# 19.4 与黎曼积分的比较

## 命题

1. (19.4.1) 设$I\subseteq\mathbb{R}$是一个区间，并设$f:I\to\mathbb{R}$是一个黎曼可积的函数。那么，$f$也是绝对可积的，并且$\int_I f=R.\int_I f$。

   （注：这就表明了勒贝格积分事实上是黎曼积分的推广（至少在一维情况下如此）；与黎曼积分相比，勒贝格积分可以处理更多的函数，这就是我们为什么在分析学中使用勒贝格积分的主要原因之一（例如非常经典的狄利克雷函数在$[0,1]$上的积分，它不是黎曼可积的但是可以通过勒贝格积分给出一个合理的结果）；另一方面，勒贝格积分可以很好地与极限运算进行交互，这一点可以从勒贝格单调收敛定理、法都引理以及勒贝格控制收敛定理中看出，黎曼积分中我们并不能给出这样的相应定理（没记错的话，黎曼积分好像只有关于一致收敛的结论，参见命题14.6.1）；关于本节的内容（包括后面19.5节的内容），个人推荐去看原书的证明过程，此处仅做记录方便查阅回看）

---

## 本节相关跳转


实分析 14.6 一致收敛和积分

实分析 19.2 非负可测函数的积分

实分析 19.3 绝对可积函数的积分