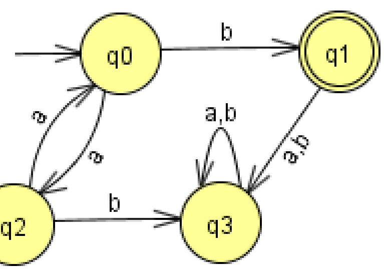
08.12.2011

**BİÇİMSEL DİLLER ve OTOMATLAR**
**Uygulama-4**

**1)** {a,b} alfabesinden oluşan ve $\{a^{2m}b\}$, m≥0 dilini kabul eden bir DFA oluşturun. Oluşturduğunuz DFA'nın düzenli ifadesini sistematik yolla elde ediniz.

**Çözüm:**

m=0 → b
m=1 → $a^2b$
m=2 → $a^4b$
…
Çift sayıda a'yı takip eden bir b




Düzenli ifadeyi sistematik yolla elde etmek için aşağıdaki teoremden faydalanırız.

**Teorem:** $X = XA \cup B \wedge \Lambda \notin A$ **denkleminin tek çözümü X = BA*'dır.**

$$x = xa\ v\ b \wedge \Lambda \notin A \Rightarrow x = ba^*$$

$q_1$ = ?

$q_0 = \Lambda \vee q_2a$
$q_1 = q_0b$
$q_2 = q_0a$
$q_3$ → kuyu

$q_0$'ın ifadesinde $q_2$ yerine konulursa:
$q_0 = \Lambda \vee q_2a = \Lambda \vee q_0aa$

Yukarıda verilen teorem yardımıyla:
$q_0 = q_0aa \vee \Lambda \rightarrow q_0 = \Lambda(aa)^* = (aa)^*$

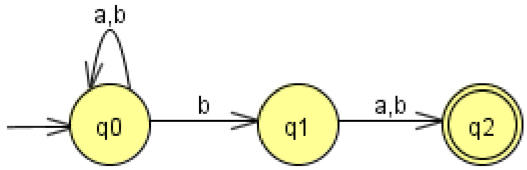
$q_1$'in ifadesinde $q_0$ yerine konulursa:
$q_1 = q_0b = (aa)^*b = a^{2m}b$, m≥0

L(M)= (aa)*b

**2)** {a,b} alfabesinden oluşan ve "son sembolden önceki sembolün b olduğu" bir NFA oluşturun.

**Çözüm:**

$$L(M) = (a\ v\ b)^*b(a\ v\ b)$$

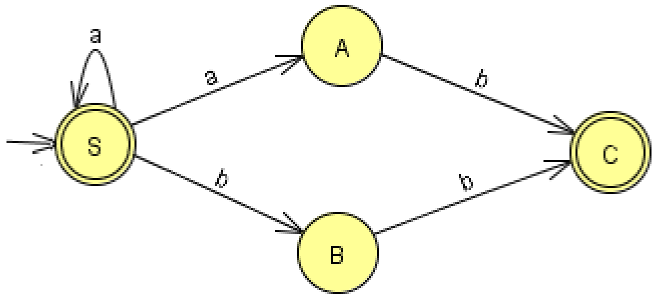



**3)** <S> ::= Λ|a|a<S>|a<A>|b<B>
<A> ::= b
<B> ::= b

**a)** Yanda gramer üretim kuralları BNF ile verilmiş dili kabul eden otomatın NFA diyagramını çiziniz(sezgisel yolla).
**b)** Sezgisel olarak düzenli ifadesini veriniz.
**c)** NFA → DFA dönüşümü yapınız ve elde ettiğiniz DFA'nın diyagramını çiziniz.

**Çözüm:**

**a)**




**b)** L(G) = a* v a*ab v a*bb

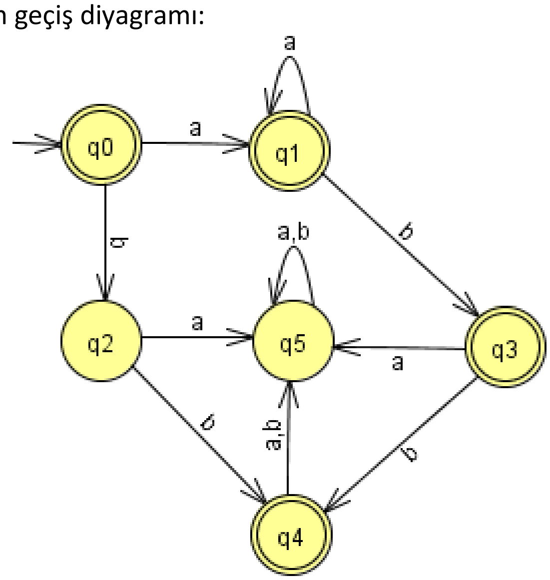
**c)** $S = q_0$

$\delta(q_0,a) = \delta(S,a) = \{S,A\} = q_1$
$\delta(q_0,b) = \delta(S,b) = \{B\} = q_2$
$\delta(q_1,a) = \delta(\{S,A\},a) = \{S,A\} = q_1$
$\delta(q_1,b) = \delta(\{S,A\},b) = \{B,C\} = q_3$
$\delta(q_2,a) = \delta(\{B\},a) = \emptyset$
$\delta(q_2,b) = \delta(\{B\},b) = \{C\} = q_4$
$\delta(q_3,a) = \delta(\{B,C\},a) = \emptyset$
$\delta(q_3,b) = \delta(\{B,C\},b) = \{C\} = q_4$
$\delta(q_4,a) = \delta(\{C\},a) = \emptyset$
$\delta(q_4,b) = \delta(\{C\},b) = \emptyset$
$\delta(\emptyset,a) = \delta(\emptyset,b) = \emptyset = q_5$

Durum geçiş tablosu:

| | **a** | **b** |
|---|---|---|
| **$q_0$** | $q_1$ | $q_2$ |
| **$q_1$** | $q_1$ | $q_3$ |
| **$q_2$** | $q_5$ | $q_4$ |
| **$q_3$** | $q_5$ | $q_4$ |
| **$q_4$** | $q_5$ | $q_5$ |
| **$q_5$** | $q_5$ | $q_5$ |

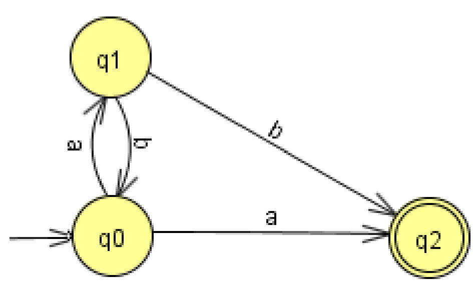
Durum geçiş diyagramı:




$s = \{q_0\}$ ve $F = \{ q_0, q_1, q_3, q_4\}$

**4)** Yanda durum geçiş diyagramı verilen otomatın,

**a)** Diline ilişkin düzenli ifadeyi sezgisel yolla bulunuz.
**b)** Determinist eşdeğerini bulunuz.
**c)** Determinist eşdeğerinin sistematik yolla bulacağınız dili ile a şıkkında bulduğunuz dilin aynı olduğunu gösteriniz.



08.12.2011

**Çözüm:**

**a)** $L(M) = (ab)^*a \vee (ab)^*ab = (ab)^*(a \vee ab)$

**b)** $q_0 = x_0$

$\delta(x_0,a) = \delta(q_0,a) = \{ q_1, q_2\} = x_1$

$\delta(x_0,b) = \delta(q_0,b) = \emptyset$

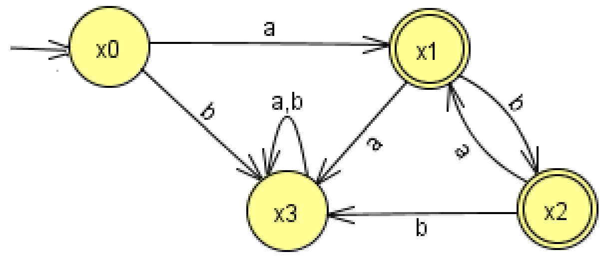
$\delta(x_1,a) = \delta(\{ q_1, q_2\},a) = \emptyset$

$\delta(x_1,b) = \delta(\{ q_1, q_2\},b) = \{ q_0, q_2\} = x_2$

$\delta(x_2,a) = \delta(\{ q_0, q_2\},a) = \{ q_1, q_2\} = x_1$

$\delta(x_2,b) = \delta(\{ q_0, q_2\},b) = \emptyset$

$\delta(\emptyset,a) = \delta(\emptyset,b) = \emptyset = x_3$




**c)** Determinist eşdeğerin kabul ettiği dilin ifadesinin sistematik yolla bulunması:

__Teorem:__ $x = xa \vee b \wedge \Lambda \notin A \Rightarrow x = ba^*$

$x_1 \vee x_2 = ?$

$x_0 = \Lambda$

$x_1 = x_0a \vee x_2a$

$x_2 = x_1b$

$x_3 \rightarrow$ kuyu

$x_1$'in ifadesinde $x_2$ yerine konulursa:

$x_1 = x_0a \vee x_2a = x_0a \vee x_1ba$

$x_0$ yerine konulursa ve üstteki teorem yardımıyla:

$x_1 = x_0a \vee x_1ba = a \vee x_1ba = a(ba)^*$

$x_2$'nin ifadesinde $x_1$ yerine konulursa:

$x_2 = x_1b = a(ba)^*b$

$L(M)= x_1 \vee x_2 = a(ba)^* \vee a(ba)^*b = a(ba)^* (\Lambda \vee b)$

a şıkkında sezgisel olarak bulunan dil:

$L(M) = (ab)^*(a \vee ab) = (ab)^*a (\Lambda \vee b)$

$(ab)^* a \overset{?}{=} a(ba)^*$ → tümevarımla tanıtlanabilir

Tümevarım: $(ab)^n a \overset{?}{=} a(ba)^n$

n=0 için $a = a$ ✓

n=k için $(ab)^k a = a(ba)^k$ doğru olduğunu kabul ederiz.

n=k+1 için $(ab)^{k+1}a \overset{?}{=} a(ba)^{k+1}$

$$(ab)^k aba \overset{?}{=} a(ba)^k ba$$

$(ab)^k a = a(ba)^k$ eşitliğinin doğru olduğunu kabul etmiştik. O zaman,

$$[(ab)^k a]ba \overset{?}{=} [a(ba)^k]ba \rightarrow ba = ba \quad ✓$$