15.4 幂级数的乘法

命题

1. （15.4.1 乘法保持函数的实解析性质？）设$f:(a-r,a+r)\to\mathbb{R}$和$g:(a-r,a+r)\to\mathbb{R}$都是$(a-r,a+r)$上的解析函数，它们在a处分别有幂级数展开式：

$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n(x-a)^n$$
$$g(x)=\sum_{n=0}^{\infty}d_n(x-a)^n$$

那么函数$fg:(a-r,a+r)\to\mathbb{R}$在$(a-r,a+r)$上也是解析的，其幂级数展开式为：

$$f(x)g(x)=\sum_{n=0}^{\infty}e_n(x-a)^n$$

其中$e_n:=\sum_{m=0}^{n}c_md_{n-m}$。

（注：序列$(e_n)_{n=0}^{\infty}$有时被称为序列$(c_n)_{n=0}^{\infty}$和$(d_n)_{n=0}^{\infty}$的**卷积**，它与定义14.8.9中引入的卷积概念有密切的联系）

本节相关跳转

实分析 14.8 用多项式一致逼近