ECUACIONES DE PRIMER ORDEN

MÉTODOS ANALITICOS

Identificar Variables → Formato correcto

Separable

$$y' = \Phi(y)\Psi(t)$$

$$\frac{y'}{\Phi(y)} = \Psi(t) \text{ e integrar}$$

$$(1+t^2)y' = t(t+1)\cot(y)$$

$$\frac{\text{sen}(y)}{\cos(y)}\, y' = \frac{t^2+t}{1+t^2}$$

$$-\frac{(\text{sen}\, y)\, y'}{\cos y} = \frac{-t^2-1+1-t}{1+t^2}$$

$$= -1 + \frac{1}{1+t^2} - \frac{1}{2}\frac{2t}{1+t^2}$$

Bernoulli

$$y' + a(t)y = b(t)y^m$$

① Dividir entre y^m

$$\frac{y'}{y^m} + a(t)y^{1-m} = b(t) \quad \text{---} (*)$$

② Se propone $w = y^{1-m}$, o sea

$$w' = (1-m)y^{-m}\cdot y'$$

③ Multiplicamos por $(1-m)$ para obtener

$$w' + a(t)(1-m)w = b(t)(1-m)$$

④ Resolver como <u>lineal</u>

NO OLVIDAR VOLVER A LA VARIABLE y

$y^{5/3}\,\text{sen}\, t + y y' = y^2$ es Bernoulli

$$y' - y = y^{2/3}\,\text{sen}\, t$$

Lineales

$$y' + ay = b$$

a, b constantes

Memorizable

$$y = Ke^{-at} + \frac{b}{a}$$

$$y' + a(t)y = b(t)$$

Lineal completa

Factor Integrante

$$\mu(t) = e^{\int a(t)dt}$$

Queda

$$(\mu y)' = b(t)\mu(t)$$

y se integra

$$y' + ay = b(t)$$

a constante

b(t) una "<u>forma especial</u>"

La solución se escribe como

$$y = y_H + y_P$$

donde $y_H = Ke^{-at}$ es la Sol. Gral de $y' + ay = 0$

y y_P se propone como la "forma completa" del tipo de b(t) VER NOTAS

FORMAS Especiales

Formatos correctos: $y' = \frac{M(t,y)}{N(t,y)}$ o bien

$$M(t,y) + N(t,y)\,y' = 0$$

Coeficientes Homogéneos

Cumplen $M(\lambda t, \lambda y) = \lambda^k M(t,y)$
$N(\lambda t, \lambda y) = \lambda^k N(t,y)$

(RECUERDESE LA IDEA DEL "ORDEN" DE LAS EXPRESIONES)

1. se propone el cambio de variable $z = \frac{y}{t}$, $y' = tz' + z$ y se sustituye en la ecuación
2. Después de trabajo algebráico se debe llegar a una ECUACION SEPARABLE

NO OLVIDAR VOLVER A LA VARIABLE y

Ecuaciones Exactas

Se debe cumplir

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial t}$$

Se busca $F(t,y)$ que cumpla

$$\frac{\partial F}{\partial t} = M \quad , \quad \frac{\partial F}{\partial y} = N$$

La Solución General se plantea como $F(t,y) = C$

• Para determinar $F(t,y)$:

1. Integrar $\int M(t,y)\,dt = F(t,y)$ (sumando $\psi(y)$ como "Constante de integración")
2. La expresión obtenida en 1 se deriva respecto a y y se iguala a $N(t,y)$; así se obtiene $\psi(y)$