

Nota sobre las propiedades de la correspondencia de demanda contingente de insumos

Diego A. Domínguez

Instituto Tecnológico Autónomo de México

La demanda contingente de insumos es una correspondencia que asigna a cada posible nivel de precios de insumos y de cantidad de bien a producir de referencia el conjunto de combinaciones de insumos que minimizan el costo de la empresa cuando está restringida a producir al menos la cantidad de referencia. En general esta correspondencia cumple con ciertas propiedades y en esta nota describiremos algunas de ellas.

1. Notación

Consideremos una empresa que utiliza cantidades positivas de insumos l y k , y que tiene una función de producción $f(l, k)$. Si la empresa enfrenta precios competitivos de insumos w, r y quiere producir al menos la cantidad de referencia \bar{q} al menor costo posible, entonces la empresa resuelve el problema:

$$\begin{aligned} \min_{l,k} \quad & wl + rk \\ \text{s.a.} \quad & f(l, k) \geq \bar{q} \\ & l \geq 0 \\ & k \geq 0 \end{aligned}$$

A los minimizadores del problema los llamamos **demandas contingentes de insumos** y las denotamos $(l^C(w, r, \bar{q}), k^C(w, r, \bar{q}))$ y asignan a cada nivel de precios y cantidad a producir de referencia el conjunto de combinaciones de insumos que minimizan el costo de producción.

Las demandas contingentes de insumos son en general una correspondencia ya que pueden existir múltiples soluciones al problema de minimización de costo. Sin embargo, si la función de producción es estrictamente cuasicóncava entonces para cada nivel de precios de insumos y cantidad a producir de referencia existe una solución única al problema de minimización y por lo tanto la demanda contingente es una función.

2. Propiedades

Podemos clasificar las propiedades de la demanda contingente en dos: (i) homogeneidad, (ii) respuesta ante cambios en los parámetros.

2.1. Homogeneidad

La correspondencia de demanda contingente es homogénea de grado cero en precios de insumos, es decir, si los precios de los insumos cambian en la misma proporción y la cantidad a producir de referencia se mantiene constante, entonces las combinaciones de insumos que minimizan el costo se mantiene constantes.

Proposición 1. *Para cada $(w, r) \in \mathbb{R}_{++}^2$, $\bar{q} \in \mathbb{R}_+$ y $\lambda \in \mathbb{R}_+$, tenemos $l^C(w, r, \bar{q}) = l^C(\lambda w, \lambda r, \bar{q})$ y $k^C(w, r, \bar{q}) = k^C(\lambda w, \lambda r, \bar{q})$.*

Esta propiedad proviene del hecho de que al cambiar los precios de insumos en la misma proporción el costo de cada combinación de insumos cambia en esa misma proporción, es decir, el mapa de curvas de isocostos se mantiene constante en términos ordinales y únicamente cambia el nivel de las curvas de isocostos, por lo tanto las combinaciones de insumos óptimas son las mismas antes y después del cambio en precios.

2.2. Respuesta ante cambios en parámetros

Estas propiedades nos hablan de como cambian las demandas contingentes cuando cambia uno de los parámetros. Al aumentar el precio de un insumo la cantidad óptima de ese insumo no aumenta, y en el caso de una función de producción monótona con dos bienes la cantidad del otro insumo no disminuye.

Proposición 2. *Para cada nivel de producción de referencia $\bar{q} \in \mathbb{R}_+$, cada par de tasas de interés $r, r' \in \mathbb{R}_{++}$ tales que $r' > r$, y cada par de salarios $w, w' \in \mathbb{R}_{++}$ tales que $w' > w$, entonces:*

$$(i) \ l^C(w, r, \bar{q}) \geq l^C(w', r, \bar{q}) \text{ y } k^C(w, r, \bar{q}) \geq k^C(w, r', \bar{q}).$$

Además, si la función de producción es monótona y únicamente existen dos insumos,

$$(ii) \ l^C(w, r, \bar{q}) \leq l^C(w, r', \bar{q}) \text{ y } k^C(w, r, \bar{q}) \leq k^C(w', r, \bar{q}).$$

La propiedad (i) proviene del hecho de que al aumentar el precio de un insumo manteniendo la producción de referencia constante, el costo de una combinación de insumos aumentara más mientras contenga una mayor cantidad del insumo cuyo precio aumenta; por lo tanto, la combinación que es óptima a los precios iniciales es más barata con los precios finales que cualquier combinación de insumos que logre una producción al menos igual a la de referencia y que contenga una mayor cantidad del insumo cuyo precio cambia.

La propiedad (ii) proviene del hecho de que si la función de producción es monótona, en una canasta que minimiza el costo, la empresa producirá exactamente la cantidad de referencia. Además, como únicamente hay dos insumos, si disminuye la cantidad del insumo cuyo precio aumenta y la función de utilidad es monótona, entonces habrá que utilizar al menos la misma cantidad del otro insumo para mantener el nivel de producción de referencia.