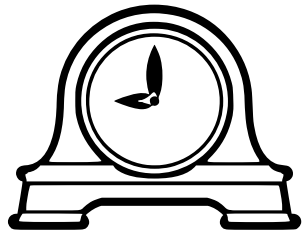
Análisis de ~~Complejidad~~ Simplicidad de Algoritmos



Celia Rubio Madrigal

Definición 1.1. (Algoritmo reticente)

A es un algoritmo reticente para el problema P sí, y solo sí, [1]

$$(\forall M)\ \mathcal{G}(A, t, M, P) \implies \bigwedge_{o \in \mathcal{I}} \mathcal{E}(M, o)$$

donde t es el tiempo, $\mathcal{G}(A, t, M, P)$ es el predicado

"A gasta un tiempo t de la manera M mientras resuelve P",

$\mathcal{I}$ es el conjunto de observadores ingenuos y $\mathcal{E}(M, o)$ es el predicado

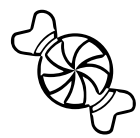
"M es suficientemente artificiosa como para engañar a o".

Ejemplo 1.1. La búsqueda de la llave correcta a la hora de abrir una cerradura.

Ejemplo 1.2. El recorrido de grafos en la Odisea de Homero.

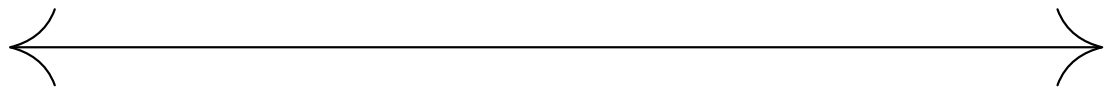
Ejemplo 1.3. La vuelta atrás.

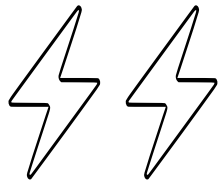
Ejemplo 1.4. La resolución de buscaminas de María.

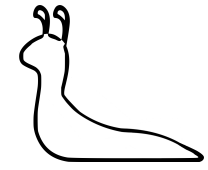


- Merge
- Bubble
- Quick

Bogo







Algoritmo 1.1. (Bogo) 

```
import random

def is_sorted(L) :
    return all(L[i] <= L[i+1] for i in range(len(L)-1))

def bogo(L) :
    while not is_sorted(L) :
        random.shuffle(L)
    return L
```

Algoritmo 1.1. (Bogo) 

(Versión probabilista *Las Vegas*)

```
def LV(x, y) :
    y = x
    random.shuffle(y)
    return is_sorted(y)

def repetirLV(x) :
    y = x
    exito = False
    while not exito :
        LV(x, y, exito)
    return y
```

Si $|x| = n$:

- $p(x) = \frac{1}{n!}$
- $e(x) = f(x) = n$
- $t(x) = e(x) + \frac{1 - p(x)}{p(x)} f(x)$
  $= n + (n!-1)n = n \cdot n!$

Algoritmo 1.1. (Bogo) 

 Tiempo esperado: O(n·n!)

Caso mejor: ¡ O(n) !

 Caso peor: ¡¡ O(∞) !!

 ¿Generador aleatorio?

Arreglo 1.1. ( y )

En vez de permutar aleatoriamente,
recorremos las permutaciones una a una.

```
from itertools import
      permutations

def bad(L) :
    P = permutations(L)
    for X in P :
        if is_sorted(X) :
        return X
    return
```

Arreglo 1.2. (SOON)

En vez de recorrer las permutaciones,
generamos todas ellas al principio.

```
def worse(L) :
    P = list(permutations(L))
    for X in P :
        if is_sorted(X) :
            return X
    return
```

Arreglo 1.3. (⏳)

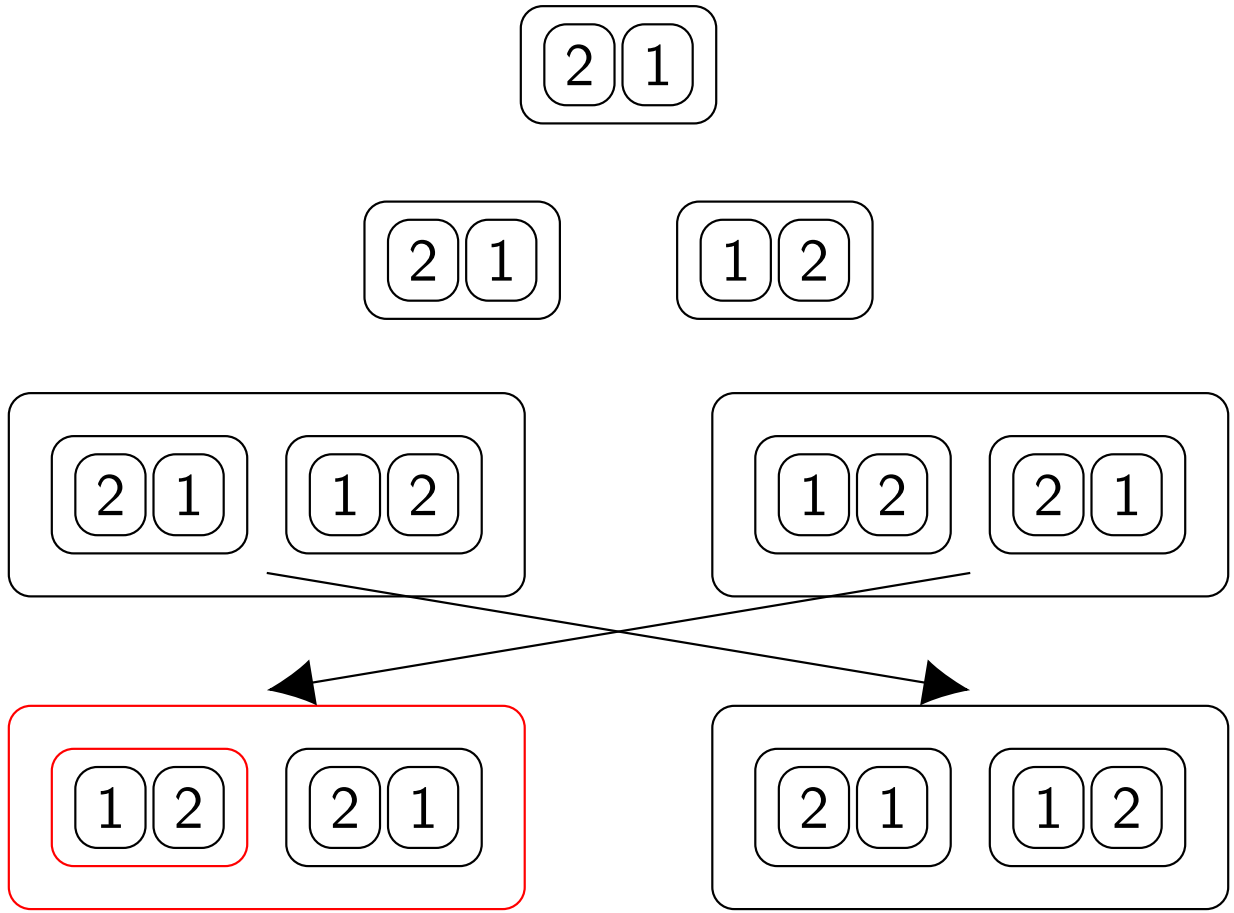
Arreglo 1.3. ()

La permutación correcta es la lexicográficamente
menor de ellas $\implies$ podemos **ordenarlas**
y tomar la primera permutación. [2]

Arreglo 1.3. ()

La permutación correcta es la lexicográficamente
menor de ellas $\Longrightarrow$ podemos **ordenarlas**
y tomar la primera permutación. [2]

¡Ordenación recursiva!


2 1
2 1
1 2
2 1
1 2
1 2
2 1
1 2
2 1
2 1
1 2

Algoritmo 1.2. (Worst Sort) 

```
def multi(L, N) :
    if N == 0 :
        return sorted(L)
    P = list(permutations(L))
    P = multi(P, N−1)
    return P[0]

def worst(L) :
    return multi(L, cota(len(L)))
```

- $\Omega\left(n!!^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f(n)}}}}!!\right)$

Algoritmo 1.2. (Worst Sort) 🔂

```
def multi(L, N) :
    if N == 0 :
        return sorted(L)
    P = list(permutations(L))
    P = multi(P, N−1)
    return P[0]

def worst(L) :
    return multi(L, cota(len(L)))
```

- $\Omega\left(n!!^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{!!}}}}\right)$ (f(n) veces)
- $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\text{BB}}{\left(n!!^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{!!}}}}\right)} = \infty$ (f(n) veces)

Input interpretation:

$((3!)!)!$ ps (picoseconds)

Results:

2.601×10^{1746} ps (picoseconds)

2.601×10^{1746} ps (picoseconds)

Unit conversions: More digits Exact forms

$2.601218943565795 \times 10^{1734}$ seconds

$8.242934690162076 \times 10^{1726}$ average Gregorian years

Comparisons as age:

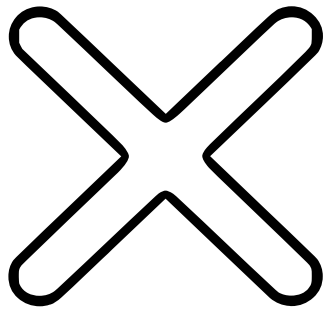
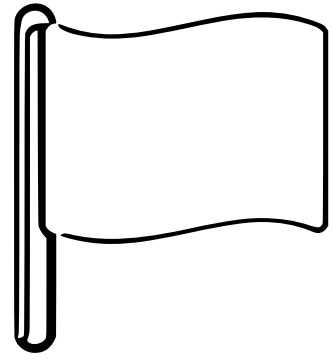
$\approx 5.7 \times 10^{1716}$ × Hubble time ($\approx 4.6 \times 10^{17}$ s)

$\approx 6 \times 10^{1716}$ × age of the universe (≈ 14 Gyr)

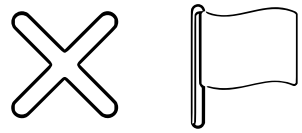
Interpretations: More

time

age

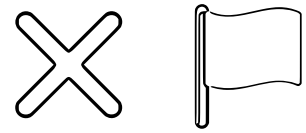



(multiplica y ríndete)

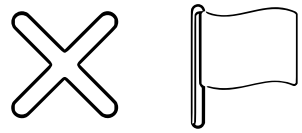


(multiplica y ríndete)

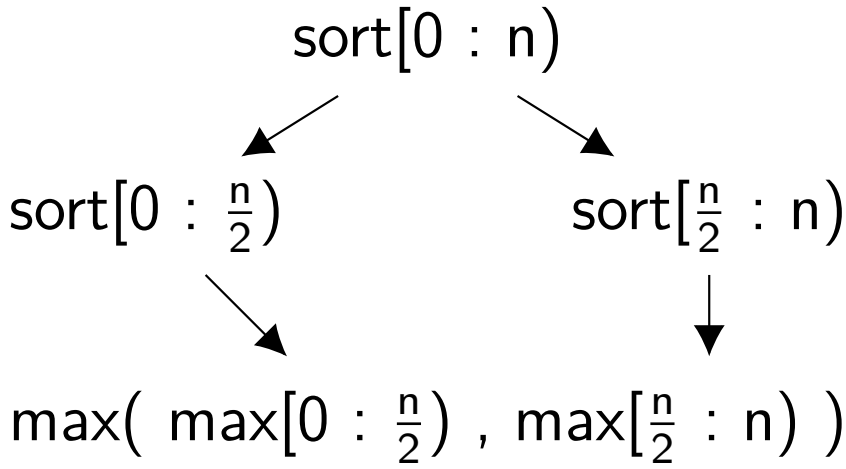
sort[0 : n)

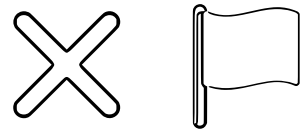


(multiplica y ríndete)

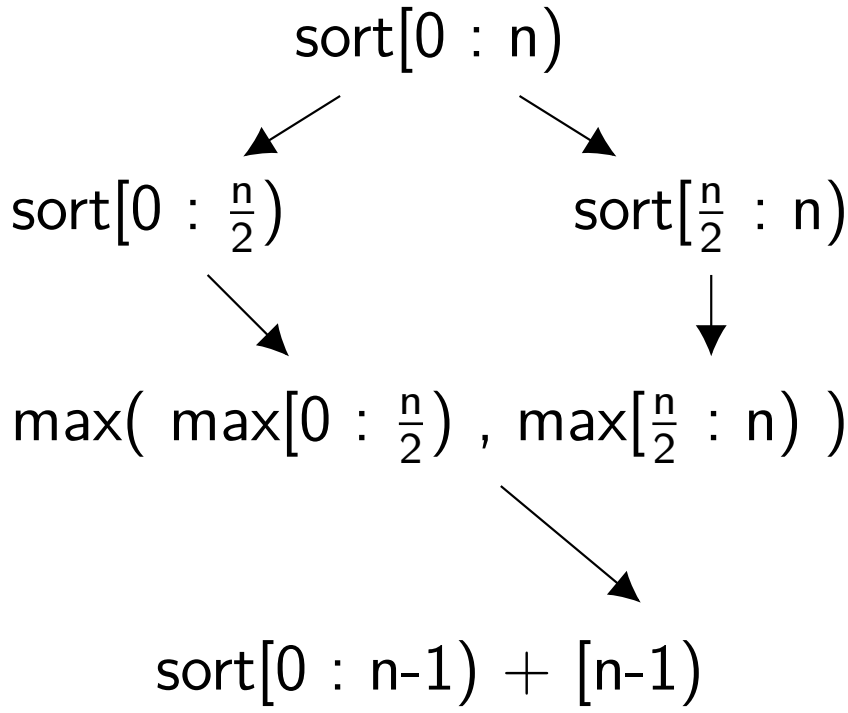


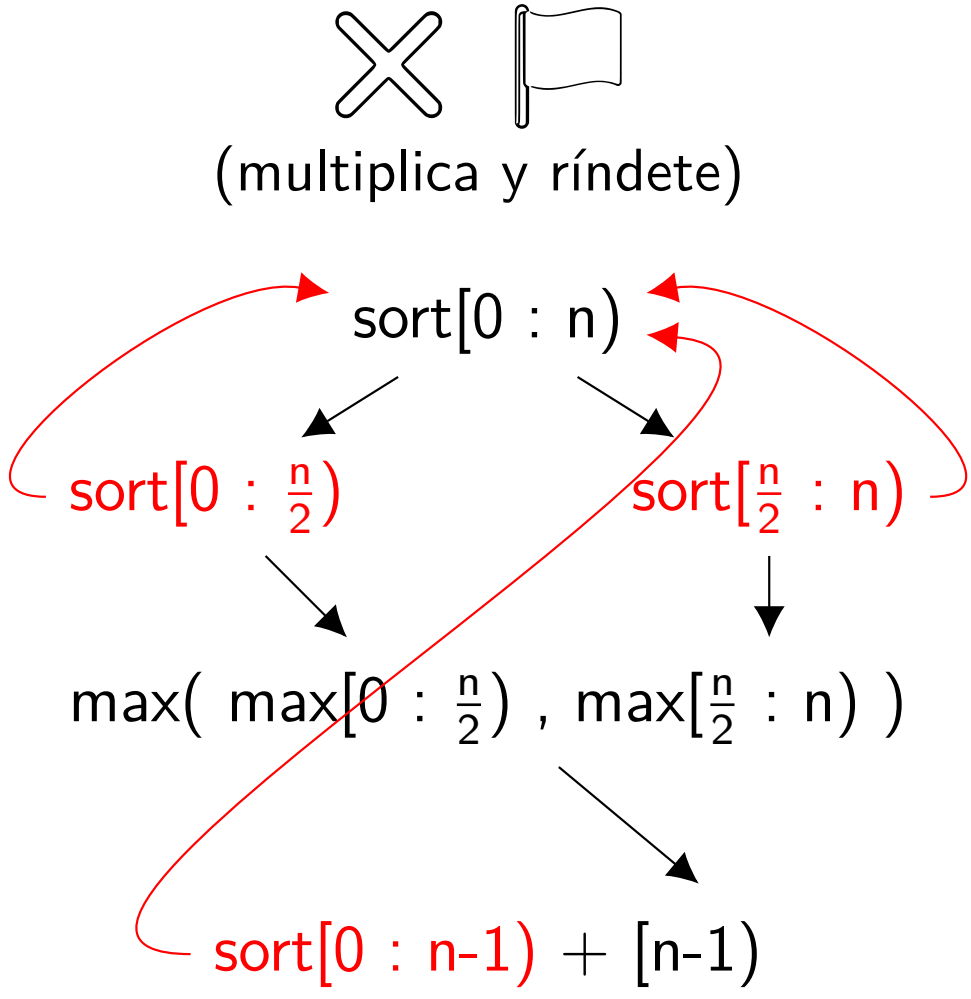
(multiplica y ríndete)





(multiplica y ríndete)




(multiplica y ríndete)
sort[0 : n)
sort[0 : $\frac{n}{2}$)
sort[$\frac{n}{2}$: n)
max(max[0 : $\frac{n}{2}$) , max[$\frac{n}{2}$: n))
sort[0 : n-1) + [n-1)

Algoritmo 1.3. (Slow Sort) ⚠

```
def slow(L, i, j) :
    if i >= j :
        return
    m = (i+j) // 2
    slow(L, i, m)
    slow(L, m + 1, j)
    if L[j] < L[m] :
        L[j], L[m] = L[m], L[j]
    slow(L, i, j−1)
    return L
```

Referencias

[1] Broder, A., Stolfi, J.
Pessimal Algorithms and Simplexity Analysis, 1984.

[2] Lerma, M. A.
How inefficient can a sort algorithm be? 2014.

Código de las diapositivas (C++, Python)