

陽的MPS法とHamiltonian MPS法を用いた

3次元流体－構造連成解析手法の開発

A three-dimensional coupling method for fluid-structure interaction problems

by using Explicit MPS method and Hamiltonian MPS method

邵阳¹, 山川貴大¹, 菊池貴博², 柴田和也¹, 越塚誠一¹Yang SHAO, Takahiro YAMAKAWA, Takahiro KIKUCHI, Kazuya SHIBATA
, Seiichi KOSHIZUKA¹ 東京大学大学院 工学系研究科 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)² 武蔵野赤十字病院 (〒180-8610 東京都武蔵野市境南町1-26-1)

A 3-dimensional multiphysics coupling scheme is developed for analyzing fluid-structure interaction problems based on the explicit MPS method and Hamiltonian MPS method. The interaction between the fluid and the structures is symmetrical. For verification the coupling scheme, a buoyancy case, an elastic baffle case and an elastic gate case are calculated. The results are compared with the experiment and other methods' results.

Key Words : Hamiltonian MPS, Multiphysics, Explicit MPS, Fluid-structure interaction, 3-dimensional

1. 序論

粒子法/メッシュフリー法^(1,2,3)は、流体、固体などの連続体の運動を離散粒子群の運動によって近似する計算手法である。したがって、連続体をメッシュ分割する必要がなく、また流体の分裂や合体、固体の破壊など複雑に変化する境界を伴う問題でも比較的容易に扱うことができるなどの利点がある。現在までに、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics)^(4, 5), MPS (Moving Particle Simulation)^(6, 7), EFG (Element Free Galerkin)^(8, 9)などの手法が提案されている。

MPS法は微分方程式の微分演算子をモデル化し、微分方程式を離散化する手法である。MPS法の流体解析は越塚ら^(6, 7)が開発した半陰解法とShakibaeinia and Jin⁽¹⁰⁾, 大地ら⁽¹¹⁾および山田ら⁽¹²⁾が開発した陽解法がある。MPS法の構造解析はSongら^(13, 14)が開発したMPS法と鈴木ら^(15, 16)および近藤ら⁽¹⁷⁾が開発したHamiltonian MPS法がある。MPS法の流体－構造連成解析手法の研究についてはLeeら⁽¹⁸⁾と三目ら^(19, 20)のMPS-FEM連成解析手法があるが、構造の部分は有限要素法を用いている。また、流体－構造のどちらも粒子法を用いた解析は近澤ら^(21, 22, 23, 24)が行ったが、流体と構造の相互作用力は対称になっていない。そして、石井ら⁽²⁵⁾はMPS法の流体－構造連成解析手法を用いて、炭素繊維強化プラスチックの解析を行ったが、2次元の解析である。炭素繊維強化プラスチックのようなナノスケールの流体－構造連成解析を行うためには、効率的な連成解析手法と計算負担を軽減するためのシェル型構造物の計算法両方が必要と考えられる。

シェル型構造物の計算モデルは近藤ら⁽²⁶⁾が開発したKirchhoff シェル計算法とShaoら⁽²⁷⁾が開発したReissner-Mindlin シェル計算法があるが、3次元で効率的な流体と構造を連成できるMPS解析手法はまだ確立されていない。

本研究では、流体解析のための陽的MPS法と構造解析のためのHamiltonian MPS法を統合し、効率的な3次元流体－構造連成解析手法を開発した。そして、その有効性を検証するために、3種類の検証計算を行った。計算結果は理論解、実験結果および他の解析手法の計算結果と比較した。

2. 流体解析手法と構造解析手法

2.1 流体解析手法 流体解析には大地ら⁽¹¹⁾および山田ら⁽¹²⁾の陽的MPS法を用いる。非圧縮性流れの支配方程式は質量保存を表す連続方程式と運動量保存を表すナビエ・ストークス方程式である。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\bar{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\bar{v} + \bar{g} \quad (2)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 \bar{v} は流体の速度、 P は流体の圧力、 ν は流体の動粘性係数、 \bar{g} は重力加速度である。ナビエ・ストークス方程式の右辺はそれぞれ圧力勾配項、粘性項、重力項である。

MPS法では、微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルを定めることで、連続体の運動を支配する微分方程式を粒子間の関係式に離散化する。その際、次の重み関数を用いて粒子 i と粒子 j の粒子間距離に対して相互作用の重み付けを行う。

* 原稿受付 2013 年 01 月 07 日, 改訂 2013 年 02 月 02 日, 発行 2013 年 03 月 06 日, © 2013 年 日本計算工学会。

Manuscript received, January 07, 2013; final revision, February 02, 2013; published, March 06, 2013. Copyright © 2013 by the Japan Society for Computational Engineering and Science.

$$w_{ij} = w(|\vec{r}_{ij}|) = \begin{cases} \frac{r_e}{|\vec{r}_{ij}|} + \frac{|\vec{r}_{ij}|}{r_e} - 2 & (0 \leq |\vec{r}_{ij}| < r_e) \\ 0 & (r_e \leq |\vec{r}_{ij}|) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 \vec{r}_{ij} は粒子 i と粒子 j の相対位置ベクトルである。 r_e は粒子間の相互作用が及ぶ距離を示すパラメータであり、影響半径と呼ぶ。本研究では、影響半径を初期粒子間距離の 2.1 倍とした。そして、ある粒子 i に対して、他の全ての粒子との間で重み関数の和をとったものを粒子 i の粒子数密度と呼び、次の式で表す。

$$n_i = \sum_j w_{ij} \quad (4)$$

それぞれの粒子の大きさ、および影響半径が一定であれば、粒子数密度は流体の密度に比例する。

MPS 法の計算手順を Fig.1 に示す。まずナビエ・ストークス方程式の粘性項と重力項を計算し、次の式で粒子の仮の速度 \vec{v}^* と位置 \vec{r}^* を得る。

$$\vec{v}_i^* = \vec{v}_i^t + \Delta t \cdot (\nu \langle \nabla^2 \vec{v} \rangle_i^t + \vec{g}) \quad (5)$$

$$\vec{r}_i^* = \vec{r}_i^t + \Delta t \cdot \vec{v}_i^* \quad (6)$$

ここで、 Δt は時間刻み幅である。続いて、仮の位置 \vec{r}^* から圧力を計算する。陽的 MPS 法では、流体に微小な圧縮性を許容し、圧力を粒子数密度の関数として次式のように表す。

$$P_i^* = c^2 \rho \cdot \frac{(n_i^* - n_0)}{n_0} \quad (7)$$

ここで、 c は流体の音速である。そしてナビエ・ストークス方程式の圧力勾配項を計算する。その結果を用いて次の式で粒子の速度と位置をそれぞれ修正することによって、次の時刻の速度と位置を算出する。

$$\vec{v}_i^{t+1} = \vec{v}_i^* + \vec{v}_i' \quad (8)$$

$$\vec{r}_i^{t+1} = \vec{r}_i^* + \Delta t \cdot \vec{v}_i' \quad (9)$$

ここで、

$$\vec{v}_i' = \Delta t \cdot \left(-\frac{1}{\rho} \langle \nabla P \rangle_i^* \right) \quad (10)$$

は速度の修正量である。

式(5)を離散化するため、速度のラプラシアンは次の式で表す。

$$\langle \nabla^2 \vec{v} \rangle_i^t = \frac{2d}{\lambda_l n_0} \sum_j [(\vec{v}_j^t - \vec{v}_i^t) w_{ij}] \quad (11)$$

ここで、 n_0 は粒子の初期粒子数密度、 d は次元数である。

λ_l は統計的な分散の増加を解析解と一致させるための定数であり、次の式で計算する。

$$\lambda_l = \frac{\sum_j |\vec{r}_{ij}|^2 w_{ij}}{\sum_j w_{ij}} \quad (12)$$

式(10)を離散化するため、勾配演算子の計算モデルを用いる。勾配演算子の高精度計算モデルは鈴木⁽²⁸⁾、入部・仲座⁽²⁹⁾、玉井ら⁽³⁰⁾ がそれぞれ開発している。本研究では、

玉井ら⁽³⁰⁾の高精度モデル

$$\langle \nabla P \rangle_i^* = \left[\sum_j \left(\frac{\vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|} \otimes \frac{\vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|} w_{ij} \right) \right]^{-1} \cdot \left[\sum_j \frac{\vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|} \otimes \frac{(P_i^* + P_j^*)}{|\vec{r}_{ij}|} w_{ij} \right] \quad (13)$$

を用いる。ここで、記号 \otimes はテンソル積である。

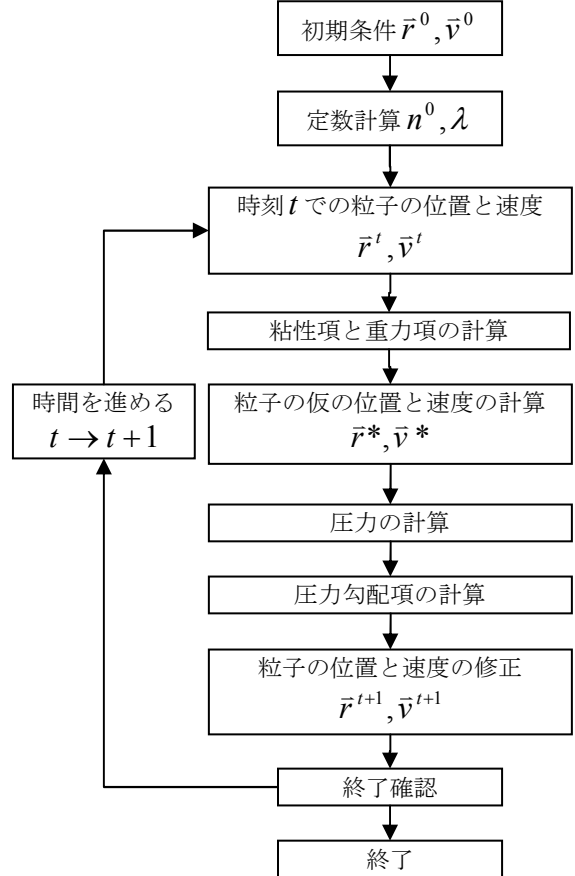


Fig.1 Flowchart of the Explicit MPS method for fluid

2.2 構造解析手法 構造解析には鈴木ら^(15, 16) および近藤ら⁽¹⁷⁾ が開発したHamiltonian MPS法を用いる。

弾性体の支配方程式は

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\partial W}{\partial \vec{r}} \quad (14)$$

ここで、

$$W = \mathbf{\Pi} : \mathbf{F} = \mathbf{S} : \mathbf{E} \quad (15)$$

は弾性体のポテンシャルエネルギーである。 $\mathbf{\Pi}$ は第一 Kirchhoff 応力テンソル、 \mathbf{F} は変形勾配テンソル、 \mathbf{S} は第二 Kirchhoff 応力テンソル、 \mathbf{E} は Green-Lagrangian 歪テンソルである。

Hamiltonian MPS 法における弾性解析の手順を Fig.2 に示す。まず粒子位置から弾性体の変形勾配テンソルを次の式で算出する。

$$\mathbf{F}_i = \left[\sum_j \left(\frac{\vec{r}_{ij}^0}{|\vec{r}_{ij}^0|} \otimes \frac{\vec{r}_{ij}^0}{|\vec{r}_{ij}^0|} w_{ij} \right) \right]^{-1}$$

$$\cdot \sum_j \left(\frac{\vec{r}_{ij}^0}{|\vec{r}_{ij}^0|} \otimes \frac{\vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}^0|} w_{ij} \right) \quad (16)$$

ここで、 \mathbf{F}_i は粒子 i の変形勾配テンソル、 \vec{r}_{ij}^0 は粒子 i と粒子 j の初期相対位置ベクトル、 \vec{r}_{ij} は粒子 i と粒子 j の相対位置ベクトルである。そして、Green-Lagrangian 歪テンソル \mathbf{E} を

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) \quad (17)$$

と計算する。ここで、 \mathbf{I} は単位行列である。そして、第二 Kirchhoff 応力テンソル \mathbf{S} を

$$\mathbf{S} = \lambda \text{Trace}(\mathbf{E})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E} \quad (18)$$

と計算する。ここで、 λ, μ は材料の Lamé 定数である。

これより、第一 Kirchhoff 応力テンソル $\mathbf{\Pi}$ は

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{F}\mathbf{S} \quad (19)$$

で計算できる。続いて、粒子の加速度は Hamilton 方程式

$$\begin{aligned} \rho_i a_i^t &= \rho_i \frac{v_i^{t+1} - v_i^t}{\Delta t} = - \sum_j \frac{\partial W_j}{\partial \mathbf{r}_i} \\ &= - \sum_j \frac{\partial W_j}{\partial \mathbf{F}_j} \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{r}_i} = - \sum_j \mathbf{\Pi}_j : \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{r}_i} \end{aligned} \quad (20)$$

から算出する。ここで、 W_j は粒子 j のポテンシャルエネルギーである。最後、粒子の加速度を用いて

$$\vec{v}_i^{t+1} = \vec{v}_i^t + \Delta t \cdot \vec{a}_i^t \quad (21)$$

$$\vec{r}_i^{t+1} = \vec{r}_i^t + \Delta t \cdot \vec{v}_i^{t+1} \quad (22)$$

で粒子の速度と位置を更新する。

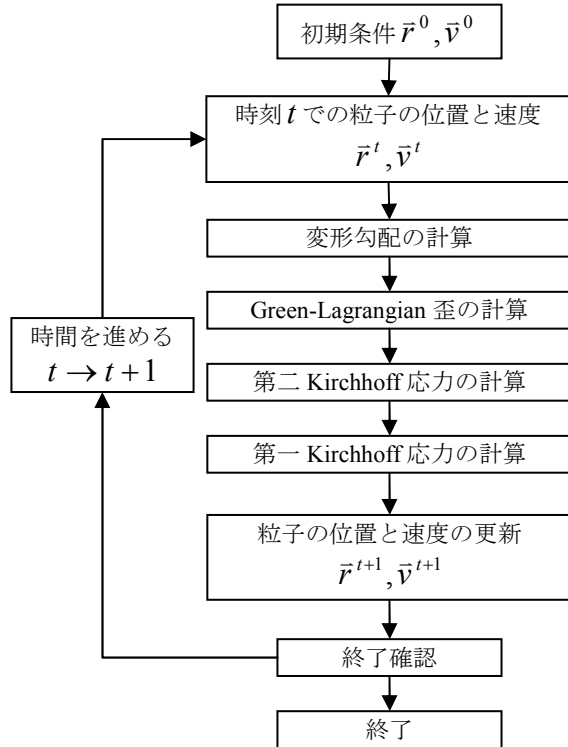


Fig.2 Flowchart of the Hamiltonian MPS method for structure

3. 流体－構造連成解析手法

流体と構造を連成して解析するためには、両方の計算手順に加えて、異なる構造物間の衝突と流体－構造の相互作用の手順を用意する必要がある。流体－構造連成アルゴリズムの計算手順を Fig.3 に示す。赤は構造計算、青は流体計算、緑は相互作用計算、白は共通計算を表している。

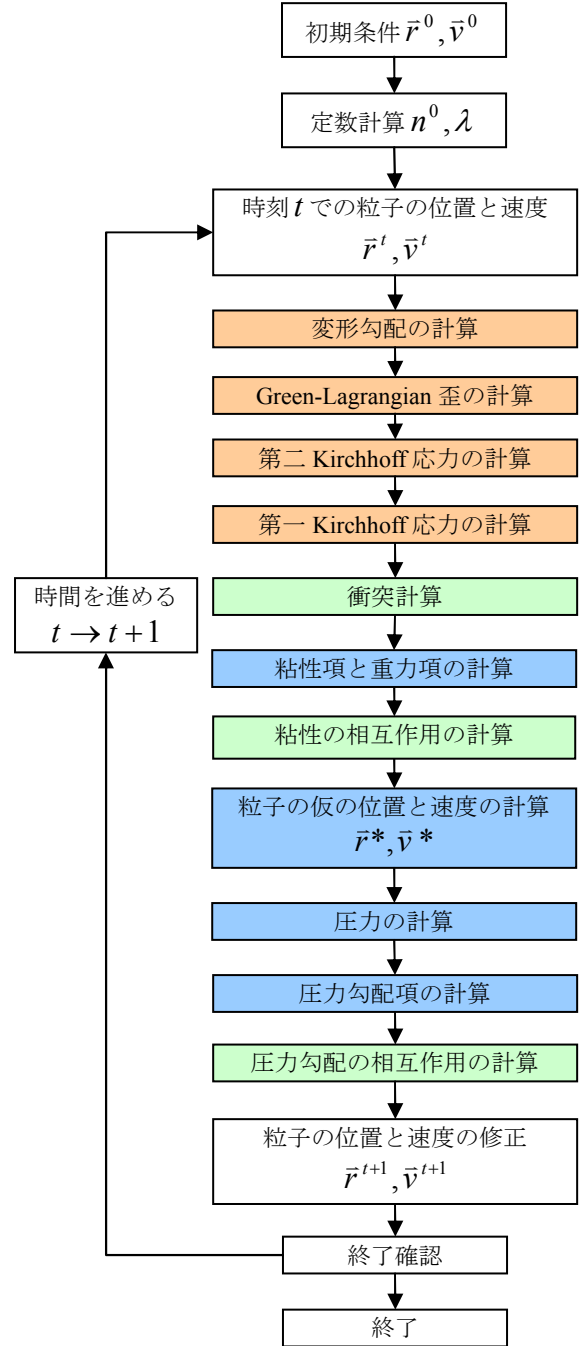


Fig.3 Flowchart of the coupling MPS method for fluid-structure interaction simulation

異なる構造物間の衝突計算について、本研究では DEM⁽³¹⁾ と同じく、構造物間の反発力がめり込み長さに比例するようにする。

$$F_{i \in elastic}^c = K \Delta_{ij} \quad (23)$$

$$K = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{R}{2}} \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) \quad (24)$$

ここで、 $F_{i \in \text{elastic}}^c$ は粒子 i 受ける反発力、 Δ_{ij} は粒子 i と粒子 j の間のめり込み量、 K は弾性係数、 R は粒子半径、 E は材料のヤング率、 ν は材料のポアソン比である。

流体と構造の相互作用は次のように計算する。まず、弾性体を壁境界として考え、流体が弾性体から受ける粘性力を

$$F_{i \in \text{fluid}}^v = \nu \frac{2d}{\lambda_l n_0} \sum_{j \in \text{elastic}} [(\bar{v}_j^t - \bar{v}_i^t) w_{ij}] \quad (25)$$

とする。圧力を

$$F_{i \in \text{fluid}}^p = \left[\sum_{k \in \text{all}} \frac{\bar{r}_{ik}}{|\bar{r}_{ik}|} \otimes \frac{\bar{r}_{ik}}{|\bar{r}_{ik}|} w_{ik} \right]^{-1} \cdot \sum_{j \in \text{elastic}} \left[\frac{\bar{r}_{ij}}{|\bar{r}_{ij}|} \otimes \frac{(P_i + P_j)}{|\bar{r}_{ij}|} w_{ij} \right] \quad (26)$$

とする。これらの力は弾性体粒子にも反作用力として与えたとすると、弾性体が流体から受ける粘性力は

$$F_{i \in \text{elastic}}^v = \nu \frac{2d}{\lambda_l n_0} \sum_{j \in \text{fluid}} [(\bar{v}_j^t - \bar{v}_i^t) w_{ij}] \quad (27)$$

圧力は

$$F_{i \in \text{elastic}}^p = \sum_{j \in \text{fluid}} \left\{ \left[\sum_{k \in \text{all}} \frac{\bar{r}_{jk}}{|\bar{r}_{jk}|} \otimes \frac{\bar{r}_{jk}}{|\bar{r}_{jk}|} w_{jk} \right]^{-1} \cdot \left[\frac{\bar{r}_{ij}}{|\bar{r}_{ij}|} \otimes \frac{(P_i + P_j)}{|\bar{r}_{ij}|} w_{ij} \right] \right\} \quad (28)$$

となる。この流体－構造相互作用力は流体粒子と構造粒子の間で対称性を持つ。

4. 検証計算

4.1 静止流体中の浮体 まず流体から弾性体へ働く力の検証として、弾性体を静止流体上に浮かべる様子を計算した。ただし、弾性体の変形は無視できる。解析体系をFig.4に示す。

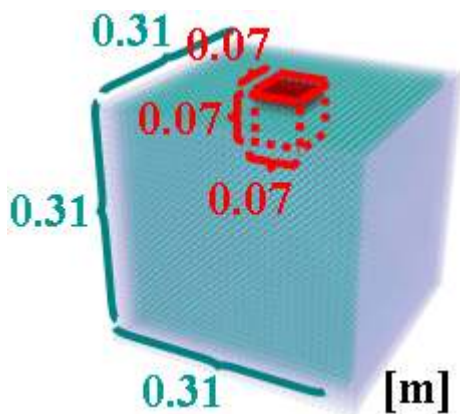


Fig.4 Verification for the buoyancy force

初期状態では、 $0.31 \times 0.31 \times 0.31 \text{ m}$ の流体の中に、 $0.07 \times 0.07 \times 0.07 \text{ m}$ の弾性体を置いている。流体の密度は 1000 kg/m^3 である。弾性体の密度は 200 kg/m^3 から 800 kg/m^3 まで 100 kg/m^3 刻みで変化させて、重心の高さを調べた。流体と弾性体の空間解像度（平均粒子間距離）はともに 0.01 m とした。時間刻み幅は $1.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ 、流体の粘性係数は $0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、音速は 15 m/s 、弾性体のヤング率は $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、ポアソン比は 0.4 である。

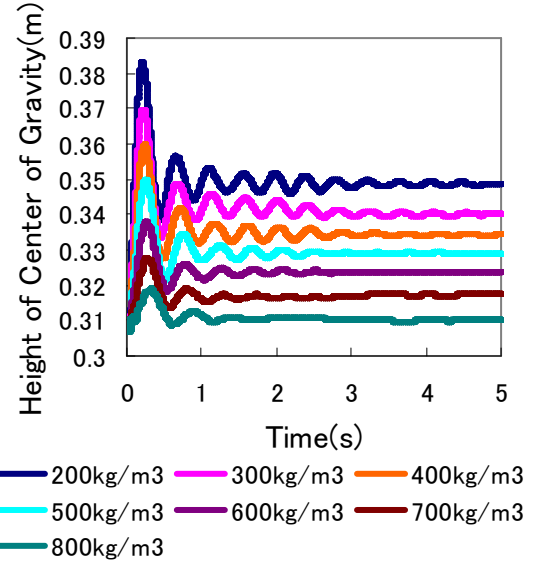


Fig.5 History of center of gravity of the body

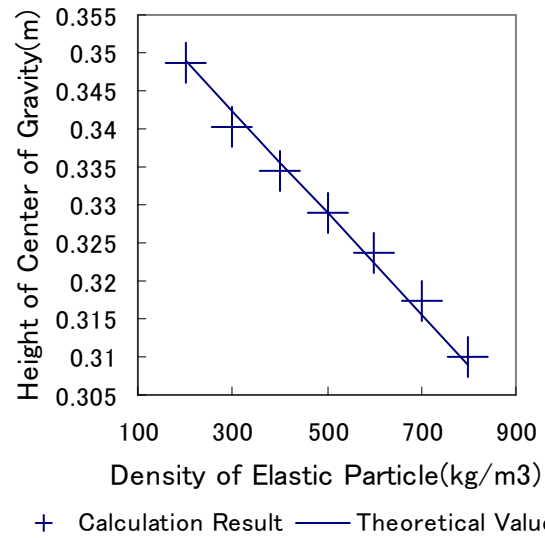


Fig.6 Change of center of gravity of the body with density

計算結果を Fig.5 に示す。初期状態は密度によらず同じ位置としており、その状態から浮力が発生して振動しているが、しばらくすると一定の高さになり静止する。弾性体の密度が大きくなるほど流体中に沈む様子が再現できており、最終的な高さもほぼ等間隔に変化している。5秒後の弾性体の重心の高さを理論値と比較した結果を Fig.6 に示す。重心の高さは理論値とよく一致している。

4.2 弾性障害物を含むダム崩壊

次は弾性障害物を

含むダム崩壊の解析である。計算体系をFig.7に示す。

58.4×2.0×58.4cm の容器内において 14.6×2.0×29.2cm の水柱が崩壊し、1.2×2.0×8.0cm の弾性障害物に衝突する現象を解析した。流体の密度は 1000kg/m³、粘性係数は 0.001Pas、音速は 15m/s である。弾性障害物の密度は 2500kg/m³、ヤング率は 1.0×10⁶Pa、ポアソン比は 0.0 である。流体と弾性障害物の空間解像度（平均粒子間距離）はともに 0.002m とした。時間刻み幅は 2.0×10⁻⁵s である。

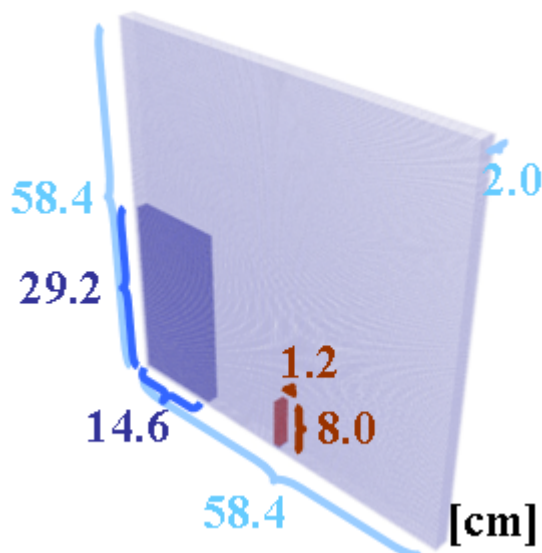


Fig.7 Simulation for dam breaking with an elastic obstacle

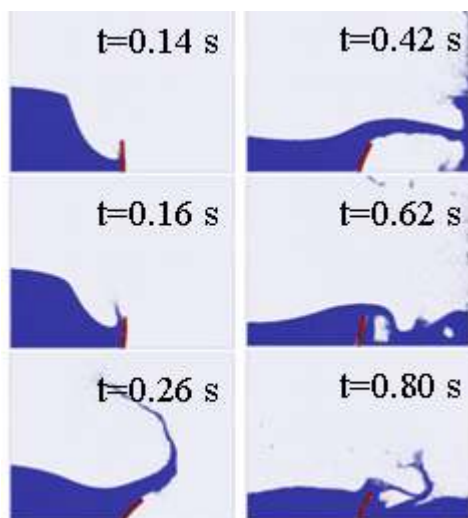


Fig.8 Simulation result for dam breaking with an elastic obstacle

計算結果を Fig.8 に示す。崩れる流体により最初の衝撃で右側に倒された障害物(0.26s)は、自身の弾性力によって回復するとともに(0.42s)、右から回流した流体の力を受けて、さらに左側に変形する様子が見える(0.62s)。弾性障害物の最も左上の粒子の横方向の変位を記録し、その時間変化を他の方法の結果^(32, 33, 34, 35)と比べた。結果を Fig.9 に示す。MPS法の0.2~0.4sの変位は他よりもやや大きく、少し柔らかい傾向が見えるが、その後の挙動はPFEやFEの結果と一致する傾向があった。また、右から戻ってくる流体の衝撃を受けて、約 0.6s 以降に大きく回復する傾向がある。これは PFE や FE でも見られるが、手法によって差が大きい。なお、本解析では幅の狭い形状で 3 次

元計算をしているので、奥行方向の摩擦抵抗は生じるが、流体の粘性係数は小さいので、本研究ではこの摩擦抵抗は無視できる。

本研究で得られた流体と弾性障害物の相互作用の様子は過去の手法と定性的に一致した。特に 0.4~0.6s の間、弾性障害物は左側の流体の圧力を受け、ほぼ一定の変位を維持することを再現できた。また、0.6s 以降、右側から戻ってくる流体の衝撃を受け、弾性障害物の変位が大きく回復する挙動も再現できた。弾性障害物の変位が過去の手法より少し大きくなる原因は、流体計算ではなく、弾性体計算にあると考えられる。具体的には、近藤ら⁽¹⁷⁾の論文で述べられている Zero Energy Mode の振動が原因と考えられる。そのため、人工粘性項を用いれば、結果が改善できる可能性があるが、その場合、いかに適切な人工粘性係数を決めるかが問題になると思われる。

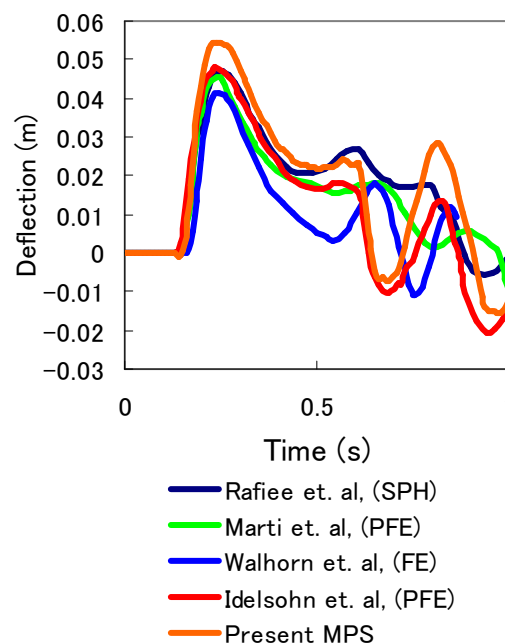


Fig.9 Comparison among numerical results for time history of displacement of the upper left corner of the elastic obstacle

4.3 弾性ゲートを有するダム崩壊 最後、弾性ゲートを有するダム崩壊の解析を行った。計算体系をFig.10に示す。

0.8×0.01×0.28m の容器内の 0.1×0.01×0.14m の水柱が、0.005×0.01×0.079m の弾性ゲートを通過して崩壊する現象を解析した。流体の密度は 1000kg/m³、粘性係数は 0.001Pas、音速は 15m/s である。弾性ゲートの密度は 1100kg/m³、ヤング率は 1.2×10⁷Pa、ポアソン比は 0.4 である。計算の平均粒子間距離は 0.001m、時間刻み幅は 2.0×10⁻⁵s である。

計算結果を Fig.11 に 0.04s ごとに示す。流体が弾性ゲートから、徐々に流出している。また、約 0.12s 以降、弾性ゲートの回復力によって、弾性ゲートの自由端は最大変位から回復する傾向が見られる。弾性ゲートの自由端粒子の位置を記録し、その時間変化を Antoci ら⁽³⁶⁾の実験の結果および Rafiee ら⁽³³⁾の解析結果と比較した(Fig.12)。実験結果と比べると、MPS 法の弾性ゲートの回復力は少し強くなっているが、最大変位は実験値と良く一致した。また、崩壊中の水柱の液面変化は滑らかであり、Antoci ら⁽³⁶⁾の実験結果とほぼ一致している。0.24~0.28s には水柱上面が左低右高から左高右低に変化しており、Rafiee

ら⁽³³⁾の結果では人工粘性項の影響で、右の壁に流体粒子が張り付くが、本計算結果ではそれは見られない。本計算では弾性ゲートの水平方向変位が 0.3s 以降他の結果よりも小さくなる。この原因は不明であるが他の結果のばらつきの程度である。

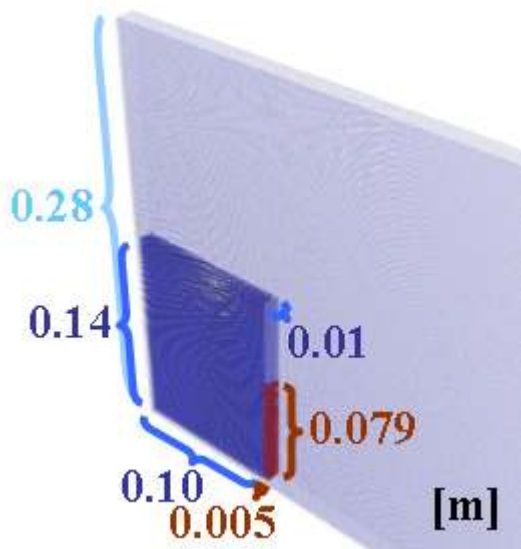


Fig.10 Deformation of an elastic gate subjected to time-dependent water pressure

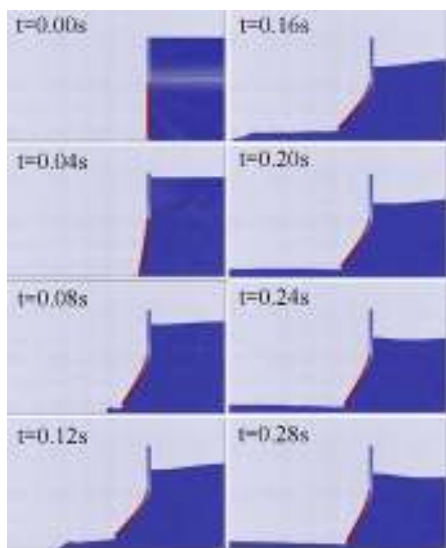


Fig.11 Simulation result for deformation of an elastic gate subjected to time-dependent water pressure

5. 結論

陽的 MPS 法による流体解析アルゴリズムと Hamiltonian MPS 法による弾性解析アルゴリズムを統合し、3次元流体-構造連成解析手法を開発した。さらに、その有効性を検証するために、3つの検証計算を行った。計算結果は理論解、実験結果および他の解析手法の計算結果と比較した。静止流体中の浮体の計算では理論解と良く一致する結果が得られた。弾性障害物を含むダム崩壊の解析結果は他の手法とほぼ一致したが、本手法の結果は変形が少し大きかった。弾性ゲートを有するダム崩壊の解析結果は、実験および他の手法の結果と比べ回復力が少し強い傾向があったが、最大変位は実験値と良く

一致した。

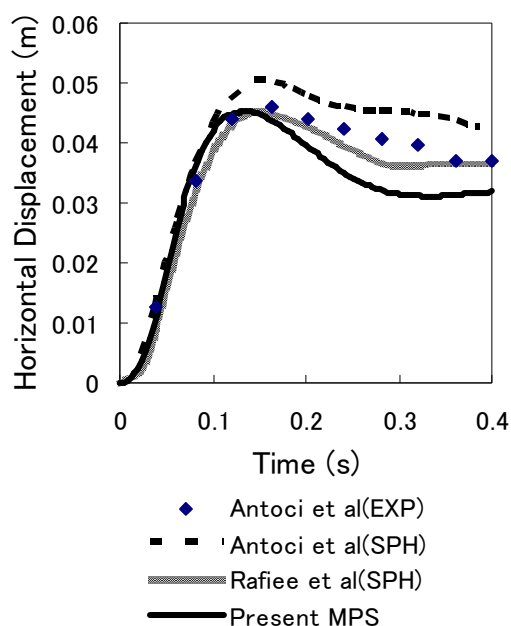


Fig.12 Comparison of the horizontal displacement of the free end of the gate

参考文献

- (1) 越塚誠一：粒子法シミュレーション（培風館，2008）
- (2) 越塚誠一：粒子法（丸善，2005）
- (3) S.F.Li, W.K.Liu：Meshfree Particle Methods (Springer, 2004)
- (4) L.B.Lucy： “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis” , The Astronomical Journal, **82**, 1013-1024 (1977)
- (5) R.A.Gingold , J.J.Monaghan： “Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non Spherical Stars” , Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **181**, 375-389 (1977)
- (6) S.Koshizuka, H.Tamako, Y.Oka: “A Particle Method for Incompressible Viscous Flow with Fluid Fragmentation”, Computational Fluid Dynamics, **4**, 29-46 (1995)
- (7) S.Koshizuka, Y.Oka: “Moving-Particle Semi-Implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid”, Nuclear Science and Engineering, **123**, 421-434 (1996)
- (8) B.Nayroles, G.Touzot, P.Villon: “Generalizing the finite element method: diffuse approximation and diffuse elements”, Computational Mechanics, **10**, 307-318 (1992)
- (9) T.Belytschko, Y.Y.Lu, L.Gu: “Element-Free Galerkin Methods”, International journal for numerical methods in engineering, **37**, 229-256 (1994)
- (10) A.Shakibaeinia, Y.C.Jin: “A weakly compressible MPS method for modeling of open-boundary free-surface flow”, International Journal for Numerical Methods in Fluids, **63**, 1208-1232 (2010)
- (11) M.Oochi, S.Koshizuka, M.Sakai: “Explicit MPS algorithm for free surface flow analysis”, Transactions of JSCES, Paper No.20100013 (2010)
- (12) Y.Yamada, M.Sakai, S.Mizutani, S.Koshizuka, M.Oochi, K.Murozono: “Numerical simulation of three-dimensional free-surface flows with explicit Moving Particle Simulation method”, Transactions of

- Atomic Energy Society of Japan, **10**(3), 185-193 (2011)
- (13) M.Song, S.Koshizuka, Y.Oka: "Analysis of two dimensional elastic structure by particle method", International Conference on Global Environment and Advanced Nuclear Power Plants (GENES4/ANP2003), No. Paper-1017 (2003)
 - (14) 宋武燮, 越塚誠一, 岡芳明: "Mps 法による弾性構造体の動的解析", 日本機械学会論文集A編, **71**, 16-22 (2005)
 - (15) 鈴木幸人, 越塚誠一: "非線型弾性体に対する粒子法の開発", 日本計算工学会論文集, 20070001 (2007)
 - (16) Y.Suzuki, S.Koshizuka: "A Hamiltonian particle method for non-linear elastodynamics", International Journal for Numerical methods in Engineering, **74**(8), 1344-1373 (2008)
 - (17) 近藤雅裕, 鈴木幸人, 越塚誠一: "最小自乗近似による粒子法弾性解析手法の振動抑制", JSCE Paper No. 20070031
 - (18) C.J.K.Lee, H.Noguchi, S.Koshizuka: "Fluid-shell structure interaction analysis by coupled particle and finite element method", Computers and Structures, **85**, 688-697 (2007)
 - (19) 三目直登, 吉村忍, 室谷浩平: "有限要素法と粒子法を用いた流体構造連成解析", 計算工学講演会論文集, **17**, B-4-2 (2012)
 - (20) 三目直登, 吉村忍, 室谷浩平: "有限要素法とMPS法を用いた流体構造連成解析", 日本機械学会第25回計算力学講演会 (2012)
 - (21) 近澤佳隆, 越塚誠一, 岡芳明: "MPS法を用いた液面と構造物の大変形を伴うスロッシングの数値解析", 日本機械学会論文集(B), **65**, 2954-2960 (1999)
 - (22) 近澤佳隆, 越塚誠一, 岡芳明: "粒子法による構造物の解析手法の開発とその沿岸構造物への適用", 海岸工学論文集, **47**, 41-45 (2000)
 - (23) Y.Chikazawa, S.Koshizuka, Y.Oka: "A particle method for elastic and visco-plastic structures and fluid-structure interactions", Computational Mechanics, **27**, 97-106 (2001)
 - (24) Y.Chikazawa, S.Koshizuka, Y.Oka: "Numerical analysis of three-dimensional sloshing in an elastic cylindrical tank using Moving Particle Semi-implicit method", Computational Fluid Dynamics JOURNAL, **9**, 376-383 (2001)
 - (25) 石井克典, 矢代茂樹, 坂井田喜久: "変形を伴う不連続繊維の成形流動解析の提案", JCCM-3講演論文集 (2012)
 - (26) 近藤雅裕, 越塚誠一: "ハミルトニアン粒子法による薄板計算モデルの開発", 日本計算工学会論文集, No. 201011061 (2010)
 - (27) Y.Shao, H.Ito, K.Shibata, S.Koshizuka: "A Hamiltonian MPS formulation for Reissner-Mindlin shell", Transactions of the Japan Society for Computational Engineering and Science, No. 20120013 (2012)
 - (28) 鈴木幸人: "粒子法の高精度化とマルチフィジクスシミュレータに関する研究", 東京大学博士論文(2007)
 - (29) 入部綱清, 仲座栄三: "MPS 法における勾配計算の高精度化とその応用", 土木工学論文集B2, **66**-1, pp. 46-50 (2010)
 - (30) 玉井佑, 越塚誠一, 柴田和也: "MPS法における高精度粒子間相互作用モデルの開発", 計算工学講演会論文集, **17**, C-2-2 (2012)
 - (31) P.A.Cundall, O.D.L.Strack: "A discrete element model for granular assemblies", geotechnique (1979)
 - (32) S.Idelsohn, J.Marti, A.Limache, E.Oñate: "Unified Lagrangian formulation for elastic solids and incompressible fluids: application to fluid structure interaction problems via the PFEM", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (2008)
 - (33) A.Rafiee, K.P.Thiagarajan: "An SPH projection method for simulating fluid-hypoeastic structure interaction", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **198**, 2785-2795 (2009)
 - (34) J.Marti, S.Idelsohn, A.Limache, N.Calvo, J.D'Elia: "A fully coupled particle method for quasi-incompressible fluid-hypoeastic structure interactions", Mecanica Comput. XXV, 809-827 (2006)
 - (35) E.Walhorn, A.Kolke, B.Hubner, D.Dinkler: "Coupling within a monolithic model involving free surface flows", Computers and Structures, **83**, 2100-2111 (2005)
 - (36) C.Antoci, M.Gallati, S.Sibilla: "Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH", Computers and Structures, **85**, 879-890 (2007)