>>> IF013 - Fundamentos Teóricos de Informática
>>> Licenciatura de Sistemas - UNPSJB - Sede Trelew

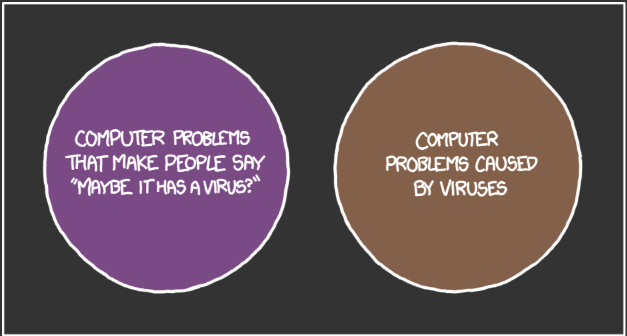
Name: Celia Cintas[†], Pablo Navarro[‡], Samuel Almonacid[§]

Date: July 31, 2017

[†]cintas@cenpat-conicet.gob.ar, cintas.celia@gmail.com, @RTFMCelia
[‡]pnavarro@cenpat-conicet.gob.ar, pablo1n7@gmail.com
[§]almonacid@cenpat-conicet.gob.ar, almonacid.samuel.tw@gmail.com

>>> Unidad 0

1. Repaso de teoría de Conjuntos.
2. Introducción a Lenguajes Formales.



>>> Conjuntos

Definición

Un conjunto es una colección de elementos. Si A es un conjunto y a es un elemento de A ($a \in A$).

Definición

La cardinalidad de un conjunto es el número de elementos de ese conjunto. Si $A = \{a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n\}$, entonces $|A| = n$.

Notación

Si A contiene exactamente los elementos $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$. Se puede denotar cómo: $A = \{a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n\}$

```
>>> personajes_old = set(["Leia", "Luke", "Darth Vader"])
```

Definición

Un conjunto sólo se caracteriza por sus elementos y no por el orden de los mismos.

Definición

El conjunto vacío ($\emptyset$) o nulo, no tiene elementos. Este conjunto es un subconjunto de todos los conjuntos.

>>> Conjuntos (cont.)

Notación

Sea $P(x)$ una proposición sobre x. La notación es $\{x|P(x)\}$. Esto se interpreta como: el conjunto de todas las x tal que $P(x)$.

```
>>> set([name for name in personajes_new if name[0] == 'L'])
```

Definición

Los conjuntos A y B son iguales si contienen los mismos elementos. Por lo tanto si $A = \{x_0, x_1\}$ y $B = \{x_0, x_1\}$. Se puede decir que $A = B$.

```
>>> start_with_L = set(['Luke', 'Leia'])
>>> brothers_set = set(['Luke', 'Leia'])
>>> assert(start_with_L == brothers_set)
```

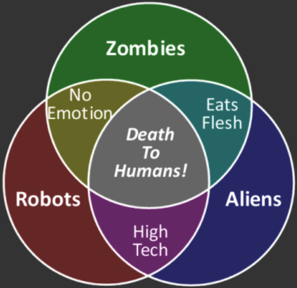
>>> Operaciones con Conjuntos (cont.)

Definición

La unión de conjuntos A y B ($A \cup B$) es un conjunto formado por los elementos pertenecientes a A, B o en ambos.
$A \cup B = \{x | x \in A \; o \; x \in B\}$

Definición

La intersección de conjuntos A y B ($A \cap B$) es un conjunto formado por los elementos que aparecen simultáneamente en A y B. $A \cap B = \{x | x \in A \; y \; x \in B\}$



>>> Operaciones con Conjuntos (cont.)

Definición

Complemento relativo o diferencia entre A y B ($A - B$) es un conjunto formado por todos los elementos de A que no esten en B. $A - B = \{x | x \in A \ y \ x \notin B\}$

Definición

El conjunto potencia de A, es el conjunto formado por todos los subconjuntos de A. Sea $A = \{x_0, x_1, x_2\}$, entonces $P(A) = \{\lambda, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{c, b\}, \{a, b, c\}\}$.

Definición

El producto cartesiano entre A y B ($A \times B$), es el conjunto de todos los pares ordenados de los que el primer elemento proviene de A y el segundo de B. $A \times B = \{(x, y) | x \in A \ y \ y \notin B\}$

Definición

Si A y B son conjuntos y todos los elementos de A son también elementos de B, se denota $A \subset B$ y se dice que A es subconjunto de B.

>>> Demo Time!

Conjuntos en Python - Ver ipynb

>>> Relaciones

Definición

Una relación R entre dos conjuntos A y B, es un subconjunto de $A \times B$. Si $(a, b) \in R$, se denota aRb.

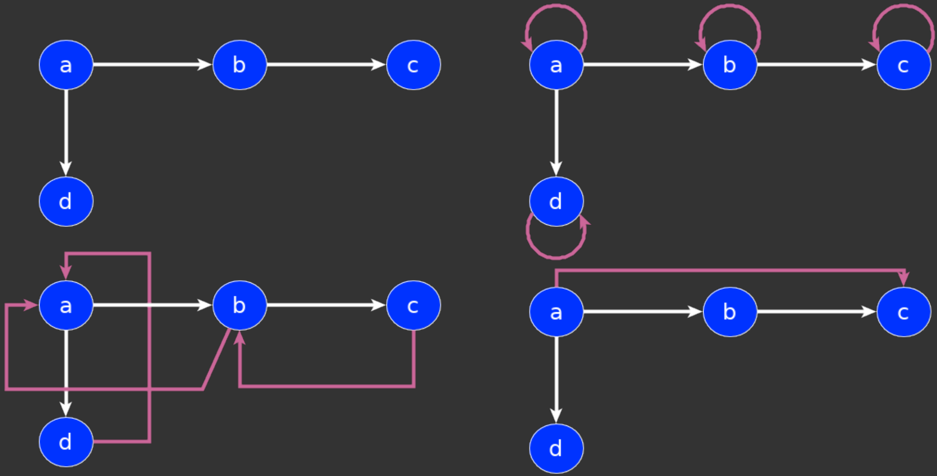
Definición

Algunas propiedades que puede tener una relación R:

* Reflexividad: $\forall a \in A, aRa$
* Simetría: $\forall a, b \in A, aRb \Rightarrow bRa$
* Transitividad: $\forall a, b, c \in A, aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$

>>> Relaciones (Cont.)

Sea la relación $R = \{(a, b), (a, d), (b, c)\}$



>>> Alfabeto

Definición

Llamaremos alfabeto a cualquier conjunto finito no vacío. Usualmente lo denotaremos como Σ. Los elementos de Σ se llamarán símbolos o caracteres.

Definición

La cadena vacía, la cual se denota por el símbolo λ, es una palabra sobre cualquier alfabeto.

>>> Cadena

Definición

Llamaremos cadena a una secuencia finita de símbolos de un alfabeto Σ, es decir, a un elemento de $\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \cdots$ donde $\Sigma^1 = \Sigma$ y $\Sigma^k = \Sigma.\Sigma^{k-1}$
Σ^* denota, entonces el conjunto de todas las secuencias finitas de símboos de Σ. El conjunto Σ^0 es especial, tiene un sólo elemento llamado λ, que corresponde a la cadena vacía.

Definición

La cadena vacía, conocida como λ, es la cadena que consiste de cero símbolos. Por lo tanto, tiene longitud $|\lambda| = 0$.

Definición

Si w es una cadena sobre cualquier alfabeto, su longitud se denota como $|w|$. La longitud de w es el número de símbolos que tiene la cadena.

```
>>> len('aabc')
```

>>> Operaciones con Cadenas

Definición

La concatenación de dos cadenas es la cadena que se forma al escribir la primera seguida de la segunda, sin que haya espacio entre ellas.

```
>>> w = "bb8"
>>> z = "rocks"
>>> w + z
```

Notación

La concatenación de dos cadenas w y z se denomina wz o $w.z$. La longitud se calcula como: $|wz| = |w| + |z|$

Definición

La cadena vacía o λ es la identidad para el operador de concatenación. $\lambda w = w\lambda = w$

>>> Operaciones con Cadenas (cont.)

Notación

La noción de potencia de una cadena sobre un alfabeto es dada por la notación w^k, lo cual indica la concatenación de k copias de la cadena w.

Sea $w = abc$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$:

$w^0 = \lambda$
$w^1 = abc$
$w^2 = abcabc$

```
>>> w = 'bb8'
>>> w*0
''
>>> w*1
'bb8'
>>> w*2
'bb8bb8'
```

>>> Operaciones con Cadenas (cont.)

Definición

Si w y z son cadenas se dice que w es igual a z, si tienen la misma longitud y los mismos símbolos en la misma posición. $w = z$

```
>>> w = 'bb8'
>>> z = 'bb7'
>>> assert(w == z)
AssertionError
```

Definición

Una cadena w es una subcadena de otra cadena z, si existen las cadenas x e y para las cuales: $z = xwy$

```
>>> w = 'Help me, Obi-Wan Kenobi'
>>> w.find('Wan')
13
>>> 'Wan' in w
True
```

>>> Operaciones con Cadenas (cont.)

Definición

La reversa de una cadena w, denominada w^R, es la cadena reflejada. Por ejemplo, si $w = Leia$, $w^R = aieL$

```
>>> w = 'Leia'
>>> w[::-1]
>>> ''.join(reversed(w))
```

>>> Lenguajes Formales

Definición

Un lenguaje sobre un alfabeto Σ es cualquier subconjunto de Σ^*. Un lenguaje formal es un conjunto de cadenas de símbolos tomados de algún alfabeto (conjunto finito de símbolos).

Definición

El conjunto vacío ($\emptyset$) y el conjunto formado por la cadena $\{\lambda\}$ son lenguajes.

Definición

Sea un conjunto de cadenas sobre un alfabeto fijo Σ. Este Lenguaje se lo puede llamar cómo Σ^* (Clausura de Kleene). Las cadenas pertenecientes a Σ^* se forman con 0 o más concatenaciones de los elementos del alfabeto, mientras que la Σ^+ se forma de una en adelante.

Si $\Sigma = \{a\}$: $\Sigma^* = \{\lambda, a, aa, aaa, \cdots\}$ y $\Sigma^+ = \{a, aa, aaa, \cdots\}$

```
>>> set(['a'*i for i in range(5)])
['', 'a', 'aa', 'aaa', 'aaaa']
```

Definición

Si un lenguaje L es finito, se puede especificar por extensión, como $L_1 = \{aba, bbbbb, aa\}$. Si es infinito, se puede especificar mediante predicados, por ejemplo $L_2 = a^p, p\ es\ primo$. Este mecanismo es poderoso, pero no permite tener una idea de la complejidad del lenguaje, en el sentido de cuán difícil es determinar si una cadena pertenece o no a L, o de enumerar las cadenas de L.

\>>> Operaciones sobre Lenguajes

Sean L y M lenguajes:

* Unión $L \cup M = \{x | x \in L \; o \; x \in M\}$
* Concatenación $L.M = \{xy | x \in L \; y \; y \in M\}$
* Clausura de Kleene $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$
* Clausura Positiva $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$
* Exponenciación $L^n = L.L.L.L \cdots$
* Complemento $L^c = \Sigma^* - L$

>>> Gracias!