Sargent y Wallace (1981)

Y_t PIB

N_t Población

M_t Dinero

P_t Precios

D_t Déficit fiscal

Demanda de saldos reales es

$$z_t = \frac{M_t}{P_t} = hY_t \implies \frac{\partial z_t}{\partial R_t} = 0$$

Suponer que

$$Y_t = N_t \quad y \quad \frac{N_t}{N_{t-1}} = 1+n \implies \frac{Y_t}{Y_{t-1}} = 1+n$$

Suponer que

$$r_t^g > n$$

$$\frac{M_t}{P_t} = h Y_t \underset{\uparrow}{=} h N_t \quad , \; h \text{ constante}$$

$Y_t = N_t$

$$\Rightarrow \boxed{P_t = \frac{M_t}{h N_t}}$$

Política Fiscal

$$\{D_1, D_2, D_3, \dots\}$$

Política Monetaria

$$M_t = \begin{cases} M_1 \text{ dado} & t=1 \\ M_{t-1}(1+\mu) & t=2,\dots,T \\ f(D_t) & t>T \end{cases}$$

En T se alcanza el "techo" de la deuda.

Banco central NO autónomo

$$1+\pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} = \frac{\frac{M_t}{hN_t}}{\frac{M_{t-1}}{hN_{t-1}}} = \frac{M_t}{M_{t-1}}\frac{N_{t-1}}{N_t} = \frac{1+\mu}{1+n}$$

para $t = 2, 3, \ldots, T$

Restricción presupuestal del gobierno

Nominal

$$P_t D_t = M_t - M_{t-1} + P_t B_t - P_{t-1} B_{t-1}(1+R^g_{t-1})$$

En términos reales

$$D_t = \underbrace{\frac{M_t - M_{t-1}}{P_t}}_{\text{señoreaje}} + B_t - \underbrace{\frac{P_{t-1}}{P_t}(1+R^g_{t-1})}_{1+r^g_{t-1}} B_{t-1}$$

En términos per-cápita $(\div N_t)$

$$d_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{N_t P_t} + b_t - (1+r^g_{t-1})\frac{B_{t-1}}{N_t}\frac{N_{t-1}}{N_{t-1}}$$

$$= \frac{M_t - M_{t-1}}{N_t P_t} + b_t - \frac{(1+r^g_{t-1})\, b_{t-1}}{1+n}$$

Despejamos b_t

$$b_t = b_{t-1}\left(\frac{1+r^g_{t-1}}{1+n}\right) + d_t - \frac{M_t - M_{t-1}}{N_t P_t}$$

Resultado Principal

Política Monetaria restrictiva hoy, implica mayor inflación en el futuro (si hay dominancia fiscal).

Demostración (informal)

$$\downarrow \hat{\mu} \Rightarrow \uparrow b_T \Rightarrow \uparrow \pi_{T+1}$$

p.d. $\uparrow b_T \Rightarrow \uparrow \pi_{T+1}$

En $t = T+1$ (ya no se puede aumentar la deuda)

$$b_T = b_T \left(\frac{1+r_T}{1+n}\right) + d_{T+1} - \frac{M_{T+1} - M_T}{N_{T+1} P_{T+1}}$$

Sabemos que $\frac{M_t}{P_t} = h N_t \Rightarrow M_t = h N_t P_t$

$$\Rightarrow b_T = b_T \left(\frac{1+r_T}{1+n}\right) + d_{T+1} - \frac{h N_{T+1} P_{T+1} - h N_T P_T}{N_{T+1} P_{T+1}}$$

$$= b_T \left(\frac{1+r_T}{1+n}\right) + d_{T+1} - h\left(1 - \frac{1}{(1+n)(1+\pi_{T+1})}\right)$$

$$0 = b_T\left(\frac{1+r_T^g}{1+n} - 1\right) + d_{T+1} - h\left(1 - \frac{1}{(1+n)(1+\pi_{T+1})}\right)$$

$$\frac{h}{(1+\pi_{T+1})(1+n)} = h - b_T\left(\frac{1+r_T}{1+n} - 1\right) - d_{T+1}$$

$$= h - b_T\left(\frac{\overbrace{r_T^g - n}^{>0}}{1+n}\right) - d_{T+1}$$

$\uparrow b_T \Rightarrow$ Lado derecho $\downarrow$

$\Rightarrow$ Lado izquierdo de la ecuación tiene que disminuir

$\Rightarrow \uparrow \pi_{T+1}$