Resumen del Curso - Sistemas Dinamicos

I Ecuaciones Diferenciales

(1) Ecuaciones de Primer Orden Lineales

$y' + ay = b$ coeficientes constantes
↳ MEMORIZABLE

$y' + a(t)y = b(t)$ FACTOR INTEGRANTE

$y' + ay = b(t)$ a constante, $b(t)$ de alguna de las formas especiales

$$y = y_H + y_P$$

(2) Ecuaciones de Primer Orden No Lineales

$y' = F(y)G(t)$ separable: escribir como $\frac{y'}{F(y)} = G(t)$ e integrar

$y' + a(t)y = b(y)\, y^m$ BERNOULLI

4 pasos

$$M(t,y) + N(t,y)\, y' = 0$$

(a) Coeficientes Homogéneos

$$M(\lambda t, \lambda y) = \lambda^k M(t,y)$$
$$N(\lambda t, \lambda y) = \lambda^k N(t,y)$$

→ convertir en Ec. Separable con $z = \frac{y}{t}$

(b) Ecuaciones Exactas

Se debe cumplir $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial t}$

y se busca $F(t,y)$ tal que

$$\frac{\partial F}{\partial t} = M \quad , \quad \frac{\partial F}{\partial y} = N$$

(3) Problemas Aplicados de ED de primer orden

- Mezclas en un depósito líquido

(4) Análisis Cualitativo de ED de primer orden autónomas $y' = f(y)$

(5) Ecuaciones lineales de Segundo Orden con coeficientes constantes

(a) $ay'' + by' + cy = 0$, HOMOGENEA

<u>Ideas</u> :
- Polinomio Característico
- Dependiendo de las raíces proponer una solución general
- Sustituir condiciones iniciales

(b) $ay'' + by' + cy = h(t)$ NO HOMOGENEA

Se usa el principio general :

$$y = y_H + y_P$$

si $h(t)$ es de ciertas formas particulares

(c) Aplicaciones (Sistemas masa-resorte)

(6) Sistemas de Ecuaciones 2x2

(a) <u>Homogéneos</u> $\vec{X}' = A\vec{X}$

<u>Ideas</u>:
- Polinomio Característico
- Valores y vectores propios
- Según el tipo de valores propios proponer la solución general
- Usar condiciones iniciales

(b) <u>No Homogéneos</u> $\vec{X}' = A\vec{X} + \vec{B}$

Se cubrió principalmente si $\vec{B}$ es del tipo

$\vec{B} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$ constante

$\vec{B} = \begin{pmatrix} Ae^{rt} \\ Be^{rt} \end{pmatrix}$

<u>Idea</u>: Se usa el principio general

$$\vec{X} = \vec{X}_H + \vec{X}_P$$

Si $\vec{B}$ es constante (vector) $\vec{X}_P$ debe ser solución de $A\vec{X}_p = -\vec{B}$

por lo que $\det A \neq 0$.

(c) Conexión con ecuaciones de segundo orden

(7) Análisis Cualitativo de Sistemas Autónomos

(a) Sistemas Lineales: Clasificación de puntos de equilibrio

- Casos Degenerados
- Casos No Degenerados

(b) Sistemas no lineales: En cada punto de equilibrio

- Linealización usando matriz Jacobiana
- Análisis local

II ECUACIONES EN DIFERENCIAS

(1) Ecuaciones lineales de primer orden

(a) $x_{t+1} = a x_t + b_t$

Si $b_t = b$ es constante → MEMORIZABLE

Si b_t tiene una forma especial: COEFICIENTES INDETERMINADOS

$$x_t = x_t^H + x_t^P$$

(b) Análisis Cualitativo: $x_{t+1} = f(x_t)$

DIAGRAMA DE TELARAÑA

(2) Ecuaciones lineales de Segundo Orden

$$a x_{t+2} + b x_{t+1} + c x_t = b_t$$

Si $b_t \equiv 0$ se buscan raíces del polinomio característico

De acuerdo al tipo de raices que se tengan se propone una solución general

(3) Sistemas de ecuaciones $\vec{X}_{t+1} = A\vec{X}_t$

Ideas: Polinomio característico

Valores y vectores propios y de acuerdo a ellos proponer solución general

Sistemas NO Homogéneos $\vec{X}_{t+1} = A\vec{X}_t + \vec{B}$

se escribe la solución general como

$\vec{X}_t = \vec{X}_t^H + \vec{X}_t^P$ donde $\vec{X}^P$ vector constante

cumple $(A - I)\vec{X}^P = -\vec{B}$