COUSTILLAC Cêlestine

Estimation et backtesting de la VaR de l'action Korea Aerospace Industries

Introduction

L'objectif de ce projet est d'estimer puis d'évaluer la **Value-at-Risk (VaR)** à un jour de l'action **Korea Aerospace Industries (047810.KS)** à partir de ses rendements logarithmiques. La VaR constitue un indicateur de risque largement utilisé en gestion des risques : au niveau de confiance 95%, elle correspond au seuil de perte qui n'est dépassé qu'avec une probabilité de 5% sur l'horizon considéré. Pour mener l'étude, les données quotidiennes de cours sont séparées en deux périodes distinctes : une période d'estimation r_{te} du 1er janvier 2012 au 30 décembre 2020, et une période de test r_{tt} du 4 janvier 2021 au 19 décembre 2025.

Nous comparons quatre approches : (1) VaR Normale, (2) VaR Cornish-Fisher, (3) VaR en Simulation Historique, et (4) une VaR paramétrique fondée sur un modèle de volatilité conditionnelle de type GARCH. L'évaluation des performances repose sur une procédure de prévision hors échantillon par **fenêtre glissante** (*rolling estimation*), permettant de produire une VaR à chaque date de la période de test, puis de réaliser un **backtesting**. Une attention particulière est portée à la VaR paramétrique : nous justifions le choix du modèle retenu, puis nous analysons les résultats d'estimation et les principaux tests de diagnostic (stabilité des paramètres, adéquation distributionnelle, etc.). Les annexes regroupent les résultats détaillés des distributions candidates, ainsi que ceux des modèles non sélectionnés (GARCH, GARCH-M, IGARCH, EGARCH, GJR-GARCH, APARCH). *(Annexe p.6 à p.61)*

I – Définition

Dans un premier temps, nous rappelons la définition de la **Value-at-Risk (VaR)** et présentons les différentes méthodes d'estimation mobilisées dans ce projet.

La **VaR** est définie comme la perte maximale potentielle qui ne devrait être atteinte qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné (Manganelli et Engle, 2001). C'est un indicateur synthétique de risque qui associe, à un horizon donné (ici un jour) et à un niveau de confiance fixé (ici 95%), un seuil de perte : la probabilité que la perte réalisée dépasse ce seuil n'est alors que de 5%.

Nous comparons ensuite plusieurs approches :

- La **VaR Normale** est une approche **paramétrique** qui suppose que les rendements (ou pertes) suivent une loi normale. La VaR est alors obtenue en utilisant le quantile de la normale associé au niveau de confiance choisi, à partir de la moyenne et de l'écart-type estimés.
- La **VaR Cornish-Fisher (CF)** est une approche **paramétrique** qui prolonge cette idée en partant de la VaR normale, mais ajuste le quantile afin de mieux tenir compte de l'asymétrie et des queues épaisses de la distribution des rendements. Cet ajustement prend en compte la répartition non normale des rendements, souvent observée sur les marchés financiers.
- La **VaR en simulation historique** est, quant à elle, une méthode **non paramétrique** qui consiste à utiliser la distribution observée des variations passées des facteurs de risque (tels que les taux d'intérêt ou les taux de change) pour estimer la distribution future et en déduire la VaR, sans imposer de forme particulière à la loi des rendements. Son avantage est d'intégrer naturellement des queues épaisses (si elles sont présentes dans l'historique) ainsi que de la corrélation entre les facteurs de risque. En contrepartie, cette approche repose sur une hypothèse de stationnarité : on suppose que la distribution future est bien représentée par la distribution passée, cette hypothèse peut être mise en défaut en cas de changement de régime ou d'événements extrêmes absents de l'échantillon.
- La **VaR paramétrique** est une VaR conditionnelle à l'information disponible à la date t, notée Ω_t. Plutôt que d'utiliser une distribution non conditionnelle des pertes et profits (qui peut varier d'une date à l'autre), on travaille sur la densité conditionnelle $f_t(r \mid \Omega_t)$, supposée invariante dans le temps. Cette hypothèse permet de réaliser

des prévisions de VaR au moyen de modèles GARCH : la VaR est alors définie comme le fractile (quantile) de la distribution conditionnelle des rendements, pour un niveau de probabilité et un horizon donné.

II - Estimation des VaR et Backtesting

Dans cette partie, nous procédons à l'estimation de la VaR à un jour selon les quatre méthodes présentées précédemment, VaR Normale, VaR Cornish-Fisher, VaR en simulation historique et VaR paramétrique.

Les prévisions sont réalisées à l'aide d'une procédure d'**estimation par fenêtre glissante (rolling estimation)**. Concrètement, le modèle est estimé sur une fenêtre d'observations, puis une VaR est calculée pour la date suivante. La fenêtre est ensuite décalée d'une observation et l'opération est répétée jusqu'à la fin de la période de test.

Pour évaluer la qualité des prévisions de VaR, nous réalisons ensuite un **backtesting**, qui consiste à comparer, au quotidien, la VaR estimée avec les pertes réalisées afin de savoir si l'estimation faite par notre VaR est correcte. En principe, si nous testons une VaR à 95%, on doit s'attendre à ce que les rendements quotidiens de notre action dépassent la VaR 5 fois sur 100. Si le nombre de dépassement est significativement plus élevé, la VaR et donc les risques sont sous-évalués. Si par contre, le nombre d'exceptions est significativement plus faible alors la VaR est surestimée. *(Annexe p.69 à p.77)*

Le backtesting est fondé sur deux tests complémentaires :
Le **test de Kupiec** vérifie si la fréquence des violations observées est conforme au niveau théorique :

$\mathrm{H_0}$: le taux de violations empirique est statistiquement égal au taux théorique (ici 5%)

Cependant, il est possible que les autocorrélations soient auto-corrélées, on lui préfèrera donc le **test de Christoffersen** :

$\mathrm{H_0}$: le taux de violations empirique est statistiquement égal au taux théorique et les violations sont indépendantes dans le temps

Ainsi, une méthode de VaR est jugée satisfaisante si elle ne rejette pas H_0 à ces tests. Ci-dessous, nous présentons les résultats obtenus pour l'estimation de la VaR et son backtesting :

Modèle	VaR estimée	p-value Kupiec	p-value Christoffersen	Taux violation empirique	Taux violation théorique
Normale	-0.04090	0.183	0.274	4,197%	5%
Simulation historique	-0.03468	0.040	0.077	6.337%	
Cornish-Fisher	-0.03674	0.778	0.881	5.185%	
Paramétrique	-	0.150	0.351	5.9%	

II.1 - VaR Normale (N)

Avec une VaR Normale estimée de -0.04090, cela signifie qu'**il y a 5 jours sur 100 jours de bourse, soit environs 12.6 jours dans l'année (252 jours de bourse/an), où le rendement du lendemain sera inférieur à −4,09%,** i.e. où la perte sera plus importante que le seuil donné par la VaR à 95%. Nous avons ensuite converti la VaR en monnaie par action : **avec un niveau de confiance de 95%, la perte maximale journalière par action de Korea Aerospace Industries ne dépassera pas environ 4 360.147 KRW.** *(Annexe p.74)*

Nous souhaitons maintenant savoir si cette VaR estime bien le risque. Pour cela, nous regardons les résultats pour les tests de Kupiec et de Christoffersen. Comme la p-value du test de Kupiec (0.18) est supérieur au seuil de 5%, nous acceptons H0. Cependant, il est possible que les autocorrélations soient auto-corrélées, on lui préfèrera donc le test de Christoffersen. Comme la p-value (0.27) est également supérieur au seuil de 5%, nous acceptons H0**. La VaR Normale estime donc bien le risque**. *(Annexe p.77)*

II.2 - VaR en simulation Historique (HS)

La VaR HS vaut −0,03468 : avec un niveau de confiance 95%, **le rendement du lendemain ne devrait être inférieur à −4,09% qu'environ 5% du temps (soit environ 12,6 jours/an sur 252 jours de bourse)**. Exprimée en monnaie, cela correspond à **une perte journalière maximale d'environ 3 708.507 KRW par action** *(Annexe p.74)*. En backtesting, le test de Kupiec rejette H0 (p-value = 0.04<5%), ce qui signifie que le taux de violation empirique n'est pas statistiquement égal au taux de violation théorique. Ici, le taux empirique (5,185%) est légèrement supérieur à 5%, suggérant une légère sous-estimation du risque. Cependant, il est possible que les autocorrélations soient auto-corrélées, on lui préfèrera donc le test de Christoffersen, comme notre p-value (0.07) est supérieur au seuil de 5%, nous acceptons H0. **La VaR Historique estime donc bien le risque.** *(Annexe p.77)*

II.3 - VaR Cornish-Fisher (CF)

La VaR CF estimée à −0,03674 signifie qu'au seuil de 95%, **le rendement du lendemain ne devrait passer sous −3,67% qu'environ 5% du temps (≈ 12,6 jours/an)**. En monnaie, cela équivaut à une **perte maximale d'environ 3 924,772 KRW par action.** *(Annexe p.75)* Côté backtesting, les tests indiquent une bonne adéquation : Kupiec (p-value=0,77) et Christoffersen (p-value=0,88) ainsi la **VaR Cornish–Fisher estime donc bien le risque.** *(Annexe p.77)*

II.4 - VaR paramétrique

Pour estimer la VaR paramétrique, nous retenons le modèle **apARCH(1,1) - ARMA(1,1)** avec des innovations $\varepsilon \sim \mathrm{sSTD}$. *(Annexe p.62)* Aucune saisonnalité n'est incluse, les coefficients associés aux variables saisonnières s'étant révélés **non significatifs** dans cette spécification. *(Annexe p.62 à p.69)*

Voici ci-dessous les résultats de notre modèle apARCH(1,1) – ARMA(1,1) - $\varepsilon \sim \mathrm{sST}$:

```
## Robust Standard Errors:
##          Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1      0.234739    0.010891  21.5535 0.000000
## ma1     -0.297938    0.013237 -22.5075 0.000000
## omega    0.001026    0.000517   1.9820 0.047482
## alpha1   0.071072    0.018478   3.8463 0.000120
## beta1    0.905456    0.032237  28.0871 0.000000
## gamma1   0.463133    0.135856   3.4090 0.000652
## delta    1.000000          NA       NA       NA
## skew     1.025943    0.023878  42.9664 0.000000
## shape    4.039361    0.410262   9.8458 0.000000
```

Nous pouvons voir que tous les coefficients de notre modèle sont bien significatifs (p-value>5%) notamment oméga.

Nous avons ainsi :

$$\begin{cases} \mathrm{r_t} = \mu + \mathrm{v_t} \\ \mathrm{v_t} = \sigma_t \cdot \varepsilon_t \\ \hat{\sigma}_t^1 = 0.001 + 0.0710 \cdot (|\mathrm{v_{t-1}}| - 0.4631 \cdot \mathrm{v_{t-1}})^1 + 0.905 \cdot \hat{\sigma}_{t-1}^1 \end{cases}$$

```
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                          statistic p-value
## Lag[1]                       0.792  0.3735
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]      1.439  0.9988
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]      3.532  0.7949
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
```

Test de Ljung-Box pondérée sur les résidus standardisés :

$\mathrm{H_0}$: pas d'autocorrélation dans les aléas du ARMA(1,1)

Comme toutes les p-values sont >5%, nous acceptons H0. Ainsi, le modèle ARMA(1,1) a réussi à prendre en compte toute l'autocorrélation présente.

```
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07295 0.500 2.000  0.7871
## ARCH Lag[5]   0.30234 1.440 1.667  0.9396
## ARCH Lag[7]   0.42860 2.315 1.543  0.9844
```

Test d'Engle appliquée aux résidus standardisés et ce pour différents retards : $\mathrm{H_0}$: abscence de cluster de volatilité

Comme toutes les p-values sont >5%, nous acceptons H0. Ainsi, les aléas sont conditionnellement homoscédastiques donc le modèle apARCH(1,1) a réussi à prendre en compte tous les clusters de volatilité.

```
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.5214
## Individual Statistics:
## ar1    0.28254
## ma1    0.28192
## omega  0.21032
## alpha1 0.14283
## beta1  0.19236
## gamma1 0.06913
## skew   0.11198
## shape  0.41748
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.89 2.11 2.59
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
```

Test de stabilité de Nyblom :

$\mathrm{H_0}$: Tous les coefficients sont stables dans le temps

La valeur calculée de la statistique jointe (1.52) est inférieure à la valeur tabulée jointe (2.11) ainsi on accepte H0 : tous les coefficients sont stables dans le temps.

```
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                     t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7356 4.620e-01
## Negative Sign Bias  1.0414 2.978e-01
## Positive Sign Bias  4.2241 2.497e-05 ***
## Joint Effect       20.3221 1.456e-04 ***
```

Test du signe du biais d'Engle et Ng :

H_0 : absence effet d'asymétrie (signe ou taille) d'un choc sur la volatilité

La p-value de la statistique de l'effet joint (0,000) est inférieur à 5% donc on rejette H0 ainsi présence d'au moins un effet d'asymétrie.

1) H_0 : abscence d'effet signe

La p-value de la statistique du signe du biais (0,4) est supérieur à 5% donc on accepte H0. Ainsi, un choc positif a le même impact sur la volatilité du rendement qu'un choc négatif.

2) H_0 : abscence d'effet taille d'un choc négatif

La p-value de la statistique liée aux effets taille d'un choc négatif (0,2) est supérieur à 5% donc on accepte H0. Ainsi, un petit choc négatif et un grand choc négatif ont le même impact sur la volatilité.

3) H_0 : abscence d'effet taille d'un choc positif

La p-value de la statistique liée aux effets taille d'un choc positif (0,000) est inférieure à 5% donc on rejette H0. Ainsi, les grands chocs positifs n'ont pas le même impact sur la volatilité du rendement que les petits chocs positifs.

```
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     32.25      0.02928
## 2    30     46.70      0.01994
## 3    40     57.73      0.02708
## 4    50     65.67      0.05594
```

Test d'adéquation entre la distribution supposée et la distribution empirique des résidus standardisés :

H_0 : adéquation entre la distribution supposée et la distribution empirique

Les p-values étant globalement < 5 %, on rejette H0

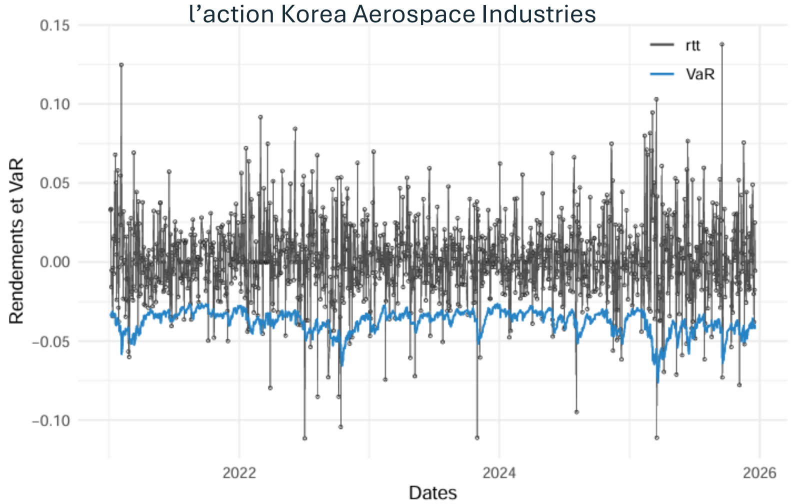
Au terme de la phase de sélection, nous retenons donc le modèle présenté : apARCH(1,1) - ARMA(1,1) avec innovations $\varepsilon \sim sSTD$, qui apparaît comme le meilleur compromis au regard des critères d'estimation et des tests de diagnostic, tandis que l'ajout de variables saisonnières n'a pas été conservé faute de significativité. Sur cette base, nous pouvons désormais exploiter ce modèle pour **produire les prévisions de VaR paramétrique** par fenêtre glissante.

Contrairement aux VaR précédentes, qui fournissent un seuil unique sur la période considérée, avec la **VaR paramétrique** nous obtenons une **série de VaR quotidiennes**, comme l'illustre le graphique ci-dessous.

La courbe bleue représente la VaR au seuil de 95%. Les observations situées en dessous de cette courbe correspondent aux violations : ce sont des jours où le rendement réalisé est inférieur à la VaR, donc où la perte est plus importante que celle anticipée.

Afin de donner une interprétation économique à ces dépassements, nous avons extrait les dates de violations et classé les plus sévères (gap = rtt- VaR, plus gap est négatif, plus la violation est importante) *(Annexe p.71 à p.72)*

VaR Paramétrique avec la méthode de fenêtre glissante de l'action Korea Aerospace Industries



Le tableau « top 10 », page suivante, met en évidence des chocs journaliers extrêmes (allant jusqu'à-11%) nettement au-delà du seuil de VaR.

Date	rtt	VaR	gap
2023-10-31	-0.11122560	-0.03947586	-0.07174974
2022-07-04	-0.11164000	-0.04226691	-0.06937309
2024-08-05	-0.09494797	-0.03793106	-0.05701691
2022-10-13	-0.10436003	-0.05216270	-0.05219733
2023-02-15	-0.07441446	-0.02949798	-0.04491649
2022-03-29	-0.07967282	-0.03495032	-0.04472250
2025-03-18	-0.11122560	-0.06672537	-0.04450023
2022-08-09	-0.08523042	-0.04230387	-0.04292655
2022-10-07	-0.08522349	-0.04318129	-0.04204220
2025-11-05	-0.07788654	-0.04140808	-0.03647845

Tableau du top 10 des violations les plus extrêmes

La **violation la plus sévère se situe fin octobre 2023**. Elle est cohérente avec la **publication d'un résultat opérationnel inférieur aux attentes**, expliqué par des charges exceptionnelles, des marges faibles sur les premières livraisons du FA-50 à la Pologne, et une contribution plus faible de l'activité pièces aéronautiques. Une telle déception par rapport au consensus peut déclencher une correction brutale et donc une violation importante de VaR. On observe aussi une **forte concentration de violations en 2022** (juillet, août, et surtout octobre 2022). Cette période correspond à un environnement de marché très tendu en Corée, marqué par un stress de financement et une hausse brutale de l'aversion au risque. L'**épisode dit « Legoland » (défaut lié au financement d'un projet)** a notamment alimenté des craintes de « credit crunch » et a fait grimper les taux/spreads, ce qui a accru la volatilité des marchés coréens. Enfin, la **violation de mars 2025** peut s'inscrire dans un contexte de nervosité, ce jour-là, des problèmes techniques ont entraîné une **interruption temporaire des échanges sur le KOSPI**, ce qui a pu accentuer l'incertitude, dégrader la liquidité et amplifier les mouvements intra-journaliers.

Ces éléments fournissent une interprétation qualitative des dépassements observés, mais ne suffisent pas à conclure sur la qualité globale du modèle. Nous passons donc à une évaluation statistique des prévisions de VaR en procédant au backtesting, à l'aide des tests de Kupiec et de Christoffersen. Le backtesting confirme la cohérence de cette VaR : les tests de Kupiec (p-value = 0.150>5%) et de Christoffersen (p-value = 0.351). Ainsi, la VaR paramétrique estime correctement le risque. *(Annexe p.77)*

Conclusion

Même si les différentes méthodes passent globalement le backtesting, le choix d'une **VaR doit aussi refléter la crédibilité de ses hypothèses** au regard des rendements observés.

La **VaR Normale** repose sur l'hypothèse forte de normalité (queues fines et symétrie), ce qui n'est pas le cas ici avec les rendements l'action Korea Aerospace Industries marqués par des queues épaisses et des épisodes extrêmes. Elle peut donc sous-estimer les pertes sévères malgré des résultats de backtesting satisfaisants sur l'échantillon.

La **VaR Cornish–Fisher** corrige la VaR normale en ajustant le quantile à partir de l'asymétrie et de la kurtose. Cependant, cette correction repose sur une approximation (développement de Cornish–Fisher) qui est surtout pertinente lorsque la distribution réelle est proche d'une normale, c'est-à-dire seulement modérément non-gaussienne. Or, dans nos données, les rendements s'écartent fortement de la normalité (queues épaisses/leptokurtose marquée), ce qui limite la fiabilité de cette approximation pour estimer un quantile extrême.

La **VaR paramétrique** fondée sur un modèle de volatilité conditionnelle (type GARCH/apARCH) permet de suivre la dynamique du risque et de tenir compte du clustering de volatilité, mais elle dépend crucialement du bon choix de la distribution des innovations or nos tests d'adéquation indiquent un ajustement imparfait de cette distribution, ce qui peut biaiser les quantiles extrêmes et fragiliser la VaR.

Nous retenons donc la **VaR en simulation historique (HS)** comme mesure principale du risque. Cette approche présente l'avantage d'être non paramétrique : elle ne requiert aucune hypothèse sur la forme de la distribution des rendements et s'appuie directement sur la distribution empirique observée, ce qui est cohérent avec la présence de queues épaisses et d'épisodes extrêmes dans nos données. Elle permet ainsi d'obtenir une mesure de VaR plus robuste face aux erreurs de spécification susceptibles d'affecter les méthodes paramétriques. De plus, la période d'estimation utilisée n'est pas uniquement composée de phases calmes : elle inclut des chocs importants propres à l'entreprise, notamment la crise de gouvernance de 2017 liée à des affaires de corruption, ce qui contribue à alimenter la queue gauche et renforce la pertinence d'une approche historique. En contrepartie, la VaR HS repose sur une hypothèse de stationnarité, selon laquelle le passé est représentatif du futur ; cette limite est donc gardée à l'esprit, en particulier si la nature des chocs ou le régime de volatilité venait à évoluer. Malgré cela, compte tenu des contraintes identifiées pour les autres méthodes et de la volonté de minimiser les hypothèses, la VaR historique apparaît comme le choix le plus pertinent pour synthétiser le risque à un jour de l'action Korea Aerospace Industries.

Annexe

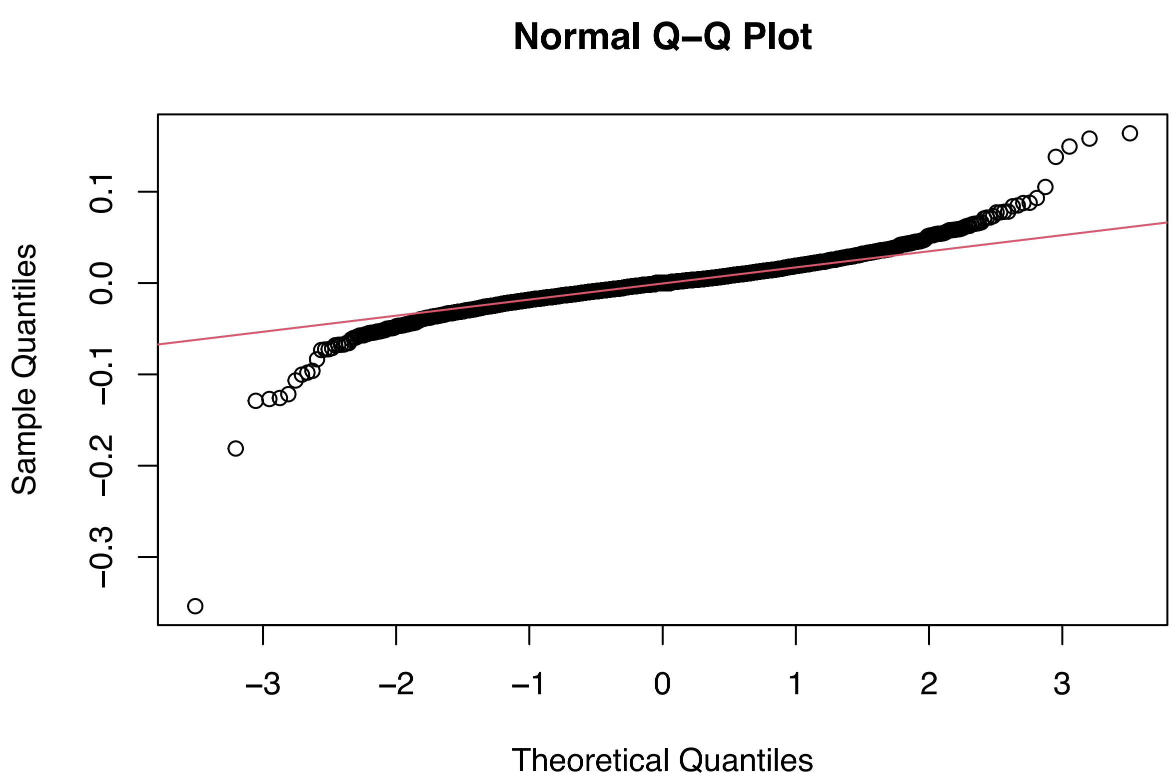
I - VaR Paramétrique

I.1 - Choix de la distribution

Étant donné les résultats obtenus dans le projet 1, nous ne retiendrons que des distributions asymétriques, car l'analyse de rte a mis en évidence une asymétrie marquée vers la gauche

a) QQ-plot

```r
qqnorm(rte)
qqline(rte, col = 2)
```




```r
# L'analyse du QQ-plot met clairement en évidence que les rendements s'écartent
# fortement de la loi normale. Les deux queues de la distribution sont nettement
```

```r
# plus épaisses que celles d'une normale, ce qui traduit une probabilité accrue
# d'événements extrêmes.
# De plus, la queue gauche (celle des valeurs négatives) apparaît sensiblement
# plus lourde que la queue droite : la distance entre la courbe et la droite est
# plus importante pour les valeurs fortement négatives de rte que pour les
# valeurs fortement positives de rte
```

---

b) Avec ghyp : distribution sstd, NIG, hyp et ghyp

```r
# Estimation student asymétrique (sstd)
fitstu<-fit.tuv(rte,silent=T)
summary(fitstu) # Converged : TRUE
```

```
## Asymmetric Student-t Distribution:
##
## Parameters:
##            nu            mu         sigma         gamma
##  3.3389953281 -0.0004437265  0.0247092508  0.0002832261
##
## Call:
## fit.tuv(data = rte, silent = T)
##
## Optimization information:
## log-Likelihood:                 5358.344
## AIC:                            -10708.69
## Fitted parameters:              lambda, mu, sigma, gamma;  (Number: 4)
## Number of iterations:           213
## Converged:                      TRUE
```

```r
# Gaussienne inverse asymétrique (NIG)
fitnig<-fit.NIGuv(data=rte,silent=T)
summary(fitnig) # Converged : TRUE
```

```
## Asymmetric Normal Inverse Gaussian Distribution:
##
## Parameters:
##     alpha.bar            mu         sigma         gamma
##  0.5950083941 -0.0004911353  0.0236789808  0.0003283154
##
## Call:
## fit.NIGuv(data = rte, silent = T)
##
## Optimization information:
## log-Likelihood:                 5351.315
## AIC:                            -10694.63
## Fitted parameters:              alpha.bar, mu, sigma, gamma;  (Number: 4)
## Number of iterations:           117
## Converged:                      TRUE
```

```r
# Hyperbolique asymétrique (hyp)
fithyp<-fit.hypuv(rte,silent=T)
summary(fithyp) # Converged : TRUE
```

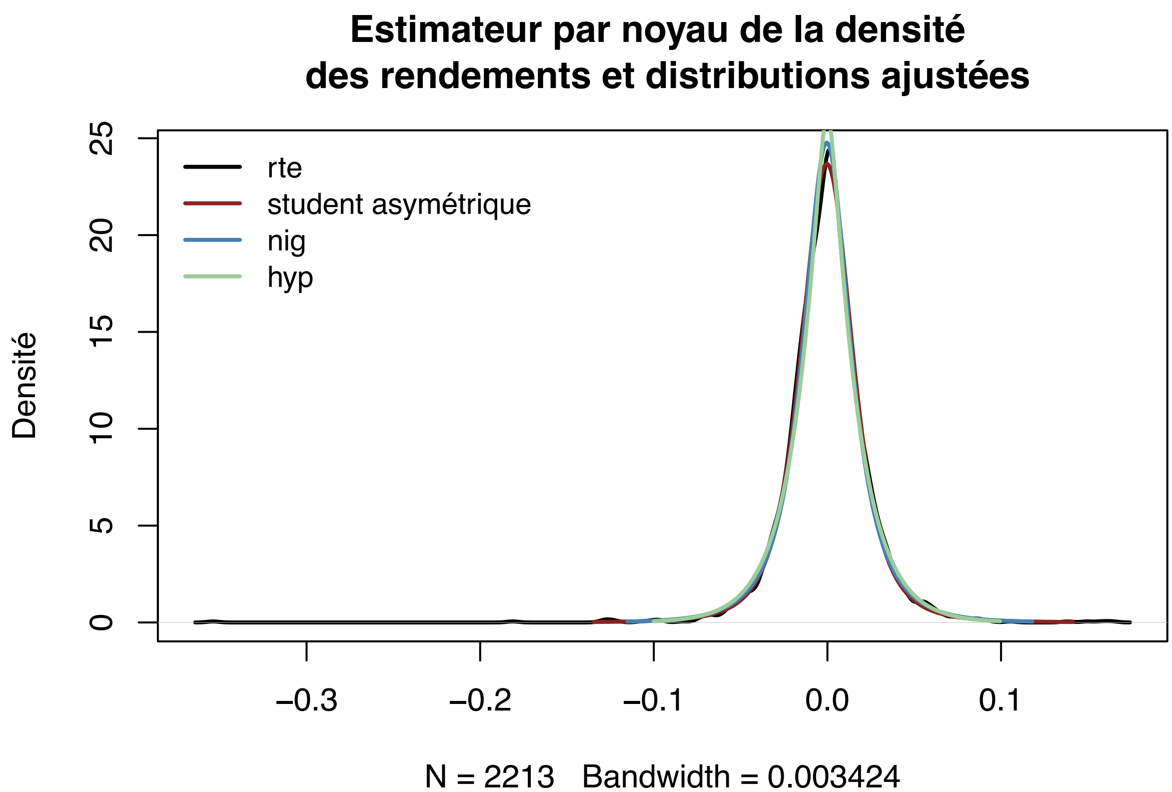
```
## Asymmetric Hyperbolic Distribution:
##
## Parameters:
##     alpha.bar            mu         sigma         gamma
##  2.491817e-01 -9.043904e-05  2.303986e-02 -6.711532e-05
##
## Call:
## fit.hypuv(data = rte, silent = T)
##
## Optimization information:
## log-Likelihood:                5336.55
## AIC:                           -10665.1
## Fitted parameters:             alpha.bar, mu, sigma, gamma;  (Number: 4)
## Number of iterations:          223
## Converged:                     TRUE
```

```r
# Hyperbolique généralisée asymétrique (ghyp)
fitghypuv<-fit.ghypuv(rte,silent=T)
summary(fitghypuv) # Converged : FALSE
```

```
## Warning: fitting procedure did not converge!
##
## Asymmetric Generalized Hyperbolic Distribution:
##
## Parameters:
##        lambda     alpha.bar            mu         sigma         gamma
## -1.4488431418  0.4301094347 -0.0002639877  0.0230210874  0.0003088719
##
## Call:
## fit.ghypuv(data = rte, silent = T)
##
## Optimization information:
## log-Likelihood:                5355.948
## AIC:                           -10701.9
## Fitted parameters:             lambda, alpha.bar, mu, sigma, gamma;  (Number: 5)
## Number of iterations:          502
## Converged:                     FALSE
## Error code:                    1
## Error message:
```

```r
# Comparaison
plot(density(rte),
     main = "Estimateur par noyau de la densité \n des rendements et distributions ajustées",
     ylab = "Densité",
     lwd = 2)

lines(fitstu, col = "brown4", lwd = 2) # student
lines(fitnig, col = "steelblue", lwd = 2) # estimateur de la densité de rte
```

```r
lines(fithyp, col = "darkseagreen3", lwd = 2)

legend("topleft",
       legend = c("rte","student asymétrique","nig","hyp"),
       col = c("black", "brown4", "steelblue", "darkseagreen3"),
       lwd = 2, bty = "n", cex = 0.95)
```




```r
# La distribution NIG semble être la meilleure
```

---

c) Distribution ghst

```r
# ghstfit<-skewhypFit(rte, print = FALSE, plot =FALSE, hessian = TRUE)
# summary(ghstfit)
# L'ajustement de la distribution ghst n'a pas abouti, la procédure générant des
# valeurs non numériques (NaN). Nous écartons donc la distribution GHST et ne la
# retenons pas pour la suite de l'analyse.
```

L'examen de l'estimateur par noyau de la densité des rendements, comparé aux distributions ajustées, montre que le modèle NIG est celui qui reproduit le plus fidèlement la forme empirique de rte, ce qui en fait le choix le plus cohérent pour la suite de l'analyse paramétrique.

Cependant ce résultat doit être confirmé statistiquement. Nous poursuivons donc l'analyse à l'aide des tests fournis par rugarch.

---

d) Choix avec rugarch

Pour évaluer la pertinence des distributions candidates, nous nous appuyons sur deux éléments

1. La significativité de skew (paramètres d'asymétrie) et shape (de forme) , dont les p-values doivent elles aussi être inférieures à 5 %. Ces paramètres doivent en effet capturer l'asymétrie et la leptokurticité mises en évidence lors de l'analyse préalable des rendements. Une distribution dont ces coefficients ne sont pas significatifs ne serait pas cohérente avec les caractéristiques empiriques observées.
2. L'Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test, qui permet de tester l'adéquation entre la distribution supposée dans la spécification et la distribution empirique des résidus standardisés. L'hypothèse nulle correspond à une bonne adéquation, nous l'acceptons lorsque les quatre p-values du test sont strictement supérieur à 5 %.

```r
# distribution nig
spec6.1 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                     mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                     distribution.model="nig")
fit6.1 = ugarchfit(spec=spec6.1, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6.1)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : nig
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000153    0.000425 -0.36072 0.718307
## ar1     0.250905    0.239156  1.04913 0.294118
## ma1    -0.320519    0.232906 -1.37618 0.168767
## omega   0.000527    0.000456  1.15448 0.248305
## alpha1  0.074870    0.017954  4.17011 0.000030
## beta1   0.896652    0.029621 30.27077 0.000000
## gamma1  0.349152    0.129320  2.69990 0.006936
## delta   1.194196    0.234389  5.09493 0.000000
## skew    0.021893    0.043647  0.50159 0.615954
## shape   0.814777    0.114575  7.11131 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
```

```
## mu     -0.000153    0.000475 -0.32250 0.747071
## ar1     0.250905    0.255104  0.98354 0.325342
## ma1    -0.320519    0.248063 -1.29209 0.196327
## omega   0.000527    0.000561  0.93984 0.347298
## alpha1  0.074870    0.022578  3.31601 0.000913
## beta1   0.896652    0.035531 25.23590 0.000000
## gamma1  0.349152    0.174121  2.00523 0.044939
## delta   1.194196    0.262336  4.55216 0.000005
## skew    0.021893    0.047418  0.46170 0.644295
## shape   0.814777    0.173011  4.70941 0.000002
##
## LogLikelihood : 5411.27
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8792
## Bayes        -4.8534
## Shibata      -4.8792
## Hannan-Quinn -4.8698
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.189  0.2755
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     1.967  0.9640
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.062  0.6763
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.436 0.006392
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.740 0.034187
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.999 0.128933
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.06538 0.500 2.000  0.7982
## ARCH Lag[5]   0.34617 1.440 1.667  0.9278
## ARCH Lag[7]   0.48640 2.315 1.543  0.9796
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.6326
## Individual Statistics:
## mu     0.22801
## ar1    0.28280
## ma1    0.28409
## omega  0.16362
## alpha1 0.09793
```

```
## beta1  0.14608
## gamma1 0.14059
## delta  0.16245
## skew   0.06050
## shape  0.42499
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.29 2.54 3.05
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                     t-value      prob sig
## Sign Bias            0.7524 0.4518862
## Negative Sign Bias   0.9711 0.3315947
## Positive Sign Bias   4.0792 0.0000468 ***
## Joint Effect        18.7553 0.0003072 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     33.57      0.02064
## 2    30     46.84      0.01933
## 3    40     59.64      0.01825
## 4    50     64.27      0.07044
##
##
## Elapsed time : 8.441845
```

```r
# distribution sstd
spec6.2 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                     mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                     distribution.model="sstd")
fit6.2 = ugarchfit(spec=spec6.2, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6.2)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000125    0.000271 -0.46254 0.643696
## ar1     0.235206    0.049749  4.72782 0.000002
## ma1    -0.299244    0.049124 -6.09165 0.000000
```

```
## omega   0.000720    0.000558  1.29050 0.196876
## alpha1  0.071251    0.016239  4.38764 0.000011
## beta1   0.902452    0.025810 34.96583 0.000000
## gamma1  0.445448    0.141020  3.15876 0.001584
## delta   1.106163    0.208580  5.30331 0.000000
## skew    1.021964    0.026590 38.43406 0.000000
## shape   4.035650    0.366635 11.00727 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000125    0.000192  -0.65149 0.514733
## ar1     0.235206    0.012831  18.33176 0.000000
## ma1    -0.299244    0.013518 -22.13738 0.000000
## omega   0.000720    0.000604   1.19211 0.233218
## alpha1  0.071251    0.018074   3.94226 0.000081
## beta1   0.902452    0.029564  30.52529 0.000000
## gamma1  0.445448    0.145774   3.05573 0.002245
## delta   1.106163    0.220182   5.02386 0.000001
## skew    1.021964    0.023902  42.75727 0.000000
## shape   4.035650    0.440596   9.15952 0.000000
##
## LogLikelihood : 5417.336
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8847
## Bayes        -4.8589
## Shibata      -4.8847
## Hannan-Quinn -4.8753
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.7205  0.3960
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.4046  0.9991
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.4739  0.8066
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.112 0.007658
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.356 0.042475
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.573 0.155734
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]    0.0716 0.500 2.000  0.7890
## ARCH Lag[5]    0.3018 1.440 1.667  0.9398
## ARCH Lag[7]    0.4211 2.315 1.543  0.9850
```

```
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.8565
## Individual Statistics:
## mu     0.22203
## ar1    0.27769
## ma1    0.27754
## omega  0.22149
## alpha1 0.15205
## beta1  0.20526
## gamma1 0.06989
## delta  0.22402
## skew   0.11491
## shape  0.42766
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.29 2.54 3.05
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.8294 4.070e-01
## Negative Sign Bias  0.9365 3.491e-01
## Positive Sign Bias  4.2491 2.236e-05 ***
## Joint Effect       20.2062 1.538e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     30.93      0.04107
## 2    30     47.17      0.01791
## 3    40     56.64      0.03361
## 4    50     68.84      0.03224
##
##
## Elapsed time : 5.983329
```

```r
# distribution sGED
spec6.3 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                     mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                     distribution.model="sged")
fit6.3 = ugarchfit(spec=spec6.3, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6.3)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
```

```
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000170    0.000107  -1.5882 0.112236
## ar1     0.270331    0.016136  16.7536 0.000000
## ma1    -0.345305    0.016241 -21.2612 0.000000
## omega   0.000398    0.000168   2.3771 0.017451
## alpha1  0.078532    0.016419   4.7829 0.000002
## beta1   0.895076    0.025659  34.8833 0.000000
## gamma1  0.284826    0.107910   2.6395 0.008303
## delta   1.259691    0.131193   9.6018 0.000000
## skew    0.978037    0.016840  58.0784 0.000000
## shape   1.049448    0.038483  27.2707 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000170    0.000042  -4.0430 0.000053
## ar1     0.270331    0.006109  44.2493 0.000000
## ma1    -0.345305    0.006926 -49.8591 0.000000
## omega   0.000398    0.000108   3.6907 0.000224
## alpha1  0.078532    0.021306   3.6858 0.000228
## beta1   0.895076    0.029535  30.3057 0.000000
## gamma1  0.284826    0.183530   1.5519 0.120678
## delta   1.259691    0.085518  14.7301 0.000000
## skew    0.978037    0.018307  53.4237 0.000000
## shape   1.049448    0.068833  15.2462 0.000000
##
## LogLikelihood : 5401.822
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8707
## Bayes        -4.8449
## Shibata      -4.8707
## Hannan-Quinn -4.8613
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.715  0.1903
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.640  0.6993
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.764  0.5083
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.755 0.005357
```

```
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     8.113 0.027627
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     8.410 0.107003
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.06088 0.500 2.000  0.8051
## ARCH Lag[5]   0.38814 1.440 1.667  0.9160
## ARCH Lag[7]   0.54274 2.315 1.543  0.9744
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.5742
## Individual Statistics:
## mu     0.32977
## ar1    0.22339
## ma1    0.21707
## omega  0.15502
## alpha1 0.09354
## beta1  0.13698
## gamma1 0.16980
## delta  0.15151
## skew   0.12503
## shape  0.37181
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.29 2.54 3.05
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7379 4.607e-01
## Negative Sign Bias  0.9772 3.286e-01
## Positive Sign Bias  3.9571 7.826e-05 ***
## Joint Effect       17.6319 5.238e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     36.41     0.009405
## 2    30     44.94     0.029801
## 3    40     64.77     0.005887
## 4    50     59.08     0.153363
##
##
## Elapsed time : 6.908952
```

```
# distribution jsu
spec6.4 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                     mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                     distribution.model="jsu")
```

```r
fit6.4 = ugarchfit(spec=spec6.4, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6.4)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : jsu
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000091    0.000422 -0.21620 0.828833
## ar1     0.237734    0.085209  2.79000 0.005271
## ma1    -0.304146    0.083320 -3.65033 0.000262
## omega   0.000645    0.000523  1.23213 0.217899
## alpha1  0.070763    0.016504  4.28748 0.000018
## beta1   0.901654    0.026837 33.59713 0.000000
## gamma1  0.424734    0.140659  3.01960 0.002531
## delta   1.132394    0.218256  5.18837 0.000000
## skew    0.050525    0.059096  0.85496 0.392574
## shape   1.370471    0.073595 18.62188 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000091    0.000460 -0.19808 0.842982
## ar1     0.237734    0.032317  7.35637 0.000000
## ma1    -0.304146    0.032089 -9.47833 0.000000
## omega   0.000645    0.000594  1.08641 0.277297
## alpha1  0.070763    0.018444  3.83665 0.000125
## beta1   0.901654    0.030405 29.65497 0.000000
## gamma1  0.424734    0.151585  2.80194 0.005080
## delta   1.132394    0.237657  4.76482 0.000002
## skew    0.050525    0.059873  0.84386 0.398749
## shape   1.370471    0.096467 14.20662 0.000000
##
## LogLikelihood : 5416.562
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8840
## Bayes        -4.8582
## Shibata      -4.8840
## Hannan-Quinn -4.8746
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
```

```
##                          statistic p-value
## Lag[1]                      0.8765  0.3492
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     1.5920  0.9959
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     3.6604  0.7677
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                          statistic  p-value
## Lag[1]                       7.175 0.007391
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]      7.428 0.040781
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]      7.651 0.150516
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07016 0.500 2.000  0.7911
## ARCH Lag[5]   0.30814 1.440 1.667  0.9381
## ARCH Lag[7]   0.42901 2.315 1.543  0.9844
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.7331
## Individual Statistics:
## mu     0.22157
## ar1    0.27693
## ma1    0.27760
## omega  0.19767
## alpha1 0.13247
## beta1  0.18142
## gamma1 0.08711
## delta  0.19913
## skew   0.07341
## shape  0.46231
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.29 2.54 3.05
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.8183 0.4132663
## Negative Sign Bias  0.9426 0.3459884
## Positive Sign Bias  4.2238 0.0000250 ***
## Joint Effect       19.9853 0.0001709 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     31.76      0.03323
```

```
## 2    30      48.98       0.01160
## 3    40      55.27       0.04385
## 4    50      67.66       0.03975
##
##
## Elapsed time : 5.631002
```

Distribution	p-value Pearson (1)	p-value Pearson (2)	p-value Pearson (3)	p-value Pearson (4)	p-value skew	p-value shape
NIG	0.02	0.01	0.01	**0.07**	**0.644**	**0.000**
sSTD	0.04	0.01	0.03	0.03	**0.000**	**0.000**
sGED	0.00	0.02	0.00	**0.15**	**0.000**	**0.000**
JSU	0.03	0.01	0.04	0.03	0.398	**0.000**

Au regard des résultats des tests d'adéquation, aucune des distributions évaluées ne satisfait parfaitement l'ensemble des critères retenus.

Toutefois, la distribution sGED se distingue comme la plus cohérente avec les caractéristiques empiriques des rendements.

- D'une part, les skew (paramètres d'asymétrie) et shape (de forme) y sont significatifs au seuil de 5 %, conformément à l'asymétrie marquée et à la leptokurticité observées dans l'analyse descriptive des rendements.
- D'autre part, ses p-values issues de l'Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test figurent parmi les plus acceptables, ce qui en fait la distribution la moins éloignée de la distribution empirique des résidus standardisés.

Ainsi, même si l'ajustement n'est pas parfait, la distribution sGED apparaît comme la meilleure approximation disponible parmi les modèles testés et sera retenue pour la suite de l'estimation de la VaR paramétrique.

Par ailleurs, nous testerons également la distribution sSTD, dans la mesure où elle satisfait le critère de significativité des paramètres skew et shape. Il est en effet possible que, pour une autre modèle que modèle apARCH, la sstd fournisse une meilleure adéquation.

I.2 - Modèles ARCH,GARCH asymétriques

a) Modèle apARCH

```r
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sged")
fit6 = ugarchfit(spec=spec6, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6)
```

a.1) Modèle apARCH(1,1) - ARMA(1,1) - $\varepsilon \sim$ sged

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000170    0.000107  -1.5882 0.112236
## ar1     0.270331    0.016136  16.7536 0.000000
## ma1    -0.345305    0.016241 -21.2612 0.000000
## omega   0.000398    0.000168   2.3771 0.017451
## alpha1  0.078532    0.016419   4.7829 0.000002
## beta1   0.895076    0.025659  34.8833 0.000000
## gamma1  0.284826    0.107910   2.6395 0.008303
## delta   1.259691    0.131193   9.6018 0.000000
## skew    0.978037    0.016840  58.0784 0.000000
## shape   1.049448    0.038483  27.2707 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000170    0.000042  -4.0430 0.000053
## ar1     0.270331    0.006109  44.2493 0.000000
## ma1    -0.345305    0.006926 -49.8591 0.000000
## omega   0.000398    0.000108   3.6907 0.000224
## alpha1  0.078532    0.021306   3.6858 0.000228
## beta1   0.895076    0.029535  30.3057 0.000000
## gamma1  0.284826    0.183530   1.5519 0.120678
## delta   1.259691    0.085518  14.7301 0.000000
## skew    0.978037    0.018307  53.4237 0.000000
## shape   1.049448    0.068833  15.2462 0.000000
##
## LogLikelihood : 5401.822
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8707
## Bayes        -4.8449
## Shibata      -4.8707
## Hannan-Quinn -4.8613
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.715  0.1903
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.640  0.6993
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.764  0.5083
```

```
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                          statistic  p-value
## Lag[1]                       7.755 0.005357
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]      8.113 0.027627
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]      8.410 0.107003
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.06088 0.500 2.000  0.8051
## ARCH Lag[5]   0.38814 1.440 1.667  0.9160
## ARCH Lag[7]   0.54274 2.315 1.543  0.9744
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.5742
## Individual Statistics:
## mu     0.32977
## ar1    0.22339
## ma1    0.21707
## omega  0.15502
## alpha1 0.09354
## beta1  0.13698
## gamma1 0.16980
## delta  0.15151
## skew   0.12503
## shape  0.37181
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.29 2.54 3.05
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7379 4.607e-01
## Negative Sign Bias  0.9772 3.286e-01
## Positive Sign Bias  3.9571 7.826e-05 ***
## Joint Effect       17.6319 5.238e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     36.41     0.009405
## 2    30     44.94     0.029801
## 3    40     64.77     0.005887
## 4    50     59.08     0.153363
##
```

```
##
## Elapsed time : 6.854322
```

```r
# Comme delta (=1.2) est proche de 1, nous réestimons le modèle en fixant delta = 1
```

```r
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sged", fixed.pars=list(delta=1))
fit6 = ugarchfit(spec=spec6, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6)
```

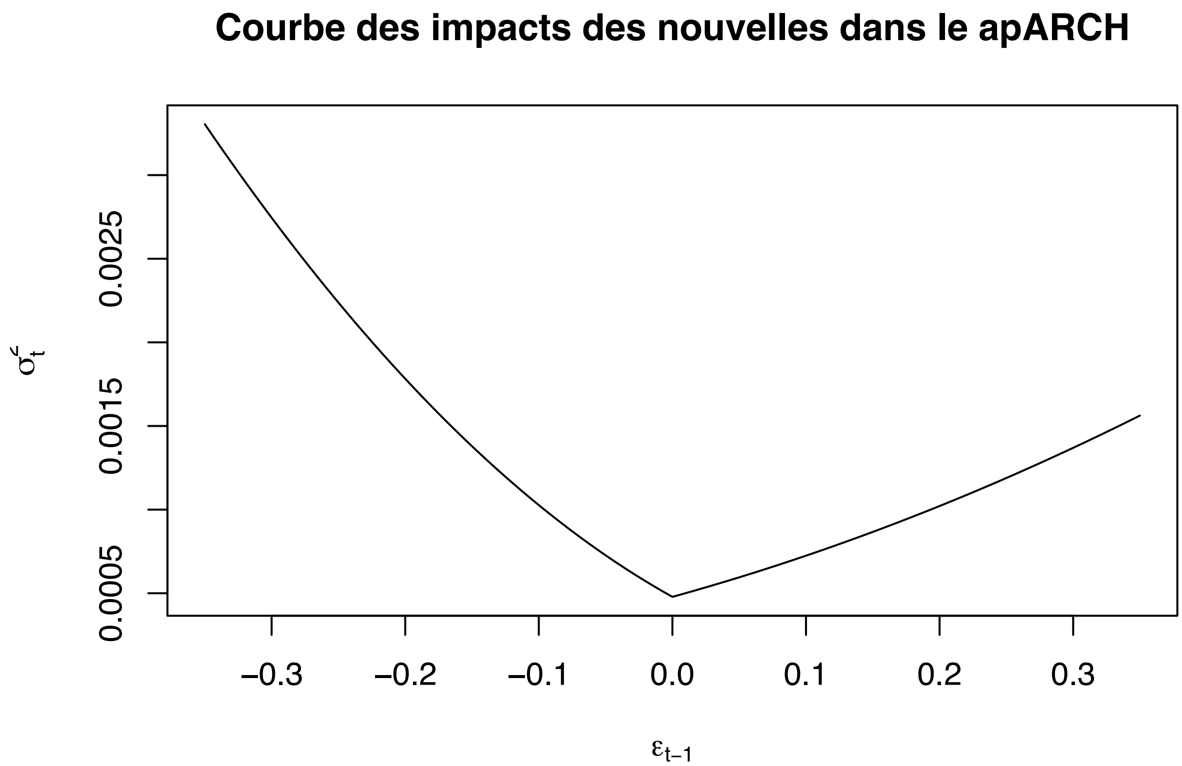
```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000267    0.000092  -2.8974 0.003763
## ar1     0.260221    0.014950  17.4058 0.000000
## ma1    -0.334179    0.015529 -21.5202 0.000000
## omega   0.000932    0.000212   4.3950 0.000011
## alpha1  0.076089    0.011819   6.4380 0.000000
## beta1   0.905315    0.014049  64.4405 0.000000
## gamma1  0.337085    0.108704   3.1009 0.001929
## delta   1.000000          NA       NA       NA
## skew    0.974147    0.016889  57.6781 0.000000
## shape   1.045159    0.038063  27.4587 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000267    0.000027  -9.7573 0.000000
## ar1     0.260221    0.006887  37.7849 0.000000
## ma1    -0.334179    0.008577 -38.9638 0.000000
## omega   0.000932    0.000179   5.2025 0.000000
## alpha1  0.076089    0.012880   5.9074 0.000000
## beta1   0.905315    0.013215  68.5079 0.000000
## gamma1  0.337085    0.151702   2.2220 0.026282
## delta   1.000000          NA       NA       NA
## skew    0.974147    0.019639  49.6039 0.000000
## shape   1.045159    0.066695  15.6708 0.000000
##
## LogLikelihood : 5401.213
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
```

```
##
## Akaike       -4.8710
## Bayes        -4.8478
## Shibata      -4.8710
## Hannan-Quinn -4.8625
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      2.070  0.1502
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.895  0.5387
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     5.086  0.4344
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      8.371 0.003813
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     8.693 0.019785
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     8.977 0.082185
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.06849 0.500 2.000  0.7936
## ARCH Lag[5]   0.37372 1.440 1.667  0.9201
## ARCH Lag[7]   0.53676 2.315 1.543  0.9749
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.4324
## Individual Statistics:
## mu     0.3519
## ar1    0.2113
## ma1    0.2024
## omega  0.1459
## alpha1 0.1029
## beta1  0.1336
## gamma1 0.1493
## skew   0.1270
## shape  0.3679
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.6746 5.000e-01
## Negative Sign Bias  1.1787 2.386e-01
## Positive Sign Bias  4.0111 6.244e-05 ***
```

```
## Joint Effect       18.5267 3.425e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     34.51     0.015991
## 2    30     42.96     0.045871
## 3    40     64.77     0.005887
## 4    50     60.25     0.130053
##
##
## Elapsed time : 2.952079
```

```
# Tous les coefficients sont significatifs dont notamment omega

# Test de Ljung-Box pondérée sur les résidus standardisés :
# Toutes le p-value sont >5% donc on accepte H0, pas d'autocorrélation dans les
# aléas du ARMA(1,1). Le modèle ARMA(1,1) a ainsi réussi à prendre en compte
# toute l'autocorrélation présente.

# Test d'Engle appliquée aux résidus standardisés et ce pour différents retards :
# Toutes les p-value sont >5% on accepte ainsi H0, l'hypothèse d'abscence de
# cluster de volatilité. Les aléas sont ainsi conditionnelement homoscédastiques
# donc le modèle apARCH(1,1) a réussi à prendre en compte tous les clusters de
# volatilité

# Test de stabilité de Nyblom :
# La valeur calculée de la statistique jointe (1.43) est inférieur à la valeur tabulée
# jointe (2.32) ainsi on accepte H0, tous les coefficients sont stable dans le temps.

# Test du signe du biais :
# * La p-value de la statistique de l'effet joint (0,000) est inférieur à 5%
#   donc on rejette H0 ainsi présence d'au moins un effet d'asymétrie (signe ou taille)
# * La p-value de la statistique du signe du biais (0,5) est supérieur à 5%
#   donc on accepte H0 : abscence d'effet signe i.e. un choc positif a le même impact
#   sur la volatilité du rendement qu'un choc négatif
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc négatif (0,2)
#   est supérieur à 5% donc on accepte H0 : il n'y a pas d'effet taille d'un choc négatif
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc positif (0,000)
#   est inférieure à 5% donc on rejette H0 ainsi présence d'un effet taille d'un choc
#   positif, i.e. les grands chocs positif ont un impact plus fort sur la volatilité
#   que les petits chocs positifs

# Test d'adéquation entre la distribution supposé et la distribution empirique
# des résidus standardisés :
# Les p-values étant globalement < 5 %, on rejette H0 l'adéquation entre la
# distribution supposée et la distribution empirique.
```

```
sgedaparch=newsimpact(z=NULL, fit6)

plot(sgedaparch$zx,sgedaparch$zy, xlab=sgedaparch$xexpr,ylab=sgedaparch$yexpr ,
     type="l", main = "Courbe des impacts des nouvelles dans le apARCH")
```




```
# D'une part, les chocs positifs (bonnes nouvelles) et négatifs (mauvaises
# ne semblent pas avoir un impact de même intensité : les chocs négatifs paraissent
# avoir un effet plus fort.
# D'autre part, l'amplitude du choc joue un rôle : plus la nouvelle est extrême
# (très bonne ou très mauvaise), plus l'impact est important.
```

```
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sstd")
fit6 = ugarchfit(spec=spec6, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6)
```

a.2) Modèle apARCH(1,1) - ARMA(1,1) - $\varepsilon \sim$ sstd

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
```

```
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000125    0.000271 -0.46254 0.643696
## ar1     0.235206    0.049749  4.72782 0.000002
## ma1    -0.299244    0.049124 -6.09165 0.000000
## omega   0.000720    0.000558  1.29050 0.196876
## alpha1  0.071251    0.016239  4.38764 0.000011
## beta1   0.902452    0.025810 34.96583 0.000000
## gamma1  0.445448    0.141020  3.15876 0.001584
## delta   1.106163    0.208580  5.30331 0.000000
## skew    1.021964    0.026590 38.43406 0.000000
## shape   4.035650    0.366635 11.00727 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000125    0.000192  -0.65149 0.514733
## ar1     0.235206    0.012831  18.33176 0.000000
## ma1    -0.299244    0.013518 -22.13738 0.000000
## omega   0.000720    0.000604   1.19211 0.233218
## alpha1  0.071251    0.018074   3.94226 0.000081
## beta1   0.902452    0.029564  30.52529 0.000000
## gamma1  0.445448    0.145774   3.05573 0.002245
## delta   1.106163    0.220182   5.02386 0.000001
## skew    1.021964    0.023902  42.75727 0.000000
## shape   4.035650    0.440596   9.15952 0.000000
##
## LogLikelihood : 5417.336
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8847
## Bayes        -4.8589
## Shibata      -4.8847
## Hannan-Quinn -4.8753
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.7205  0.3960
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.4046  0.9991
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.4739  0.8066
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.112 0.007658
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.356 0.042475
```

```
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.573 0.155734
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]    0.0716 0.500 2.000  0.7890
## ARCH Lag[5]    0.3018 1.440 1.667  0.9398
## ARCH Lag[7]    0.4211 2.315 1.543  0.9850
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.8565
## Individual Statistics:
## mu     0.22203
## ar1    0.27769
## ma1    0.27754
## omega  0.22149
## alpha1 0.15205
## beta1  0.20526
## gamma1 0.06989
## delta  0.22402
## skew   0.11491
## shape  0.42766
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.29 2.54 3.05
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.8294 4.070e-01
## Negative Sign Bias  0.9365 3.491e-01
## Positive Sign Bias  4.2491 2.236e-05 ***
## Joint Effect       20.2062 1.538e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     30.93      0.04107
## 2    30     47.17      0.01791
## 3    40     56.64      0.03361
## 4    50     68.84      0.03224
##
##
## Elapsed time : 5.75555
```

```r
# Comme delta (=1.1) est proche de 1, nous réestimons le modèle en fixant delta = 1
```

```r
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sstd", fixed.pars=list(delta=1))
```

```r
fit6 = ugarchfit(spec=spec6, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000153    0.000416 -0.36706 0.713574
## ar1     0.227958    0.065842  3.46219 0.000536
## ma1    -0.291308    0.064420 -4.52201 0.000006
## omega   0.001027    0.000380  2.70257 0.006881
## alpha1  0.071107    0.015862  4.48282 0.000007
## beta1   0.905602    0.024153 37.49436 0.000000
## gamma1  0.467637    0.136674  3.42156 0.000623
## delta   1.000000          NA       NA       NA
## skew    1.020810    0.028646 35.63482 0.000000
## shape   4.034771    0.366833 10.99893 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000153    0.000423  -0.36087 0.718199
## ar1     0.227958    0.020619  11.05575 0.000000
## ma1    -0.291308    0.018542 -15.71059 0.000000
## omega   0.001027    0.000514   1.99920 0.045587
## alpha1  0.071107    0.018372   3.87031 0.000109
## beta1   0.905602    0.031914  28.37616 0.000000
## gamma1  0.467637    0.136275   3.43156 0.000600
## delta   1.000000          NA        NA       NA
## skew    1.020810    0.027523  37.08949 0.000000
## shape   4.034771    0.410820   9.82127 0.000000
##
## LogLikelihood : 5417.204
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8855
## Bayes        -4.8623
## Shibata      -4.8855
## Hannan-Quinn -4.8770
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
```

```
##                          statistic p-value
## Lag[1]                       0.815  0.3666
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]      1.457  0.9986
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]      3.564  0.7881
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                          statistic  p-value
## Lag[1]                       7.405 0.006503
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]      7.646 0.036061
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]      7.866 0.136848
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##              Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]    0.07447 0.500 2.000  0.7849
## ARCH Lag[5]    0.30405 1.440 1.667  0.9392
## ARCH Lag[7]    0.43159 2.315 1.543  0.9842
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.7195
## Individual Statistics:
## mu     0.22788
## ar1    0.28805
## ma1    0.28719
## omega  0.21119
## alpha1 0.14327
## beta1  0.19283
## gamma1 0.07298
## skew   0.11419
## shape  0.41813
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7801 4.354e-01
## Negative Sign Bias  1.0175 3.090e-01
## Positive Sign Bias  4.2432 2.295e-05 ***
## Joint Effect       20.3285 1.451e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     33.10     0.023408
## 2    30     50.74     0.007503
```

```
## 3    40     64.59     0.006137
## 4    50     76.06     0.007904
##
##
## Elapsed time : 1.20914
```

```
# mu n'étant pas significatif (p-value = 0.71>5%), nous le retirons du modèle
```

```
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1), include.mean=FALSE),
                   distribution.model="sstd", fixed.pars=list(delta=1))
fit6 = ugarchfit(spec=spec6, data = rt, out.sample=length(rtt), solver="hybrid")
show(fit6)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1     0.234739    0.041483   5.6587 0.000000
## ma1    -0.297938    0.040045  -7.4401 0.000000
## omega   0.001026    0.000381   2.6885 0.007178
## alpha1  0.071072    0.015884   4.4744 0.000008
## beta1   0.905456    0.024274  37.3014 0.000000
## gamma1  0.463133    0.136302   3.3978 0.000679
## delta   1.000000          NA       NA       NA
## skew    1.025943    0.025031  40.9869 0.000000
## shape   4.039361    0.367004  11.0063 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1     0.234739    0.010891  21.5535 0.000000
## ma1    -0.297938    0.013237 -22.5075 0.000000
## omega   0.001026    0.000517   1.9820 0.047482
## alpha1  0.071072    0.018478   3.8463 0.000120
## beta1   0.905456    0.032237  28.0871 0.000000
## gamma1  0.463133    0.135856   3.4090 0.000652
## delta   1.000000          NA       NA       NA
## skew    1.025943    0.023878  42.9664 0.000000
## shape   4.039361    0.410262   9.8458 0.000000
##
## LogLikelihood : 5417.134
##
## Information Criteria
```

```
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8863
## Bayes        -4.8657
## Shibata      -4.8863
## Hannan-Quinn -4.8788
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      0.792  0.3735
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     1.439  0.9988
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     3.532  0.7949
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.385 0.006577
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.623 0.036534
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.842 0.138334
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07295 0.500 2.000  0.7871
## ARCH Lag[5]   0.30234 1.440 1.667  0.9396
## ARCH Lag[7]   0.42860 2.315 1.543  0.9844
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.5214
## Individual Statistics:
## ar1    0.28254
## ma1    0.28192
## omega  0.21032
## alpha1 0.14283
## beta1  0.19236
## gamma1 0.06913
## skew   0.11198
## shape  0.41748
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.89 2.11 2.59
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7356 4.620e-01
## Negative Sign Bias  1.0414 2.978e-01
## Positive Sign Bias  4.2241 2.497e-05 ***
```

```
## Joint Effect       20.3221 1.456e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     32.25      0.02928
## 2    30     46.70      0.01994
## 3    40     57.73      0.02708
## 4    50     65.67      0.05594
##
##
## Elapsed time : 1.09873
```

```
# Tous les coefficients sont significatifs dont notamment omega

# Test de Ljung-Box pondérée sur les résidus standardisés :
# Toutes le p-value sont >5% donc on accepte H0, pas d'autocorrélation dans les
# aléas du ARMA(1,1). Le modèle ARMA(1,1) a ainsi réussi à prendre en compte
# toute l'autocorrélation présente.

# Test d'Engle appliquée aux résidus standardisés et ce pour différents retards :
# Toutes les p-value sont >5% on accepte ainsi H0, l'hypothèse d'abscence de
# cluster de volatilité. Les aléas sont ainsi conditionnelement homoscédastiques
# donc le modèle apARCH(1,1) a réussi à prendre en compte tous les clusters de
# volatilité

# Test de stabilité de Nyblom :
# La valeur calculée de la statistique jointe (1.52) est inférieur à la valeur tabulée
# jointe (2.11) ainsi on accepte H0, tous les coefficients sont stable dans le temps.

# Test du signe du biais :
# * La p-value de la statistique de l'effet joint (0,000) est inférieur à 5%
#   donc on rejette H0 ainsi présence d'au moins un effet d'asymétrie (signe ou taille)
# * La p-value de la statistique du signe du biais (0,4) est supérieur à 5%
#   donc on accepte H0 : abscence d'effet signe i.e. un choc positif a le même impact
#   sur la volatilité du rendement qu'un choc négatif
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc négatif (0,2)
#   est supérieur à 5% donc on accepte H0 : il n'y a pas d'effet taille d'un choc négatif
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc positif (0,000)
#   est inférieure à 5% donc on rejette H0 ainsi présence d'un effet taille d'un choc
#   positif, i.e. les grands chocs positif ont un impact plus fort sur la volatilité
#   que les petits chocs positifs

# Test d'adéquation entre la distribution supposé et la distribution empirique
# des résidus standardisés :
# Les p-values étant globalement < 5 %, on rejette H0 l'adéquation entre la
# distribution supposée et la distribution empirique.
```

b) Modèle GJR-GARCH

```r
spec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sged")
fit5= ugarchfit(spec = spec5, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit5)
```

b.1) Modèle GJR-GARCH(1,1) - ARMA(1,1) - $\varepsilon \sim$ **sged**

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : gjrGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000003    0.000209  -0.014449 0.988471
## ar1     0.273337    0.035385   7.724742 0.000000
## ma1    -0.351609    0.033812 -10.398900 0.000000
## omega   0.000034    0.000010   3.332722 0.000860
## alpha1  0.046684    0.015683   2.976782 0.002913
## beta1   0.861168    0.030569  28.171147 0.000000
## gamma1  0.060600    0.027032   2.241813 0.024973
## skew    0.985266    0.018240  54.017747 0.000000
## shape   1.054461    0.039046  27.005327 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000003    0.000120  -0.025076 0.979994
## ar1     0.273337    0.009532  28.677153 0.000000
## ma1    -0.351609    0.010796 -32.567471 0.000000
## omega   0.000034    0.000014   2.473311 0.013387
## alpha1  0.046684    0.027261   1.712517 0.086801
## beta1   0.861168    0.041642  20.680097 0.000000
## gamma1  0.060600    0.040124   1.510310 0.130964
## skew    0.985266    0.018391  53.572987 0.000000
## shape   1.054461    0.066538  15.847489 0.000000
##
## LogLikelihood : 5399.052
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8691
## Bayes        -4.8459
## Shibata      -4.8691
```

```
## Hannan-Quinn -4.8606
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.416  0.2340
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.500  0.7788
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.570  0.5545
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.549 0.006003
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     8.026 0.029041
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     8.389 0.108033
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.04664 0.500 2.000  0.8290
## ARCH Lag[5]   0.43981 1.440 1.667  0.9012
## ARCH Lag[7]   0.61480 2.315 1.543  0.9668
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.6
## Individual Statistics:
## mu     0.33621
## ar1    0.17232
## ma1    0.16807
## omega  0.20170
## alpha1 0.07051
## beta1  0.17874
## gamma1 0.15200
## skew   0.15043
## shape  0.39247
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7457 0.4559093
## Negative Sign Bias  0.6896 0.4905081
## Positive Sign Bias  3.7182 0.0002057 ***
## Joint Effect       15.3652 0.0015297 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
```

```
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     29.49      0.05870
## 2    30     44.02      0.03653
## 3    40     50.35      0.10521
## 4    50     68.84      0.03224
##
##
## Elapsed time : 1.858943
```

```
# mu n'étant pas significatif (p-value = 0.9>5%), nous le retirons du modèle
```

```
spec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1), include.mean=FALSE),
                   distribution.model="sged")
fit5= ugarchfit(spec = spec5, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit5)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : gjrGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1      0.271072    0.033470   8.0991 0.000000
## ma1     -0.349512    0.031481 -11.1023 0.000000
## omega    0.000034    0.000011   3.1087 0.001879
## alpha1   0.046583    0.016121   2.8895 0.003858
## beta1    0.861212    0.032908  26.1702 0.000000
## gamma1   0.060574    0.027893   2.1716 0.029884
## skew     0.985533    0.016846  58.5026 0.000000
## shape    1.054436    0.039075  26.9850 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1      0.271072    0.007812  34.7010  0.00000
## ma1     -0.349512    0.010648 -32.8239  0.00000
## omega    0.000034    0.000016   2.1398  0.03237
## alpha1   0.046583    0.028901   1.6118  0.10700
## beta1    0.861212    0.048450  17.7754  0.00000
## gamma1   0.060574    0.042115   1.4383  0.15035
## skew     0.985533    0.018363  53.6706  0.00000
## shape    1.054436    0.066467  15.8641  0.00000
##
## LogLikelihood : 5399.052
```

```
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8700
## Bayes        -4.8494
## Shibata      -4.8700
## Hannan-Quinn -4.8624
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.431  0.2315
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.510  0.7735
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.578  0.5524
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.546 0.006015
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     8.021 0.029126
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     8.383 0.108333
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.04671 0.500 2.000  0.8289
## ARCH Lag[5]   0.43874 1.440 1.667  0.9016
## ARCH Lag[7]   0.61333 2.315 1.543  0.9670
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.4505
## Individual Statistics:
## ar1    0.17138
## ma1    0.16735
## omega  0.20110
## alpha1 0.07059
## beta1  0.17820
## gamma1 0.15210
## skew   0.15494
## shape  0.39257
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.89 2.11 2.59
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7456 0.4560080
```

```
## Negative Sign Bias  0.6911 0.4895634
## Positive Sign Bias  3.7201 0.0002041 ***
## Joint Effect       15.3816 0.0015180 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     29.25      0.06212
## 2    30     43.56      0.04037
## 3    40     49.02      0.13060
## 4    50     68.11      0.03670
##
##
## Elapsed time : 1.531429
```

```r
# alpha1 (p-value = 0.1>5%) et gamma1 (p-value = 0.1>5%) non significatifs
# Or, dans un GJR-GARCH, on impose alpha1 >= 0 et la présence d'effet de levier
# implique que gamma1 soit >0
# Donc comme alpha1 doit être >= 0, nous pouvons le fixer à 0
```

```r
spec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1), include.mean=FALSE),
                   distribution.model="sged", fixed.pars=list(alpha1=0))
fit5= ugarchfit(spec = spec5, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit5)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : gjrGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error     t value Pr(>|t|)
## ar1    -0.007331    0.000000 -94480.5794        0
## ma1    -0.007887    0.000000 -94479.6941        0
## omega   0.000001    0.000000      7.9662        0
## alpha1  0.000000          NA          NA       NA
## beta1   0.900000    0.000070  12906.5198        0
## gamma1  0.050000    0.000004  13033.2553        0
## skew    1.000000    0.000066  15136.3805        0
## shape   2.000000    0.000128  15653.3023        0
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1    -0.007331          NA       NA       NA
```

```
## ma1    -0.007887          NA       NA       NA
## omega   0.000001          NA       NA       NA
## alpha1  0.000000          NA       NA       NA
## beta1   0.900000          NA       NA       NA
## gamma1  0.050000          NA       NA       NA
## skew    1.000000          NA       NA       NA
## shape   2.000000          NA       NA       NA
##
## LogLikelihood : 2001.27
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -1.8015
## Bayes        -1.7835
## Shibata      -1.8015
## Hannan-Quinn -1.7949
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic   p-value
## Lag[1]                      7.897 4.950e-03
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     8.727 2.556e-10
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     9.754 1.173e-02
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      3.669 0.05544
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     3.744 0.28784
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     3.793 0.62402
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.09826 0.500 2.000  0.7539
## ARCH Lag[5]   0.12865 1.440 1.667  0.9813
## ARCH Lag[7]   0.14460 2.315 1.543  0.9986
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  NaN
## Individual Statistics:
## ar1    NaN
## ma1    NaN
## omega  NaN
## beta1  NaN
## gamma1 NaN
## skew   NaN
## shape  NaN
##
```

```
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.69 1.9 2.35
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           1.5946 1.109e-01
## Negative Sign Bias  0.2656 7.906e-01
## Positive Sign Bias  4.8524 1.305e-06 ***
## Joint Effect       25.1491 1.437e-05 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20      1742            0
## 2    30      2406            0
## 3    40      2984            0
## 4    50      3511            0
##
##
## Elapsed time : 0.120429
```

```
# Ne converge plus donc nous rejetons ce modèle
```

```
spec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sstd")
fit5= ugarchfit(spec = spec5, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit5)
```

b.2) Modèle GJR-GARCH(1,1) - ARMA(1,1) - $\varepsilon \sim$ sstd

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : gjrGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
## mu      0.000035    0.000409  0.084739 0.932469
## ar1     0.258041    0.217747  1.185048 0.235998
```

```
## ma1    -0.326986    0.212001 -1.542381 0.122981
## omega   0.000040    0.000015  2.667435 0.007643
## alpha1  0.027963    0.014206  1.968374 0.049025
## beta1   0.861954    0.038663 22.294196 0.000000
## gamma1  0.083754    0.034789  2.407502 0.016062
## skew    1.028163    0.028715 35.805201 0.000000
## shape   3.968260    0.359059 11.051842 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
## mu      0.000035    0.000436  0.079356 0.936750
## ar1     0.258041    0.201281  1.281995 0.199844
## ma1    -0.326986    0.195047 -1.676447 0.093651
## omega   0.000040    0.000025  1.607374 0.107972
## alpha1  0.027963    0.013092  2.135930 0.032685
## beta1   0.861954    0.062493 13.792830 0.000000
## gamma1  0.083754    0.056894  1.472095 0.140995
## skew    1.028163    0.027003 38.076417 0.000000
## shape   3.968260    0.432295  9.179518 0.000000
##
## LogLikelihood : 5412.218
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8810
## Bayes        -4.8578
## Shibata      -4.8810
## Hannan-Quinn -4.8725
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.4602  0.4975
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.3821  0.9993
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.3486  0.8310
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      6.315 0.01197
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     6.601 0.06472
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     6.836 0.21332
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.06008 0.500 2.000  0.8064
## ARCH Lag[5]   0.30026 1.440 1.667  0.9402
## ARCH Lag[7]   0.41610 2.315 1.543  0.9853
##
```

```
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.8774
## Individual Statistics:
## mu     0.1909
## ar1    0.1973
## ma1    0.2003
## omega  0.2928
## alpha1 0.1642
## beta1  0.3119
## gamma1 0.2569
## skew   0.1250
## shape  0.4808
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                     t-value      prob sig
## Sign Bias            1.5055 1.323e-01
## Negative Sign Bias  0.3351 7.375e-01
## Positive Sign Bias  4.4385 9.505e-06 ***
## Joint Effect       20.3268 1.452e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     37.83     0.006230
## 2    30     44.40     0.033610
## 3    40     67.55     0.003056
## 4    50     68.34     0.035252
##
##
## Elapsed time : 1.077778
```

```
# mu n'étant pas significatif (p-value = 0.93>5%), nous le retirons du modèle
```

```
spec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,0), include.mean=FALSE),
                   distribution.model="sstd")
fit5= ugarchfit(spec = spec5, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit5)
```

```
##
## *----------------------------------*
## *          GARCH Model Fit         *
## *----------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
```

```
## GARCH Model  : gjrGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,0)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1    -0.067021    0.020199  -3.3180 0.000907
## omega   0.000041    0.000016   2.6292 0.008559
## alpha1  0.027457    0.014132   1.9429 0.052024
## beta1   0.859525    0.039982  21.4981 0.000000
## gamma1  0.086719    0.035684   2.4302 0.015089
## skew    1.029626    0.025123  40.9837 0.000000
## shape   3.979200    0.360147  11.0488 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1    -0.067021    0.019029  -3.5221 0.000428
## omega   0.000041    0.000026   1.5531 0.120392
## alpha1  0.027457    0.012995   2.1130 0.034604
## beta1   0.859525    0.065945  13.0340 0.000000
## gamma1  0.086719    0.058144   1.4915 0.135842
## skew    1.029626    0.023467  43.8752 0.000000
## shape   3.979200    0.433592   9.1773 0.000000
##
## LogLikelihood : 5411.346
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8820
## Bayes        -4.8639
## Shibata      -4.8820
## Hannan-Quinn -4.8754
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.3414  0.5590
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]    0.3467  0.9901
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]    0.9809  0.9497
## d.o.f=1
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      5.951 0.01471
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     6.232 0.07927
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     6.465 0.24828
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
```

```
##              Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.05527 0.500 2.000  0.8141
## ARCH Lag[5]   0.29250 1.440 1.667  0.9422
## ARCH Lag[7]   0.40986 2.315 1.543  0.9858
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.5635
## Individual Statistics:
## ar1    0.1482
## omega  0.2999
## alpha1 0.1595
## beta1  0.3171
## gamma1 0.2629
## skew   0.1232
## shape  0.4992
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.69 1.9 2.35
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.9168 0.3593469
## Negative Sign Bias  0.5517 0.5811978
## Positive Sign Bias  4.1129 0.0000405 ***
## Joint Effect       18.5299 0.0003419 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     35.14      0.01343
## 2    30     47.00      0.01861
## 3    40     57.29      0.02954
## 4    50     66.71      0.04689
##
##
## Elapsed time : 0.980942
```

```
# omega (p-value = 0.12>5%) et gamma1 (p-value = 0.13>5%) non significatifs
# Or, dans un GJR-GARCH, on impose omega>0  pour satisfaire la condition de positivité
# de la variance conditionnelle et gamma1>0 la prise en compte de l'effet taille
# Nous rejetons donc ce modèle
```

---

c) Modèle EGARCH

```r
spec4 = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sged")
fit4= ugarchfit(spec = spec4, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit4)
```

c.1) Modèle EGARCH(1,1) - ARMA(1,1) - $\varepsilon \sim$ sged

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : eGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000189    0.000129  -1.4721 0.141006
## ar1     0.272036    0.028049   9.6984 0.000000
## ma1    -0.348850    0.026139 -13.3459 0.000000
## omega  -0.270124    0.036504  -7.3999 0.000000
## alpha1 -0.035506    0.013240  -2.6818 0.007322
## beta1   0.964404    0.004771 202.1191 0.000000
## gamma1  0.131073    0.041151   3.1851 0.001447
## skew    0.976924    0.016145  60.5111 0.000000
## shape   1.043955    0.038088  27.4089 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000189    0.000049  -3.8907 0.000100
## ar1     0.272036    0.006461  42.1035 0.000000
## ma1    -0.348850    0.009038 -38.5993 0.000000
## omega  -0.270124    0.074298  -3.6357 0.000277
## alpha1 -0.035506    0.025045  -1.4177 0.156288
## beta1   0.964404    0.009563 100.8465 0.000000
## gamma1  0.131073    0.095682   1.3699 0.170725
## skew    0.976924    0.016847  57.9897 0.000000
## shape   1.043955    0.068828  15.1676 0.000000
##
## LogLikelihood : 5400.463
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8703
## Bayes        -4.8472
## Shibata      -4.8704
## Hannan-Quinn -4.8619
```

```
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.965  0.1610
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.929  0.5169
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.933  0.4690
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.703 0.005512
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     8.022 0.029099
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     8.277 0.113694
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]    0.0700 0.500 2.000  0.7913
## ARCH Lag[5]    0.3481 1.440 1.667  0.9272
## ARCH Lag[7]    0.4832 2.315 1.543  0.9799
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.4696
## Individual Statistics:
## mu     0.3579
## ar1    0.2128
## ma1    0.2038
## omega  0.1277
## alpha1 0.2008
## beta1  0.1323
## gamma1 0.1328
## skew   0.1188
## shape  0.3608
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7252 4.684e-01
## Negative Sign Bias  1.2439 2.137e-01
## Positive Sign Bias  4.0456 5.398e-05 ***
## Joint Effect       18.7756 3.042e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
```

```
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     38.38     0.005314
## 2    30     41.53     0.061875
## 3    40     59.64     0.018255
## 4    50     66.80     0.046165
##
##
## Elapsed time : 1.611274
```

```
# alpha1 (p-value = 0.15>5%) et gamma1 (p-value = 0.17>5%) non significatifs
# Or, dans un EGARCH, alpha1<0 pour la prise en compte de l'effet de levier
# et gamma1>0 pour la prise en compte de l'effet taille
# Donc ce modèle n'est pas le bon
```

```
spec4 = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sstd")
fit4= ugarchfit(spec = spec4, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit4)
```

c.2) Modèle EGARCH(1,1) - ARMA(1,1) - $\varepsilon \sim$ **sstd**

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : eGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000078    0.000393  -0.19983 0.841616
## ar1     0.244470    0.094728   2.58077 0.009858
## ma1    -0.310393    0.091912  -3.37706 0.000733
## omega  -0.283845    0.031102  -9.12632 0.000000
## alpha1 -0.045365    0.011879  -3.81903 0.000134
## beta1   0.962447    0.004006 240.27904 0.000000
## gamma1  0.120069    0.047792   2.51231 0.011994
## skew    1.023176    0.028276  36.18568 0.000000
## shape   3.988945    0.341617  11.67667 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000078    0.000436 -0.18007 0.857096
## ar1     0.244470    0.041836  5.84350 0.000000
## ma1    -0.310393    0.042724 -7.26514 0.000000
```

```
## omega  -0.283845    0.084814 -3.34669 0.000818
## alpha1 -0.045365    0.024388 -1.86012 0.062868
## beta1   0.962447    0.010923 88.11127 0.000000
## gamma1  0.120069    0.119951  1.00099 0.316833
## skew    1.023176    0.026617 38.44090 0.000000
## shape   3.988945    0.499973  7.97832 0.000000
##
## LogLikelihood : 5416.131
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8845
## Bayes        -4.8613
## Shibata      -4.8845
## Hannan-Quinn -4.8760
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.7574  0.3842
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.4872  0.9982
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.4027  0.8206
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      6.978 0.008252
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.220 0.045858
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.419 0.166519
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07429 0.500 2.000  0.7852
## ARCH Lag[5]   0.28729 1.440 1.667  0.9436
## ARCH Lag[7]   0.39361 2.315 1.543  0.9870
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.7925
## Individual Statistics:
## mu     0.2206
## ar1    0.2652
## ma1    0.2638
## omega  0.1775
## alpha1 0.1066
## beta1  0.1788
## gamma1 0.1684
## skew   0.1044
## shape  0.4899
```

```
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.8261 4.088e-01
## Negative Sign Bias  1.1339 2.570e-01
## Positive Sign Bias  4.2711 2.027e-05 ***
## Joint Effect       20.5766 1.289e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     26.85     0.108216
## 2    30     56.98     0.001446
## 3    40     51.51     0.086591
## 4    50     58.45     0.167138
##
##
## Elapsed time : 0.6511302
```

```
# mu n'étant pas significatif (p-value = 0.85>5%), nous le retirons du modèle
```

```
spec4 = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1), include.mean=FALSE),
                   distribution.model="sstd")
fit4= ugarchfit(spec = spec4, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit4)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : eGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1      0.247114    0.155451   1.5897 0.111911
## ma1     -0.313080    0.150963  -2.0739 0.038090
## omega   -0.283764    0.032205  -8.8113 0.000000
## alpha1  -0.045127    0.011842  -3.8106 0.000139
## beta1    0.962476    0.004132 232.9512 0.000000
## gamma1   0.120037    0.049376   2.4311 0.015054
```

```
## skew    1.025845    0.024923  41.1609 0.000000
## shape   3.990228    0.340500  11.7187 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1     0.247114    0.104576  2.36301 0.018127
## ma1    -0.313080    0.099738 -3.13901 0.001695
## omega  -0.283764    0.091128 -3.11392 0.001846
## alpha1 -0.045127    0.024672 -1.82909 0.067387
## beta1   0.962476    0.011677 82.42378 0.000000
## gamma1  0.120037    0.129222  0.92892 0.352932
## skew    1.025845    0.023586 43.49414 0.000000
## shape   3.990228    0.510561  7.81538 0.000000
##
## LogLikelihood : 5416.111
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8854
## Bayes        -4.8648
## Shibata      -4.8854
## Hannan-Quinn -4.8778
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.7546  0.3850
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.4881  0.9982
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.3985  0.8215
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      6.971 0.008284
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.211 0.046086
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.410 0.167220
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07363 0.500 2.000  0.7861
## ARCH Lag[5]   0.28621 1.440 1.667  0.9439
## ARCH Lag[7]   0.39178 2.315 1.543  0.9871
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.6159
## Individual Statistics:
## ar1    0.2673
## ma1    0.2662
```

```
## omega  0.1767
## alpha1 0.1052
## beta1  0.1779
## gamma1 0.1690
## skew   0.1033
## shape  0.4894
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.89 2.11 2.59
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7912 4.289e-01
## Negative Sign Bias  1.1540 2.486e-01
## Positive Sign Bias  4.2539 2.189e-05 ***
## Joint Effect       20.5604 1.299e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     31.62     0.034485
## 2    30     53.21     0.003985
## 3    40     55.63     0.040919
## 4    50     55.65     0.238843
##
##
## Elapsed time : 0.6060679
```

```
# alpha1 (p-value = 0.06>5%) et gamma1 (p-value = 0.35>5%)
# non significatifs
# Or, dans un EGARCH, alpha1<0 pour la prise en compte de l'effet de levier
# et gamma1>0 pour la prise en compte de l'effet taille
# Donc ce modèle n'est pas le bon
```

I.3 - Modèles ARCH,GARCH symétriques

Les modèles symétriques n'étant pas adaptés à nos données (ne prend pas en compte l'effet de levier), nous ne testons pas plusieurs distributions : nous retenons directement la sGED, identifiée via l'APARCH comme la distribution la moins inadéquate parmi celles testées.

a) Modèle IGARCH

```
spec3 = ugarchspec(variance.model=list(model="iGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1)),
                   distribution.model="sged")
fit3 = ugarchfit(spec = spec3, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit3)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : iGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
## mu      0.000029    0.000064   0.44958 0.653012
## ar1     0.331877    0.015277  21.72410 0.000000
## ma1    -0.407107    0.015574 -26.14034 0.000000
## omega   0.000010    0.000002   4.08239 0.000045
## alpha1  0.096587    0.014384   6.71492 0.000000
## beta1   0.903413          NA        NA       NA
## skew    0.984334    0.014199  69.32594 0.000000
## shape   1.016987    0.038597  26.34870 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000029    0.000011   2.5308 0.011380
## ar1     0.331877    0.004088  81.1843 0.000000
## ma1    -0.407107    0.005502 -73.9888 0.000000
## omega   0.000010    0.000003   4.0096 0.000061
## alpha1  0.096587    0.014831   6.5126 0.000000
## beta1   0.903413          NA       NA       NA
## skew    0.984334    0.013402  73.4457 0.000000
## shape   1.016987    0.048380  21.0210 0.000000
##
## LogLikelihood : 5385.81
```

```
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8589
## Bayes        -4.8409
## Shibata      -4.8589
## Hannan-Quinn -4.8523
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      1.509  0.2193
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     2.749  0.6325
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     4.770  0.5069
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      8.567 0.003423
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     9.449 0.012732
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    10.115 0.047413
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07961 0.500 2.000  0.7778
## ARCH Lag[5]   0.69211 1.440 1.667  0.8259
## ARCH Lag[7]   0.99085 2.315 1.543  0.9150
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  2.0361
## Individual Statistics:
## mu     0.3739
## ar1    0.2503
## ma1    0.2402
## omega  0.6706
## alpha1 0.3659
## skew   0.1405
## shape  0.4453
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.69 1.9 2.35
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value     prob sig
## Sign Bias           0.6036 0.546145
## Negative Sign Bias  0.9046 0.365778
```

```
## Positive Sign Bias  2.7430 0.006138 ***
## Joint Effect        8.5428 0.036030  **
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     39.82     0.003454
## 2    30     47.49     0.016589
## 3    40     64.16     0.006778
## 4    50     63.19     0.083713
##
##
## Elapsed time : 0.919116
```

```
# Tous les coefficients sont significatifs

# Test de Ljung-Box pondérée sur les résidus standardisés :
# Toutes le p-value sont >5% donc on accepte H0, pas d'autocorrélation dans les
# aléas du ARMA(1,1).

# Test d'Engle appliquée aux résidus standardisés et ce pour différents retards :
# Toutes les p-value sont >5% on accepte ainsi H0 : l'hypothèse d'abscence de
# cluster de volatilité.

# Test de stabilité de Nyblom :
# La valeur calculée de la statistique jointe (2.0) est supérieur à la valeur
# tabulée jointe (1.9) donc on rejette H0 ainsi tous les coefficients ne sont pas
# stable dans le temps. Cela indique qu'il y a au moins un coefficient qui n'est
# pas stable dans le temps. On voit que c'est omega qui ne l'est pas car la valeur
# de sa statitique individuelle (0.6) est supérieur à la valeur tabulée
# individuellle (0.47)

# Test du signe du biais :
# * La p-value de la statistique de l'effet joint (0.03) < 5%
#   donc on rejette H0 ainsi présence d’au moins un effet d’asymétrie (signe ou taille)
# * La p-value de la statistique du signe du biais (0.5) > 5%
#   donc on accepte H0 : abscence d'effet signe
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc négatif (0.3) > 5%
#   donc on accepte H0 : pas d’effet taille d’un choc négatif
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc positif (0.006) < 5%
#   donc on rejette H0 ainsi présence d’un effet taille d'un choc positif

# Test d'adéquation entre la distribution supposé et la distribution empirique
# des résidus standardisés :
# Les p-values étant globalement < 5 %, on rejette H0 l’adéquation entre la
# distribution supposée et la distribution empirique.
```

```
sgedigarch=newsimpact(z=NULL, fit3)

# plot(sgedigarch$zx,sgedigarch$zy, xlab=sgedigarch$xexpr,ylab=sgedigarch$yexpr ,
#      type="l", main = "Courbe des impacts des nouvelles dans le iGARCH")
# Warning :aucun argument trouvé pour min ; Inf est renvoyé
# Warning :aucun argument pour max ; -Inf est renvoyé
```

b) Modèle GARCH-M

```
spec2 = ugarchspec(mean.model=list(armaOrder=c(1,1),archm=TRUE),
                   distribution.model="sged")
fit2 = ugarchfit(spec = spec2,data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit2)
```

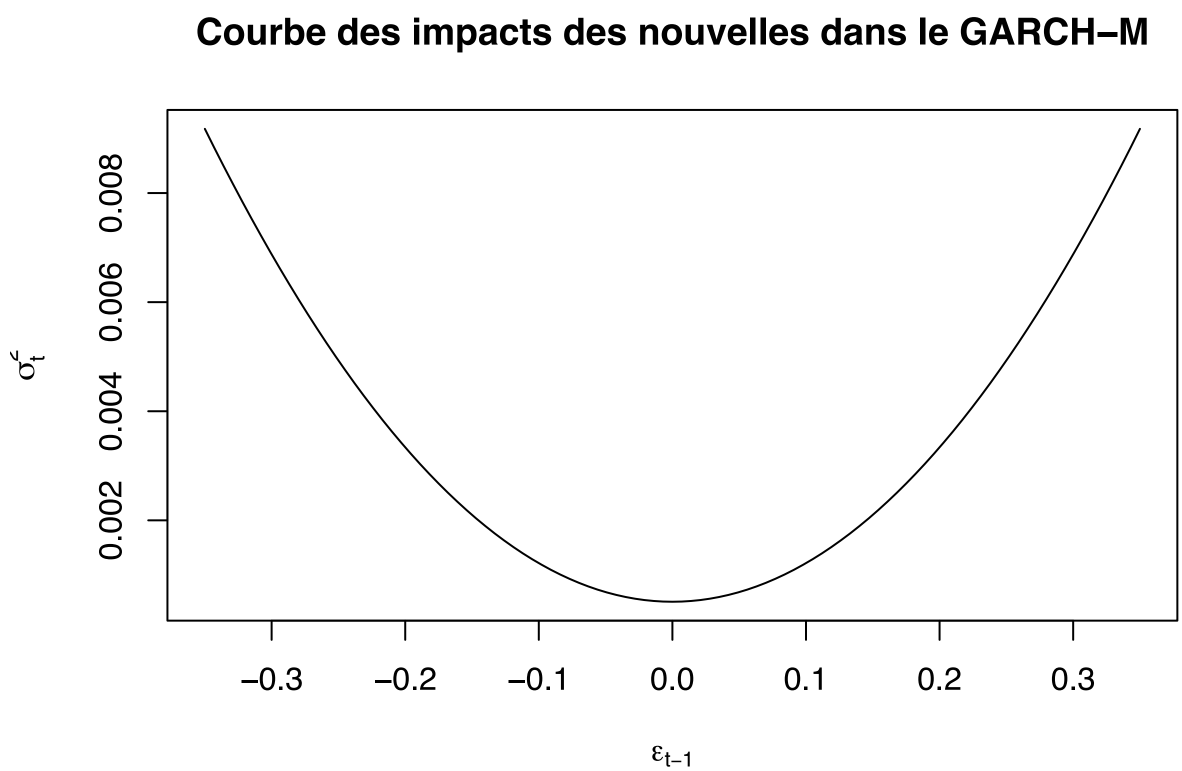
```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : sGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000875    0.000286  -3.0556 0.002246
## ar1     0.304527    0.022430  13.5769 0.000000
## ma1    -0.381172    0.021045 -18.1123 0.000000
## archm   0.046852    0.012387   3.7823 0.000155
## omega   0.000028    0.000008   3.6445 0.000268
## alpha1  0.070773    0.014534   4.8693 0.000001
## beta1   0.878290    0.023392  37.5464 0.000000
## skew    0.993377    0.025275  39.3035 0.000000
## shape   1.054118    0.039438  26.7284 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu     -0.000875    0.000235  -3.7232 0.000197
## ar1     0.304527    0.009997  30.4625 0.000000
## ma1    -0.381172    0.008229 -46.3182 0.000000
## archm   0.046852    0.009654   4.8530 0.000001
## omega   0.000028    0.000009   3.1545 0.001607
## alpha1  0.070773    0.017179   4.1197 0.000038
## beta1   0.878290    0.025895  33.9169 0.000000
## skew    0.993377    0.029363  33.8313 0.000000
## shape   1.054118    0.063466  16.6092 0.000000
##
## LogLikelihood : 5396.102
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8664
## Bayes        -4.8432
## Shibata      -4.8664
## Hannan-Quinn -4.8579
##
```

```
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                          statistic p-value
## Lag[1]                       2.217  0.1365
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]      3.389  0.2548
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]      5.531  0.3408
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                          statistic  p-value
## Lag[1]                       8.968 0.002748
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]      9.554 0.011975
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]      9.935 0.051810
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07799 0.500 2.000  0.7800
## ARCH Lag[5]   0.45608 1.440 1.667  0.8965
## ARCH Lag[7]   0.63570 2.315 1.543  0.9645
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.5732
## Individual Statistics:
## mu     0.31179
## ar1    0.21912
## ma1    0.21599
## archm  0.32403
## omega  0.16904
## alpha1 0.06667
## beta1  0.16290
## skew   0.11466
## shape  0.39490
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                     t-value      prob sig
## Sign Bias            0.9788 0.3277958
## Negative Sign Bias   1.1834 0.2367777
## Positive Sign Bias   3.4790 0.0005131 ***
## Joint Effect        13.5816 0.0035337 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
```

```
## 1    20     31.80      0.03292
## 2    30     45.97      0.02361
## 3    40     52.20      0.07688
## 4    50     60.44      0.12672
##
##
## Elapsed time : 1.672748
```

```r
# Tous les coefficients sont significatifs notamment c, la prime de risque, et
# alpha1 et beta1 (avec bien [alpha1+beta1]<1)

# Test de Ljung-Box pondérée sur les résidus standardisés :
# Toutes le p-value sont >5% donc on accepte H0, pas d'autocorrélation dans les
# aléas du ARMA(1,1).

# Test d'Engle appliquée aux résidus standardisés et ce pour différents retards :
# Toutes les p-value sont >5% on accepte ainsi H0 : l'hypothèse d'abscence de
# cluster de volatilité.

# Test de stabilité de Nyblom :
# La valeur calculée de la statistique jointe (1.5) est inférieur à la valeur
# tabulée jointe (2.32) ainsi on accepte H0 : tous les coefficients sont
# stable dans le temps.

# Test du signe du biais :
# * La p-value de la statistique de l'effet joint (0.003) < 5%
#   donc on rejette H0 ainsi présence d'au moins un effet d'asymétrie (signe ou taille)
# * La p-value de la statistique du signe du biais (0.3) > 5%
#   donc on accepte H0 : abscence d'effet signe
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc négatif (0.2) > 5%
#   donc on accepte H0 : pas d'effet taille d'un choc négatif
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc positif (0.000) < 5%
#   donc on rejette H0 ainsi présence d'un effet taille d'un choc positif

# Test d'adéquation entre la distribution supposé et la distribution empirique
# des résidus standardisés :
# Les p-values étant globalement < 5 %, on rejette H0 l'adéquation entre la
# distribution supposée et la distribution empirique.
```

```r
sgedgarchm=newsimpact(z=NULL, fit2)

plot(sgedgarchm$zx,sgedgarchm$zy, xlab=sgedgarchm$xexpr,ylab=sgedgarchm$yexpr ,
     type="l", main = "Courbe des impacts des nouvelles dans le GARCH-M")
```




```
# D’une part, les chocs positifs (bonnes nouvelles) et négatifs (mauvaises
# nouvelles) semblent avoir un impact de même intensité.
# D’autre part, l’amplitude du choc joue un rôle : plus la nouvelle est extrême
# (très bonne ou très mauvaise), plus l’impact est important.
```

c) Modèle GARCH

```
spec1 = ugarchspec(distribution.model="sged")
fit1 = ugarchfit(spec = spec1, data = rt,out.sample=length(rtt),solver="hybrid")
show(fit1)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : sGARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sged
##
## Optimal Parameters
```

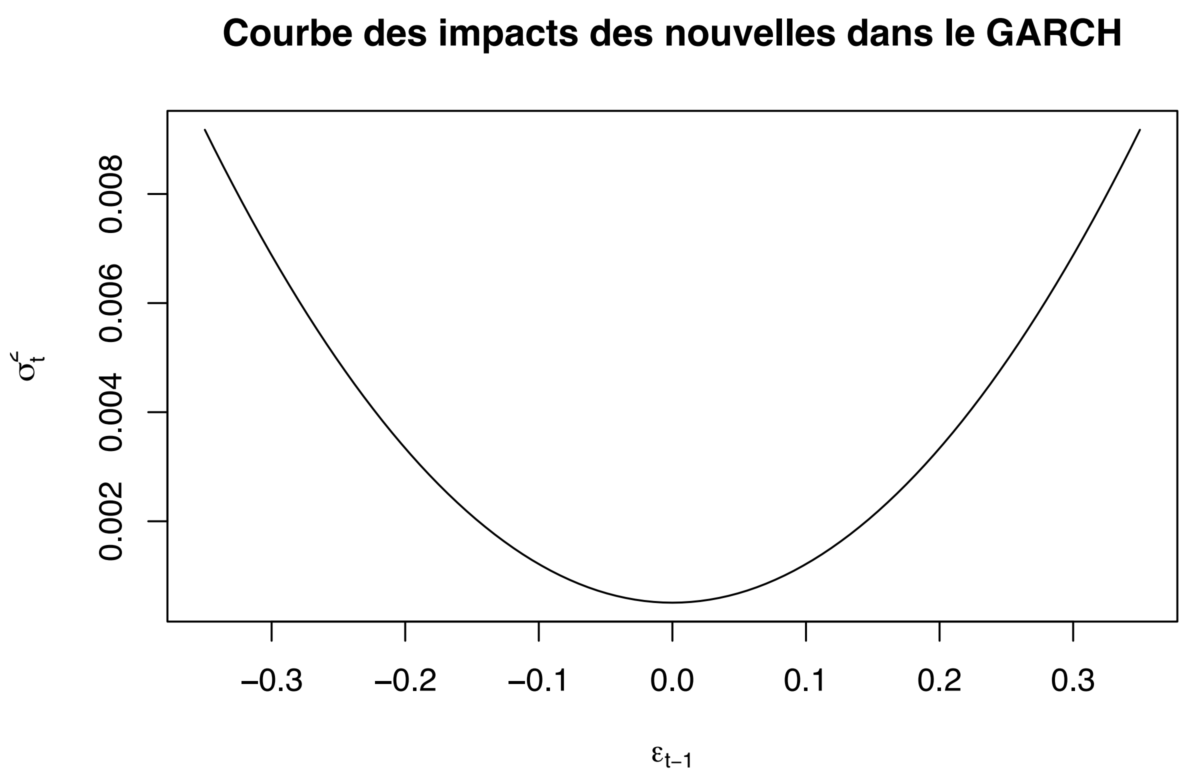
```
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000087    0.000077   1.1375 0.255338
## ar1     0.311450    0.017314  17.9881 0.000000
## ma1    -0.387274    0.016675 -23.2245 0.000000
## omega   0.000028    0.000008   3.2819 0.001031
## alpha1  0.070148    0.015932   4.4028 0.000011
## beta1   0.878879    0.026180  33.5705 0.000000
## skew    0.987903    0.016129  61.2494 0.000000
## shape   1.054172    0.039304  26.8207 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## mu      0.000087    0.000021   4.1969 0.000027
## ar1     0.311450    0.005763  54.0455 0.000000
## ma1    -0.387274    0.005379 -71.9980 0.000000
## omega   0.000028    0.000011   2.5191 0.011765
## alpha1  0.070148    0.022347   3.1390 0.001695
## beta1   0.878879    0.034375  25.5676 0.000000
## skew    0.987903    0.015950  61.9393 0.000000
## shape   1.054172    0.062817  16.7817 0.000000
##
## LogLikelihood : 5395.902
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8671
## Bayes        -4.8465
## Shibata      -4.8671
## Hannan-Quinn -4.8596
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      2.111  0.1463
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     3.279  0.3091
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     5.389  0.3695
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      8.868 0.002901
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     9.457 0.012675
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     9.829 0.054561
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07697 0.500 2.000  0.7814
## ARCH Lag[5]   0.44417 1.440 1.667  0.9000
```

```
## ARCH Lag[7]   0.62334 2.315 1.543  0.9659
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.5133
## Individual Statistics:
## mu     0.3313
## ar1    0.2018
## ma1    0.1971
## omega  0.1684
## alpha1 0.0710
## beta1  0.1638
## skew   0.1294
## shape  0.3908
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          1.89 2.11 2.59
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias            1.073 0.2835735
## Negative Sign Bias   1.142 0.2535567
## Positive Sign Bias   3.517 0.0004447 ***
## Joint Effect        13.715 0.0033194 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     31.58      0.03481
## 2    30     42.78      0.04775
## 3    40     52.05      0.07884
## 4    50     59.26      0.14959
##
##
## Elapsed time : 1.224235
```

```
# Tous les coefficients sont significatifs dont omega et alpha1 et beta1
# (avec bien [alpha1+beta1]<1)


# Test de Ljung-Box pondérée sur les résidus standardisés :
# Toutes le p-value sont >5% donc on accepte H0, pas d'autocorrélation dans les
# aléas du ARMA(1,1).

# Test d'Engle appliquée aux résidus standardisés et ce pour différents retards :
# Toutes les p-value sont >5% on accepte ainsi H0 : l'hypothèse d'abscence de
# cluster de volatilité.

# Test de stabilité de Nyblom :
# La valeur calculée de la statistique jointe (1.5) est inférieur à la valeur
# tabulée jointe (2.11) donc on accepte H0 : tous les coefficients sont
```

```
# stable dans le temps.

# Test du signe du biais :
# * La p-value de la statistique de l'effet joint (0.003) < 5%
#   donc on rejette H0 ainsi présence d'au moins un effet d'asymétrie (signe ou taille)
# * La p-value de la statistique du signe du biais (0.2) > 5%
#   donc on accepte H0 : abscence d'effet signe
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc négatif (0.2) > 5%
#   donc on accepte H0 : pas d'effet taille d'un choc négatif
# * La p-value de la statistique liees aux effets taille d'un choc positif (0.00) < 5%
#   donc on rejette H0 ainsi présence d'un effet taille d'un choc positif

# Test d'adéquation entre la distribution supposé et la distribution empirique
# des résidus standardisés :
# Les p-values étant globalement < 5 %, donc on rejette H0 ainsi non adéquation entre la
# distribution supposée et la distribution empirique.
```

```
sgedgarch=newsimpact(z=NULL, fit2)

plot(sgedgarch$zx,sgedgarch$zy, xlab=sgedgarch$xexpr,ylab=sgedgarch$yexpr ,
     type="l", main = "Courbe des impacts des nouvelles dans le GARCH")
```




```
# Ce qu'on observe est identique à GARCH-M
# D'une part, les chocs positifs (bonnes nouvelles) et négatifs (mauvaises
# nouvelles) semblent avoir un impact de même intensité.
```

```
# D'autre part, l'amplitude du choc joue un rôle : plus la nouvelle est extrême
# (très bonne ou très mauvaise), plus l'impact est important.
```

I.4 - Modèle choisi

a) Choix du modèle

Le choix final du modèle se fait parmi les spécifications asymétriques valides, car ce sont elles qui permettent de prendre en compte un éventuel effet de levier. Deux modèles candidats ressortent :

- apARCH(1,1)–ARMA(1,1) avec $\varepsilon \sim$ sGED
- apARCH(1,1)–ARMA(1,1) avec $\varepsilon \sim$ sSTD

Les deux spécifications sont pratiquement identiques ; la seule différence provient de la distribution des innovations. Dans les deux cas, le test de Pearson ajusté présente une seule p-value supérieure à 5%, ce qui indique un ajustement imparfait.

Dès lors, la sélection s'appuie principalement sur un critère d'information : le BIC est légèrement plus faible (donc meilleur) pour la spécification sSTD ($-4{,}8657$) que pour la sGED ($-4{,}8478$). Nous retenons donc le modèle : apARCH(1,1)–ARMA(1,1) avec $\varepsilon \sim$ sSTD

b) Ajout de la saisonnalité

Maintenant que le modèle de base est retenu, nous l'enrichissons en intégrant des **effets de saisonnalité** afin de capter d'éventuelles régularités calendaires : une saisonnalité **dans la moyenne** (effet **mercredi**) ainsi qu'une saisonnalité **dans la variance** (effets **vendredi** et **janvier**).

```r
T <- length(rte)
jour=format(dates_rte, format = "%A")
mois=format(dates_rte, format = "%B")
moisrte=mois[1:T]
janvier = as.integer(moisrte=="janvier")
jourrte=jour[1:T]
vendredi=as.integer(jourrte=="vendredi")
mercredi=as.integer(jourrte=="mercredi")
```

```r
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1), include.mean=FALSE,
                                   external.regressors=as.matrix(mercredi)),
                   distribution.model="sstd", fixed.pars=list(delta=1))
fit6 = ugarchfit(spec=spec6, data = rte, solver="hybrid")
show(fit6)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
```

```
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1     0.231545    0.046333  4.99741 0.000001
## ma1    -0.295690    0.045538 -6.49332 0.000000
## mxreg1 -0.000292    0.000902 -0.32395 0.745977
## omega   0.001020    0.000380  2.68392 0.007276
## alpha1  0.071124    0.015901  4.47305 0.000008
## beta1   0.905661    0.024249 37.34908 0.000000
## gamma1  0.466944    0.135780  3.43897 0.000584
## delta   1.000000          NA       NA       NA
## skew    1.023410    0.025573 40.01865 0.000000
## shape   4.041026    0.367109 11.00769 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
## ar1     0.231545    0.013808  16.76945 0.000000
## ma1    -0.295690    0.012912 -22.89998 0.000000
## mxreg1 -0.000292    0.000924  -0.31639 0.751709
## omega   0.001020    0.000517   1.97063 0.048766
## alpha1  0.071124    0.018582   3.82769 0.000129
## beta1   0.905661    0.032356  27.99071 0.000000
## gamma1  0.466944    0.135305   3.45104 0.000558
## delta   1.000000          NA        NA       NA
## skew    1.023410    0.024393  41.95556 0.000000
## shape   4.041026    0.410848   9.83582 0.000000
##
## LogLikelihood : 5416.982
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8875
## Bayes        -4.8643
## Shibata      -4.8875
## Hannan-Quinn -4.8790
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.7668  0.3812
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.4485  0.9987
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.6479  0.7704
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.376 0.006609
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.611 0.036773
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.831 0.139020
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
```

```
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07383 0.500 2.000  0.7858
## ARCH Lag[5]   0.30036 1.440 1.667  0.9402
## ARCH Lag[7]   0.42873 2.315 1.543  0.9844
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.6583
## Individual Statistics:
## ar1    0.26655
## ma1    0.26561
## mxreg1 0.15990
## omega  0.23161
## alpha1 0.15423
## beta1  0.21030
## gamma1 0.07345
## skew   0.10848
## shape  0.43670
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias            0.773 4.396e-01
## Negative Sign Bias   1.020 3.079e-01
## Positive Sign Bias   4.234 2.389e-05 ***
## Joint Effect        20.258 1.501e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     34.80     0.014764
## 2    30     55.49     0.002171
## 3    40     65.88     0.004549
## 4    50     66.78     0.046368
##
##
## Elapsed time : 1.536131
```

```
# Comme la p-value (0.75) du coefficients associées à la variable mxreg1 (liée à effet
# janvier dans la moyenne) est supérieur à 5%, ce coefficient n'est pas significatif
# donc on ne le garde pas
```

```
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1),
                                       external.regressors=as.matrix(vendredi)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1), include.mean=FALSE),
                   distribution.model="sstd", fixed.pars=list(delta=1))
fit6 = ugarchfit(spec=spec6, data = rte, solver="hybrid")
show(fit6)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error   t value Pr(>|t|)
## ar1     0.233773    0.043264  5.403428 0.000000
## ma1    -0.297734    0.042393 -7.023276 0.000000
## omega   0.001019    0.000436  2.336149 0.019484
## alpha1  0.071055    0.015923  4.462298 0.000008
## beta1   0.905664    0.024418 37.090433 0.000000
## gamma1  0.466363    0.136029  3.428409 0.000607
## delta   1.000000          NA        NA       NA
## vxreg1  0.000000    0.001294  0.000046 0.999963
## skew    1.025143    0.025017 40.977054 0.000000
## shape   4.042604    0.367243 11.007983 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error    t value Pr(>|t|)
## ar1     0.233773    0.012384  18.876596 0.000000
## ma1    -0.297734    0.012456 -23.902825 0.000000
## omega   0.001019    0.000526   1.938302 0.052586
## alpha1  0.071055    0.018765   3.786590 0.000153
## beta1   0.905664    0.033080  27.377822 0.000000
## gamma1  0.466363    0.135537   3.440843 0.000580
## delta   1.000000          NA         NA       NA
## vxreg1  0.000000    0.001386   0.000043 0.999966
## skew    1.025143    0.023852  42.979519 0.000000
## shape   4.042604    0.410405   9.850272 0.000000
##
## LogLikelihood : 5416.933
##
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8874
## Bayes        -4.8642
## Shibata      -4.8875
## Hannan-Quinn -4.8790
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.7392  0.3899
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.4183  0.9990
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.6052  0.7795
```

```
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic  p-value
## Lag[1]                      7.378 0.006602
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.613 0.036737
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.832 0.138956
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07412 0.500 2.000  0.7854
## ARCH Lag[5]   0.30019 1.440 1.667  0.9402
## ARCH Lag[7]   0.42761 2.315 1.543  0.9845
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.7265
## Individual Statistics:
## ar1    0.26981
## ma1    0.26892
## omega  0.23121
## alpha1 0.15409
## beta1  0.21044
## gamma1 0.07167
## vxreg1 0.27285
## skew   0.10852
## shape  0.43527
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7446 4.566e-01
## Negative Sign Bias  1.0343 3.011e-01
## Positive Sign Bias  4.2187 2.556e-05 ***
## Joint Effect       20.2334 1.518e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     33.26      0.02241
## 2    30     46.52      0.02083
## 3    40     59.63      0.01831
## 4    50     61.85      0.10283
##
##
```

```
## Elapsed time : 0.753751
```

```r
# Comme la p-value (0.99) du coefficients associées à la variable vxreg1 (liée à effet
# vendredi dans la variance) est supérieur à 5%, ce coefficient n'est pas significatif
# donc on ne le garde pas
```

```r
spec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1),
                                       external.regressors=as.matrix(janvier)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1), include.mean=FALSE),
                   distribution.model="sstd", fixed.pars=list(delta=1))
fit6 = ugarchfit(spec=spec6, data = rte, solver="hybrid")
show(fit6)
```

```
##
## *---------------------------------*
## *          GARCH Model Fit        *
## *---------------------------------*
##
## Conditional Variance Dynamics
## -----------------------------------
## GARCH Model  : apARCH(1,1)
## Mean Model   : ARFIMA(1,0,1)
## Distribution : sstd
##
## Optimal Parameters
## ------------------------------------
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1     0.236550    0.047449  4.98539 0.000001
## ma1    -0.300813    0.046581 -6.45784 0.000000
## omega   0.000982    0.000369  2.65893 0.007839
## alpha1  0.070465    0.015698  4.48883 0.000007
## beta1   0.907261    0.023677 38.31848 0.000000
## gamma1  0.461091    0.135877  3.39345 0.000690
## delta   1.000000          NA       NA       NA
## vxreg1  0.000125    0.000196  0.63846 0.523174
## skew    1.025408    0.025024 40.97737 0.000000
## shape   4.037455    0.366794 11.00741 0.000000
##
## Robust Standard Errors:
##         Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## ar1     0.236550    0.013520  17.49588 0.000000
## ma1    -0.300813    0.013222 -22.75141 0.000000
## omega   0.000982    0.000498   1.97172 0.048642
## alpha1  0.070465    0.018284   3.85388 0.000116
## beta1   0.907261    0.031338  28.95117 0.000000
## gamma1  0.461091    0.135666   3.39873 0.000677
## delta   1.000000          NA        NA       NA
## vxreg1  0.000125    0.000192   0.65251 0.514073
## skew    1.025408    0.023870  42.95743 0.000000
## shape   4.037455    0.410492   9.83565 0.000000
##
## LogLikelihood : 5417.144
##
```

```
## Information Criteria
## ------------------------------------
##
## Akaike       -4.8876
## Bayes        -4.8644
## Shibata      -4.8876
## Hannan-Quinn -4.8791
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                     0.6795  0.4098
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]    1.3372  0.9995
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]    3.4862  0.8041
## d.o.f=2
## H0 : No serial correlation
##
## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
## ------------------------------------
##                         statistic p-value
## Lag[1]                      7.465 0.00629
## Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]     7.699 0.03498
## Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]     7.915 0.13388
## d.o.f=2
##
## Weighted ARCH LM Tests
## ------------------------------------
##             Statistic Shape Scale P-Value
## ARCH Lag[3]   0.07937 0.500 2.000  0.7782
## ARCH Lag[5]   0.30027 1.440 1.667  0.9402
## ARCH Lag[7]   0.42538 2.315 1.543  0.9846
##
## Nyblom stability test
## ------------------------------------
## Joint Statistic:  1.5585
## Individual Statistics:
## ar1    0.27490
## ma1    0.27363
## omega  0.22527
## alpha1 0.14920
## beta1  0.20339
## gamma1 0.06908
## vxreg1 0.13015
## skew   0.10786
## shape  0.43006
##
## Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
## Joint Statistic:          2.1 2.32 2.82
## Individual Statistic:     0.35 0.47 0.75
##
## Sign Bias Test
## ------------------------------------
##                    t-value      prob sig
## Sign Bias           0.7621 4.461e-01
```

```
## Negative Sign Bias  1.0439 2.967e-01
## Positive Sign Bias  4.2259 2.476e-05 ***
## Joint Effect       20.2581 1.501e-04 ***
##
##
## Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
## ------------------------------------
##   group statistic p-value(g-1)
## 1    20     32.90      0.02468
## 2    30     47.68      0.01585
## 3    40     59.16      0.02020
## 4    50     63.25      0.08289
##
##
## Elapsed time : 1.071044
```

```
# Comme la p-value (0.51) du coefficients associées à la variable vxreg1 (liée à effet
# janvier dans la variance) est supérieur à 5%, ce coefficient n'est pas significatif
# donc on ne le garde pas
```

Comme les coefficients associés à ces nouvelles variables de saisonnalité ne sont pas significatifs, nous en concluons que la saisonnalité n'est pas pertinente dans ce cadre et le modèle final ne l'inclura pas.

I.5 - Prévision de la VaR

Pour prévoir la VaR hors échantillon, nous utilisons une **estimation par fenêtre glissante** (*rolling estimation*). Le principe est d'estimer le modèle sur les (T) premières observations, puis de produire une prévision pour la date (T+1) afin d'en déduire la VaR. Ensuite, la fenêtre est décalée d'une observation : le modèle est ré-estimé sur les dates (2) à (T+1), une prévision est réalisée pour (T+2), et ainsi de suite jusqu'à la fin de l'échantillon.

```
# En raison d'une erreur lors de la production du graphique, j'ai dû modifier la procédure :

# Sécurisation des données
stopifnot(inherits(rt, "xts")) # rt doit être xts avec un index Date
stopifnot(is.numeric(coredata(rt))) # rendements numériques

if (!inherits(rtt, "xts")) {
  h <- length(rtt) # h = taille de la période test
  rtt <- tail(rt, h) # rtt devient un xts aligné sur les dernières dates
}

forecast_len <- NROW(rtt) # longueur de prévision hors-échantillon
```

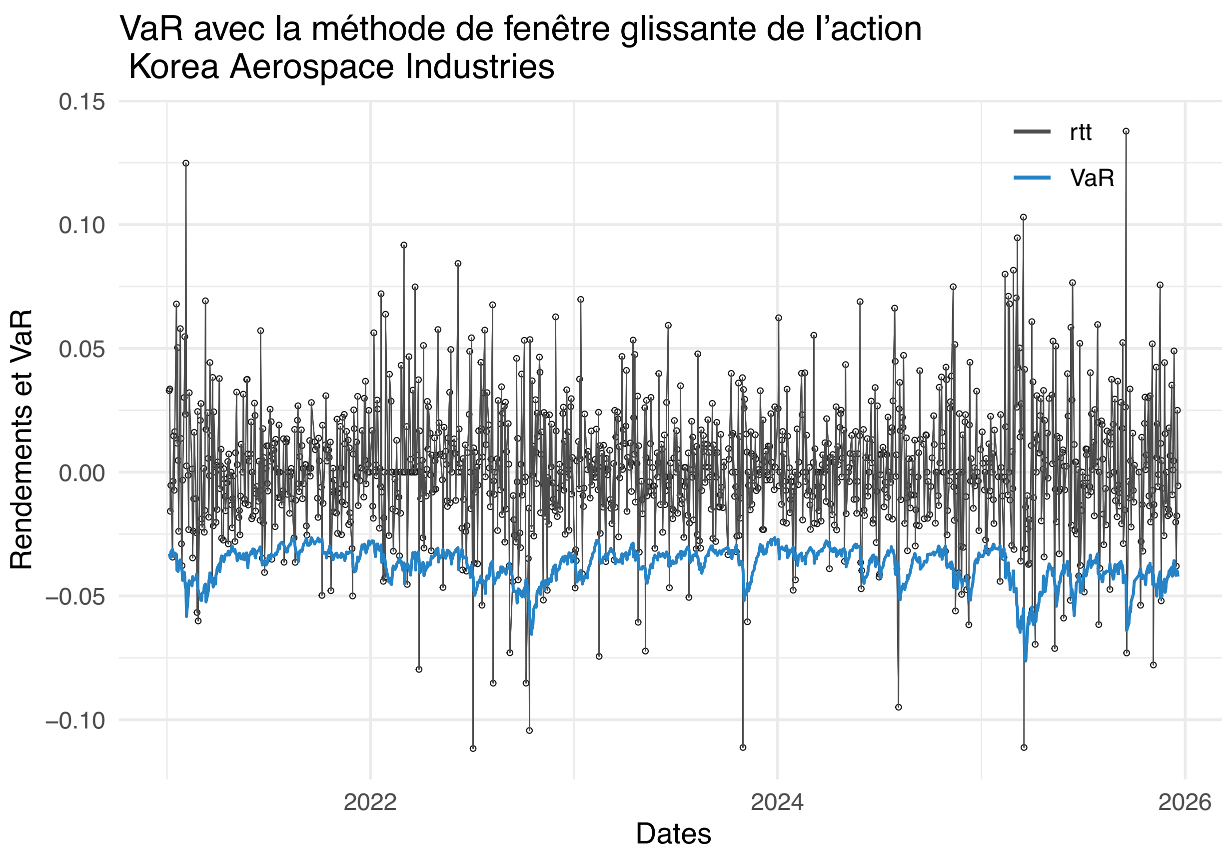
```
# Calculate the number of cores
no_cores <- detectCores() - 1

# Initiate cluster
cl <- makeCluster(no_cores)
spec = ugarchspec(variance.model=list(model="apARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   mean.model=list(armaOrder=c(1,1), include.mean=FALSE),
                   distribution.model="sstd", fixed.pars=list(delta=1))
```

```r
roll=ugarchroll(spec, data=rt,n.ahead=1,forecast.length=length(rtt),refit.every=1,
                refit.window="moving",solver = "hybrid", cluster=cl,fit.control = list(),
                calculate.VaR=TRUE,VaR.alpha=0.05,keep.coef = TRUE)
stopCluster(cl)
```

```r
# valueatrisk<-zoo(roll@forecast$VaR[,1])
# reelles<-zoo(roll@forecast$VaR[,2])#=rtt
# index<-rownames(roll@forecast$VaR)

nV <- nrow(roll@forecast$VaR) # nb de points de VaR produits par ugarchroll
dates_var <- tail(index(rtt), nV) # dates correspondantes (fin de période test)

valueatrisk <- xts(roll@forecast$VaR[, 1], order.by = dates_var)  # VaR
reelles <- xts(roll@forecast$VaR[, 2], order.by = dates_var)  # rtt
```

```r
# N <- length(rendement)
# plot(dates[2214:N],reelles,type='b',xlab="Dates",ylab="Rendements et VaR")
# lines(dates[2214:N],valueatrisk,type='l',col="red")
# legend("topright",inset=.05,c("rt","VaR"),col=1:2,lty=c(1,1))
# Erreur dans xy.coords(x, y, xlabel, ylabel, log) :
#  les longueurs de 'x' et 'y' diffèrent
```

```r
library(ggplot2)

df_plot <- data.frame(Date = as.Date(index(reelles)),
                      rt   = as.numeric(reelles),
                      VaR  = as.numeric(valueatrisk))

ggplot(df_plot, aes(x = Date)) +
  geom_line(aes(y = rt), color = "grey30", linewidth = 0.2) +
  geom_point(aes(y = rt), shape = 1, color = "grey10", size = 0.8, stroke = 0.3) +
  geom_line(aes(y = VaR), color = "#2683C6", linewidth = 0.5) +
  labs(title = "VaR avec la méthode de fenêtre glissante de l'action \n Korea Aerospace Industries",
       x = "Dates", y = "Rendements et VaR") +
  theme_minimal() +
  theme(legend.position = c(0.85, 0.92),
        legend.title = element_blank()) +
  scale_color_manual(values = c("rtt" = "grey30",
                                "VaR" = "#2683C6")) +
  geom_line(aes(y = rt, color = "rtt"), linewidth = 0.2) +
  geom_line(aes(y = VaR, color = "VaR"), linewidth = 0.5) +
  guides(color = guide_legend(override.aes = list(linewidth = c(0.7, 0.7))))
```




```r
# La courbe bleue représente la VaR au seuil de 95%. Les observations situées
# en dessous de cette courbe correspondent aux violations : ce sont des jours où le rendement
# réalisé est inférieur à la VaR, donc où la perte est plus importante que celle anticipée.
```

```r
# Afin de donner une interprétation économique à ces dépassements, nous avons extrait
# les dates de violations et classé les plus sévères (gap = rtt - VaR, plus gap est
# négatif, plus la violation est importante).

# Ajout des bonnes dates (2021-01-04 > ...)
reelles_xts <- xts(as.numeric(reelles), order.by = as.Date(dates_rtt))
VaR_xts <- xts(as.numeric(valueatrisk), order.by = as.Date(dates_rtt))

data_bt <- merge.xts(reelles_xts, VaR_xts, join = "inner")
colnames(data_bt) <- c("rtt", "VaR")

# Top 10 des violations
viol <- data_bt$rtt < data_bt$VaR
dates_viol <- index(data_bt)[as.logical(viol)]

df_viol <- data.frame(Date = as.Date(index(data_bt)),
                      rtt  = as.numeric(data_bt$rtt),
                      VaR  = as.numeric(data_bt$VaR))

df_viol <- df_viol[df_viol$rtt < df_viol$VaR, ]
df_viol$gap <- df_viol$rtt - df_viol$VaR
df_viol <- df_viol[order(df_viol$gap), ]
```

```r
head(df_viol, 10)
```

```
##            Date         rtt         VaR         gap
## 695  2023-10-31 -0.11122560 -0.03947586 -0.07174974
## 368  2022-07-04 -0.11164000 -0.04226691 -0.06937309
## 883  2024-08-05 -0.09494797 -0.03793106 -0.05701691
## 436  2022-10-13 -0.10436003 -0.05216270 -0.05219733
## 522  2023-02-15 -0.07441446 -0.02949798 -0.04491649
## 303  2022-03-29 -0.07967282 -0.03495032 -0.04472250
## 1029 2025-03-18 -0.11122560 -0.06672537 -0.04450023
## 394  2022-08-09 -0.08523042 -0.04230387 -0.04292655
## 433  2022-10-07 -0.08522349 -0.04318129 -0.04204220
## 1183 2025-11-05 -0.07788654 -0.04140808 -0.03647845
```

```r
# Le tableau "top 10" met en évidence des chocs journaliers extrêmes (allant jusqu'à -11%)
# nettement au-delà du seuil de VaR.
#
# La violation la plus sévère se situe fin octobre 2023. Elle est cohérente avec
# un choc davantage "firm-specific" : sur 3Q23, KAI a publié un résultat opérationnel
# inférieur aux attentes, expliqué par des charges exceptionnelles, des marges faibles sur les
# premières livraisons du FA-50 à la Pologne, et une contribution plus faible de l'activité
# pièces aéronautiques. Une telle déception par rapport au consensus peut déclencher une
# correction brutale et donc une violation importante de VaR.
#
# On observe aussi une forte concentration de violations en 2022 (juillet, août, et
# surtout octobre 2022). Cette période correspond à un environnement de marché très tendu
# en Corée, marqué par un stress de financement et une hausse brutale de l'aversion au risque.
# L'épisode dit "Legoland" (défaut lié au financement d'un projet) a notamment alimenté des
# craintes de credit crunch et a fait grimper les taux/spreads, ce qui a accru la volatilité
# des marchés coréens.
#
# Enfin, la violation de mars 2025 peut s'inscrire dans un contexte de nervosité,
# ce jour-là, des problèmes techniques ont entraîné une interruption
# temporaire des échanges sur le KOSPI, ce qui a pu accentuer l'incertitude, dégrader la liquidité
# et amplifier les mouvements intrajournaliers.
```

I.6 - Backtesting

```r
report(roll, type="VaR", VaR.alpha=0.05, conf.level=0.95)
```

```
## VaR Backtest Report
## ===========================================
## Model:              apARCH-sstd
## Backtest Length: 1215
## Data:
##
## ==========================================
## alpha:              5%
## Expected Exceed: 60.8
## Actual VaR Exceed:   72
```

```
## Actual %:            5.9%
##
## Unconditional Coverage (Kupiec)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances
## LR.uc Statistic: 2.075
## LR.uc Critical:      3.841
## LR.uc p-value:       0.15
## Reject Null:     NO
##
## Conditional Coverage (Christoffersen)
## Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
##                  Independence of Failures
## LR.cc Statistic: 2.095
## LR.cc Critical:      5.991
## LR.cc p-value:       0.351
## Reject Null:     NO
```

```
# Commençons par le test de Kupiec avec H0 : le taux de violation
# théorique et le taux de violation empirique sont statistiquement identiques.
# Comme notre p-value (0.15) est supérieur au seuil de 5%, nous acceptons H0.

# Cependant, il est possibles que les autocorrélations soient autocorélées,
# On lui préférera donc le test de Christoffersen avec H0 : le taux de
# violation théorique et le taux de violation empirique sont statistiquement
# identiques ET les violations sont indépendantes les unes des autres.
# Comme notre p-value (0.35) est supérieur au seuil de 5%, nous acceptons donc bien H0.

# Ainsi, notre VaR estime bien le risque.
```

II - VaR Normale, VaR Historique et VaR Cornish-Fisher

II.1 - Prévision de la VaR

a) VaR Normale

```r
VaR(rte, p=.95, method="gaussian") #-0.04090
```

```
##             [,1]
## VaR -0.04090437
```

```r
# Il y a 5 jours sur 100 jours de bourse, soit environs 12.6 jours dans l'année
# (252 jours de bourse/an), où le rendement du lendemain sera inférieur à -4,09%,
# c'est-à-dire où la perte sera plus importante que le seuil donné par la VaR à 95%.
```

```r
V <- tail(df_yf$price_adjusted, 1)   # valeur d'1 action (dernier prix ajusté)
V # 108 800 Korean won
```

```
## [1] 108800
```

```r
# Convertir la VaR en monnaie par action
VaR <- -0.04090
(1 - exp(VaR)) * V
```

```
## [1] 4360.147
```

```r
# Avec un niveau de confiance de 95%, la perte journalière par action ne dépassera
# pas environ  4 360.147 KRW. Équivalemment, il y a 5% de chances (environ 5 jours sur 100
# jours de bourse) que la perte soit supérieure à  4 360.147 KRW
```

b) VaR Historique

```r
VaR(rte, p=.95, method="historical") # -0.03468
```

```
##             [,1]
## VaR -0.03468552
```

```r
# Il y a 5 jours sur 100 jours de bourse, soit environs 12.6 jours dans l'année
# (252 jours de bourse/an), où le rendement du lendemain sera inférieur à -3,46%,
# c'est-à-dire où la perte sera plus importante que le seuil donné par la VaR à 95%.
```

```r
# Convertir la VaR en monnaie par action
VaR <- -0.03468
(1 - exp(VaR)) * V
```

```
## [1] 3708.507
```

```
# Avec un niveau de confiance de 95%, la perte journalière par action ne dépassera
# pas 3 708.507 KRW. Équivalemment, il y a 5% de chances (environ 5 jours sur 100
# jours de bourse) que la perte soit supérieure à 3 708.507 KRW
```

c) VaR de Cornish-Fisher

```
VaR(rte, p=.95, method="modified") # -0.03674
```

```
##            [,1]
## VaR -0.03674214
```

```
# Il y a 5 jours sur 100 jours de bourse, soit environs 12.6 jours dans l'année
# (252 jours de bourse/an), où le rendement du lendemain sera inférieur à -3,67%,
# c'est-à-dire où la perte sera plus importante que le seuil donné par la VaR à 95%.
```

```
# Convertir la VaR en monnaie par action
VaR <- -0.03674
(1 - exp(VaR)) * V
```

```
## [1] 3924.772
```

```
# Avec un niveau de confiance de 95%, la perte journalière par action ne dépassera
# pas  3 924.772 KRW. Équivalemment, il y a 5% de chances (environ 5 jours sur 100
# jours de bourse) que la perte soit supérieure à   3 924.772KRW
```

II.2 - Backtesting

```
Ne=length(rte)
Nt=length(rtt)
alpha=0.95 # VaR à 95%

backTestVaR <- function(x, p = alpha) {
  normal.VaR = as.numeric(VaR(x, p=p, method="gaussian"))
  historical.VaR = as.numeric(VaR(x, p=p, method="historical"))
  modified.VaR = as.numeric(VaR(x, p=p, method="modified"))
  ans = c(normal.VaR, historical.VaR, modified.VaR)
  names(ans) = c("Normal", "HS", "Modified")
  return(ans)
}

# rolling 1-step ahead estimates of VaR
VaR.results = rollapply(as.zoo(rt), width=Ne,
                        FUN = backTestVaR, p=alpha, by.column = FALSE,
                        align = "right")

violations.mat = matrix(0, 3, 5)
rownames(violations.mat) = c("Normal", "HS", "Modified")
```

```r
colnames(violations.mat) = c("En1", "n1", "1-alpha", "Percent", "VR")
violations.mat[, "En1"] = (1-alpha)*Nt
violations.mat[, "1-alpha"] = 1 - alpha

# Show Normal VaR violations
normalVaR.violations = as.numeric(as.zoo(
  rt[index(VaR.results)])) < VaR.results[, "Normal"]
violation.dates = index(normalVaR.violations[which(normalVaR.violations)])


for(i in colnames(VaR.results)) {
  VaR.violations = as.numeric(as.zoo(rt[index(VaR.results)])) < VaR.results[, i]
  violations.mat[i, "n1"] = sum(VaR.violations)
  violations.mat[i, "Percent"] = sum(VaR.violations)/Nt
  violations.mat[i, "VR"] = violations.mat[i, "n1"]/violations.mat[i, "En1"]
}
violations.mat
```

```
##            En1 n1 1-alpha    Percent        VR
## Normal   60.75 51    0.05 0.04197531 0.8395062
## HS       60.75 77    0.05 0.06337449 1.2674897
## Modified 60.75 63    0.05 0.05185185 1.0370370
```

```r
# Cela nous permet d'obtenir les taux de violation empiriques, que nous comparerons
# ensuite au taux de violation théorique afin de vérifier, à l’aide des tests ci-dessous,
# s’ils sont statistiquement égaux.
```

```r
resultats<-data.frame(matrix(NA,ncol=4,nrow=3))
colnames(resultats)<-c("expected.exceed","actual.exceed","Kupiecpv","Christoffersenpv")
rownames(resultats)<-c("Normale","HS","CF")

# normale
VaR.test1 = VaRTest(1-alpha,actual=coredata(rt[index(VaR.results)]), VaR=coredata(VaR.results[,"Normal"]
resultats[1,1]=VaR.test1$expected.exceed
resultats[1,2]=VaR.test1$actual.exceed
resultats[1,3]=VaR.test1$uc.LRp
resultats[1,4]=VaR.test1$cc.LRp

# historique
VaR.test2 = VaRTest(1-alpha,actual=coredata(rt[index(VaR.results)]), VaR=coredata(VaR.results[,"HS"]))
resultats[2,1]=VaR.test2$expected.exceed
resultats[2,2]=VaR.test2$actual.exceed
resultats[2,3]=VaR.test2$uc.LRp
resultats[2,4]=VaR.test2$cc.LRp

# modifie
VaR.test3 = VaRTest(1-alpha, actual=coredata(rt[index(VaR.results)]), VaR=coredata(VaR.results[,"Modifi
resultats[3,1]=VaR.test3$expected.exceed
resultats[3,2]=VaR.test3$actual.exceed
resultats[3,3]=VaR.test3$uc.LRp
resultats[3,4]=VaR.test3$cc.LRp

resultats
```

```
##         expected.exceed actual.exceed   Kupiecpv Christoffersenpv
## Normale              60            51 0.18314832        0.2748516
## HS                   60            77 0.04096969        0.0772195
## CF                   60            63 0.77853859        0.8813809
```

VaR Normale : Commençons par le test de Kupiec avec H0 : le taux de variation théorique et le taux de variation empirique sont statistiquement identique. Comme notre p-value (0.18) est supérieur au seuil de 5%, nous acceptons H0. Cependant, il est possibles que les autocorrélations soient autocorélées, on lui préfèrera donc le test de Christoffersen avec H0 : le taux de variation théorique et le taux de variation empirique sont statistiquement identique & les violations sont indépendantes les unes des autres. Comme notre p-value (0.27) est supérieur au seuil de 5%, nous acceptons H0. La VaR Normale estime donc bien le risque.

VaR Historique : Commençons par le test de Kupiec avec H0 : comme notre p-value (0.04) est inférieur au seuil de 5%, nous rejetons H0. Ainsi, le taux de violation empirique n'est pas statistiquement égal au taux de violation théorique. Comme taux violation théorique (5%) $<$ (5.185%) taux de violation empirique, on a prit trop de risque. Ainsi la VaR sous-estimerait le risque. Cependant, il est possibles que les autocorrélations soient autocorélées, on lui préfèrera donc le test de Christoffersen, comme notre p-value (0.07) est supérieur au seuil de 5%, nous acceptons H0. La VaR Historique estime donc bien le risque.

VaR Cornish-Fisher : Commençons par le test de Kupiec avec H0 : comme notre p-value (0.77) est inférieur au seuil de 5%, nous rejetons H0. Cependant, il est possibles que les autocorrélations soient autocorélées, on lui préfèrera donc le test de Christoffersen, comme notre p-value (0.88) est supérieur au seuil de 5%, nous acceptons H0. La VaR Historique estime donc bien le risque.