

9.7 中值定理

命题

1. (9.7.1 中值定理) 设 $a < b$ 都是实数, $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ 是 $[a, b]$ 上的连续函数, 并且设 y 是介于 $f(a)$ 与 $f(b)$ 之间的一个实数 (即要么有 $f(a) \leq y \leq f(b)$ 要么 $f(b) \leq y \leq f(a)$), 那么存在实数 $c \in [a, b]$ 使得 $f(c) = y$.

(证明已收录至额外注释: [中值定理证明](#))

2. (9.7.4 推论 连续函数的象) 设 $a < b$ 都是实数, $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ 是 $[a, b]$ 上的连续函数。设 $M := \sup_{x \in [a, b]} f(x)$ 与 $m := \inf_{x \in [a, b]} f(x)$ 分别是 f 的最大值与最小值, 并且设 y 是介于 m 与 M 之间的一个实数 (即 $m \leq y \leq M$)。那么存在一个 $c \in [a, b]$ 使得 $f(c) = y$, 更进一步地, 我们有 $f([a, b]) = [m, M]$.

课后习题