>>> IF013 - Fundamentos Teóricos de Informática

>>> Licenciatura de Sistemas - UNPSJB - Sede Trelew

Name: Celia Cintas[†], Pablo Navarro[‡], Samuel Almonacid[§]

Date: July 31, 2017

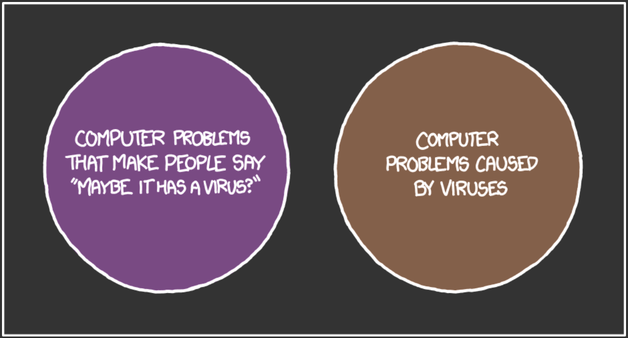
[†] cintas@cenpat-conicet.gob.ar, cintas.celia@gmail.com, @RTFMCelia

[‡] pnavarro@cenpat-conicet.gob.ar, pablo1n7@gmail.com

[§] almonacid@cenpat-conicet.gob.ar, almonacid.samuel.tw@gmail.com

>>> Unidad 0

1. Repaso de teoría de Conjuntos.
2. Introducción a Lenguajes Formales.



>>> Conjuntos

Definición

Un conjunto es una colección de elementos. Si A es un conjunto y a es un elemento de A ($a \in A$).

Definición

La cardinalidad de un conjunto es el número de elementos de ese conjunto. Si $A = \{a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n\}$, entonces $|A| = n$.

Notación

Si A contiene exactamente los elementos $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$. Se puede denotar cómo: $A = \{a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n\}$

```
>>> personajes_old = set(["Leia", "Luke", "Darth Vader"])
```

Definición

Un conjunto sólo se caracteriza por sus elementos y no por el orden de los mismos.

Definición

El conjunto vacío ($\emptyset$) o nulo, no tiene elementos. Este conjunto es un subconjunto de todos los conjuntos.

>>> Conjuntos (cont.)

Notación

Sea $P(x)$ una proposición sobre x. La notación es $\{x|P(x)\}$. Esto se interpreta como: el conjunto de todas las x tal que $P(x)$.

```
>>> set([name for name in personajes_new if name[0] == 'L'])
```

Definición

Los conjuntos A y B son iguales si contienen los mismos elementos. Por lo tanto si $A = \{x_0, x_1\}$ y $B = \{x_0, x_1\}$. Se puede decir que $A = B$.

```
>>> start_with_L = set(['Luke', 'Leia'])
>>> brothers_set = set(['Luke', 'Leia'])
>>> assert(start_with_L == brothers_set)
```

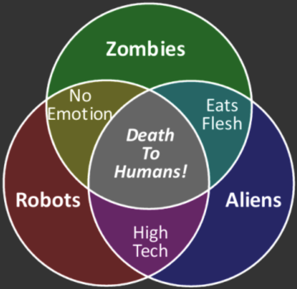
>>> Operaciones con Conjuntos (cont.)

Definición

La unión de conjuntos A y B ($A \cup B$) es un conjunto formado por los elementos pertenecientes a A, B o en ambos.
$A \cup B = \{x | x \in A\ o\ x \in B\}$

Definición

La intersección de conjuntos A y B ($A \cap B$) es un conjunto formado por los elementos que aparecen simultáneamente en A y B. $A \cap B = \{x | x \in A\ y\ x \in B\}$



>>> Operaciones con Conjuntos (cont.)

Definición

Complemento relativo o diferencia entre A y B ($A - B$) es un conjunto formado por todos los elementos de A que no esten en B. $A - B = \{x | x \in A \text{ y } x \notin B\}$

Definición

El conjunto potencia de A, es el conjunto formado por todos los subconjuntos de A. Sea $A = \{x_0, x_1, x_2\}$, entonces $P(A) = \{\lambda, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{c, b\}, \{a, b, c\}\}$.

Definición

El producto cartesiano entre A y B ($A \times B$), es el conjunto de todos los pares ordenados de los que el primer elemento proviene de A y el segundo de B. $A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ y } y \notin B\}$

Definición

Si A y B son conjuntos y todos los elementos de A son también elementos de B, se denota $A \subset B$ y se dice que A es subconjunto de B.

>>> Demo Time!

Conjuntos en Python - Ver ipynb

>>> Relaciones

Definición

Una relación R entre dos conjuntos A y B, es un subconjunto de $A \times B$. Si $(a, b) \in R$, se denota aRb.

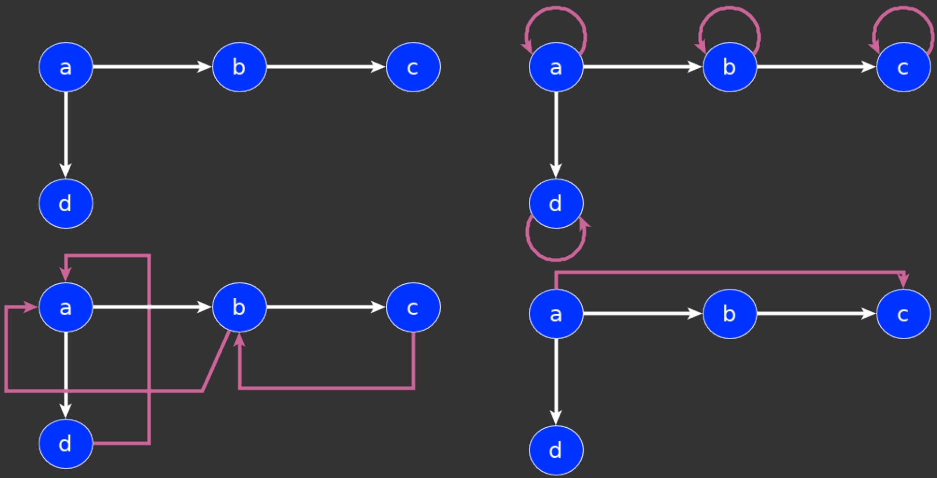
Definición

Algunas propiedades que puede tener una relación R:

* Reflexividad: $\forall a \in A, aRa$
* Simetría: $\forall a, b \in A, aRb \Rightarrow bRa$
* Transitividad: $\forall a, b, c \in A, aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$

>>> Relaciones (Cont.)

Sea la relación $R = \{(a,b),(a,d),(b,c)\}$



>>> Alfabeto

Definición

Llamaremos **alfabeto** a cualquier conjunto finito no vacío. Usualmente lo denotaremos como Σ. Los elementos de Σ se llamarán símbolos o caracteres.

Definición

La **cadena vacía**, la cual se denota por el símbolo λ, es una palabra sobre cualquier alfabeto.

Definición

La cadena vacía, conocida como λ, es la cadena que consiste de cero símbolos. Por lo tanto, tiene longitud $|\lambda| = 0$.

>>> Cadena

Definición

Llamaremos cadena a una secuencia finita de símbolos de un alfabeto Σ, es decir, a un elemento de $\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \cdots$ donde $\Sigma^1 = \Sigma$ y $\Sigma^k = \Sigma.\Sigma^{k-1}$
Σ^* denota, entonces el conjunto de todas las secuencias finitas de símbolos de Σ. El conjunto Σ^0 es especial, tiene un sólo elemento llamado λ, que corresponde a la cadena vacía.

Definición

Si w es una cadena sobre cualquier alfabeto, su longitud se denota como $|w|$. La longitud de w es el número de símbolos que tiene la cadena.

```
>>> len('aabc')
```

>>> Operaciones con Cadenas

Definición

La concatenación de dos cadenas es la cadena que se forma al escribir la primera seguida de la segunda, sin que haya espacio entre ellas.

```
>>> w = "bb8"
>>> z = "rocks"
>>> w + z
```

Notación

La concatenación de dos cadenas w y z se denomina wz o $w.z$. La longitud se calcula como: $|wz| = |w| + |z|$

Definición

La cadena vacía o λ es la identidad para el operador de concatenación. $\lambda w = w\lambda = w$

>>> Operaciones con Cadenas (cont.)

Notación

La noción de potencia de una cadena sobre un alfabeto es dada por la notación w^k, lo cual indica la concatenación de k copias de la cadena w.

Sea $w = abc$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$:

$w^0 = \lambda$

$w^1 = abc$

$w^2 = abcabc$

```
>>> w = 'bb8'
>>> w*0
''
>>> w*1
'bb8'
>>> w*2
'bb8bb8'
```

>>> Operaciones con Cadenas (cont.)

Definición

Si w y z son cadenas se dice que w es igual a z, si tienen la misma longitud y los mismos símbolos en la misma posición.
$w = z$

```
>>> w = 'bb8'
>>> z = 'bb7'
>>> assert(w == z)
AssertionError
```

Definición

Una cadena w es una subcadena de otra cadena z, si existen las cadenas x e y para las cuales: $z = xwy$

```
>>> w = 'Help me, Obi-Wan Kenobi'
>>> w.find('Wan')
13
>>> 'Wan' in w
True
```

>>> Operaciones con Cadenas (cont.)

Definición

La reversa de una cadena w, denominada w^R, es la cadena reflejada. Por ejemplo, si $w = Leia$, $w^R = aieL$

```
>>> w = 'Leia'
>>> w[::-1]
>>> ''.join(reversed(w))
```

>>> Lenguajes Formales

Definición

Un lenguaje sobre un alfabeto Σ es cualquier subconjunto de Σ^*. Un lenguaje formal es un conjunto de cadenas de símbolos tomados de algún alfabeto (conjunto finito de símbolos).

Definición

El conjunto vacío ($\emptyset$) y el conjunto formado por la cadena $\{\lambda\}$ son lenguajes.

Definición

Sea un conjunto de cadenas sobre un alfabeto fijo Σ. Este Lenguaje se lo puede llamar cómo Σ^* (Clausura de Kleene). Las cadenas pertenecientes a Σ^* se forman con 0 o más concatenaciones de los elementos del alfabeto, mientras que la Σ^+ se forma de una en adelante.

Si $\Sigma = \{a\}$: $\Sigma^* = \{\lambda, a, aa, aaa, \cdots\}$ y $\Sigma^+ = \{a, aa, aaa, \cdots\}$

```
>>> set(['a'*i for i in range(5)])
['', 'a', 'aa', 'aaa', 'aaaa']
```

Definición

Si un lenguaje L es finito, se puede especificar por extensión, como $L_1 = \{aba, bbbbb, aa\}$. Si es infinito, se puede especificar mediante predicados, por ejemplo $L_2 = a^p, p\ es\ primo$. Este mecanismo es poderoso, pero no permite tener una idea de la complejidad del lenguaje, en el sentido de cuán difícil es determinar si una cadena pertenece o no a L, o de enumerar las cadenas de L.

>>> Operaciones sobre Lenguajes

Sean L y M lenguajes:

* Unión $L \cup M = \{x | x \in L \ o \ x \in M\}$
* Concatenación $L.M = \{xy | x \in L \ y \ y \in M\}$
* Clausura de Kleene $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$
* Clausura Positiva $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$
* Exponenciación $L^n = L.L.L.L \cdots$
* Complemento $L^c = \Sigma^* - L$

\>>> Gracias!