

# Repaso de teoría de juegos

## Organización Industrial

Instituto Tecnológico Autónomo de México

Verano 2021

# Contenido

Repaso de teoría de juegos

Juegos simultáneos

Estrategia dominante

Equilibrio de Nash

Juegos secuenciales

## Repaso de teoría de juegos

Para simplificar, definamos a un juego como una situación en la que varios agentes llamados *jugadores* tomarán decisiones que les redituarán en un beneficio.

Sin embargo, el pago que un jugador (y cada jugador) obtendrá, dependerá no únicamente de sus decisiones sino de las decisiones de los otros jugadores.

# Elementos de un juego

## Jugadores

Tendremos un conjunto de  $N$  jugadores.

## Acciones

Cada jugador  $i$ , tiene un conjunto  $A^i$  de posibles acciones a tomar.

$$A^i = \{a_1^i, a_2^i, \dots, a_{k_i}^i\}$$

Denotemos entonces con  $a = (a^1, a^2, \dots, a^N)$  el vector que contiene las acciones que tomó cada jugador.

## Pagos

Cada jugador recibe un pago determinado en función del vector  $a$ . Denotamos el pago del jugador  $i$ , con  $\Pi^i$

## Juegos simultáneos

Son juegos en los que todos los jugadores toman sus decisiones al mismo tiempo .

Lo más importante a notar es que al actuar todos simultáneamente, ningún jugador tiene forma de saber lo que los demás jugadores están haciendo (o ya no puede reaccionar).

Quizá el ejemplo más popular es el **Dilema del prisionero**.

# Dilema del prisionero


# La pregunta clave

¿Es posible predecir lo que sucederá?

No se trata de conocer todos los resultados posibles, sino de saber si alguno de esos resultados es más propenso a suceder que los demás.

# Estrategia dominante

Habría una estrategia dominante si: sin importar lo que los demás jugadores hagan, al jugador  $i$  siempre le convendrá jugar su opción  $a^i$  (es la que más le paga siempre).

Si además sucede que todos los jugadores tienen su propia estrategia dominante, entonces habrá un **equilibrio con estrategias dominantes**.



# La batalla de los sexos


## Equilibrio de Nash

Empecemos por suponer que un jugador  $i$ , conoce las posibles jugadas de todos los demás jugadores. Es decir, conoce  $A^j$  para toda  $j = 1, 2, \dots, N$ .

Al conocer todas las posibles jugadas, puede planear cuál sería su mejor respuesta ante cada jugada. Al elegir su mejor plan de acción, ha definido una **estrategia**.

Una vez que cada jugador ha definido su estrategia, si ninguno de ellos tiene incentivos a desviarse de ella (asumiendo que los demás jugadores no se desvían), tendremos un **Equilibrio de Nash**.

## Equilibrio puro

Es cuando conocemos todos los posibles escenarios y nos queda claro cuál será nuestra estrategia en cada uno de ellos. **No siempre existen.**

## Equilibrio mixto

Ante cada escenario, puede haber una estrategia que se adoptará con una probabilidad  $p$  y no se adoptará con probabilidad  $(1 - p)$  (en favor de otras estrategias). **Siempre existen.**

## Batalla de los sexos (35 años después)


## Función de respuesta óptima

Es la función que a cada vector de estrategias de los demás jugadores, le permite al jugador  $i$  saber cuál sería que le traerá mejores beneficios.

Si el jugador  $i$  conoce  $a^{-i}$  (el vector que incluye las estrategias de todos los demás jugadores), podrá elegir

$$a^i = BR(a^{-i})$$

Más aún, si tenemos un vector de estrategias y cada una de ellas es la respuesta óptima a las demás, entonces ese vector será un equilibrio de Nash.

## Juegos secuenciales

Ahora, asumiremos que los jugadores toman turnos. De este modo, el jugador que actúe en el turno  $k$ , puede ver las acciones que han tomado todos los jugadores que actuaron en los  $k - 1$  turnos anteriores.

Por el otro lado, no sabe que harán los jugadores que actúen en los turnos siguientes, lo mejor que puede hacer es evaluar cuál sería la respuesta óptima ante lo que planea hacer.

# El juego del piloto y el terrorista

# El juego del piloto y el terrorista



# El juego del piloto y el terrorista

# Subjuegos y equilibrios perfectos en subjuegos

Un subjuego tomará como dado todo lo sucedido en los turnos anteriores y buscará un equilibrio como si fuera un nuevo juego independiente.

Rheinard Selten (1965)

Si una misma estrategia induce un equilibrio de Nash en todos los subjuegos, entonces será un **equilibrio de Nash perfecto en subjuegos**