# Obtendo Concorrência Mínima através de Ciclos Máximos sob a dinâmica de Escalonamento por Reversão de Arestas

Carlos Eduardo Marciano

Orientadores: Felipe M. G. França & Luidi G. Simonetti

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Defesa de Monografia

cemarciano@poli.ufrj.br

Web: carloseduardov8.github.io

14 de março de 2019

# Roteiro

# Motivação

- O *Jantar dos Filósofos:* proposto por *Edsger Dijkstra* em 1965 para ilustrar *deadlocks, starvation* e condições de corrida.

- Variante com dois estados possíveis: "comendo" (consumindo recursos) ou "com fome" (pronto para comer).

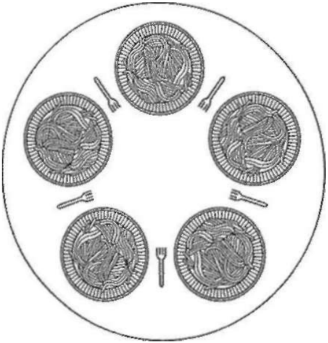


Figura 1:
O *Jantar dos Filósofos* [1].

# Grafo de Recursos

- Nós codificam processos a serem escalonados.
- Arestas representam recursos compartilhados entre dois nós.
- Como escalonar nós a fim de garantir justiça e prevenir problemas clássicos de escalonamento?

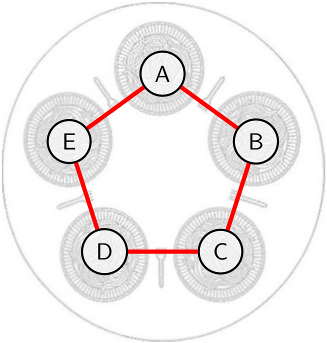



Figura 2: Grafo de recursos para o *Jantar dos Filósofos*.

# Escalonamento por Reversão de Arestas *(SER) [2]*

- Solução distribuída para sistemas de alta carga restringidos pela vizinhança.
- Orientação acíclica: *sumidouros* operam ao mesmo tempo e revertem suas arestas, formando novos *sumidouros*.
- Justiça: nós operam um mesmo número de vezes dentro de um período.

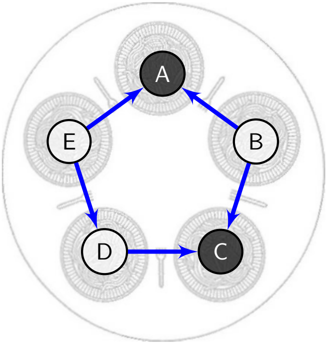



Figura 3: *DAG* representando o *Jantar dos Filósofos*.

# Exemplo *SER*

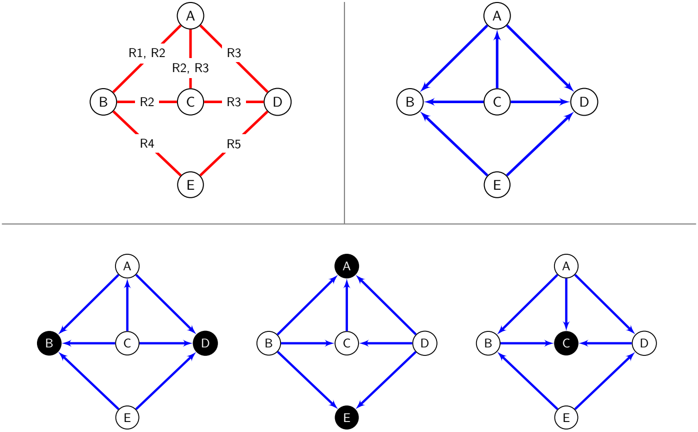
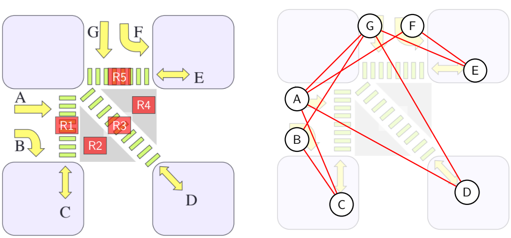
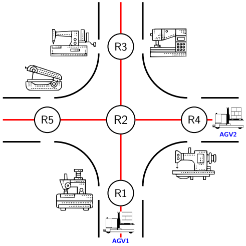



Figura 4: Grafo de recursos orientado *(sup.)* e período induzido pelo algoritmo *(inf.)*.

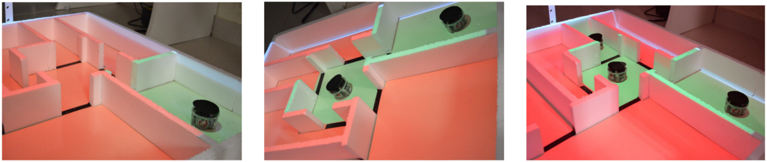
# Aplicações




(a) Cruzamentos [3].




(b) Roteamento de AGVs [4].



(c) Combate ao incêndio por robôs autônomos [5].

Figura 5: Aplicações com *SER*.

# Definições

## Definição: Ciclo Simples

Para $G = (V, E)$, um ciclo simples $\kappa \subseteq V$ é um conjunto de vértices que formam a sequência $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$. Define-se $K$ como o conjunto de todos os ciclos simples de $G$.

# Definições

### Definição: Ciclo Simples

Para $G = (V, E)$, um ciclo simples $\kappa \subseteq V$ é um conjunto de vértices que formam a sequência $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$. Define-se $K$ como o conjunto de todos os ciclos simples de $G$.

### Definição: Orientação Acíclica

Uma orientação acíclica de $G$ é uma função $\omega : E \to V$ tal que nenhum ciclo $\kappa$ da forma $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$ existe para o qual $\omega(i_0, i_1) = i_1$, $\omega(i_1, i_2) = i_2$, ..., $\omega(i_{|\kappa|-1}, i_0) = i_0$. Seja $\Omega$ o conjunto de todas as orientações acíclicas de $G$.

# Definições

### Definição: Ciclo Simples

Para $G = (V, E)$, um ciclo simples $\kappa \subseteq V$ é um conjunto de vértices que formam a sequência $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$. Define-se $K$ como o conjunto de todos os ciclos simples de $G$.

### Definição: Orientação Acíclica

Uma orientação acíclica de $G$ é uma função $\omega : E \to V$ tal que nenhum ciclo $\kappa$ da forma $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$ existe para o qual $\omega(i_0, i_1) = i_1$, $\omega(i_1, i_2) = i_2$, ..., $\omega(i_{|\kappa|-1}, i_0) = i_0$. Seja $\Omega$ o conjunto de todas as orientações acíclicas de $G$.

### Definição: Sentido de Orientação

Definimos como $n_{cw}(\kappa, \omega)$ o número de arestas no ciclo $\kappa$ orientadas por $\omega$ no sentido horário, e $n_{ccw}(\kappa, \omega)$ como as orientadas no sentido anti-horário.

# Concorrência

**Definição: Concorrência (1)**

Seja $m$ o número de vezes que cada nó opera em um período do algoritmo *SER*. Seja $p$ o comprimento de um período, medido em orientações. Para $G = (V, E)$, definimos *concorrência* como uma função $\gamma : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$\gamma(\omega) = \frac{m}{p} \tag{1}$$

# Concorrência

**Definição: Concorrência (1)**

Seja $m$ o número de vezes que cada nó opera em um período do algoritmo *SER*. Seja $p$ o comprimento de um período, medido em orientações. Para $G = (V, E)$, definimos *concorrência* como uma função $\gamma : \Omega \to \mathbb{R}$ tal que:

$$\gamma(\omega) = \frac{m}{p} \tag{1}$$

**Definição: Concorrência (2)**

Alternativamente, para $G = (V, E)$, definimos *concorrência* como:

$$\gamma(\omega) = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{\min\{n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega)\}}{|\kappa|} \right\} \tag{2}$$

# Exemplo *SER* (reprise)

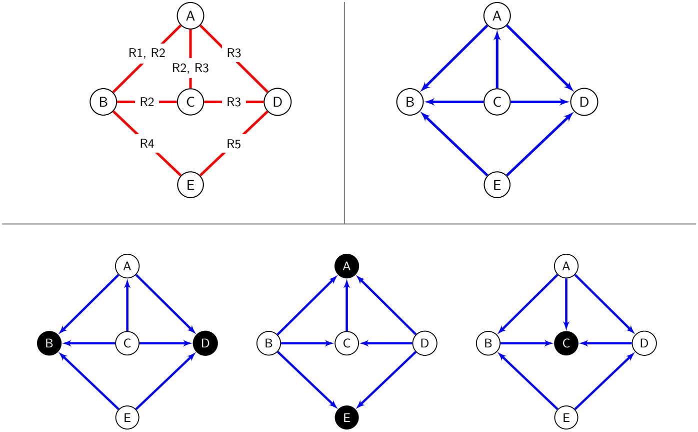



Figura 6: Concorrência: $\gamma(\omega) = m/p$; ou $\gamma(\omega) = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{\min\{n_{cw}(\kappa,\omega), n_{ccw}(\kappa,\omega)\}}{|\kappa|} \right\}$.

# Roteiro

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto $\Omega$:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{\min\{n_{cw}(\kappa,\omega), n_{ccw}(\kappa,\omega)\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto $\Omega$:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{\min\{n_{cw}(\kappa,\omega), n_{ccw}(\kappa,\omega)\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

**Lema 1**

$$\gamma^* = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{1}{|\kappa|} \right\}$$

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto $\Omega$:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{\min \{n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega)\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

## Lema 1

$$\gamma^* = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{1}{|\kappa|} \right\}$$

## Demonstração

Relembre a definição de concorrência: $\gamma(\omega) = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{\min\{n_{cw}(\kappa,\omega), n_{ccw}(\kappa,\omega)\}}{|\kappa|} \right\}$. Para um dado $\omega'$, seja $\kappa'$ o ciclo escolhido pelo minimizador da definição de concorrência. Seja $x = \min\{n_{cw}(\kappa', \omega'), n_{ccw}(\kappa', \omega')\}$. Logo, temos $\gamma(\omega) = x/|\kappa'|$.

1/3

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto $\Omega$:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{\min\{n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega)\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \quad (3)$$

**Lema 1**

$\gamma^* = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{1}{|\kappa|} \right\}$

**Demonstração**

Porém, para qualquer ciclo $\kappa \in K$, é possível orientar $\kappa$ com algum $\omega \in \Omega$ de forma que $n_{cw}(\kappa, \omega) = 1$ e $n_{ccw}(\kappa, \omega) = |\kappa| - 1$, ou vice-versa. Logo, se $\omega'$, aplicado a $\kappa'$, não produziu o valor $x = 1$, haverá outra orientação $\omega \in \Omega$ que produzirá $\gamma(\omega) = 1/|\kappa'|$. 2/3

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto $\Omega$:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{\min\left\{n_{cw}(\kappa,\omega), n_{ccw}(\kappa,\omega)\right\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

**Lema 1**

$\gamma^* = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{1}{|\kappa|} \right\}$

**Demonstração**

Suponha que $\gamma*$, a concorrência mínima de $G$, seja menor que $1/|\kappa'|$. Se isto for verdade, deverá existir um ciclo $\kappa^*$ que, sob alguma orientação $\omega*$, produzirá $1/|\kappa^*| < 1/|\kappa'|$. Logo, encontrar $\gamma^*$ tornou-se um problema de minimização sobre todo $\kappa \in K$. $\square$

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (2)

- Resta encontrar $\omega^*$ tal que $\gamma^* = \gamma(\omega^*)$.

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (2)

- Resta encontrar $\omega^*$ tal que $\gamma^* = \gamma(\omega^*)$.

**Teorema 1**

Dado qualquer ciclo máximo $\kappa^* \in K$ como entrada, existe um algoritmo de complexidade linear para encontrar uma orientação $\omega^* \in \Omega$ tal que $\gamma(\omega^*)$ é mínimo para todo $\omega \in \Omega$.

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (2)

- Resta encontrar $\omega^*$ tal que $\gamma^* = \gamma(\omega^*)$.

**Teorema 1**

Dado qualquer ciclo máximo $\kappa^* \in K$ como entrada, existe um algoritmo de complexidade linear para encontrar uma orientação $\omega^* \in \Omega$ tal que $\gamma(\omega^*)$ é mínimo para todo $\omega \in \Omega$.

**Demonstração**

Pela prova do Lema 1, para atingir $\gamma^*$, deve-se orientar $\kappa^*$ tal que $n_{cw}(\kappa^*, \omega^*) = 1$ e $n_{ccw}(\kappa^*, \omega^*) = |\kappa^*| - 1$ (ou vice-versa). Isto pode ser realizado em tempo linear ao percorrermos o ciclo $\kappa^*$ e atribuirmos um número de identificação crescente $1, ..., |\kappa^*|$ para cada vértice visitado, resultando em uma ordenação topológica do ciclo. Por fim, orienta-se as arestas no sentido dos vértices de maior identificador, cumprindo o requisito. 1/2

# Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (2)

- Resta encontrar $\omega^*$ tal que $\gamma^* = \gamma(\omega^*)$.

**Teorema 1**

Dado qualquer ciclo máximo $\kappa^* \in K$ como entrada, existe um algoritmo de complexidade linear para encontrar uma orientação $\omega^* \in \Omega$ tal que $\gamma(\omega^*)$ é mínimo para todo $\omega \in \Omega$.

**Demonstração**

Resta orientar os demais vértices de $G$ tal que $\omega^*$ sempre será de fato acíclica. Seja $S = V - \kappa^*$ o conjunto dos vértices restantes de $G$. Atribui-se um número de identificação crescente $|\kappa^*| + 1, ..., |V|$ para cada vértice em $S$, e então orienta-se todas as arestas de $G$ na direção dos vértices com maior identificador. Por absurdo, se $\omega^*$ possuir ciclos, existirá um caminho direcionado $i_0, i_1, ..., i_0$. No entanto, como $id[i_0] > id[i_1]$, é impossível retornar a $i_0$ após a partida, para qualquer $i_0 \in V$. Portanto, nenhum ciclo será formado. $\square$

# Viabilidade Computacional

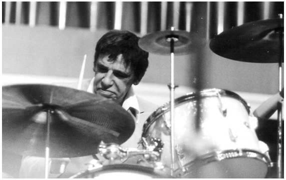
- Implementação do modelo para o *Simple Cycle Problem* [7]:

| Nós | Arestas | $p$ | $\|\kappa^*\|$ | Conc. Mín. | Tempo CPU (s) |
|---|---|---|---|---|---|
| 200 | 392 | 0.01 | 183 | $1/183$ | 1 |
| 200 | 3826 | 0.1 | 200 | $1/200$ | 2 |
| 1000 | 1912 | 0.002 | 882 | $1/882$ | 169 |
| 1000 | 19912 | 0.02 | 1000 | $1/1000$ | 552 |
| 1000 | 180151 | 0.2 | - | - | $> 3600$ |
| 2000 | 4079 | 0.001 | 1807 | $1/1807$ | 874 |
| 2000 | 40034 | 0.01 | 2000 | $1/2000$ | 3599 |
| 2000 | 380147 | 0.1 | - | - | $> 3600$ |
| 2000 | 1999000 | 1 | - | - | $> 3600$ |

Tabela 1: Experimentos para encontrar a concorrência mínima de grafos conexos gerados aleatoriamente.

# Roteiro

# Contexto Musical



(a) Buddy Rich, jazz.

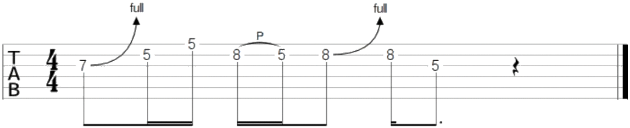
(b) Joe Bonamassa, blues.

Figura 7: Virtuosos *(Creative Commons)*.

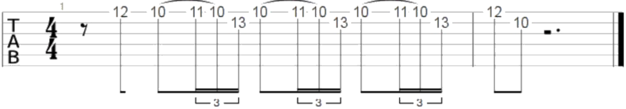
- A geração de melodias por computador tem sido estudada desde a década de 50 [8].
- Duas abordagens: explícita (em que as regras de composição são especificadas por humanos) e implícita [9].
- Música ocidental: tem como característica o *contraponto* (ou *polifonia)*, com múltiplas vozes melódicas [10].

# Frases Musicais

- Em *blues*, *jazz* e *rock*, é comum existir uma dinâmica de "pergunta e resposta" com frases musicais.




(a) Frase antecedente.




(b) Frase consequente.

Figura 8: Tablaturas de frases musicais [11].

# Montando Faixas de Máxima Duração

- Gostaríamos que nosso modelo capturasse as seguintes restrições:
  - Uma frase *consequente* apenas pode ser tocada após uma *antecedente*, formando um *lick*;
  - Apenas frases do mesmo tipo (*antecedente* ou *consequente*) podem tocar ao mesmo tempo;
  - Frases de diferentes intensidades (*e.g.* número de notas) podem não soar bem juntas;
  - A composição final deve ser um *loop*, incluir todas as frases e ser de máxima duração.

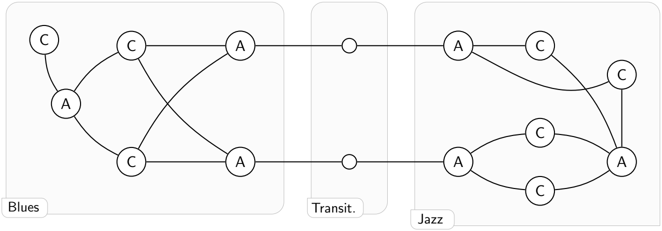
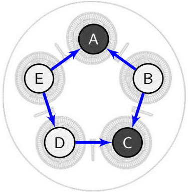


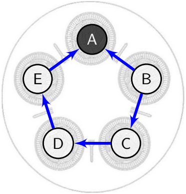

Figura 9: Exemplo de modelagem.

# Conclusão

- Contribuições: estratégia computacional para a obtenção de concorrência mínima e nova proposta para a criação de faixas musicais.
- Padrão *MIDI*: faixas com duração de horas e potencial fonte de inspiração para artistas.
- Trabalhos futuros: elaboração de um modelo computacional para a obtenção de concorrência máxima sob *SER*.




(a) Concorrência máxima.




(b) Concorrência mínima.

Figura 10: Concorrências extremas.

# Agradecimentos

# Obrigado!

## Perguntas & Respostas

# Bibliografia I

[1] TANENBAUM, A. S., *Modern Operating Systems*.
3rd ed., pp. 143–165.
Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson Prentice Hall, 2007.

[2] BARBOSA, V. C., GAFNI, E., "Concurrency in heavily loaded neighborhood-constrained systems", *ACM Trans. on Program. Lang. and Syst.*, v. 11, no. 4, pp. 562–584, 1989.

[3] CARVALHO, D., PROTTI, F., DE GREGORIO, M., et al., "A Novel Distributed Scheduling Algorithm for Resource Sharing Under Near-Heavy Load", *Lecture Notes in Computer Science*, v. 3544, pp. 431–442, 2004.

[4] LENGERKE, O., ACUÑA, H. G., DUTRA, M. S., et al., "Distributed control of job-shop systems via edge reversal dynamics for automated guided vehicles", *1st International Conference on Intelligent Systems and Applications*, pp. 25–30, 2012.

[5] ALVES, D. S. F., SOARES, E. E., STRACHAN, G. C., et al., *A Swarm Robotics Approach to Decontamination. In: Mobile Ad Hoc Robots and Wireless Robotic Systems: Design and Implementation*.
1st ed., pp. 107–122.
Hershey, PA, USA: IGI Publishing Hershey, 2012.

[6] ARANTES JR, G. M., *Trilhas, Otimização de Concorrência e Inicialização Probabilística em Sistemas sob Reversão de Arestas*, Ph.D. Thesis, Prog. de Eng. de Sist. e Comp., Univ. Fed. do Rio de Janeiro, 2006.

# Bibliografia II

[7] LUCENA, A., DA CUNHA, A. S., SIMONETTI, L., "A New Formulation and Computational Results for the Simple Cycle Problem", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, v. 44, no. 5, pp. 83–88, 2013.

[8] NIERHAUS, G., *Algorithmic Composition: Paradigms of Automated Music Generation*. Springer-Verlag: Vienna, Austria, 2009.

[9] SHAN, M.-K., CHIU, S.-C., "Algorithmic compositions based on discovered musical patterns", *Multimedia Tools and Applications*, v. 46, n. 1, pp. 1–23, Jan. 2010.

[10] SCHMIDT-JONES, C., *Understanding Basic Music Theory*. OpenStax CNX: Houston, TX, USA, 2007.

[11] BELL, J., *144 Blues Guitar Licks*. JamString: East Midlands, UK, 2015, mobile application. Version 15.41942290.