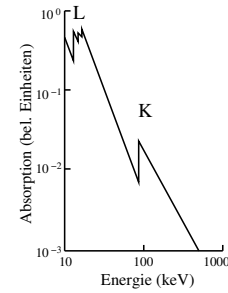
aus Gl.(2) für die Energie  $E_{K_\alpha}$  der  $K_\alpha$ -Linie

$$E_{K_\alpha} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 \cdot \frac{1}{1^2} - R_\infty (z - \sigma_2)^2 \cdot \frac{1}{2^2} \quad (3)$$

Die Abschirmkonstante unterscheidet sich dabei für jedes Elektron und ist empirisch bestimmbar.

Da die äußeren Elektronen aufgrund des Bahndrehimpulses und des Elektronenspins nicht alle dieselbe Bindungsenergie besitzen, ist in der Regel jede charakteristische Linie in eine Reihe von eng beieinander liegenden Linien aufgelöst (Feinstruktur). Diese können in dem vorliegenden Versuchsaufbau nicht aufgespalten werden. Bei der im Versuch verwendeten Kupferanode können die  $\text{Cu-K}_\alpha$ - und die  $\text{Cu-K}_\beta$ -Linien beobachtet werden, die der Bremsstrahlung überlagert sind.

Bei der Absorption von Röntgenstrahlung unter 1 MeV sind der Comptoneffekt und der Photoeffekt die dominanten Prozesse. Der Absorptionskoeffizient nimmt mit zunehmender Energie ab und steigt sprunghaft an, wenn die Photonenenergie gerade größer ist als die Bindungsenergie eines Elektrons aus der nächsten inneren Schale. Die Lage der Absorptionskanten  $h\nu_{abs} = E_n - E_\infty$  ist nahezu identisch mit der Bindungsenergie des Elektrons. Die zugehörigen Energien werden je nach Schale aus der das Elektron stammt als  $K$ -,  $L$ -,  $M$ -, .... Absorptionskante bezeichnet. Während man aufgrund der Feinstruktur drei L-Kanten ( $L_I$ ,  $L_{II}$  und  $L_{III}$ ) beobachtet, gibt es nur eine K-Kante. Bei der Berücksichtigung der Feinstruktur, muß die Bindungsenergie  $E_{n,j}$  eines Elektrons mit der Sommerfeldschen Feinstrukturformel berechnen werden.



$$E_{n,j} = -R_\infty \left( z_{eff,1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{eff,2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (4)$$

Dabei ist  $R_\infty$  die Rydbergenergie,  $z_{eff}$  die effektive Kernladungszahl,  $\alpha$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante,  $n$  die Hauptquantenzahl und  $j$  der Gesamtdrehimpuls des betrachteten Elektrons. Für Elektronen aus der K-Schale ( $n=1$ ) läßt sich aus der K-Kante mit der Sommerfeldschen Feinstrukturformel die Abschirmkonstante  $\sigma_{K,abs}$  bestimmen.

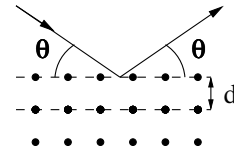
$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \quad (5)$$

Der zweite Term unter der Wurzel berücksichtigt dabei die Feinstrukturaufspaltung der K-Schale. Die Bestimmung der Abschirmkonstante  $\sigma_L$  aus der L-Kante unter Berücksichtigung der Feinstruktur ist hinreichend kompliziert, da die Abschirmzahlen jedes beteiligten Elektrons berücksichtigt werden müssen. Die Berechnung kann jedoch vereinfacht werden, indem die Energiedifferenzen  $\Delta E_L$  zweier L-Kanten bestimmt wird. Im vorliegenden Versuch können die  $L_I$ - und  $L_{II}$ -Kante nicht aufgelöst werden, so daß sich die Abschirmkonstante  $\sigma_L$

$$\sigma_L = Z - \left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5 \Delta E_L}{R_\infty} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{1/2} \quad (6)$$

aus der Energiedifferenz  $\Delta E_L = E_{L_{II}} - E_{L_{III}}$ , der Ordnungszahl  $Z$ , der Rydbergenergie  $R_\infty$  und der Feinstrukturkonstante  $\alpha$  bestimmen läßt.

Experimentell kann die Energie  $E$  bzw. die Wellenlänge  $\lambda$  der Röntgenstrahlung durch die *Bragg'sche Reflexion* analysiert werden. Hierbei fällt Röntgenlicht auf ein *dreidimensionales Gitter* (z.B. ein LiF-Kristall). Die Photonen werden an jedem Atom des Gitters *gebeugt*. Die Röntgenstrahlen *interferieren miteinander* und beim *Glanzwinkel  $\theta$*  erhält man *konstruktive Interferenz*. Bei bekannter Gitterkonstanten  $d$  ( $d_{LiF} = 201.4 \text{ pm}$ ) kann so mit Hilfe der *Bragg'schen Bedingung*



$$2d \sin \theta = n \lambda \quad (7)$$

aus dem Winkel  $\theta$  die gebeugte Wellenlänge  $\lambda$  bestimmt werden, wobei  $n$  die Beugungsordnung ist.

## Vorbereitung

- Informieren Sie sich in der Literatur bei welchen *Energien* in  $[\text{keV}]^1$  die  $\text{Cu-K}_\alpha$ - und die  $\text{Cu-K}_\beta$ -Linien zu erwarten sind. Bei welchen *Winkeln  $\theta$*  liegen diese bei Verwendung eines LiF-Kristalls ( $d=201.4 \text{ pm}$ ).
- Ergänzen Sie die folgende Tabelle:

	Z	$E_K^{Lit} [\text{keV}]$	$\theta_K^{Lit} [^\circ]$	$\sigma_K$
Zn	30	9.65	18.6	3.56
Ge				
Br				
Rb				
Sr				
Zr				

Z : Ordnungszahl  
 $E_K^{Lit}$ : Literaturwert der K-Kante  
 mit  $\theta_K^{Lit}$  : Braggwinkel zu  $E_K^{Lit}$   
 $\sigma_K$  : Abschirmkonstante

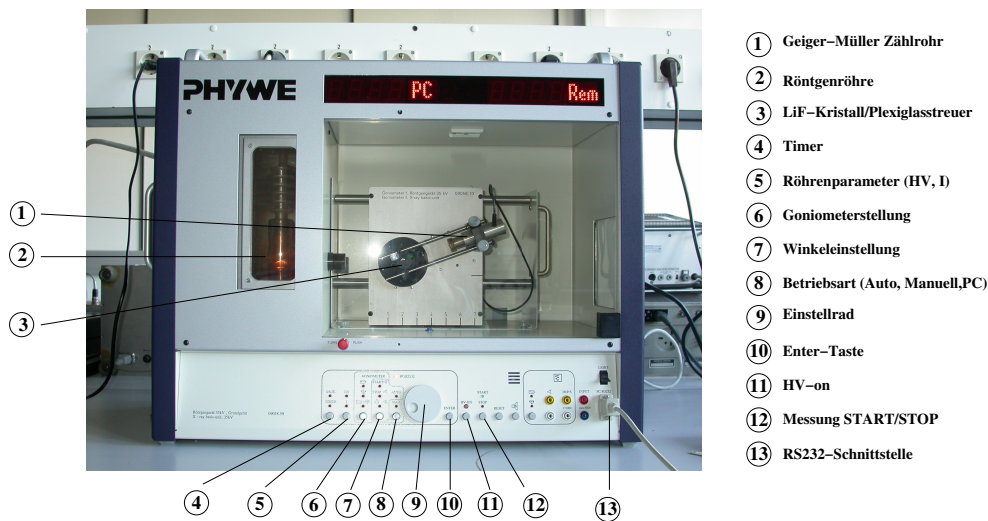
## Aufgaben

- Überprüfen Sie die Bragg Bedingung.
- Messen und Analysieren Sie das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre.
- Bestimmen Sie aus der K-Kante die Abschirmungskonstante  $\sigma_K$  für mindestens 5 Materialien.

## Versuchsaufbau

Der experimentelle Aufbau besteht im wesentlichen aus einer *Kupfer-Röntgenröhre*, einem *LiF-Kristall* und einem *Geiger-Müller-Zählrohr*. Die Elektronik ist im Röntgengerät (Abbildung unten) integriert und kann wahlweise über einen Rechner oder manuell bedient werden. Es ist sinnvoll alle Spektren

<sup>1</sup>Ein Elektronenvolt  $[\text{eV}]$  ist die Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen einer Spannungsdifferenz von 1 V gewinnt.



mit dem **Rechner aufzunehmen**. Gehen Sie in das Programm **measure** und wählen unter dem Menüpunkt **Messgeräte** das **Röntgengerät** an. Nun können Sie die **Messart**, den **Drehmodus**, den anzufahrenden **Kristallwinkel** sowie die **Integrationszeit** wählen und die Messung starten. Überprüfen Sie, ob die **Messart auf Spektren** steht und ändern Sie dies gegebenenfalls. Stellen Sie bei allen Messungen die Röntgenröhre auf eine **Beschleunigungsspannung** von  $U_B = 35 \text{ kV}$  und einen **Emissionsstrom** von  $I = 1 \text{ mA}$ . Überprüfen Sie vor den Messungen, ob die **1 mm Blende** und der **LiF-Kristall** in den Halterungen stecken und ob die **Schlitzblende waagrecht** (also senkrecht zur Drehrichtung) auf dem Geiger-Müllerzählrohr sitzt (Überlegen Sie sich, warum die Schlitzblende waagrecht ausgerichtet sein muß). Für die **Absorptionsmessungen** können Sie **Blenden mit verschiedenen Absorbern** vor das Geiger-Müller Zählrohr schrauben.

## Versuchsdurchführung und Auswertung

### Überprüfung der Bragg Bedingung

- Überprüfen Sie die **Braggbedingung**, indem Sie den LiF-Kristall im Programm auf einen **festen Kristallwinkel** von  $\theta = 14^\circ$  stellen. Lassen Sie das Geiger-Müller Zählrohr in einem Winkelbereich von  $\alpha_{GM} = 26^\circ$  bis  $\alpha_{GM} = 30^\circ$  mit einem Winkelzuwachs von  $\Delta\alpha = 0.1^\circ$  die Intensität der **Röntgenstrahlung** messen. Die **Integrationszeit** pro Winkel sollte  $\Delta t = 5 \text{ sec}$  betragen.
- Bestimmen Sie aus den gemessenen Daten das **Maximum der Kurve** und vergleichen Sie es mit dem **Sollwinkel**. Wenn das Maximum der Kurve **mehr als 1 Grad vom Sollwinkel** abweicht, benachrichtigen Sie den Assistenten oder die Praktikumsleitung.

### Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

- Wählen Sie für das Emissionsspektrum im Programm den **2:1 Koppelmodus** an und messen Sie das Röntgenspektrum (Beugungsordnung  $n=1$ ) im Winkelbereich  $4^\circ \leq \theta \leq 26^\circ$  in **0.2°-Schritten**. Die Integrationszeit pro Winkel sollte  $\Delta t = 5 \text{ sec}$  betragen.
- Stellen Sie das Ergebnis **graphisch dar** und bezeichnen Sie die  **$K_\alpha$ ,  $K_\beta$  Linie** sowie den **Bremsberg**.

- Bestimmen Sie aus dem Grenzwinkel die minimale Wellenlänge bzw. die maximale Energie des Bremsspektrums und vergleichen Sie diese mit den zu erwartenden Werten.
- Messen Sie ein Detailspektrum der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Linie. Der Winkelzuwachs des LiF-Kristalls sollte bei dieser Messung  $\Delta\theta = 0.1^\circ$  betragen; die Integrationszeit pro Winkel sollte  $\Delta t = 5 \text{ sec}$  sein.
- Bestimmen Sie aus dem Detailspektrum die Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum) der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ -Linie und berechnen Sie hieraus das Auflösungsvermögen der Apparatur. Wie genau ist diese Angabe? Ist es sinnvoll den statistischen Fehler zu bestimmen?
- Bestimmen Sie die Abschirmkonstanten  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  für Kupfer aus den Emissionsenergien der Kupfer  $K_\alpha$ - und Kupfer  $K_\beta$ -Linie. Bei Vernachlässigung des Drehimpulsbeitrages können die Abschirmkonstanten für Kupfer aus folgenden Gleichungen abgeschätzt werden mit  $n=1$ ,  $m=2$  und  $l=3$ .

$$E_{K,abs} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 \quad (8)$$

$$E_{K,\alpha} = R_\infty \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \left(\frac{1}{m}\right)^2 \cdot (z - \sigma_2)^2 \quad (9)$$

$$E_{K,\beta} = R_\infty \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \left(\frac{1}{l}\right)^2 \cdot (z - \sigma_3)^2 \quad (10)$$

dabei ist  $R_\infty$  die Rydbergenergie und  $z$  die Ordnungszahl. Da sich die Absorptionsenergie  $E_{K,abs}$  mit der vorhandenen Apparatur nicht bestimmen läßt, muß der Wert aus der Literatur (z.B. *NIST, X-Ray Transition Energies Data Base*) entnommen werden.

## Das Absorptionsspektrum

- Setzen Sie einen Zinkabsorber vor das Geiger-Müller Zählrohr und messen Sie ein Absorptionsspektrum in  $0.1^\circ$ -Schritten. Die Meßzeit pro Winkel sollte  $\Delta t = 20s$  betragen. Wählen Sie einen geeigneten Meßbereich aus.
- Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar und bestimmen Sie die Absorptionsenergie aus der gemessenen K-Kante. Vergleichen Sie das Ergebnis mit ihren Literaturwerten.
- Berechnen Sie aus der oben bestimmten Absorptionsenergie die Abschirmzahl  $\sigma_K$  von Zink und vergleichen Sie das Ergebnis mit der in der Vorbereitungsaufgabe berechneten Werten.
- Wiederholen Sie die Messungen für vier weitere Absorber mit Kernladungszahlen im Bereich  $30 \leq Z \leq 50$ .
- Bestimmen Sie die Energietübergänge aus den gemessenen K-Kanten und berechnen Sie die entsprechenden Abschirmzahlen.
- Nach Moseley ist die Absorptionsenergie  $E_K$  proportional zu  $Z^2$ . Zeichnen Sie aus den erhaltenen Daten ein  $\sqrt{E_K}$ -Z Diagramm und bestimmen Sie aus der Steigung die Rydbergkonstante (Moseleysches-Gesetz).

## Literatur

- [1] F. Kohlrausch *Praktische Physik*, Bd.3 , Teubner 1996
- [2] G. Pfenning et.al. *Karlsruher Nuklidkarte*, Haberbeck 1998
- [3] National Institute of Standards and Technology *X-Ray Transition Energies*, Nov. 2019