

9.8 单调函数

定义

1. (9.8.1 单调函数) 设 X 是 \mathbb{R} 的一个子集, 并设 $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ 是一个函数。我们称 f 是**单调递增**的, 当且仅当只要 $x, y \in X$ 且 $y > x$, 就有 $f(y) \geq f(x)$; 我们称 f 是**严格单调递增**的, 当且仅当只要 $x, y \in X$ 且 $y > x$, 就有 $f(y) > f(x)$; 我们称 f 是**单调递减**的, 当且仅当只要 $x, y \in X$ 且 $y > x$, 就有 $f(y) \leq f(x)$; 我们称 f 是**严格单调递减**的, 当且仅当只要 $x, y \in X$ 且 $y > x$, 就有 $f(y) < f(x)$ 。如果 f 是单调递增或单调递减的, 那么我们称 f 是**单调**的; 如果 f 是严格单调递增或严格单调递减的, 那么我们称 f 是**严格单调**的。

(如果一个函数同时是严格单调的并且是连续的, 那么它就有很多良好的性质, 比如, 它是可逆的 (见命题9.8.3与习题9.8.4))

命题

1. (9.8.3 单调函数) 设 $a < b$ 都是实数, 并且设 $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ 是 $[a, b]$ 上的既连续又严格单调递增的函数。则 f 是从 $[a, b]$ 到 $[f(a), f(b)]$ 的的双射, 并且它的反函数 $f^{-1}: [f(a), f(b)] \rightarrow [a, b]$ 也是既连续又严格单调递增的。
-

课后习题
