Instituto San Mateo

Bachillerato de Excelencia

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Celia Rubio Madrigal

EL DODECAFONISMO Y SU ESTRUCTURA MATEMÁTICA

Trabajo dirigido por

D. María Gaspar Alonso-Vega

curso 2016-2017

RESUMEN

El dodecafonismo evita el predominio de cada nota de la escala cromática. Las reglas compositivas que lo posibilitan pueden matematizarse por medio de las permutaciones. Este proyecto explica por qué surgió este sistema y los postulados que lo definieron, proponiendo ejemplos analizados. Además, se investigará sobre el serialismo con escalas no cromáticas en busca de consonancia.

ABSTRACT

The twelve-tone composition system tries to avoid the predominance of every note of the twelve-tone octave. The rules which make it possible can be mathematized by means of permutations. This paper will explain why this system was conceived and the postulates which defined it, providing examples which will further be analyzed. Moreover, non-chromatic serialism will be investigated in search of consonance.

PALABRAS CLAVE: Música, Schönberg, Dodecafonismo, Serialismo Musical, Composición, Matemáticas, Permutaciones.

KEYWORDS: Music, Schoenberg, Dodecaphonism, Twelve-Tone System, Musical Serialism, Composition, Mathematics, Permutations.

ÍNDICE

1. OBJETIVOS....3

2. INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DEL DODECAFONISMO.... 3

3. LOS POSTULADOS DEL DODECAFONISMO....6

4. COMPOSICIÓN Y ANÁLISIS DE OBRAS DODECAFÓNICAS....11

5. ANÁLISIS DE UNA DANZA: MUSETTE....14

6. EL VALOR DEL DODECAFONISMO. ESCALAS NO CROMÁTICAS....17

7. CONCLUSIONES....21

8. BIBLIOGRAFÍA....21

ANEXO I: Series de la Suite....23

ANEXO II: Espectro serial en Excel....24

ANEXO III: Análisis serial de la Musette....25

ANEXO IV: Modificación pentatónica....27

ANEXO V: Modificación hexafónica....29

ANEXO VI: Modificación heptafónica....29

1. OBJETIVOS

Los principales objetivos de esta investigación son:

- Estudiar y justificar históricamente el surgimiento del serialismo musical dodecafónico, sus axiomas y sus mayores representantes.
- Matematizar dicha técnica compositiva por medio de las permutaciones.
- Analizar a modo ejemplificativo las series y el tercer movimiento (Musette) de la primera obra íntegramente dodecafónica: Suite para Piano Op. 25 de Arnold Schoenberg.
- Investigar el valor artístico del dodecafonismo mediante el uso de otras escalas no cromáticas.

2. INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DEL DODECAFONISMO

El periodo de la historia de la música predominante en el siglo XIX, comúnmente llamado Romanticismo, culminó con los dramas musicales de Richard Wagner (1813–1883), en los que todos los elementos de la obra estaban detalladamente estudiados por el compositor. A este concepto él lo llamaba *Gesamtkunstwerk*, es decir, <<obra de arte total>>[1], ya que se aseguraba personalmente que en sus óperas las artes escénicas, musicales, poéticas y visuales se combinaran entre sí a la perfección.

La idea del *Gesamtkunstwerk* la desarrolló alrededor de 1850, y la plasmó en su totalidad en su ciclo de cuatro óperas *Der Ring des Nibelungen*, estrenado el 16 de agosto de 1876. Wagner controló y creó cada aspecto de la tetralogía, desde la música hasta el libreto, el vestuario y la escenografía. Incluso mandó crear su propia sala de conciertos en Bayreuth, el *Festspielhaus*, para que el lugar se adecuara a sus ideas sobre el pensamiento y la cultura musical.

[1] Ensayo *Oper und drama,* 1851

De esta forma, a ojos de compositores posteriores, Wagner había agotado todas las posibilidades de la música tonal, y quizás ya había comenzado el viraje hacia el predominio de la disonancia con su abundante uso del cromatismo y su famoso acorde de Tristán[2]. Por tanto, y siguiendo la mentalidad alemana del progreso como un camino ascendente, el paso siguiente para la composición musical debía consistir en deshacerse progresivamente de la tonalidad y desarrollar la <<emancipación de la disonancia>>[3]. Así fue como Arnold Schoenberg ideó sus teorías del pensamiento musical, y éstas dieron paso a la creación de la atonalidad.

Fuertemente influido por Wagner y Brahms desde su adolescencia, Schoenberg (1874–1951) comenzó componiendo al estilo posromántico de su época, llevando el cromatismo y la orquestación hasta el extremo. Sin embargo, y no espontáneamente, empezó a buscar en sus composiciones que cada sonido tuviera un valor independiente de su funcionalidad tonal.

Para él, la música no estaba intrínsecamente dirigida a una tónica. En las progresiones, lo importante era el paso de un acorde a otro, y no hacia dónde se dirigían éstos. Además, él opinaba que se debían poder utilizar las notas de los modos eclesiásticos libremente, por lo que consideraba las notas no diatónicas tan válidas como las diatónicas. Esto hacía imposible distinguir unas de otras, no pudiendo identificar ni siquiera la tónica. De esta forma, la jerarquía tonal quedaba desestabilizada.

Tras pasar por la etapa tonal posromántica, y debido a su convicción en la irrevocabilidad histórica de la evolución hacia el cromatismo total, en 1908 Schoenberg se desligó de la tonalidad con el ciclo de canciones *Das Buch der*

[2] Primer acorde del drama musical *Tristan und Isolde*, 1865

[3] Ensayo *Composition with twelve tones*, recogido en *Style and Idea*, 1950

Hängenden Gärten. A partir de entonces se dedicó a componer fragmentos muy breves cuya estructura era definida por motivos y no por la armonía, como solía ocurrir en formas musicales anteriores (la forma sonata es el ejemplo más destacado). A este periodo en sus composiciones se le llama *atonal libre*.

Sin embargo, Schoenberg no estaba satisfecho con la técnica compositiva que utilizaba, porque admiraba las obras extensas de los músicos románticos y pensaba que su atonalidad libre no podía sostener una obra de gran envergadura. Es decir, necesitaba un hilo conductor más potente que los motivos para poder componer obras atonales más largas.

Además, por aquella época sufrió una crisis en muchos aspectos de su vida. En lo personal, su mujer Matilde Zemlinsky acababa de abandonarlo por otro hombre, aunque posteriormente volvería junto al compositor. Y en lo profesional, sus obras no eran del gusto del público, por lo que no contaba con suficiente dinero para mantener a su familia. Todas estas circunstancias, unidas al desarrollo de la Primera Guerra Mundial, no le permitieron componer muchas obras entre 1914 y 1923.

Tras el final de la guerra, en 1919, Schoenberg fundó la Sociedad para Interpretaciones Musicales Privadas junto a sus discípulos y amigos Alban Berg y Anton Webern. En la Sociedad se presentaban músicas contemporáneas en circunstancias que favorecieran su adecuada apreciación. Así se evitaba que dichas obras, al no ser entendidas por el público, fueran inmediatamente rechazadas. Schoenberg, Berg y Webern se autodenominaron la Segunda Escuela de Viena en honor al grupo de compositores del siglo XVIII Haydn, Mozart y Beethoven, quienes formaban la Primera Escuela de Viena.

En este contexto Schoenberg pudo reflexionar sobre las técnicas compositivas, y al fin publicó en 1923 su ensayo *Método de composición con doce sonidos*, donde se describían por primera vez los axiomas del dodecafonismo: la solución al problema de la atonalidad libre que le había estado atormentando durante una década.

Su primera obra íntegramente dodecafónica, publicada también en 1923, es la Suite para piano Op. 25, cuyas series nos servirán de ejemplo y cuyo movimiento nº3 (Musette) será analizado en este ensayo.

3. LOS POSTULADOS DEL DODECAFONISMO

El dodecafonismo es el sistema compositivo que predetermina las relaciones melódico-armónicas de una obra a partir de una ordenación serial de las doce notas de la escala cromática, llamada *serie*, y sus derivaciones. Es decir, que los únicos elementos serializados son la melodía y la armonía, mientras que el ritmo, la duración, el timbre y las dinámicas se dejan a discreción del compositor. Esto permite realizaciones musicales y estilos de composición dodecafónica muy diferentes: Schoenberg daba un tratamiento tradicional a sus obras, ya que aún admiraba las formas clásicas; Berg iba más allá al utilizar series que recordaban a las tríadas tonales; y, en cambio, Webern evitaba radicalmente cualquier asociación con la tradición.

Schoenberg definió su sistema musical a partir de cuatro postulados que, en realidad, se basan en principios matemáticos:

1. *La serie (sobre la que se construye la obra dodecafónica) consta de las doce notas de la escala cromática dispuestas en un orden lineal específico.*

2. *Ninguna nota aparece más de una vez en la serie.*

Los dos primeros postulados expresan que una obra dodecafónica fundamenta su estructura sobre una *permutación* de la escala de doce semitonos. Dicha permutación σ no es más que una biyección del conjunto numerado de las doce notas {Do = 0, Do# = 1, Re = 2, Re# = 3, Mi = 4, Fa = 5, Fa# = 6, Sol = 7, Sol# = 8, La = 9, La# = 10, Si = 11} consigo mismo, y se representa de esta forma:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ \sigma(0) & \sigma(1) & \sigma(2) & \sigma(3) & \sigma(4) & \sigma(5) & \sigma(6) & \sigma(7) & \sigma(8) & \sigma(9) & \sigma(10) & \sigma(11) \end{pmatrix}$$

Por ejemplo, en la Suite para piano Op. 25 Schoenberg utiliza como serie original en todos los movimientos de la obra la siguiente permutación P:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 4 & 5 & 7 & 1 & 6 & 3 & 8 & 2 & 11 & 0 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

3. La serie será expuesta en cualquiera de sus aspectos lineales: original, inversión, retrogradación del original y retrogradación de la inversión.

4. La serie puede usarse en sus cuatro aspectos desde cualquier nota de la escala.

Los dos últimos postulados amplían los recursos compositivos al admitir la transformación de la serie original mediante *inversión, retrogradación, inversión retrógrada* y *transposición*. El compositor puede utilizar cualquiera de las transformaciones de la serie al componer su obra dodecafónica, y el conjunto de las series que puede utilizar en una sola obra se conoce como *espectro serial*.

La *transposición*, mencionada en el cuarto postulado, consiste en subir o bajar la serie original un número determinado de semitonos. Por tanto, no se modifican los intervalos entre las notas, sino solamente la altura a la que está la serie. Ya que consideramos todas las octavas equivalentes, debemos trabajar módulo 12.

La serie transportada k semitonos T(k) se construirá sumando o restando k a σ (mod. 12):

$$T_\sigma(k) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & & 9 & 10 & 11 \\ \sigma(0)+k & \sigma(1)+k & \sigma(2)+k & \cdots & \sigma(9)+k & \sigma(10)+k & \sigma(11)+k \end{pmatrix}$$

Una posible serie transportada con k = 6 sobre la permutación P de la Suite Op. 25 sería la siguiente serie T(6):

$$T(6) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 10 & 11 & 1 & 7 & 0 & 9 & 2 & 8 & 5 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

La *retrogradación* consiste en leer la serie original desde la nota final hacia atrás, es decir, aplicar a la serie una simetría especular. De este modo, la primera nota irá al último puesto, la segunda al penúltimo, y así sucesivamente.

La serie retrógrada se construirá de esta forma:

$$R_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ \sigma(11) & \sigma(10) & \sigma(9) & \sigma(8) & \sigma(7) & \sigma(6) & \sigma(5) & \sigma(4) & \sigma(3) & \sigma(2) & \sigma(1) & \sigma(0) \end{pmatrix}$$

La serie retrógrada sobre la permutación P de la Suite Op. 25 es la siguiente serie R(0):

$$R(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 10 & 9 & 0 & 11 & 2 & 8 & 3 & 6 & 1 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Por último, la *inversión* consiste en cambiar la dirección —de ascendente a descendente, y viceversa— de los intervalos entre cada nota de la serie. Si el primer intervalo en la serie original σ es de +n, el primer intervalo en la serie invertida I_σ será de -n (mod. 12), por lo que debemos cambiar el signo de σ para construir I_σ. Además, queremos que la primera nota de ambas series, $I_\sigma(0)$ y σ(0), coincidan, así que debemos transportar la serie -σ un número λ de semitonos para que esta condición se cumpla:

$$I_\sigma(0) = -\sigma(0) + \lambda = \sigma(0);$$

$$\lambda = 2\sigma(0)$$

Por tanto, la serie invertida se construirá de esta forma:

$$I_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & 10 & 11 \\ \sigma(0) & -\sigma(1) + 2\sigma(0) & -\sigma(2) + 2\sigma(0) & \dots & -\sigma(10) + 2\sigma(0) & -\sigma(11) + 2\sigma(0) \end{pmatrix}$$

La serie invertida sobre la permutación P de la Suite Op. 25 es la siguiente serie I(0):

$$I(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 2 & 5 & 0 & 6 & 9 & 8 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

En total, obtendremos 48 series pertenecientes a un solo espectro serial, ya que hay 12 series originales sobre cada una de las doce notas {T(0) = P, T(1), T(2)...}, 12 series retrógradas {R(0), R(1), R(2)...}, 12 invertidas {I(0), I(1), I(2)...} y 12 series sobre las que se aplica tanto la retrogradación como la inversión {RI(0), RI(1), RI(2)...}.

Si calculamos la retrogradación invertida y la inversión retrógrada, observamos que no conmutan, sino que dan dos series transportadas una de la otra, como se muestra a continuación:

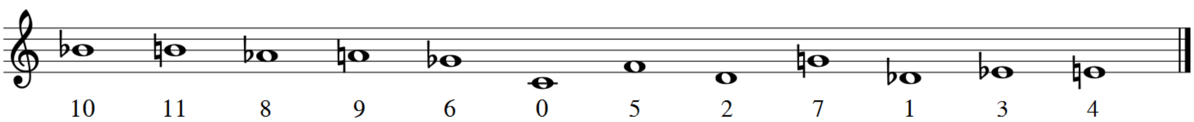
$$\mathrm{IR}_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 10 & 11 \\ -\sigma(11)+2\sigma(0) & -\sigma(10)+2\sigma(0) & \dots & -\sigma(1)+2\sigma(0) & -\sigma(0)+2\sigma(0) \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{RI}_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 10 & 11 \\ -\sigma(11)+2\sigma(11) & -\sigma(10)+2\sigma(11) & \dots & -\sigma(1)+2\sigma(11) & -\sigma(0)+2\sigma(11) \end{pmatrix}$$

Los únicos casos en los que podrían conmutar ocurrirían cuando $2\sigma(0) \equiv 2\sigma(11)$ (mod. 12): $12 - 2\sigma(0) = 2\sigma(11);\ 6 - \sigma(0) = \sigma(11);\ \sigma(11) - \sigma(0) = 6$

Es decir, cuando la primera y la última nota de la serie original se distancian en 6 semitonos, como es el caso de nuestra permutación P en la Suite Op. 25 de Schoenberg:

$$\mathrm{IR} = \mathrm{RI} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 10 & 11 & 8 & 9 & 6 & 0 & 5 & 2 & 7 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$



Además, la retrogradación, la inversión y la composición de ambas son transformaciones involutivas, es decir, aplicando dos veces una transformación se vuelve a la serie original. Por tanto, si tomamos las series transportadas como equivalentes, el conjunto de series restantes forma un *grupo de Klein*, donde Id es la transformación identidad y RI coincide con IR.

	Id	I	R	IR
Id	Id	I	R	IR
I	I	Id	IR	R
R	R	IR	Id	I
IR	IR	R	I	Id

4. COMPOSICIÓN Y ANÁLISIS DE OBRAS DODECAFÓNICAS

Lo primero que hará un compositor dodecafonista antes de empezar a componer será escoger su serie original. Su elección nunca es una simple cuestión de azar; al contrario, ya que las singularidades de dicha serie darán un carácter especial a toda la obra. Por ejemplo, el compositor puede escoger una serie con simetrías, y así tendrá series repetidas entre su espectro serial. También puede tener simetrías internas entre los tricordios o tetracordios de la serie, es decir, simetrías solo en un fragmento de tres o cuatro notas, y de este modo podrá el compositor oscilar entre varias series del espectro que se parezcan entre sí.

En la Suite para Piano Op. 25, Schoenberg escoge su serie P para resaltar el intervalo de *tritono* (n = 6). A continuación observamos los intervalos crecientes, en unidad de semitono, entre las notas de esta serie:

$$P = \left(\begin{array}{cccccccc|cccccccc|cccccccc} 0 & & 1 & & 2 & & 3 & & 4 & & 5 & & 6 & & 7 & & 8 & & 9 & & 10 & & 11 & \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 7 & 6 & 1 & 5 & 6 & 9 & 3 & 5 & 8 & 6 & 2 & 9 & 11 & 1 & 0 & 9 & 9 & 1 & 10 & 6 \end{array}\right)$$

Y observamos que presenta repeticiones triples de los intervalos de tritono 6, de sexta mayor 9 y de segunda menor o semitono 1 – los intervalos más disonantes; una repetición doble de cuarta justa 5, y un intervalo de segunda mayor 2; además de una consecución de intervalos repetida 9 1 9 1. Como se forma el intervalo de tritono al enlazar la serie original con una serie que empiece por la misma nota, se tiene en cuenta el intervalo de tritono 6 al final. En el dodecafonismo se evitan deliberadamente los intervalos de tercera mayor 4, ya que estos son la base de la eludida armonía tonal.

El intervalo de tritono tiene la particularidad de no modificarse en los procedimientos de inversión y transportación con $k = 6$, por lo que estos intervalos aparecen en los lugares originales, mientras que en los procedimientos de retrogradación y retrogradación inversa ocupan sus lugares en retrógrado. En particular, Schoenberg utiliza entre los seis movimientos de la Suite solamente las ocho series de todo el espectro serial que cumplen estos requisitos: T(0), T(6), I(0), I(6), R(0), R(6), IR(0) y IR(6), que podemos observar en el Anexo I. Estas series tienen muchos elementos en común: todas comienzan o acaban por Mi ♮ (4) o por Si ♭ (10), lo que permite enlazar unas series con otras por medio del unísono o del tritono; se mantienen los intervalos de tritono en sus lugares originales o retrógrados, y coinciden en las dos primeras y las dos últimas notas dos a dos: T(0) con IR(6), T(6) con IR(0), R(0) con I(6) y R(6) con I(0).

Hay estudios – como los llevados a cabo por Martha Hyde y Robert Morgan – que limitan las series utilizadas en la Suite a cuatro: T(0), T(6), I(0) e I(6), pero ya que mi objetivo no es analizar la obra entera, dejaré esta cuestión para análisis posteriores.

Schoenberg realiza en la serie P una partición isomórfica triple, es decir, la serie se divide en tres tetracordios, y cada uno de ellos contiene un intervalo de tritono. El último tetracordio, si se retrograda, consta de las notas 10 – 9 – 0 – 11, que en notación germánica es la secuencia BACH. Esto puede ser un homenaje al compositor Johann Sebastian Bach (1685—1750), ya que Schoenberg admiraba a los grandes compositores anteriores a él por las estructuras formales de sus obras. Otro posible homenaje a Bach y sus contemporáneos barrocos es precisamente la forma de la obra: es una Suite, género cultivado durante los siglos XVII y XVIII que se compone de una variedad de danzas. La Suite de

Schoenberg está formada por seis danzas: un Preludio, una Gavota, una Musette, un Intermezzo – que no tiene influencia barroca sino más bien de Brahms, otro modelo para Schoenberg –, un Minueto con Trío y una Giga. Además, el estilo, la textura – contrapuntística, típicamente barroca – y la estructura de cada danza se corresponden con los estilos, texturas y estructuras de las danzas homónimas del periodo bachiano.

Al componer la obra, Schoenberg trata cada tetracordio como una subunidad individual, y los superpone contra otras series del espectro también divididas, o utiliza sus notas como un solo acorde cuatríada. Estas divisiones no sólo sirven para hacer la serie más reconocible o añadir cohesión a la obra, sino que además facilitan el desarrollo de la serie específicamente en el estilo de cada danza.

El espectro serial de la serie P puede ordenarse para formar una matriz dodecafónica, la cual contiene todas las series en una sola tabla.

Con la herramienta Excel he creado una tabla genérica que devuelve una matriz dodecafónica correspondiente a la serie original que se introduzca en la primera fila blanca, además de producir la nomenclatura de cada serie en las casillas grises. Las fórmulas de la tabla genérica están incluidas en el Anexo II, y están creadas a partir de las fórmulas de construcción de series del apartado 3 y de la propiedad de invariancia de intervalos de las transportaciones. La función RESIDUO(_;12) permite trabajar módulo 12, mientras que la función CONCATENAR("X(";_;")") produce el texto X(_).

A continuación se incluye la matriz dodecafónica de la serie P. Mientras que en la tabla genérica aparecen dos filas inferiores, que corresponden a las distintas nomenclaturas de RI e IR para una misma serie – ya que normalmente no conmutan –, en la matriz de la serie P solo incluyo una de las dos, como se explicó en el apartado 3.

	I(0)	I(1)	I(3)	I(9)	I(2)	I(11)	I(4)	I(10)	I(7)	I(8)	I(5)	I(6)	
T(0)	4	5	7	1	6	3	8	2	11	0	9	10	R(0)
T(11)	3	4	6	0	5	2	7	1	10	11	8	9	R(11)
T(9)	1	2	4	10	3	0	5	11	8	9	6	7	R(9)
T(3)	7	8	10	4	9	6	11	5	2	3	0	1	R(3)
T(10)	2	3	5	11	4	1	6	0	9	10	7	8	R(10)
T(1)	5	6	8	2	7	4	9	3	0	1	10	11	R(1)
T(8)	0	1	3	9	2	11	4	10	7	8	5	6	R(8)
T(2)	6	7	9	3	8	5	10	4	1	2	11	0	R(2)
T(5)	9	10	0	6	11	8	1	7	4	5	2	3	R(5)
T(4)	8	9	11	5	10	7	0	6	3	4	1	2	R(4)
T(7)	11	0	2	8	1	10	3	9	6	7	4	5	R(7)
T(6)	10	11	1	7	0	9	2	8	5	6	3	4	R(6)
	IR(0)	IR(1)	IR(3)	IR(9)	IR(2)	IR(11)	IR(4)	IR(10)	IR(7)	IR(8)	IR(5)	IR(6)	

5. ANÁLISIS DE UNA DANZA: MUSETTE (Anexo III)

En el tercer movimiento de la Suite para Piano Op. 25, la Musette, Schoenberg recrea la danza barroca que toma su nombre del instrumento homónimo: la *cornamusa*, de la familia de la gaita.

La música compuesta para estos instrumentos consiste en una melodía acompañada por una nota pedal. Schoenberg imita esta textura a lo largo del movimiento mediante la presencia de un bordón sobre la nota Sol♮ (7). Esta nota se extrae de cada una de las series utilizadas y se forma con ella un ostinato rítmico en la mano izquierda del piano. Con el resto de sonidos de cada serie, Schoenberg vuelve a emular el estilo de la danza barroca y articula un discurso polifónico a dos voces con ritmos esencialmente cortos.

A partir de la doble barra del compás 9, la nota Re ♭ (1) acompaña a Sol ♮ (7) y ambos crean un doble bordón en la mano izquierda. La elección de esas dos notas está estrechamente relacionada con la tradicional relación de quinta justa formada por Sol ♮ y Re ♮ en la música tonal. Schoenberg sustituye las quintas justas tonales por los intervalos de tritono dodecafónicos, subrayando aún más su <<emancipación de la disonancia>>.

Además de las similitudes texturales, rítmicas y armónicas, la Musette de Schoenberg comparte estructura formal con las danzas barrocas. Y esta semejanza es quizás la más notable, ya que fue la búsqueda de estructura formal lo que inspiró a Schoenberg a desarrollar su método compositivo. La Musette barroca, como todos los movimientos de danza, presenta una estructura binaria con simetría tonal: empieza y acaba por la misma tonalidad, mientras que el centro es zona de desarrollo. Schoenberg despoja de funcionalidad tonal a esa simetría, madre de la forma sonata, y la aplica a su composición dodecafónica.

En el movimiento de la Suite Op. 25 se pueden diferenciar a simple vista tres secciones, divididas en los compases 9 y 20, debido a cambios de textura, figuración y tempo. En la segunda sección se le añade melodía a la mano izquierda del piano, dejando más camuflado el bordón que en la primera sección, además de que éste se vuelve doble, y vuelve a aparecer claramente en la tercera sección. También en la segunda sección aparece una nueva figuración, que es la semicorchea; y, por último, en los dos compases de división aparecen dos *a tempo*, que marcan el final de las dos primeras secciones tras dos zonas de variabilidad rítmica.

Para que esta estructura tríptica sea una forma binaria, la primera y la última parte deben mantener un parecido, que se observa a través del análisis de las series utilizadas en el movimiento. Estas series son T(0), T(6), I(0) e I(6).

Como cada una de estas series es o inversión o transposición con $k = 6$ de otra serie del grupo, las cuatro series forman también un grupo de Klein. T(0) es el elemento identidad, ya que es el resultado de multiplicar cualquier serie sobre sí misma.

	T(0)	T(6)	I(0)	I(6)
T(0)	T(0)	T(6)	I(0)	I(6)
T(6)	T(6)	T(0)	I(6)	I(0)
I(0)	I(0)	I(6)	T(0)	T(6)
I(6)	I(6)	I(0)	T(6)	T(0)

En la Musette, Schoenberg hace un uso casi absoluto de la tripartición serial, hasta el punto de individualizar los tetracordios por separado y concederles privilegios seriales, como la retrogradación. Por ejemplo, en el compás 7, en la voz inferior de la mano derecha aparece el tetracordio 4 – 5 – 2 – 3, que es o bien el primer tetracordio de IR(6) o la retrogradación del tercer tetracordio de I(6), mientras que los otros dos tetracordios de I(6), 10 – 9 – (7) – 1 en la voz superior y 8 – 11 – 6 – 0 en la mano izquierda, aparecen en el orden correcto. Entonces no se puede analizar el compás como IR(6), sino indicar que hay una alteración puntual de I(6). [La nota 7 aparece como bordón y no en la misma voz que el resto del tetracordio, por lo que su posición es también excepcional.]

Por tanto, es muy complicado analizar esta obra en su totalidad, ya que la flexibilidad en la ordenación de los tetracordios puede generar situaciones muy ambiguas. Debido a estas fragmentaciones y a las variadas combinaciones de tetracordios originales y retrógrados, se escucha un área de desarrollo hacia la sección media del movimiento. En cambio, las series al principio y al final de la pieza se presentan casi íntegramente, como una exposición y reexposición. He aquí un vínculo con la simetría de las formas binarias tonales.

Es más, incluso el orden de las series utilizadas en la primera y en la última sección coinciden, exceptuando dos repeticiones consecutivas y las series T(0) finales, que actúan como una cadencia serial:

c. 1	T(0)	I(6)	T(6)	I(0)	T(0)		I(0)		T(6)	I(6)		I(6)			**c. 9**
c. 22	T(0)	I(6)	T(6)	I(0)	T(0)	I(0)		I(0)	T(6)		I(6)		T(0)	T(0)	**c. 31**

En el Anexo III se encuentra el análisis serial completo de la Musette, y en la pista 1 su reproducción con el programa Musescore.

6. EL VALOR DEL DODECAFONISMO. ESCALAS NO CROMÁTICAS

En julio de 1921, tras haber ideado los fundamentos del dodecafonismo, Schoenberg dijo a su discípulo Josef Rufer: "*He realizado un descubrimiento que asegurará la supremacía de la música alemana durante los próximos cien años*". Durante la mayor parte de su vida, Schoenberg creyó que el público general acabaría aceptando la música dodecafónica del mismo modo que se habían aceptado los sistemas tonales durante siglos. Para él, la naturalidad del sistema dodecafónico residía en que era el resultado final de un proceso histórico: desde el contrapunto y el desarrollo motívico, practicado por los grandes maestros de la tradición alemana, hasta la disolución de la tonalidad, anticipada por la música postwagneriana e impresionista.

Tras su muerte en 1951 y durante dos décadas, su sistema compositivo fue venerado por los compositores jóvenes más brillantes, pero después se desvaneció de las salas de conciertos y de la memoria musical colectiva.

Hoy en día la música dodecafónica está muerta. Ya solo vive académicamente: como un ejemplo que estudiar del éxito de las vanguardias elitistas del siglo XX, como una antigualla en la vitrina de un museo. Pero musicalmente ya nadie la disfruta, nadie desea escucharla ni tocarla.

¿Qué valor artístico tiene un arte que ya no se practica? Aún más, ¿qué valor tiene un arte que no gusta, no sólo a las mayorías desinformadas, sino incluso a los músicos más conocedores, un arte que solo gusta al propio autor y a su grupo de discípulos?

Si cuando se ideó tuvo valor artístico, fue por haber prescindido de algunas de las preconcepciones musicales más arraigadas, como la melodía, la consonancia o la tonalidad. Pero precisamente por eso el dodecafonismo es desagradable al oído, porque toma la disonancia y la pone al frente de toda la composición.

Para Schoenberg, la aprobación del público no era el objetivo de su arte, y, de hecho, el desagrado colectivo era un signo del alto nivel artístico y espiritual al que se encontraba:

> *"La belleza es una necesidad de los mediocres."*

> *"El valor de mercado es irrelevante para el valor intrínseco. Un juicio no cualificado puede como máximo decidir el valor de mercado - un valor que puede ser inversamente proporcional al valor intrínseco."*

> *"Para mí, un artista es como un manzano: cuando llega el momento, lo quiera o no, florece y comienza a producir manzanas. Y así como un manzano no conoce ni se informa acerca del valor que los expertos atribuirán a su producto, tampoco un compositor debe preguntarse si sus productos complacerán a los entendidos. Sólo sentirá que tiene algo que decir y lo dirá."*

> *"Ningún artista, ningún poeta, ningún filósofo y ningún músico, cuyo pensamiento se desenvuelve en la más alta esfera, habrá de descender a la vulgaridad para mostrarse complacientes con un eslogan tal como <<Arte para todos>>. Porque si es arte no será para todos, y si es para todos no será arte."*

Sin embargo, y tras cien años de cambios históricos transcendentales como el desarrollo de la tecnología y la globalización, la definición de arte es muy diferente a la que Schoenberg expresaba entonces. El arte está cada vez más cerca del ciudadano de a pie, y se le intenta explicar y simplificar por todos los medios el arte que no entiende.

Por ello, he decidido experimentar con la idea del dodecafonismo y despojarle de lo que, en mi opinión, provoca el rechazo general: la disonancia. Ya que esta proviene del cromatismo, la idea es utilizar escalas que no tengan intervalos de semitono, y con ellas crear un serialismo de menos notas. Modificaré las notas de una obra dodecafónica ya existente para que se adapte a la nueva escala utilizada, mientras que el ritmo, la duración, el timbre y las dinámicas, que siguen siendo producto del compositor original, se dejan intactas.

Tomando la música debussiana y las músicas orientales como referencia, he escogido la escala pentafónica para aplicarla a la Musette de la Suite para piano Op. 25 de Schoenberg. Para relacionar la escala dodecafónica con la nueva escala, se debe crear una función que relacione las notas de ambos conjuntos. Yo he tomado esta función:

Escala dodecafónica:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Escala pentatónica:	0	0	2	2	4	4	7	7	7	9	9	0

Do	Do#	Re	Re#	Mi	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	La#	Si
Do	Do	Re	Re	Mi	Mi	Sol	Sol	Sol	La	La	Do

Se puede observar que, ya que 5 no es divisor de 12, no hay una repartición equitativa, por lo que en cada serie habrá notas que aparezcan más que otras. En mi función, las notas repetidas son el Do (0) y el Sol (7). Además, estas notas forman el bordón de la Musette, por lo que tendrá aspecto sonoro de Do Mayor. En el Anexo IV se encuentra la partitura de la modificación pentatónica, sin incluir las dinámicas por cuestión de simplificación, y en la pista 2 se encuentra la grabación de la misma, creada con el programa Musescore.

Un estudio ulterior muy interesante consistiría en probar con otras funciones que repitieran notas diferentes, o probar con otras escalas como la hexafónica (de tonos enteros) o la heptafónica (las escalas tonales), y sus respectivas funciones posibles, o incluso aplicarlo a diversas obras. La extensión de mi investigación no puede abarcar ese trabajo, además de que se necesitaría un programa que aplicara automáticamente las funciones a la partitura en vez de tener que cambiar cada nota manualmente.

Sin embargo, he hecho una prueba sobre la primera sección de la Musette con una única función de la escala hexafónica y otra de la heptafónica, para así justificar mi elección de la escala pentatónica como la mejor entre las tres.

Con la escala hexafónica habría una repartición equitativa en la función, por lo que la obra seguiría siendo estrictamente serialista y ninguna nota sobresaldría. El problema de esta escala es que tampoco suena natural al oído, como se puede comprobar en la pista 3 (partitura en el Anexo V), que es la modificación hexafónica de la primera sección de la Musette con la siguiente función:

Escala dodecafónica:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Escala hexafónica:	0	0	2	2	4	4	6	6	8	8	10	10
	Do	Do#	Re	Re#	Mi	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	La#	Si
	Do	Do	Re	Re	Mi	Mi	Fa#	Fa#	Sol#	Sol#	La#	La#

Por último, la escala heptafónica tiene el problema de contener dos intervalos de semitono, por lo que la obra modificada suena también disonante. Esto se muestra en la pista 4 (partitura en el Anexo VI), que es la modificación heptafónica de la primera sección de la Musette con la siguiente función:

Escala dodecafónica:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Escala hexafónica:	0	0	2	2	4	5	5	7	7	9	9	11

Do	Do#	Re	Re#	Mi	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	La#	Si
Do	Do	Re	Re	Mi	Fa	Fa	Sol	Sol	La	La	Si

7. CONCLUSIONES

En este ensayo se ha podido observar la estrecha relación entre las matemáticas y los sistemas compositivos musicales basados en el serialismo, como es el caso del dodecafonismo. Además, la estructura matemática en la que se basa este sistema, que está repleta de simetrías y juegos intelectuales, es el elemento esencial que aporta un valor intrínseco a las obras serialistas. Las matemáticas, en definitiva, son una fuente inagotable para nuestra expresión cultural y artística.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Clases y material de Historia de la Música, 5º y 6º de Enseñanzas Profesionales del Conservatorio Profesional de Música Arturo Soria, cursos 2014-15 y 2015-16. Profesor Fernando Delgado García.
- Armstrong, M. A. Chapter 6: "Permutations" *Groups and Symmetry*. New York: Springer-Verlag (1988).

- Kinney, James P. "Twelve-tone Serialism: Exploring the Works of Anton Webern" Undergraduate Honors Theses. Paper 1 (2015).
- Domínguez Romero, Manuel. "Las Matemáticas en el Serialismo Musical" *Sigma* n. 24 (2004).
- Clercq, Trevor de. "A Window into Tonality via the Structure of Schoenberg's "Musette" from the Piano Suite, op. 25" *Theory/Analysis of 20th-Century Music*, Prof. David Headlam (2006).
- Xiao, June. "Bach's Influences in the Piano Music of Four 20th Century Composers" Indiana University Jacobs School of Music, Doctoral Theses in Music (2014).
- Basomba García, Daniel. "El último Bach y el dodecafonismo como ideal musical: una lectura estética y sociológica" Universidad Carlos III de Madrid, Tesis Doctoral en Ciencia Política y Sociología (2013).
- Díaz de la Fuente, Alicia. "Estructura y significado en la música serial y aleatoria" Universidad Nacional de Educación a Distancia, Tesis Doctoral en Filosofía (2005).
- Bhalerao, Rasika. "The Twelve-Tone Method of Composition" *Math 336*, Prof. Jim Morrow (2015).
- Hyde, Martha. Chapter 4: "Dodecaphonism: Schoenberg" *Models of Musical Analysis: Early Twentieth-century Music.* Ed. Mark Everist and Jonathan Dunsby. Oxford: Blackwell (1993).
- Morris, Robert. "Mathematics and the Twelve-Tone System: Past, Present, and Future" *Perspectives of New Music* 45.2 (2007): 76-107.
- Cook, Nicholas. Chapter 9: "Analyzing Serial Music" *A Guide to Musical Analysis.* New York: G. Braziller (1987).
- Roberts, Gareth E. "Composing with Numbers: Arnold Schoenberg and His Twelve-Tone Method" *Math/Music: Aesthetic Links* (2012).

ANEXO I:

$$T(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 4 & 5 & 7 & 1 & 6 & 3 & 8 & 2 & 11 & 0 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

4 5 7 1 6 3 8 2 11 0 9 10

$$T(6) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 10 & 11 & 1 & 7 & 0 & 9 & 2 & 8 & 5 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

10 11 1 7 0 9 2 8 5 6 3 4

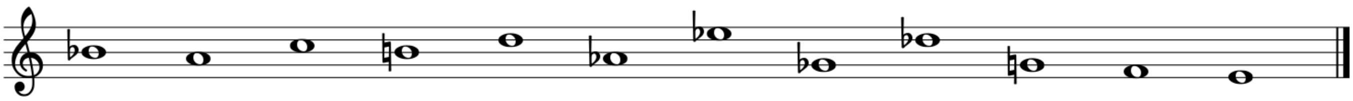
$$I(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 2 & 5 & 0 & 6 & 9 & 8 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

4 3 1 7 2 5 0 6 9 8 11 10

$$I(6) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 10 & 9 & 7 & 1 & 8 & 11 & 6 & 0 & 3 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

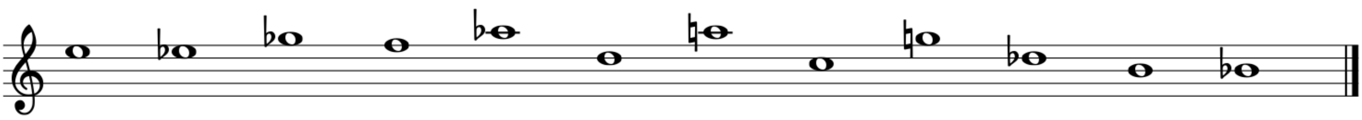
10 9 7 1 8 11 6 0 3 2 5 4

$$R(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 10 & 9 & 0 & 11 & 2 & 8 & 3 & 6 & 1 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$



10 9 0 11 2 8 3 6 1 7 5 4

$$R(6) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 8 & 2 & 9 & 0 & 7 & 1 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

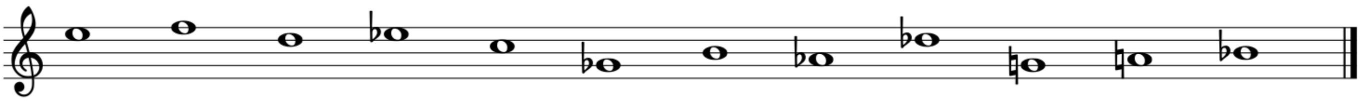


4 3 6 5 8 2 9 0 7 1 11 10

$$IR(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 10 & 11 & 8 & 9 & 6 & 0 & 5 & 2 & 7 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

10 11 8 9 6 0 5 2 7 1 3 4

$$IR(6) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 0 & 6 & 11 & 8 & 1 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

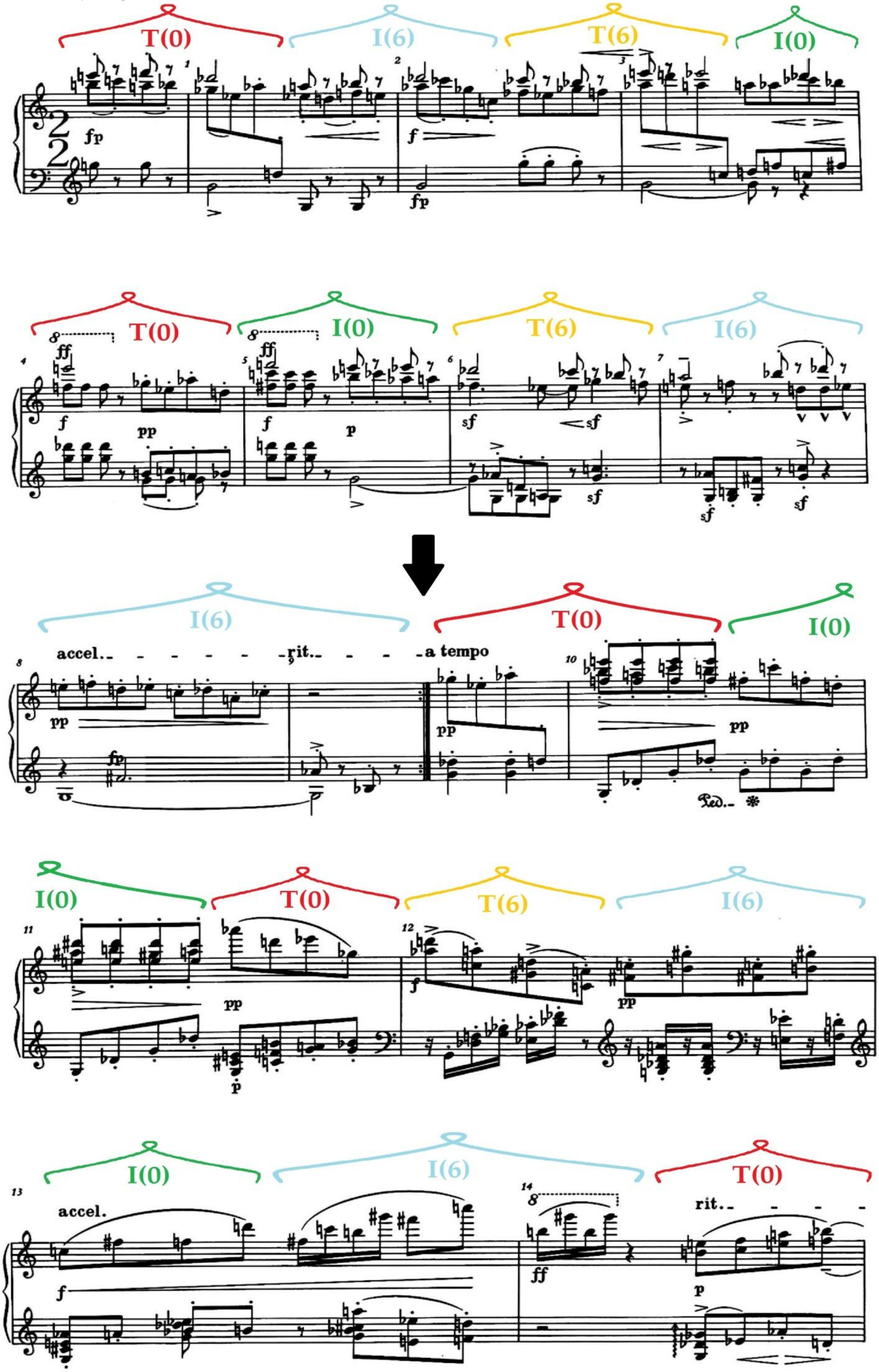


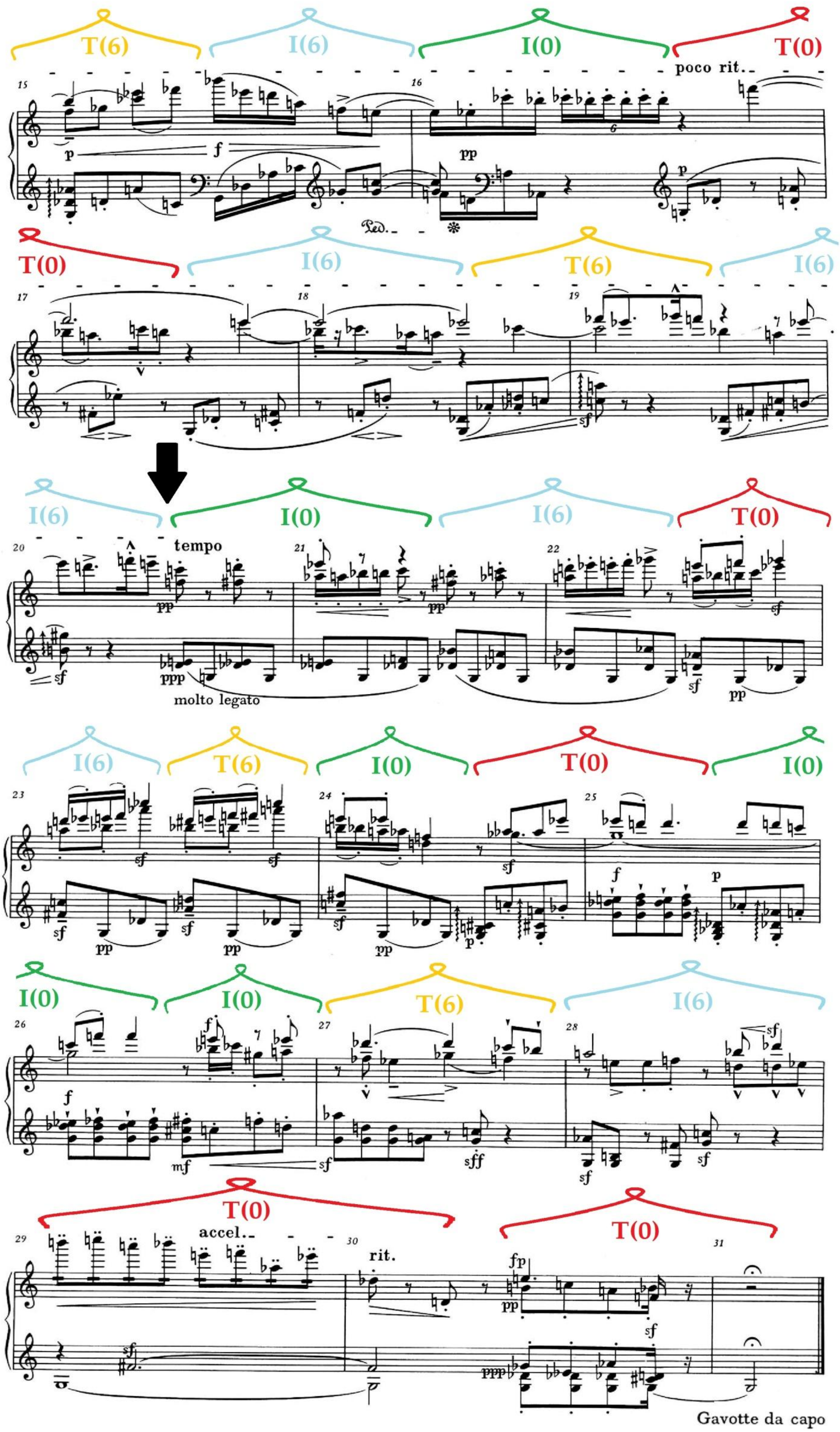
4 5 2 3 0 6 11 8 1 7 9 10

ANEXO II:

	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(B2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(C2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(D2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(E2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(F2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(G2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(H2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(I2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(J2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(K2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(L2-B2;12);")")	=CONCATENAR("I(";RESIDUO(M2-B2;12);")")	
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B2-B2;12);")")	4	5	7	1	6	3	8	2	11	0	9	10	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M2-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B3-B2;12);")")	=RESIDUO(12-C2+2*B2;12)	=RESIDUO(C2+B3-B2;12)	=RESIDUO(D2+C3-C2;12)	=RESIDUO(E2+D3-D2;12)	=RESIDUO(F2+E3-E2;12)	=RESIDUO(G2+F3-F2;12)	=RESIDUO(H2+G3-G2;12)	=RESIDUO(I2+H3-H2;12)	=RESIDUO(J2+I3-I2;12)	=RESIDUO(K2+J3-J2;12)	=RESIDUO(L2+K3-K2;12)	=RESIDUO(M2+L3-L2;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M3-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B4-B2;12);")")	=RESIDUO(12-D2+2*B2;12)	=RESIDUO(C3+B4-B3;12)	=RESIDUO(D3+C4-C3;12)	=RESIDUO(E3+D4-D3;12)	=RESIDUO(F3+E4-E3;12)	=RESIDUO(G3+F4-F3;12)	=RESIDUO(H3+G4-G3;12)	=RESIDUO(I3+H4-H3;12)	=RESIDUO(J3+I4-I3;12)	=RESIDUO(K3+J4-J3;12)	=RESIDUO(L3+K4-K3;12)	=RESIDUO(M3+L4-L3;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M4-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B5-B2;12);")")	=RESIDUO(12-E2+2*B2;12)	=RESIDUO(C4+B5-B4;12)	=RESIDUO(D4+C5-C4;12)	=RESIDUO(E4+D5-D4;12)	=RESIDUO(F4+E5-E4;12)	=RESIDUO(G4+F5-F4;12)	=RESIDUO(H4+G5-G4;12)	=RESIDUO(I4+H5-H4;12)	=RESIDUO(J4+I5-I4;12)	=RESIDUO(K4+J5-J4;12)	=RESIDUO(L4+K5-K4;12)	=RESIDUO(M4+L5-L4;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M5-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B6-B2;12);")")	=RESIDUO(12-F2+2*B2;12)	=RESIDUO(C5+B6-B5;12)	=RESIDUO(D5+C6-C5;12)	=RESIDUO(E5+D6-D5;12)	=RESIDUO(F5+E6-E5;12)	=RESIDUO(G5+F6-F5;12)	=RESIDUO(H5+G6-G5;12)	=RESIDUO(I5+H6-H5;12)	=RESIDUO(J5+I6-I5;12)	=RESIDUO(K5+J6-J5;12)	=RESIDUO(L5+K6-K5;12)	=RESIDUO(M5+L6-L5;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M6-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B7-B2;12);")")	=RESIDUO(12-G2+2*B2;12)	=RESIDUO(C6+B7-B6;12)	=RESIDUO(D6+C7-C6;12)	=RESIDUO(E6+D7-D6;12)	=RESIDUO(F6+E7-E6;12)	=RESIDUO(G6+F7-F6;12)	=RESIDUO(H6+G7-G6;12)	=RESIDUO(I6+H7-H6;12)	=RESIDUO(J6+I7-I6;12)	=RESIDUO(K6+J7-J6;12)	=RESIDUO(L6+K7-K6;12)	=RESIDUO(M6+L7-L6;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M7-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B8-B2;12);")")	=RESIDUO(12-H2+2*B2;12)	=RESIDUO(C7+B8-B7;12)	=RESIDUO(D7+C8-C7;12)	=RESIDUO(E7+D8-D7;12)	=RESIDUO(F7+E8-E7;12)	=RESIDUO(G7+F8-F7;12)	=RESIDUO(H7+G8-G7;12)	=RESIDUO(I7+H8-H7;12)	=RESIDUO(J7+I8-I7;12)	=RESIDUO(K7+J8-J7;12)	=RESIDUO(L7+K8-K7;12)	=RESIDUO(M7+L8-L7;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M8-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B9-B2;12);")")	=RESIDUO(12-I2+2*B2;12)	=RESIDUO(C8+B9-B8;12)	=RESIDUO(D8+C9-C8;12)	=RESIDUO(E8+D9-D8;12)	=RESIDUO(F8+E9-E8;12)	=RESIDUO(G8+F9-F8;12)	=RESIDUO(H8+G9-G8;12)	=RESIDUO(I8+H9-H8;12)	=RESIDUO(J8+I9-I8;12)	=RESIDUO(K8+J9-J8;12)	=RESIDUO(L8+K9-K8;12)	=RESIDUO(M8+L9-L8;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M9-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B10 - B2;12);")")	=RESIDUO(12-J2+2*B2;12)	=RESIDUO(C9+B10-B9;12)	=RESIDUO(D9+C10-C9;12)	=RESIDUO(E9+D10-D9;12)	=RESIDUO(F9+E10-E9;12)	=RESIDUO(G9+F10-F9;12)	=RESIDUO(H9+G10-G9;12)	=RESIDUO(I9+H10-H9;12)	=RESIDUO(J9+I10-I9;12)	=RESIDUO(K9+J10-J9;12)	=RESIDUO(L9+K10-K9;12)	=RESIDUO(M9+L10-L9;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M10-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B11 - B2;12);")")	=RESIDUO(12-K2+2*B2;12)	=RESIDUO(C10+B11-B10;12)	=RESIDUO(D10+C11-C10;12)	=RESIDUO(E10+D11-D10;12)	=RESIDUO(F10+E11-E10;12)	=RESIDUO(G10+F11-F10;12)	=RESIDUO(H10+G11-G10;12)	=RESIDUO(I10+H11-H10;12)	=RESIDUO(J10+I11-I10;12)	=RESIDUO(K10+J11-J10;12)	=RESIDUO(L10+K11-K10;12)	=RESIDUO(M10+L11-L10;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M11-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B12 - B2;12);")")	=RESIDUO(12-L2+2*B2;12)	=RESIDUO(C11+B12-B11;12)	=RESIDUO(D11+C12-C11;12)	=RESIDUO(E11+D12-D11;12)	=RESIDUO(F11+E12-E11;12)	=RESIDUO(G11+F12-F11;12)	=RESIDUO(H11+G12-G11;12)	=RESIDUO(I11+H12-H11;12)	=RESIDUO(J11+I12-I11;12)	=RESIDUO(K11+J12-J11;12)	=RESIDUO(L11+K12-K11;12)	=RESIDUO(M11+L12-L11;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M12-M2;12);")")
=CONCATENAR("T(";RESIDUO(B13 - B2;12);")")	=RESIDUO(12-M2+2*B2;12)	=RESIDUO(C12+B13-B12;12)	=RESIDUO(D12+C13-C12;12)	=RESIDUO(E12+D13-D12;12)	=RESIDUO(F12+E13-E12;12)	=RESIDUO(G12+F13-F12;12)	=RESIDUO(H12+G13-G12;12)	=RESIDUO(I12+H13-H12;12)	=RESIDUO(J12+I13-I12;12)	=RESIDUO(K12+J13-J12;12)	=RESIDUO(L12+K13-K12;12)	=RESIDUO(M12+L13-L12;12)	=CONCATENAR("R(";RESIDUO(M13-M2;12);")")
	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(B13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(C13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(D13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(E13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(F13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(G13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(H13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(I13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(J13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(K13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(L13-B13;12);")")	=CONCATENAR("IR(";RESIDUO(M13-B13;12);")")	
	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(B13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(C13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(D13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(E13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(F13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(G13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(H13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(I13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(J13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(K13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(L13-3*B13+2*B2;12);")")	=CONCATENAR("RI(";RESIDUO(M13-3*B13+2*B2;12);")")	

ANEXO III:


T(0)
I(6)
T(6)
I(0)
T(0)
I(0)
T(6)
I(6)
I(6)
T(0)
I(0)
accel.
rit.
a tempo
I(0)
T(0)
T(6)
I(6)
I(0)
I(6)
T(0)
accel.
rit.


T(6)
I(6)
I(0)
T(0)
poco rit.
p
f
pp
Ped.
tempo
ppp
molto legato
sf
accel.
rit.
fp
mf
sff
Gavotte da capo

ANEXO IV:


21
24
26
29
33

ANEXO V:

ANEXO VI: