Дебильники по ДА

5 ноября 2017 г.

2015 год

Вариант 1 (июнь 2015)

1. Приведите пример семейства 5-элементных множеств, имеющего ровно 2 минимальных системы общих представителей.
2. Во скольких связных графах на 20 пронумерованных вершинах с 19 ребрами нет ни одного цикла?
3. Сформулируйте критерий наличия в графе эйлерового пути.
4. Найдите сумму всех элементов матрицы Адамара размера 8×8, первая строка которой состоит из единиц.
5. Нарисуйте связный граф без петель и кратных ребер, в котором нет гамильтонова пути.
6. Найдите хроматическое число любого графа на 7 вершинах с 20 ребрами.
7. Найдите $VC(\mathbb{Q}, F)$, где F – семейство всех бесконечных подмножеств множества $\mathbb{Q}$.
8. Приведите пример такой функции $f(n)$, что при $n \to \infty$ одновременно $f(n) = o(2^n)$ и $n^{2 \ln n} = o(f(n))$.

Вариант 2 (июнь 2015)

1. Вычислите $R(3, 3, 2)$.
2. Найдите максимально возможное число ребер в графе с 15 вершинами и кликовым числом 2.
3. Напишите формулировку теоремы Эрдеша-Ко-Радо.
4. Найдите перманент матрицы 10×10, в которой 99 единиц и один ноль.
5. Сколько ребёр может быть у связного графа без петель и кратных рёбер с 50 вершинами, если он нарисован на плоскости, причем его рёбра пересекаются только в вершинах и он делит плоскость на 11 частей?
6. Нарисуйте дерево, кодом Прюфера которого является последовательность $(7, 6, 7, 6, 1, 1, 1)$.
7. Найдите $VC(\mathbb{N}, F)$, где F – семейство всех трёхэлементных подмножеств множества $\mathbb{N}$.
8. Найдите предел при $n \to \infty$ величины $\sqrt[n]{C_n^{n/4}}$.

Вариант 3 (июнь 2015)

1. Какое неравенство связывает хроматическое число $\chi(G)$ и кликовое число $\omega(G)$ графа G?
2. Сформулировать достаточное условие Дирака гамильтоновости графа.
3. Нарисуйте связный граф без петель и кратных рёбер, в котором нет ни эйлерова пути, ни эйлерова цикла.

4. Найти перманент матрицы, состоящей из 3 столбцов и 6 строк, у которой первый столбец состоит из единиц, а остальные – из двоек.
5. Дан случайный граф $G(100, \frac{1}{3})$, найти вероятность того, что первые две вершины образуют компоненту связности.
6. Найти предел $\dfrac{(2n)! \cdot e^{2n}}{2^{2n} \cdot n^{2n}}$ при $n \to \infty$.
7. Пусть $A = \{1, \dots, 10\}$. Найти $VC(A, 2^A \setminus \varnothing)$.
8. Какой символ надо дописать в конце последовательности 220010211, чтобы получить последовательность де Брёйна для слов длины 2?

Вариант 4 (июнь 2015)

1. Приведите пример семейства 3-элементных множеств, имеющего ровно 2 минимальных системы общих представителей.
2. Во скольких связных графах на 25 пронумерованных вершинах с 24 ребрами нет ни одного цикла?
3. Сформулируйте критерий наличия в графе эйлерового пути.
4. Найдите сумму всех элементов матрицы Адамара размера 12×12, первый столбец которой состоит из минус единиц.
5. Нарисуйте связный граф без петель и кратных ребер, в котором нет гамильтонова пути.
6. Найдите хроматическое число любого графа на 8 вершинах с 27 ребрами.
7. Найдите $VC(\mathbb{N}, F)$, где F – семейство всех бесконечных подмножеств множества $\mathbb{N}$.
8. Приведите пример такой функции $f(n)$, что при $n \to \infty$ одновременно $f(n) = o(e^n)$ и $n^{\ln n} = o(f(n))$.

Вариант 5 (июль 2015, пересдача)

1. Сформулируйте критерий наличия в графе эйлерового пути.
2. Нарисуйте граф, у которого хроматическое число не равно кликовому числу.
3. Найдите $VC(\mathbb{N}^2, F)$, где F – все 10-элементные подмножества $\mathbb{N}^2$.
4. Придумать такую $f(n)$, что $f(n) = o(n)$, $o(f(n)) = n$, но при этом $f(n)$ асимптотически не равно cn для действительного c.
5. Вычислите $R(4, 2, 2, 2)$.
6. Найдите вероятность того, что в случайном графе с вероятностью ребра $\frac{1}{2}$ и количеством вершин 10 будет ровно 5 ребер.
7. [Перечислить?] все матрицы Адамара размера 2, в которых первый столбец состоит из минус единиц.
8. Сколько существует минимальных систем общих представителей у системы $(\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{4, 5, 6, 7, 8\})$?

Вариант 6 (июль 2015, пересдача)

1. Найти количество попарно неизоморфных графов на 4 вершинах с 2 рёбрами.
2. Написать формулу Эйлера для планарных графов.
3. Найти хроматическое число графа, представляющего собой простой цикл длины 2015.
4. Сформулировать какую-нибудь нижнюю оценку для диагонального числа Рамсея $R(n, n)$, доказанную в курсе и растущую не медленнее, чем $1{,}1^n$.
5. Найти перманент матрицы 3×3, состоящую из одной двойки и остальных единиц.
6. Найти длину последовательности де Брёйна для слов длины 2 над алфавитом размера 4.
7. Найти количество 3-клик в $K_{8,10}$.
8. Найти асимптотику $\dfrac{(n!)^2}{(2n)!}$ при $n \to \infty$.

2016 год

Вариант 1 (июнь 2016)

1. Для каких из перечисленных кодов Прюфера существует дерево с вершинами $1, 2, \ldots, 8$ (нужное обвести): a) $2, 6, 3, 3, 6, 1, 7$; b) $4, 4, 4, 4, 4, 4$; c) $2, 3, 9, 3, 4, 1$; d) $1, 6, 4, 5, 3, 2$?
2. Сформулируйте теорему Турана о числе ребер в графе с данным числом вершин и числом независимости.
3. Чему равен модуль определителя матрицы Адамара 8×8?
4. Приведите нетривиальную нижнюю оценку для биномиального коэффициента C_{16}^{8}, получаемую с помощью тождества.
5. Чему равно трехцветное число Рамсея $R(3, 2, 4)$?
6. Дайте определение величине $m(n, k, t)$.
7. Рассмотрим случайный граф Эрдеша-Реньи $G(n, \frac{1}{3})$. С какой вероятностью подграф, порожденный фиксированными k вершинами ($k \leqslant n$), является кликой?
8. Сформулируйте теорему Вапника-Червоненкиса.

Вариант 2 (июнь 2016)

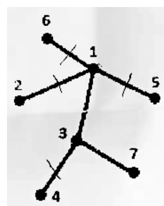
1. Чему равна величина $R(C_3, K_4)$, где C_n – цикл на n вершинах?
2. С.о.п. какого размера наберет жадный алгоритм для гиперграфа со следующей матрицей инцидентностей (строки матрицы — вершины, столбцы — ребра):

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

3. Известно, что в графе 10 вершин, число независимости равно 4. Что можно сказать о его хроматическом числе?
4. Сформулируйте теорему Радона.
5. Дайте определение величине $\chi(\mathbb{R}^n)$.
6. Известно, что у плоского связного графа количество граней равно 4, количество вершин равно 6. Сколько в таком графе ребер?
7. Что можно сказать о связности случайного графа Эрдеша-Реньи $G(n, p)$ в случае, когда $p = \dfrac{c \ln n}{n}$ при $c < 1$?
8. Сформулируйте теорему Эрдеша-Ко-Радо для случая $2k \leqslant n$.

Вариант 3 (июнь 2016, пересдача)

1. Сформулируйте необходимое и достаточное условие эйлеровости графа.
2. Какое максимальное число ребер может иметь граф на 10 вершинах с числом независимости, равным 4?
3. Дайте определение гиперграфа t-пересечений.
4. Найдите минимальную с.о.п. для набора $\{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{4,5,6\}, \{1,2,5,7\}, \{7,9,10\}, \{4,9,10\}, \{5,6,9\}$.
5. Расположите в порядке возрастания следующие величины: $R(K_3, K_3)$; $\alpha(K_{6,9})$; $\chi(C_{11})$; где C_n — цикл на n вершинах.
6. Сформулируйте локальную лемму Ловаса в симметричном случае.
7. Какое минимальное количество множеств должно быть в совокупности, с помощью которой можно раздробить множество $\{1,3,5,6\}$?
8. Составьте код Прюфера для следующего дерева:



Вариант 4 (август 2016, пересдача)

1. Сформулируйте необходимое условие существования матрицы Адамара порядка n.
2. Чему в точности равно многоцветное число Рамсея $R_3(3,13,3)$?
3. Дайте определение дистанционного графа в $\mathbb{R}^n$.
4. Сколько существует различных деревьев на данных 10 вершинах?
5. Чему равно число независимости $\alpha(KG_{10,4})$, где $KG_{10,4}$ — кнезеровский граф?
6. Выпишите, какая с.о.п. будет построена жадным алгоритмом для набора множеств $\{1,3,6\}; \{1,4,7\}; \{2,4,6\}; \{3,5,6\}$, и в каком порядке будут включены в с.о.п. соответствующие элементы.
7. Исправьте ошибку в формулировке теоремы Эрдеша-Ко-Радо, если она есть.

   Пусть F - любое семейство k-элементных подмножеств n-элементного множества. Если $2k \geqslant n$ и объединение никаких двух подмножеств из F не есть всё n-элементное множество, то $|F| \leqslant C_{n-1}^{k-1}$.
8. Вычислите перманент следующей матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5 (сентябрь 2016, пересдача)

1. Исправьте ошибки в формулировке теоремы, если они есть.

   Для плоского графа G справедлива формула Эйлера: $|V(G)| - |F(G)| + |E(G)| = 2$, где $|V(G)|$ — количество вершин G, $|F(G)|$ — количество граней G, а $|E(G)|$ — количество ребер G.
2. Нарисуйте дерево с вершинами $1, 2, \ldots 6$, которому соответствует код Прюфера 2133.
3. Чему равно число Рамсея $R(K_10, K_2)$?

4. Какая асимптотика у функции $f(n) = \ln(n!)$ при $n \to \infty$?
5. Чему равно хроматическое число $\chi(KG_{6,3})$, где $KG_{n,k}$ - кнезеровский граф?
6. Дайте определение матрицы Адамара порядка n.
7. Сформулируйте теорему Эрдеша о графах с большим обхватом и большим хроматическим числом.
8. Добавьте к совокупности $\{\{1,3\};\{4,5\};\{1,2,3\};\{1,4,5,6\};\{2,3,4\};\{1,2,4,5\};\{2,3\}\}$ такое множество, чтобы новая совокупность дробила множество $\{1,2,4\}$.

2017 год

Вариант 1 (июнь 2017)

1. Сформулируйте теорему Холла.
2. Чему равно двудольное число Рамсея $b(1, 7)$?
3. Дайте определение дистанционного графа в $\mathbb{R}^n$
4. Исправьте ошибку в формулировке теоремы Эрдеша-Ко-Радо, если она есть.

   Пусть F — любое семейство k-элементных подмножеств n-элементного множества. Если $2k \leqslant n$ и любые два подмножества из F пересекаются, то $|F| \leqslant C_n^k$.
5. Приведите пример матрицы Адамара, первый столбец которой есть $(1, -1, -1, 1)^T$.
6. Приведите асимптотику функции $\ln n!$ при $n \to \infty$.
7. Какое максимальное количество вершин может быть в графе с хроматическим числом $\chi(G) = 5$ и числом независимости $\alpha(G) = 5$?
8. Является ли последовательность 1100010111 последовательностью де Брейна? Если является, то напишите, чему равны ее порядок n и мощность алфавита k, если нет, то обоснуйте, почему.

Вариант 2 (август 2017, пересдача)

1. Исправьте ошибки в формулировке теоремы, если они есть.

   Пусть $p = \dfrac{\ln n + c + o(1)}{n}$, тогда $P(G_{n,p}$ связен$) \to e^{-c}$, при $n \to \infty$ (где $G_{n,p}$ — случайный граф в модели Эрдеша-Реньи).
2. Чему равно двудольное число Рамсея $b(1, 5)$?
3. Дайте определение кнезеровского графа $KG_{n,k}$.
4. Сформулируйте критерий эйлеровости графа (вида «граф эйлеров тогда и только тогда, когда ...», а не теорему об эквивалентных условиях).
5. Приведите пример графа с числом независимости 5 и хроматическим числом 4.
6. С.о.п. какого размера наберет жадный алгоритм для гиперграфа со следующей матрицей инцидентностей (строки матрицы — вершины, столбцы — ребра):

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}?$$

7. Найдите асимптотику функции $f(n) = C_{\sqrt{n}}^{\ln^2 n}$ при $n \to \infty$.
8. Какое минимальное количество множеств должно быть в совокупности, с помощью которой можно раздробить множество $\{2, 8, 13, 21, 35\}$?

Вариант 3 (сентябрь 2017, пересдача)

1. Для каких из перечисленных кодов Прюфера существует дерево с вершинами $1, 2, \ldots, 8$ (нужное обвести): a) $2, 6, 3, 3, 6, 1, 7$; b) $4, 4, 4, 4, 4, 4$; c) $2, 3, 9, 3, 4, 1$; d) $1, 6, 4, 5, 3, 2$?

2. Чему равно число Рамсея $R(K_10, K_2)$?

3. Найдите минимальную с.о.п. для набора множеств

$$\{\{1, 2, 3, 4\}; \{1, 4, 5\}; \{2, 3, 6\}; \{4, 5, 6\}; \{3, 6\}; \{2, 4, 6\}; \{1, 5\}\}.$$

4. Сформулируйте необходимое условие существования матрицы Адамара порядка n.

5. Приведите асимптотику $g(n)$ для функции $f(n) = \sqrt[n]{n!}$ при $n \to \infty$ (т.е. найдите «явную» функцию $g(n)$, для которой $f(n) \sim g(n)$ при $n \to \infty$).

6. Чему равно число независимости $\alpha(KG_{6,3})$, где $KG_{6,3}$ — кнезеровский граф?

7. Сформулируйте теорему Эрдеша о графах с большим обхватом и большим хроматическим числом.

8. Дайте определение величине $\chi(\mathbb{R}^n)$.

Ответы

В дебильнике требуется только указать ответ. Обратите внимание, что ответы, помеченные звездочкой (*), предоставлены «сообществом» и не были верифицированы непосредственно на экзамене. Если звездочки нет, значит, за данный ответ в *реальной* работе был поставлен «+». Сообщайте обо всех найденных ошибках/опечатках!

Контакты:
Telegram: @celidos
`https://github.com/celidos/TEX`
`https://vk.com/eddie_mur`

2015

Вариант 1

1*. Например, $\{\{1,2,3,4,5\};\{1,2,6,7,8\}\}$. **2*.** 20^{18}. Условие подходит к определению дерева, используем формулу Кэли. **3*.** Связный граф содержит в себе эйлеров путь тогда и только тогда, когда степень каждой его вершины четна. **4*.** 8. Первая строка состоит из единиц. Все остальные строки ортогональны ей, значит, каждая содержит по $8/2 = 4$ единицы и по 4 минус единицы. Значит, сумма элементов в любой строке, кроме первой, равна 0. **5.** Например, «Y»-образный граф на 4 вершинах. **6.** **7*.** ∞. **8*.** $f(n) = 1{,}5^n$. Напомним, что запись $f(n) = o(g(n))$ означает, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} = 0$. Но $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1{,}5^n}{2^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1{,}5}{2}\right)^n = 0 \Rightarrow 1{,}5^n = o(2^n)$. В то же время $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^{2\ln n}}{1{,}5^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1{,}5^{2\ln n \cdot \log_{1,5} n}}{1{,}5^n} = 0 \Rightarrow n^{2\ln n} = o(1{,}5^n)$, т. к. $2\ln n \cdot \log_{1,5} n$ растет медленнее, чем n.

Вариант 2

1. **2.** **3.** **4.** **5??.** 59. **6.** **7.** **8.**

Вариант 3

1. $\chi(G) \geqslant \omega(G)$. **2.** Если в связном графе n вершин и степень любой вершины $\geqslant \frac{n}{2}$, то этот связный граф — гамильтонов. **3.** Например, «Y»-образный граф на 4 вершинах. **4.** $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 480$. **5.** $\dfrac{1}{3} \cdot \left(1 - \dfrac{1}{3}\right)^{98} \left(1 - \dfrac{1}{3}\right)^{98}$. **6.** ∞. Применяем формулу Стирлинга, откуда остаётся лишь $2\sqrt{n\pi}$, дальше очевидно. **7.** 9. Больше 10 мы не получим, т.к. $|A| = 10$, при этом 10 не достигается, т. к. невозможно высечь пустое множество, для 9 все работает. **8.** 2. Здесь можно применить правило «0 лучше 1 лучше 2».

Вариант 4

1. Например, $\{\{1,2,3\};\{1,2,4\};\{1,2,5\}\}$. **2.** 25^{23}. Условие подходит к определению дерева, поэтому считаем по формуле Кэли. **3.** **4.** **5.** Например, «Y»-образный граф на 4 вершинах. **6.** **7.** $VC(\mathbb{N}, F) = \infty$. **8.**

Вариант 5

1. **2.** **3.** **4.** **5.** **6.** **7.** **8.**

Вариант 6

1. 2. **2*.** $n - e + f = 2$, где $n = |V|$, $e = |E|$, f — число граней. **3.** 3. Заметим, что для простых циклов ответ зависит лишь от четности n: если n четно, то $\chi(G) = 2$, иначе $\chi(G) = 3$. **4.** $R(n, n) \geqslant (1 + o(1))\dfrac{\sqrt{2}}{e} n 2^{n/2}$ (теорема Спенсера). **5.** 8. Можно выписать любую подходящую матрицу, дальше по формуле разложения по строке. **6.** $17 = 4^2 + 2 - 1$. **7.** 0. **8.** 0.

2016

Вариант 1

1. «b» и «d». В случае «a» последовательность слишком длинная, «c» — не м.б. вершины с номером 9. **2.** Пусть у графа $G = (V, E)$ число вершин $|V| = n$ и $\alpha = \alpha(G)$. Тогда в этом графе $|E| \geqslant n \left[\dfrac{n}{\alpha}\right] - \left[\dfrac{n}{\alpha}\right]\left[\dfrac{n}{\alpha} + 1\right] \cdot \dfrac{\alpha}{2}$. **3*.** $8^4 = \sqrt{8^8}$. Известно, что $A \cdot A^T = nE \Rightarrow \det(AA^T) = n^n$. **4.** $C_{16}^8 \geqslant \frac{2^{16}}{17}$. **5.** $R(3, 2, 4) = R(3, 4) = 9$. **6.** $m(n, k, t) = \max\{m \in \mathbb{N} : \exists\, k$-однородный гиперграф $H = (V, E), |V| = n, |E| = m, \forall A, B \in E \colon |A \cap B| \neq t\}$. **7.** $\left(\frac{1}{3}\right)^{C_k^2}$. **8.**

Вариант 2

1. $R(C_3, K_4) = R(3, 4) = 9$. **2.** 4 (все вершины). *Прим.:* сначала алгоритм возьмет первую вершину, т. к. в первой строке больше всего единиц. **3.** $\chi \geqslant 3$, $\chi \leqslant 7$. **4.** Существует такой набор точек A в $\mathbb{R}^n$, что $|A| = n + 2$, $A \subset \mathbb{R}^n$, и $\exists U, V : A = U \sqcup V$ и $\operatorname{conv}(U) \cap \operatorname{conv}(V) \neq \varnothing$. **5.** $\chi(\mathbb{R}^n) = \min\{k : \mathbb{R}^n = V_1 \sqcup \ldots \sqcup V_k$ и $\forall i\ \forall u, v \in V_i\ \rho(u, v) \neq 1\}$. **6.** 8. Используйте формулу $n - e + f = 2$. **7.** **8.** $f(n, k, 1) = C_{n-1}^{k-1}$ при $k \leqslant \frac{n}{2}$, где $f(n, k, 1) = \max\{m \in \mathbb{N} : \exists\, k$-однородный гиперграф $H = (V, E), |V| = n, |E| = m, \forall A, B \in E \colon |A \cap B| \geqslant 1\}$. *Прим.:* лучше написать определение $f(n, k, t)$, иначе могут не засчитать.

Вариант 3

1. $G = (V, E)$ — эйлеров $\Leftrightarrow$ G связен и $\forall v \in V\ \deg v \equiv 0 \pmod 2$. *Прим.:* Связность, связность, связность! **3.** Гиперграф, в котором $\forall e, f \in E\ |e \cap f| \geqslant t$. **4.** $\{1, 4, 9\}$. **5.** $R(K_3, K_3) = 6$, $\alpha(K_{6,9}) = 9$, $\chi(C_{11}) = 3$, поэтому $\alpha(K_{6,9}) > R(K_3, K_3) > \chi(C_{11})$. **6*.** Пусть $A_1, \ldots, A_n$ — события на $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P})$. Пусть $\forall i\ \mathbf{P}(A_i) \leqslant p < 1$ и $\forall i\ A_i$ не зависит от совокупности всех остальных событий, кроме не более d штук, и числа p, d не зависят от i. Тогда, если $ep(d + 1) < 1$, то $\mathbf{P}\left(\bigcap\limits_{i=1}^{n} \overline{A_i}\right) > 0$. **7.** $2^4 = 16$. **8.** 13113.

Вариант 4

1. **2.** **3.** **4.** **5.** **6.** **7.** **8.**

Вариант 5

1. **2.** **3.** **4.** **5.** **6.** **7.** **8.**

2017

Вариант 1

1. Пусть $S_1, \ldots, S_m$ — конечные множества. $\forall i \in \{1, \ldots, m\}$ можно выбрать $x_i \in S_i$ так, чтобы $\forall i, j\ x_i \neq x_j$ при $(i \neq j)$, если $\forall k \in \{1, \ldots, m\}$ объединение любых k множеств из $S_1, \ldots, S_m$ содержит $\geqslant k$ элементов. **2.** 7. **3.** **4.** $|F| \leqslant C_{n-1}^{k-1}$. **5.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. См. получение матриц Адамара кронекеровским произведением. **6.** $\ln n! \sim n \ln n$. **7.** $|V| \leqslant 25$. Используйте $\chi(G) \geqslant \frac{|V|}{\alpha(G)}$. **8.** Является, $k = 2$, $n = 3$.

Вариант 2

1. $P(G_{n,p}$ связен$) \to e^{-e^{-c}}$ **2.** 5. **3.** Кнезеровским графом $KG_{n,k} = (V, E)$ называется граф такой, что V — все k-элементные подмножества $\{1, \ldots, n\}$, а $E = \{(A, B) : A \cap B = \varnothing\}$. **4.** **5.** Подойдет «$5K_4$» или «K_4 и четыре изолированные вершины». **6.** 4. **7.** **8.** $2^5 = 32$.

Вариант 3

1. «b» и «d». **2.** 10. **3.** $\{1, 6\}$. **4.** Если при заданном n существует матрица Адамара порядка n, то $n = 1$ или $n = 2$ или n делится на 4 при $n > 3$. *Прим.:* не путать необходимое («если существует, то $n \ldots$») и достаточное условие (гипотеза Адамара – «если $n \ldots$, то существует»)! **5.** $g(n) = \frac{n}{e}$. **6.** $\alpha(KG_{6,3}) = 10 = f(6, 3, 1) = C_{6-1}^{3-1}$. **7.** $\forall k, l$ существует граф, у которого обхват $\geqslant k$, а хроматическое число $\geqslant l$. **8.** $\chi(\mathbb{R}^n) = \min\{k : \mathbb{R}^n = V_1 \sqcup \ldots \sqcup V_k$ и $\forall i\ \forall u, v \in V_i\ \rho(u, v) \neq 1\}$.