

WEB MASTER 4

Théorie Financière

ATALLAH Joanne & COUSTILLAC Célestine

Contexte

Toujours en stage dans la société de conseil en placements financiers, vous êtes invité à approfondir le travail que vous avez réalisé au chapitre précédent. Plus précisément, votre supérieur souhaiterait que vous amélioriez le portefeuille de 12 actions constitué au chapitre 10 en : déterminant les pondérations optimales de chaque titre afin d'obtenir des combinaisons optimales de risque et de rentabilité ; calculant l'amélioration de la rentabilité et du risque de ce nouveau portefeuille par rapport à l'ancien portefeuille équipondéré.

Les actions (symboles entre parenthèses) sont :

Axa (CS.PA),

BNPParibas (BNP. PA),

Bouygues (EN.PA),

Carrefour (CA.PA),

Danone(BN.PA),

Engie (ENGI.PA),

Kering (KER.PA),

Total (TTE.PA),

L'Oréal (OR.PA),

Michelin (ML.PA),

Saint-Gobain (SGO.PA)

et Vinci(DG.PA).

Pour ce projet, nous avons également envoyé un fichier Excel où chaque feuille est dédiée à une question spécifique afin de faciliter la lecture des résultats par rapport aux captures d'écran présentes dans la présentation.

Question 1

QUESTION 1

Pour commencer, partez du **portefeuille équi pondéré** du précédent chapitre. Calculez les **rentabilités de ce portefeuille** à partir d'une formule fondée sur les pondérations de celui-ci (initialement, 1/12)

	A	B			
9	Date	r_Portfolio			
10	2020-03-01	-	38	2022-07-01	5,978%
11	2020-04-01	3,295%	39	2022-08-01	-3,010%
12	2020-05-01	4,639%	40	2022-09-01	-6,788%
13	2020-06-01	6,421%	41	2022-10-01	8,788%
14	2020-07-01	-3,643%	42	2022-11-01	7,493%
15	2020-08-01	5,437%	43	2022-12-01	-4,090%
16	2020-09-01	-3,450%	44	2023-01-01	9,726%
17	2020-10-01	-5,899%	45	2023-02-01	4,155%
18	2020-11-01	22,036%	46	2023-03-01	-1,373%
19	2020-12-01	-0,731%	47	2023-04-01	3,495%
20	2021-01-01	-1,477%	48	2023-05-01	-6,478%
21	2021-02-01	6,726%	49	2023-06-01	5,784%
22	2021-03-01	6,084%	50	2023-07-01	4,384%
23	2021-04-01	2,649%	51	2023-08-01	-1,883%
24	2021-05-01	2,743%	52	2023-09-01	-1,494%
25	2021-06-01	0,903%	53	2023-10-01	-1,657%
26	2021-07-01	1,313%	54	2023-11-01	6,143%
27	2021-08-01	2,847%	55	2023-12-01	2,320%
28	2021-09-01	-2,495%	56	2024-01-01	-1,006%
29	2021-10-01	3,624%	57	2024-02-01	2,231%
30	2021-11-01	-4,352%	58	2024-03-01	2,901%
31	2021-12-01	7,559%	59	2024-04-01	-1,021%
32	2022-01-01	1,546%	60	2024-05-01	2,092%
33	2022-02-01	-4,863%	61	2024-06-01	-6,059%
34	2022-03-01	-1,586%	62	2024-07-01	3,563%
35	2022-04-01	-0,192%	63	2024-08-01	1,176%
36	2022-05-01	1,356%	64	2024-09-01	-0,367%
37	2022-06-01	-7,440%	65	2024-10-01	-3,890%
			66	2024-11-01	-2,849%
			67	2024-12-01	1,592%
			68	2025-01-01	5,451%
			69	2025-02-01	2,373%

La rentabilité mensuelle du portefeuille équi pondéré a été obtenue en **prenant la moyenne des rentabilités mensuelles des 12 actions**. Cela a été fait en additionnant les rentabilités de chaque action **pondérées à parts égales (1/12)**.

$$R_p = \sum_i x_i R_i \text{ avec } x_i = \frac{1}{12} \quad \forall i$$

R_i : rentabilité du titre i

x_i : le poids du titre i

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
3		BN.PA	BNP.PA	CA.PA	CS.PA	DG.PA	EN.PA	ENGI.PA	KER.PA	ML.PA	OR.PA	SGO.PA	TTE.PA
4	weight (m)	8%	8%	8%	8%	8%	8%	8%	8%	8%	8%	8%	8%
5	Contrainte	100%											

En Excel, pour la cellule B11 (et ainsi de suite jusqu'à B69), la formule est :

=Data!\$N3*\$B\$4+Data!\$O3*\$C\$4+Data!\$P3*\$D\$4+Data!\$Q3*\$E\$4+Data!\$R3*\$F\$4+Data!\$S3*\$G\$4+Data!\$T3*\$H\$4+Data!\$U3*\$I\$4+Data!\$V3*\$J\$4+Data!\$W3*\$K\$4+Data!\$X3*\$L\$4+Data!\$Y3*\$M\$4

Question 2

QUESTION 2

Déterminez la **rentabilité mensuelle moyenne du portefeuille** et son **écart-type**. **Annualisez** ces résultats afin de faciliter leur interprétation.

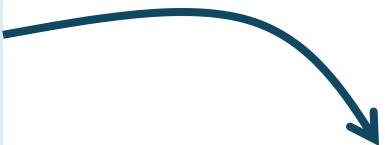
Pour calculer la **rentabilité mensuelle moyenne** et **l'écart-type des rentabilités mensuelles** pour chaque titre nous avons utilisés les formules suivantes :

$$\bar{R} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M R_m = \frac{1}{M} (R_1 + \dots + R_M)$$

$$\sigma = \sqrt{Var[M]} = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M (R_m - \bar{R})^2}$$

où R_m : rentabilité effective d'un titre au mois m

Ensuite, ces valeurs ont été **annualisées** en multipliant la rentabilité mensuelle moyenne par 12 et l'écart-type mensuel par racine de 12



	A	B	C
4	Rentabilité moyenne du portefeuille	Mensuelle	1,368%
5		Annuelle	16,420%
6	Ecart-type des rentabilités du portefeuille	Mensuelle	5,043%
7		Annuelle	17,468%

La rentabilité moyenne annuelle et l'écart-type des rentabilités annuelle du portefeuille a été déterminé à l'aide des formules :

- **MOYENNE(Q1!B11:B69)** pour la moyenne
- **ECARTYPE.STANDARD(Q1!B11:B69)** pour l'écart-type.

Question 3

QUESTION 3

Calculez la composition du **portefeuille de volatilité minimale**.

La composition du portefeuille de volatilité minimale est répartie principalement entre BN.PA (33 %), CA.PA (23%),ENGI.PA (19%),OR.PA (17%), avec un **écart-type d'environ 13,387%** et une **rentabilité annuel de 10,382%**

▲	A	B	C	D	E	F	G
5		Rentabilité moyenne	weight (m)	constraint	E[Rp,m]	var(Rp,m)	SD(Rp,m)
6	BN.PA	8,014%	33%	100%	10,382%	1,792%	13,387%
7	BNP.PA	32,604%	0%				
8	CA.PA	4,239%	23%				
9	CS.PA	27,105%	0%				
10	DG.PA	13,670%	0%				
11	EN.PA	11,677%	2%				
12	ENGI.PA	19,109%	19%				
13	KER.PA	-3,720%	0%				
14	ML.PA	15,976%	7%				
15	OR.PA	10,968%	17%				
16	SGO.PA	36,687%	0%				
17	TTE.PA	20,709%	1%				

Question 4

QUESTION 4

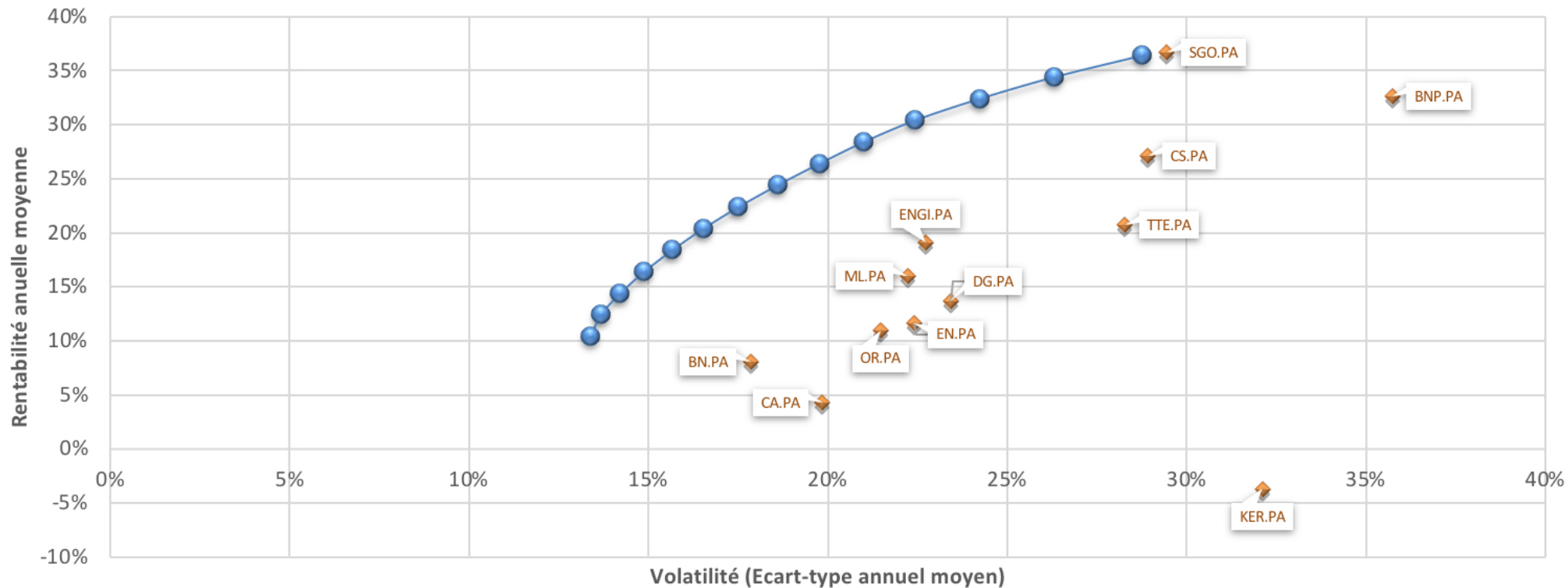
Débutez en identifiant le portefeuille optimal qui a une rentabilité supérieure de 2 points à celle du portefeuille de variance minimale, puis répétez l'opération par incréments de 2 %

À quel niveau le solveur ne parvient-il plus à trouver de solution ?

Portefeuille à variance minimale
sans vente à découvert

	B	C
23	Résultat des solveurs :	
24	Rentabilité	Volatilité
25	10,385%	13,387%
26	12,385%	13,670%
27	14,385%	14,211%
28	16,385%	14,883%
29	18,385%	15,666%
30	20,385%	16,538%
31	22,385%	17,518%
32	24,385%	18,600%
33	26,385%	19,766%
34	28,385%	21,004%
35	30,385%	22,434%
36	32,385%	24,238%
37	34,385%	26,311%
38	36,385%	28,768%
39	38,385%	> solveur ne parvient plus à trouver de solution

Frontière efficiente des portefeuilles risqués sans vente à découvert

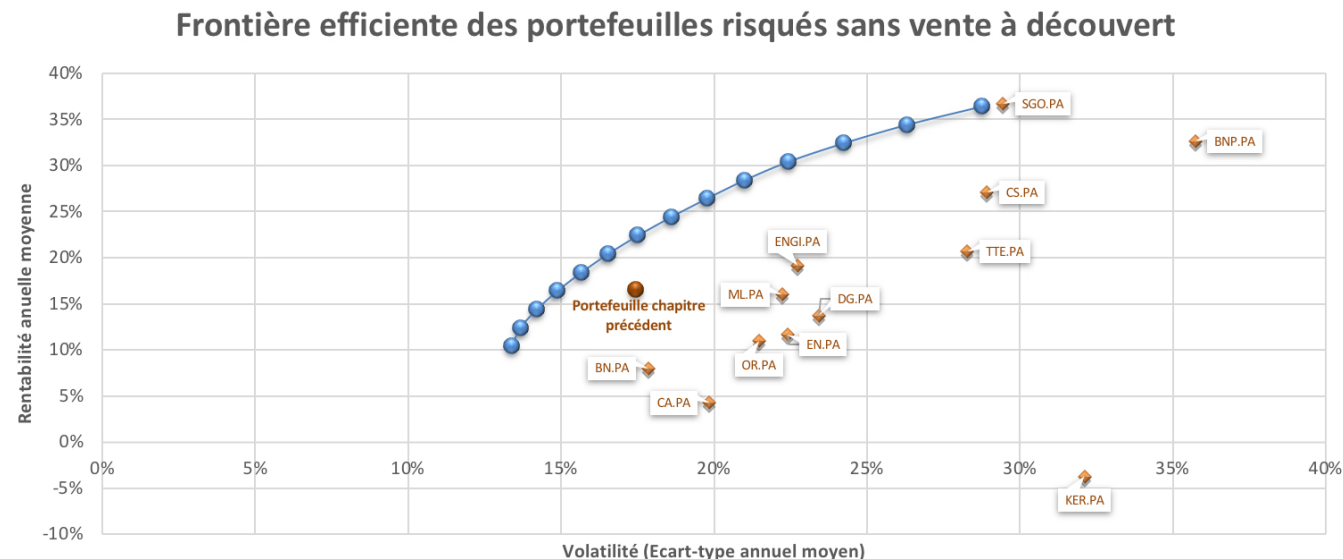


QUESTION 4

Comment ces portefeuilles se **comparent-ils avec ceux du chapitre précédent** ?

Le portefeuille du chapitre précédent, étant un portefeuille équipondéré, n'est pas efficient et **se situe en dessous de la frontière efficiente car il ne minimise pas le risque pour un niveau de rentabilité donné**. En attribuant un poids égal à chaque actif, il ne tient pas compte des différences de volatilité, de rendement espéré et de corrélation entre actifs, ce qui entraîne une allocation sous-optimale du risque et du rendement.

Contrairement aux portefeuilles situés sur la frontière efficiente un portefeuille équipondéré **ne bénéficie pas pleinement de l'effet de diversification**, car certains actifs plus volatils peuvent dominer la performance sans amélioration proportionnelle du rendement. Ainsi, il est possible d'obtenir une meilleure rentabilité pour un même niveau de risque, ou de réduire le risque pour un rendement équivalent en choisissant un panier sur la courbe.



Question 5

QUESTION 5

Recommencez l'analyse **en autorisant les ventes à découvert**. Représentez la nouvelle frontière efficiente sur le même graphique que précédemment. **Comparez** les rentabilités et les écarts-types de ces portefeuilles **avec ceux de la question précédente**.

Portefeuille à variance minimale
avec vente à découvert

	B	C
23	Résultat des solveurs :	
24	Rentabilité	Volatilité
25	4,678%	12,548%
26	5%	12,549%
27	10%	12,883%
28	20%	15,105%
29	30%	18,723%
30	40%	23,091%

La comparaison des portefeuilles avec et sans vente à découvert révèle des différences significatives en termes de rentabilité et de volatilité, qui soulignent l'impact de cette stratégie.

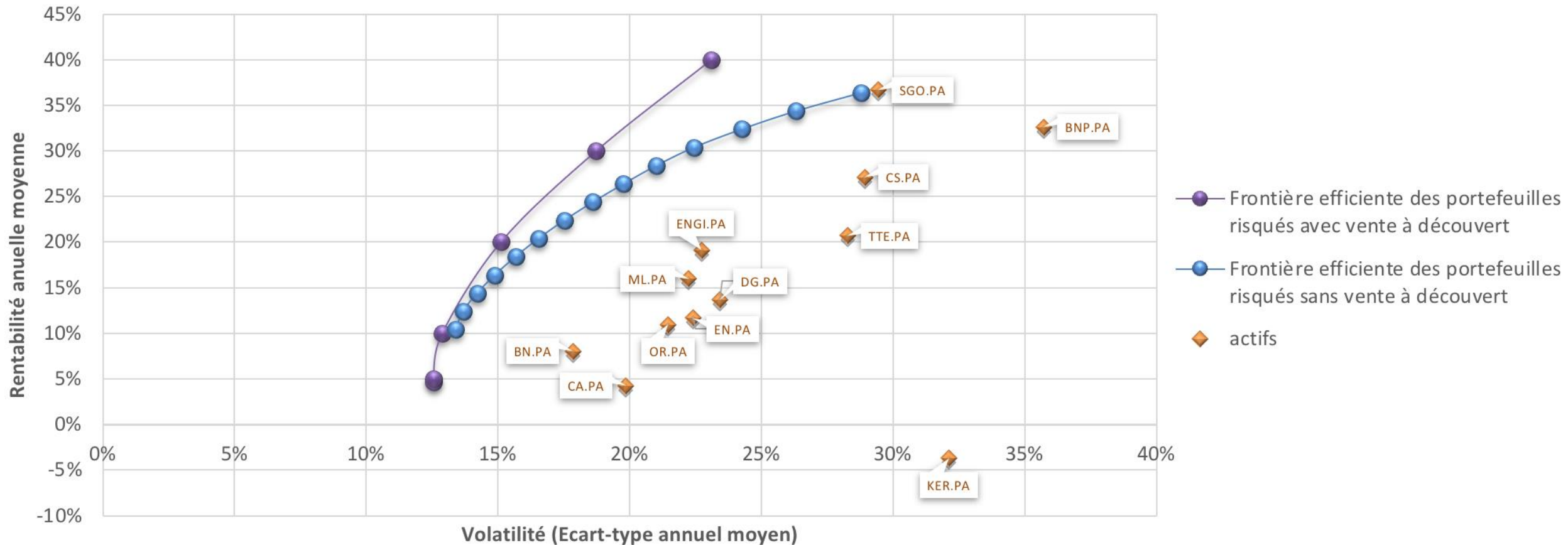
Pour les portefeuilles sans vente à découvert, la rentabilité varie de 10,385 % à 36,385 %, accompagnée d'une volatilité comprise entre 13,387 % et 28,768 %. Quant aux portefeuilles intégrant la vente à découvert débutent avec une rentabilité plus faible, à 4,678 %, mais **offrent la possibilité de dépasser 40 % de rentabilité**.

De plus, la **volatilité** initiale dans ces portefeuilles est plus faible (12,548 %) et **reste inférieure** à celle des portefeuilles sans vente à découvert pour des niveaux de rentabilité similaires.

Cela indique que la vente à découvert dans ce cas permet non seulement d'augmenter le potentiel de rentabilité, d'optimiser le couple rentabilité-risque, mais aussi **d'exploiter plus d'opportunité d'arbitrage**.

QUESTION 5

Frontières efficaces



Question 6

QUESTION 6

Recommencez l'analyse en **ajoutant un actif sans risque** dont la rentabilité mensuelle est égale à 0,5 %. Représentez les résultats sur le **graphique** précédent.

Pour résoudre le problème, nous avons ajouté l'actif sans risque à la résolution du solveur (13 pondérations) et fixé différentes rentabilités cibles. Cela nous a permis d'obtenir les portefeuilles à variance minimale correspondants, qui forment une droite passant par l'actif sans risque, appelée **droite du marché des capitaux (CML)**.

Le portefeuille tangent est défini comme le point d'intersection entre la frontière efficiente initiale et la droite du marché des capitaux. Il représente le portefeuille risqué optimal à combiner avec l'actif sans risque pour **maximiser le ratio de Sharpe** définie comme :

$$S = \frac{R_M - R_f}{\sigma_M}$$

où (R_M) et (σ_M) sont la rentabilité et la volatilité du portefeuille de marché et (R_f) est la rentabilité de l'actif sans risque.

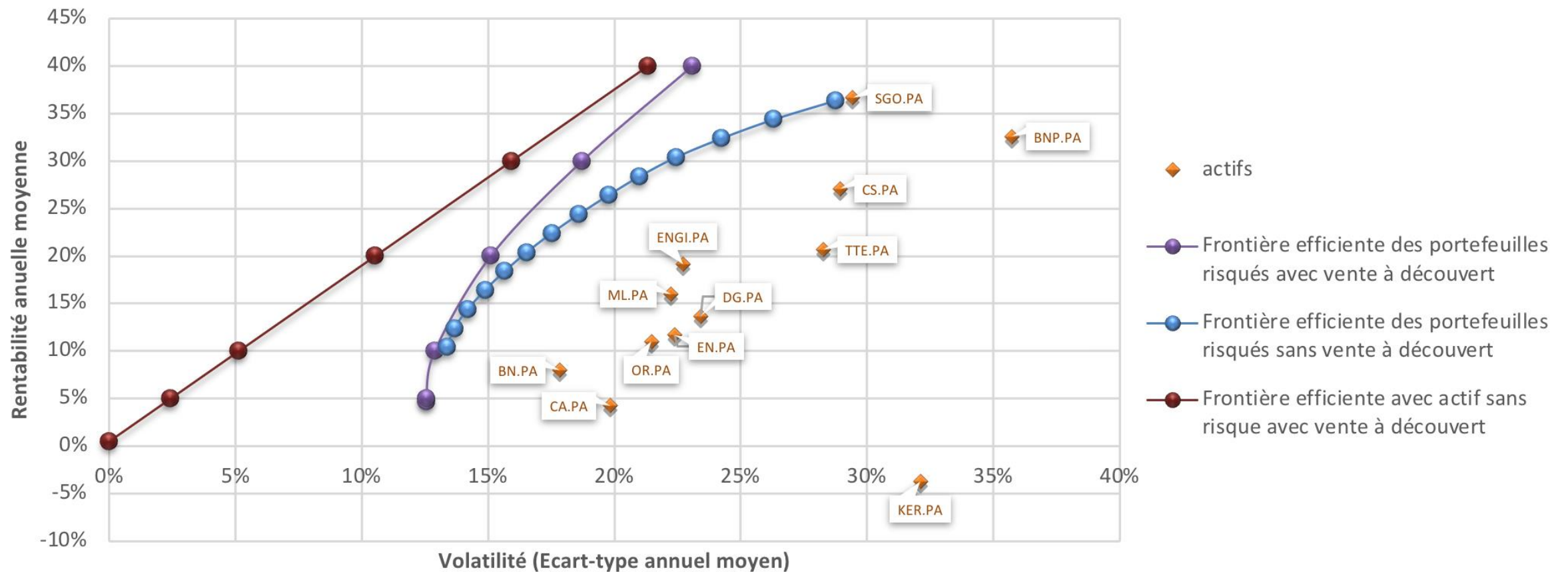
correspondant à la pente la plus forte, offrant ainsi la rentabilité la plus élevée pour un niveau de volatilité donné.

Le portefeuille tangent constitue une **combinaison optimale d'actifs risqués** que tout investisseur devrait détenir, indépendamment de son aversion au risque. Chaque investisseur peut ajuster le niveau de risque de son portefeuille en choisissant les pondérations entre le portefeuille efficient et l'actif sans risque au sein de son allocation d'actifs (tout au long de la droite).

QUESTION 6

Représentez les résultats sur le **graphique** précédent.

Frontières efficaces



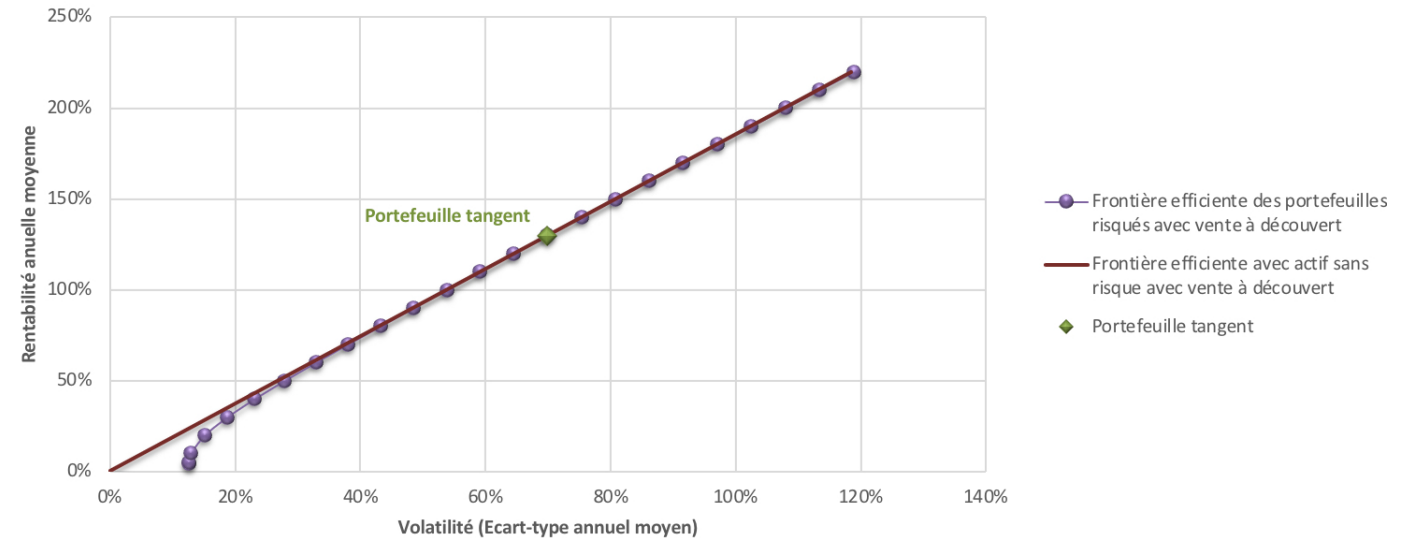
QUESTION 6

Quel est le **portefeuille tangent** ?

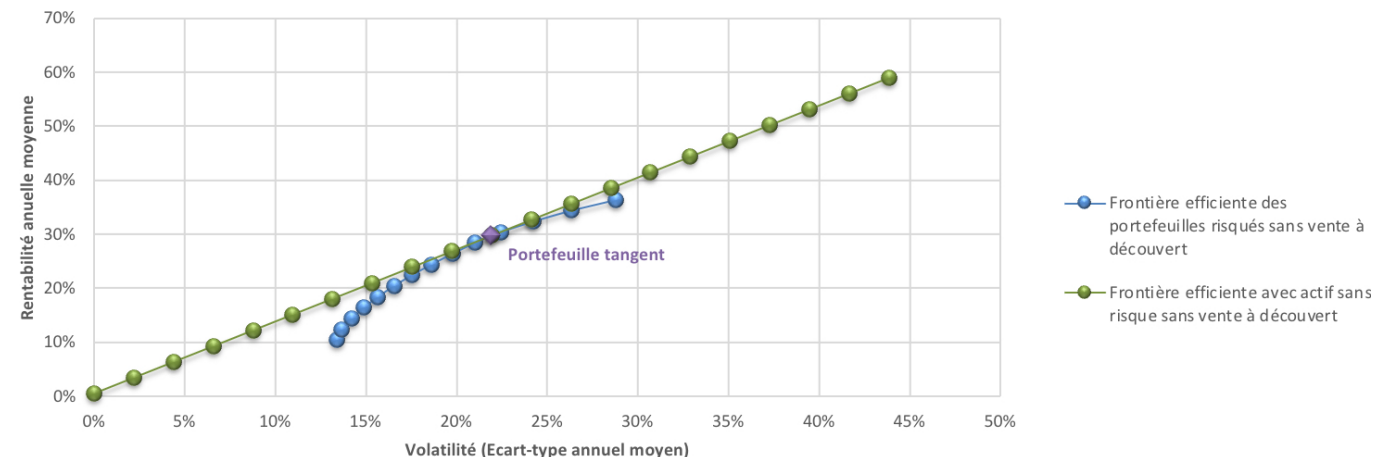
En observant la frontière efficiente **avec ventes à découvert**, nous avons identifié un **portefeuille tangent avec une rentabilité de 129,826 % et une volatilité de 69,817 %**, tandis que **sans ventes à découvert**, le **portefeuille tangent a une rentabilité de 29,731 % et une volatilité de 21,922 %**.

Selon que les ventes à découvert soient autorisées ou non, la nouvelle frontière efficiente change, mais dans les deux cas, elle est une droite tangente à la frontière efficiente initiale.

Frontières efficientes avec vente à découvert



Frontières efficientes sans vente à découvert



QUESTION 6

Deux méthodes ont été utilisées dans le solveur :

- (1) Calcul direct du portefeuille tangent, suivi de diverses combinaisons en variant x dans la formule reliant le portefeuille tangent et l'actif sans risque
- (2) Fixation d'une rentabilité cible, ajout de l'actif sans risque et minimisation de la variance pour obtenir un point spécifique sur la CML. Enfin, pour construire la frontière efficiente, nous avons fixé différentes rentabilités cibles et déterminé les combinaisons de portefeuilles à variance minimale.

La seule différence entre les deux cas (avec ou sans ventes à découvert) repose sur une option à cocher dans le solveur.

Portefeuille tangent avec vente à découvert :

	Rentabilité moyenne annuelle	weight (t)	constraint	E[Rp,t]	Var(Rp,t)	SD(Rp,t)	E[Rp,t]-rf	slope
BN.PA	8,014%	-37%	100%	129,826%	48,744%	69,817%	129,326%	1,852
BNP.PA	32,604%	-48%						
CA.PA	4,239%	-73%						
CS.PA	27,105%	191%						
DG.PA	13,670%	-213%						
EN.PA	11,677%	-67%						
ENGI.PA	19,109%	72%						
KER.PA	-3,720%	-127%						
ML.PA	15,976%	-100%						
OR.PA	10,968%	138%						
SGO.PA	36,687%	273%						
TTE.PA	20,709%	91%						

Portefeuille tangent sans vente à découvert :

	Rentabilité moyenne annuelle	weight (t)	constraint	E[Rp,t]	Var(Rp,t)	SD(Rp,t)	E[Rp,t]-rf	slope
BN.PA	8,014%	0%	100%	29,731%	4,806%	21,922%	29,231%	1,333
BNP.PA	32,604%	0%						
CA.PA	4,239%	0%						
CS.PA	27,105%	22%						
DG.PA	13,670%	0%						
EN.PA	11,677%	0%						
ENGI.PA	19,109%	28%						
KER.PA	-3,720%	0%						
ML.PA	15,976%	0%						
OR.PA	10,968%	0%						
SGO.PA	36,687%	51%						
TTE.PA	20,709%	0%						