# Problema del principal y el agente

Organización Industrial

Instituto Tecnológico Autónomo de México

Verano 2021

# Contenido

# Idea

Todo el curso, nos hemos planteado la idea de que el objtivo principal de la empresa es maximizar sus beneficios.

Sin embargo para ello, la empresa cuenta con sus empleados, y estos no necesariamente estarán alineados con el mismo objetivo.

Esta idea es justo el planteamiento del problema del principal y el agente.

# El principal y el agente

Supongamos una empresa en la que tendremos dos personajes:

- El dueño de la empresa - **el principal**
- Un empleado que funge como administrador - **el agente**

Además, por definición consideraremos que

- El principal es neutral al riesgo
- El agente es adverso al riesgo

## La pregunta del millón

¿Cómo alíneo los objetivos del principal y el agente para que ambos busquen lo mismo?

Por simplicidad, pensemos en un incentivo a través del salario.

Es decir, supondremos que el principal está en disposición de pagar más si el desempeño del agente es mejor.

Supongamos que la empresa observa dos niveles de utilidad, y por ellos está dispuesto a pagarle distinto al empleado

- $\Pi_A$ por el cuál pagaría $w_A$
- $\Pi_B$ por el cuál pagaría $w_B$

Adicionalmente a estos dos niveles de salario, supongamos que el agente tiene la posibilidad de irse a trabajar a una actividad alternativa donde obtendrá $w_0$.

# La probabilidad de los escenarios

Supongamos que la empresa observará beneficios con un nivel particular de probabilidad

- $\Pi_A$ con probabilidad $p$
- $\Pi_B$ con probabilidad $1 - p$

Los beneficios esperados de la empresa (que buscará maximizar) son

$$E[\Pi] = p(\Pi_A - w_A) + (1 - p)(\Pi_B - w_B)$$

Por el otro lado, el agente obtendrá una utilidad esperada

$$E[U] = p(u(w_A)) + (1 - p)(u(w_B))$$

donde $u(w_i)$ es el nivel de utilidad obtenido por el salario $w_i$.

# El problema de maximización

El problema de maximización de la empresa será:

$$\max p(\Pi_A - w_A) + (1-p)(\Pi_B - w_B)$$
$$\text{s.a } p(u(w_A)) + (1-p)(u(w_B)) \geq u(w_0)$$

y en el óptimo observaremos que

$$w_A = w_B$$

Lo que significa que el principal debe asumir todo el riesgo.

## Haciendo más realista el modelo

Ahora supongamos que los niveles de beneficios son resultado del esfuerzo del agente, quien puede decidir entre

- $e_A$ una dosis alta de esfuerzo
- $e_B$ una dosis baja de esfuerzo

por simplicidad, por ahora supongamos que $e_B = 0$.

Más aún, el esfuerzo tiene un costo, el cuál denotaremos con $e_A$.

# Factores externos que afectan a los beneficios

Para hacer más realista el modelo, notemos que el esfuerzo no es el único factor que afecta los posibles beneficios. Sin embargo si tendrá efectos.

## Con esfuerzo

La empresa observará

- $\Pi_A$ con probabilidad $p$
- $\Pi_B$ con probabilidad $1 - p$

## Sin esfuerzo

La empresa observará

- $\Pi_A$ con probabilidad $q$
- $\Pi_B$ con probabilidad $1 - q$

Con $0 < q < p < 1$.

## Cuando el esfuerzo es observable y verificable

Supongamos que el principal puede exigir un nivel de esfuerzo (y penalizar si el agente no cumple). Deberá elegir ente esfuerzo alto o bajo.

Con bajos niveles de esfuerzo, el problema de maximización será

$$\begin{aligned} &\max q(\Pi_A - w_A) + (1-q)(\Pi_B - w_B) \\ &\text{s.a. } \; q(u(w_A)) + (1-p)(u(w_B)) = u(w_0) \end{aligned}$$

que en el óptimo cumplirá que

$$w_A = w_B = w_0$$

Con altos niveles de esfuerzo, el problema de maximización será

$$\max p(\Pi_A - w_A) + (1-p)(\Pi_B - w_B)$$
$$\text{s.a. } p(u(w_A - e_A)) + (1-p)(u(w_B - e_A)) = u(w_0)$$

que en el óptimo cumplirá que

$$w_A = w_B = w_0 + e_A$$

Notaremos que la empresa elegirá altos niveles de esfuerzo si

$$(p-q)(\Pi_A - \Pi_B) \geq e_A$$

## Relajando el modelo

Para hacer más realista el modelo, ahora supongamos que el esfuerzo no es ni observable ni verificable

- El monitoreo para observar el esfuerzo es muy caro.
- El hubiera no existe.

Desde la postura del agente, él sólo considerará que vale la pena hacer el esfuerzo si

$$p(u(w_A - e_A)) + (1-p)(u(w_B - e_A)) \geq q(u(w_A)) + (1-q)(u(w_B))$$

Ahora el problema de maximización de la empresa será

$$\max p(\Pi_A - w_A) + (1-p)(\Pi_B - w_B)$$
$$\text{s.a. } p(u(w_A - e_A)) + (1-p)(u(w_B - e_A)) \geq u(w_0)$$
$$p(u(w_A - e_A)) + (1-p)(u(w_B - e_A)) \geq q(u(w_A)) + (1-q)(u(w_B))$$

Intuitivamente, esperamos que en el óptimo, ambas restricciones se cumplirán con igualdad y observaremos que

$$w_A \geq w_B$$