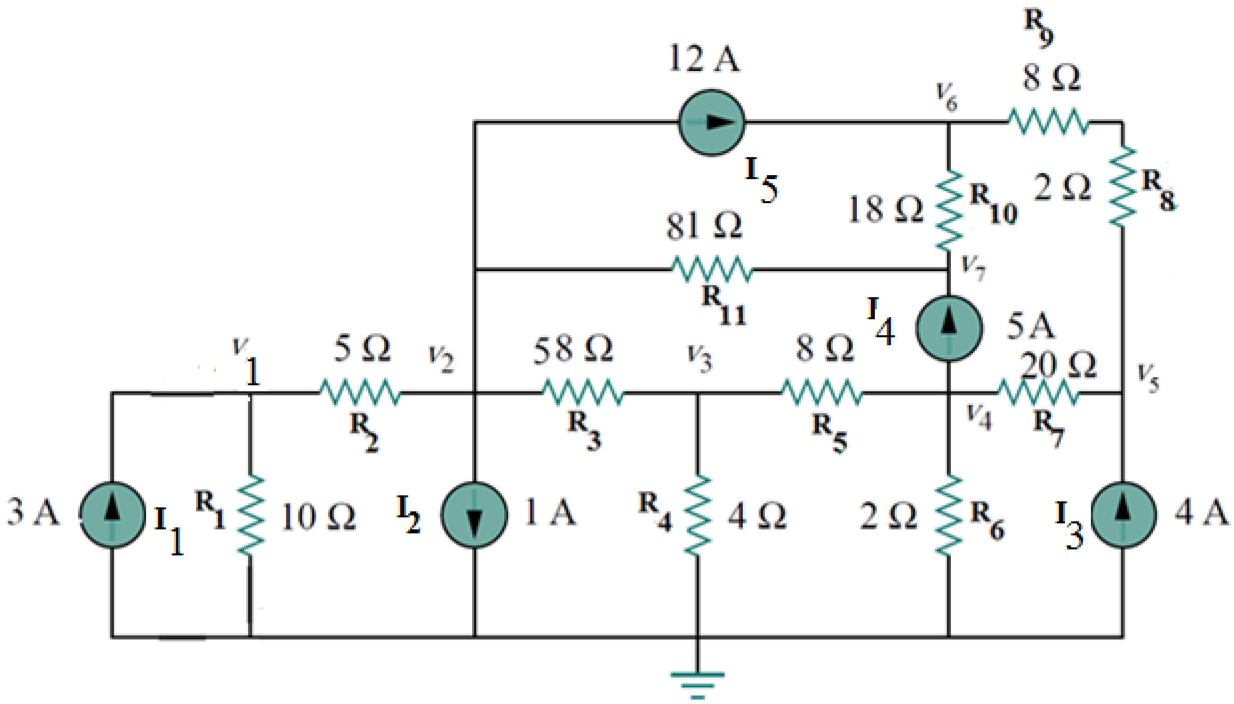
BLM104 Elektrik Devre Temelleri ve Uygulamaları Dersi Çözümlü Örnekler 2

12. Şekil 12 deki devre için düğüm gerilimleri denklemlerini doğrudan yazınız.



Şekil 12

Çözüm 12

Bu devrede referans düğüm dışında 7 düğüm vardır. O halde 7 adet düğüm gerilimleri denklemleri yazılır. Bu durumda iletkenlik matrisinin mertebesi 7x7 dır. Düğüm gerilimleri denklemlerini Şekil 12 dan aşağıdaki gibi doğrudan yazabiliriz.

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} & G_{15} & G_{16} & G_{17} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} & G_{25} & G_{26} & G_{27} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} & G_{35} & G_{36} & G_{37} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} & G_{45} & G_{46} & G_{47} \\ G_{51} & G_{52} & G_{53} & G_{54} & G_{55} & G_{56} & G_{57} \\ G_{61} & G_{62} & G_{63} & G_{64} & G_{65} & G_{66} & G_{67} \\ G_{71} & G_{72} & G_{73} & G_{74} & G_{75} & G_{76} & G_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ -I_2 - I_5 \\ 0 \\ -I_4 \\ I_3 \\ I_5 \\ I_4 \end{bmatrix} \qquad (12.1)$$

G matrisin köşegen terimleri (siemens cinsinden) aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$G_{\mathbf{11}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = 0{,}3$$

$$G_{\mathbf{22}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{11}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{58} + \frac{1}{81} = 0{,}2295870583$$

$$G_{\mathbf{33}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{58} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 0{,}392241$$

$$\mathbf{G_{44}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{20} = 0{,}675$$

$$\mathbf{G_{55}} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8 + R_9} = \frac{1}{20} + \frac{1}{2+8} = 0{,}15$$

$$\mathbf{G_{66}} = \frac{1}{R_8 + R_9} + \frac{1}{R_{10}} = \frac{1}{2+8} + \frac{1}{18} = 0{,}155555$$

$$\mathbf{G_{77}} = \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{11}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{81} = 0{,}0679$$

G iletkenlik matrisinin köşegende olmayan diğer terimleri ise aşağıdaki gibidir.

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{R_2} = -\frac{1}{5} = -0{,}2$$

$G_{13}=G_{31}=0$, $G_{14}=G_{41}=0$, $G_{15}=G_{51}=0$, $G_{16}=G_{61}=0$, $G_{17}=G_{71}=0$

$$G_{23} = G_{32} = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{58} = -0{,}017241$$

$G_{24}=G_{42}=0$, $G_{25}=G_{52}=0$, $G_{26}=G_{62}=0$, $G_{27}=G_{72}=0$

$G_{34}=G_{43}= -\dfrac{1}{R_5} =-\dfrac{1}{8} =- 0,125$

$G_{35}=G_{53}= 0$, $G_{36}=G_{63}= 0$, $G_{37}=G_{73}= 0$

$G_{45}=G_{54}= -\dfrac{1}{R_7} =-\dfrac{1}{20} =- 0,05$

$G_{46}=G_{64}= 0$, $G_{47}=G_{74}= 0$

$G_{56}=G_{65}= -\dfrac{1}{R_8+R_9} =-\dfrac{1}{2+8} =- 0,1$

$G_{57}=G_{75}= 0$

$G_{67}=G_{76}= -\dfrac{1}{R_{10}} =-\dfrac{1}{18} =-0,055555$

Giriş akım vektörü ***i*** \`in terimleri amper cinsinden aşağıdaki gibidir.

$i_1 =I_1= 3$

$i_2 =-I_2-I_5=-1-12= -13$

$i_3 =0$

$i_4 =-I_4= -5$

$i_5 =I_3= 4$

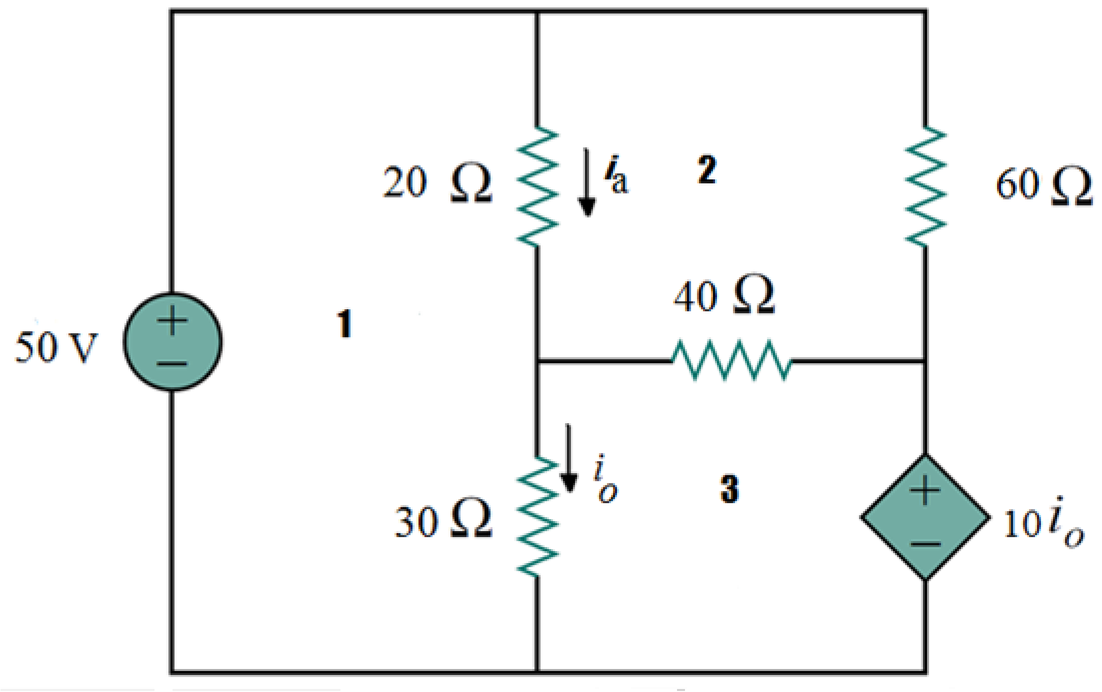
$i_6 =I_5=12$

$i_7 =I_4=5$

Bu değerleri denk. (12.1) da yerine koyarak, şekil 12.1 deki devre için Düğüm Gerilimleri Denklemlerini aşağıdaki gibi elde edebiliriz.

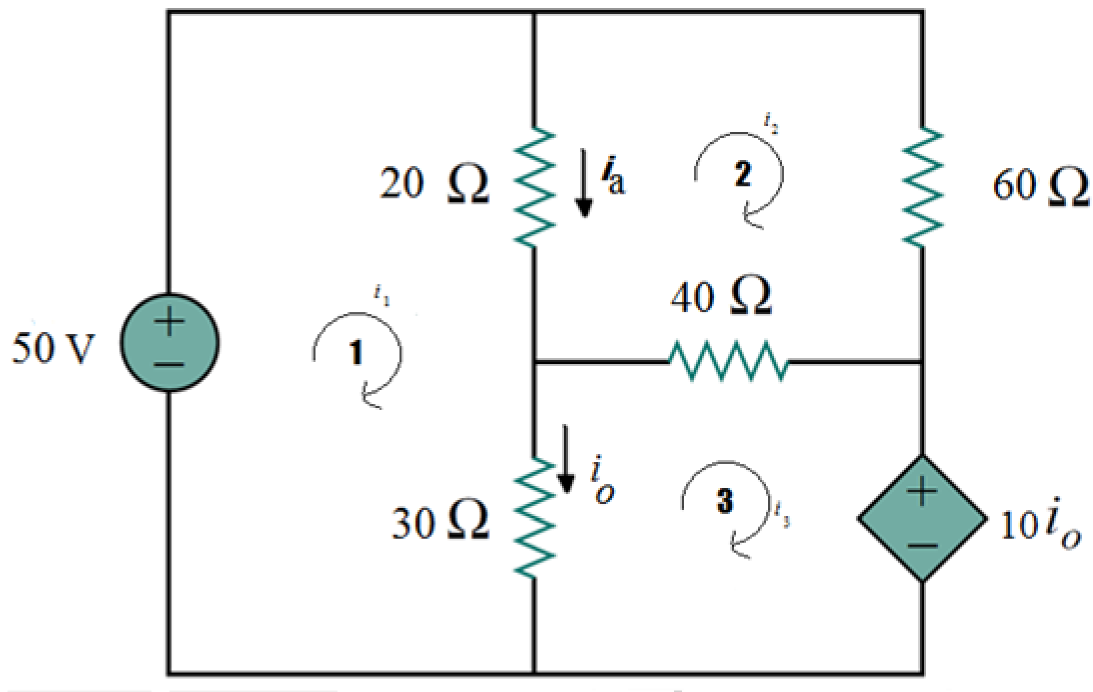
$$\begin{bmatrix} 0,3 & -0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,2 & 0,2296 & -0,0172 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0172 & 0,3922 & -0,125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,125 & 0,675 & -0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,05 & 0,15 & -0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,1 & 0,1556 & -0,0556 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0556 & 0,0679 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -13 \\ 0 \\ -5 \\ 4 \\ 12 \\ 5 \end{bmatrix} \qquad (12.2)$$

13. Şekil 13.1 de ki devrede çevre akımları denklemlerini doğrudan yazarak matrissel yöntemle çevre akımlarını bulunuz. Direnç akımları $\mathbf{i_a}$ ve $\mathbf{i_o}$ elde ediniz.



Şekil 13.1

Çözüm 13



Şekil 13.2

Çevre akım yönleri seçilmiş devre Şekil 13.1de verilmiştir. Çevre akım yönleri istenildiği gibi seçilebilir. Fakat Çevre akımlarının yönü hep aynı yön seçilirse (örneğin saat yönünde) R_{kj}'nin işareti hep negatif olur.

Bu devre için çevre akımları denklemlerini doğrudan yazalım;

$$\begin{bmatrix} 50 & -20 & -30 \\ -20 & 120 & -40 \\ -30 & -40 & 70 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 0 \\ -10i_0 \end{bmatrix} \tag{13.1}$$

30 **Ω** \`luk direncin akımı $i_0$ \`ın çevre akımları cinsinden ifadesi

$$i_0 = i_1 - i_3 \tag{13.2}$$

Denklem (13.2) deki bağımlı kaynak bağıntısını denklem (13.1)'in 3. denkleminde kullanırsak;

$$-30i_1 - 40i_2 + 70i_3 = -10(i_1 - i_3) = -10i_1 + 10i_3 \tag{13.3}$$

Olur. Denklem (13.3)'ü sadeleştirirsek;

$$(-30 + 10)i_1 - 40i_2 + (70 - 10)i_3 = 0 \tag{13.4}$$

ve

$$-20i_1 - 40i_2 + 60i_3 = 0 \tag{13.5}$$

şekline dönüşür , Denklem (13.5)'i denklem (13.1) deki 3. satıra yerleştirirsek, yeni denklem takımı aşağıdaki gibi olur;

$$\begin{bmatrix} 50 & -20 & -30 \\ -20 & 120 & -40 \\ -20 & -40 & 60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13.6}$$

Bu denklemi sadeleştirirsek;(1. Satırı 10'a, 2. ve 3. Satırı 20'e bölerek)

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & -3 \\ -1 & 6 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13.7}$$

Denklem (3.7)'den $i_1, i_2\ ve\ i_3$ aşağıdaki gibi elde edilir;

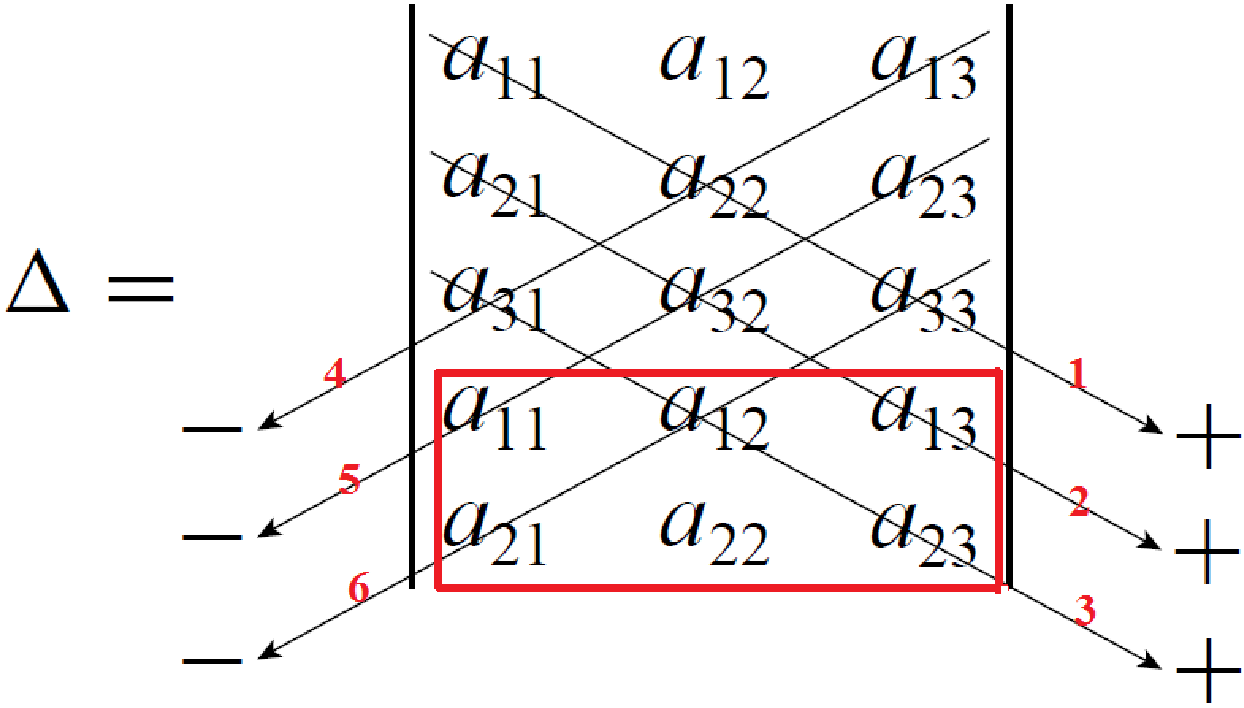
$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta},\ \ i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}\ \ ve\ \ i_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} \tag{13.8}$$

$\Delta,\ \Delta_1, \Delta_2\ ve\ \Delta_3$ determinantlarını hesaplayalım;

3x3 matrisin determinantı basitçe aşağıdaki gibi bulunabilir.

Şekil 13.3 deki gibi görüldüğü gibi matrisin ilk iki satırı, matrisin 4. ve 5. satırı olarak eklenerek yeni bir matris elde edilir. Yeni matriste, köşegendeki 3 elemanının çarpımınıköşegen satırı (kş) olarak tanımlayalım.

Özgün 3x3 matrisin determinantı = {soldan sağa doğru olan (1,2 ve 3) köşegen satırlarının toplamı} - {sağdan sola doğru olan (4,5 ve 6) köşegen satırlarının toplamı} şeklinde hesaplanabilir. Başka deyişle **Δ= +(1.kş) +(2.kş)+(3.kş) ─ (4.kş-1) ─ (5.kş) ─ (6.kş)** şeklindedir.



Şekil 13.3

Şimdi determinantları, verilen yöntemle hesaplayıp bilinmeyen çevre akımlarını bulalım.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -2 & -3 \\ -1 & 6 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 & -3 \\ -1 & 6 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \\ 5 & -2 & -3 \\ -1 & 6 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (5)(6)(3) + (-1)(-2)(-3) + (-1)(-2)(-2) — (-3)(6)(-1) — (-2)(-2)(5) - (3)(-2)(-2)$$

$$= 90 - 6 - 4 - 18 - 20 - 6 = 90 - 54 = 36$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \\ 5 & -2 & -3 \\ 0 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 90 + 0 + 0 - 0 - 20 - 0 = 70$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 5 & -3 \\ -1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 5 & 5 & -3 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 0 + 0 + (-1)(5)(-2) - 0 - 0 - (3)(5)(-1) = 10 + 15 = 25$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -2 & 5 \\ -1 & 6 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 5 & -2 & 5 \\ -1 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0 + (-1)(-2)(5) + 0 - (5)(6)(-1) - 0 - 0 = 10 + 30 = 40$$

O halde;

$$i_1 = \frac{70}{36} \cong 1{,}94\overline{\overline{\overline{4}}}\ A$$

$$i_2 = \frac{25}{36} = 0{,}69\overline{\overline{\overline{5}}}\ A \qquad (13.9)$$

$$i_3 = \frac{40}{36} = 1{,}1\overline{\overline{\overline{1}}}\ A$$

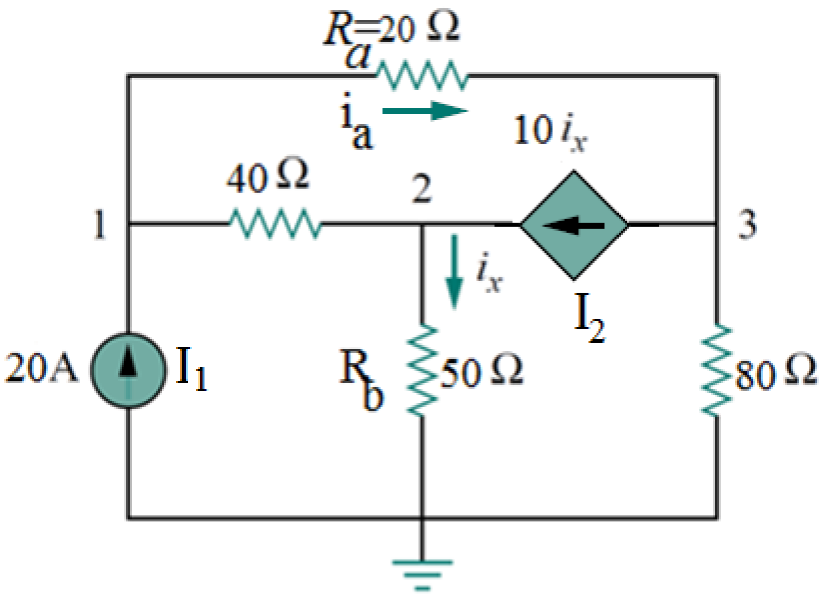
i$_a$ ve **i**$_o$ akımları ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$i_a = i_1 - i_2 = \frac{70}{36} - \frac{25}{36} = \frac{45}{36} = 1{,}25\ A$$

$$(13.10)$$

$$i_0 = i_1 - i_3 = \frac{70}{36} - \frac{40}{36} = \frac{30}{36} = 0{,}83\overline{\overline{\overline{3}}}\ A$$

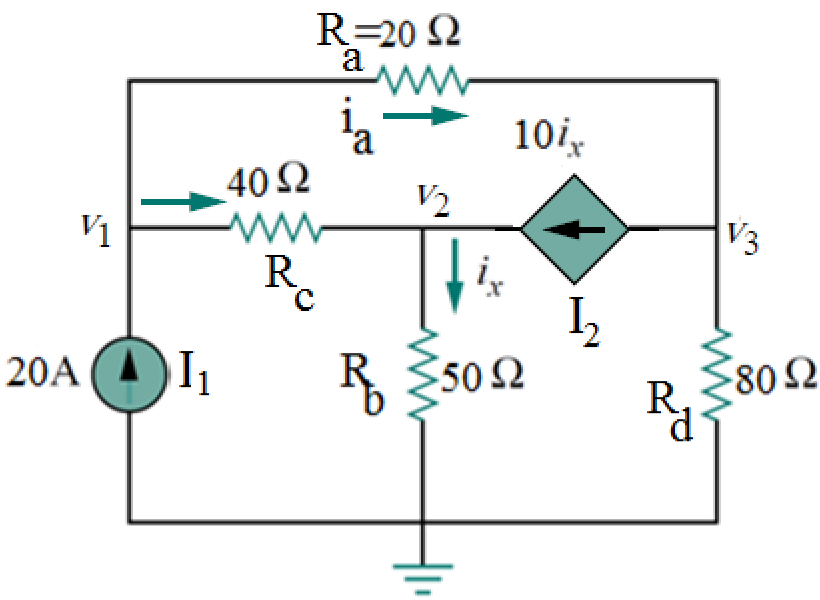
14. Şekil 14.1 de ki devrede düğüm gerilimleri denklemlerini doğrudan yazarak matrissel yöntemle düğüm gerilimlerini bulunuz. $\mathbf{R_a}$ ve $\mathbf{R_b}$ dirençlerinin gerilim ve akımlarını elde ediniz.



Şekil 14.1

Çözüm 14

Şekil 14.1 deki referans düğümün dışında üç düğüm daha(1,2, ve3 düğümleri) vardır. Bu düğümleri düğüm gerilimlerini sırasıyla v_1, v_2 ve v_3 olarak adlandıralım. Şekil 14.1



Şekil 14.2

Şekil 14.2 deki devre için düğüm gerilimleri denklemini doğrudan yazalım;

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{40}+\frac{1}{20} & -\frac{1}{40} & -\frac{1}{20} \\ -\frac{1}{40} & \frac{1}{40}+\frac{1}{50} & 0 \\ -\frac{1}{20} & 0 & \frac{1}{20}+\frac{1}{80} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{I}_1 \\ \mathrm{I}_2 \\ -\mathrm{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 10i_x \\ -10i_x \end{bmatrix} \tag{14.1}$$

Devre deki I_2 akım kaynağı yerine düğüm gerilimi cinsinden karşılığı

$$\mathrm{I}_2 = 10i_x = 10\frac{v_2}{50} = \frac{v_2}{5} \tag{14.2}$$

şeklinde elde edilir. Denk. (14.2)`yi, denk. (14.2) de kullanırsak,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{40}+\frac{1}{20} & -\frac{1}{40} & -\frac{1}{20} \\ -\frac{1}{40} & \frac{1}{40}+\frac{1}{50} & 0 \\ -\frac{1}{20} & 0 & \frac{1}{20}+\frac{1}{80} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ \frac{v_2}{5} \\ -\frac{v_2}{5} \end{bmatrix} \tag{14.3}$$

Denk. (14.3) `ün, her iki tarafının 1. Satırını 40 (1.satır x40), 2. Satırını 200 ve 3. Satırını ise 80 ile çarparsak denklemler kesirli terimlerden arınır.

$$\begin{bmatrix} 1+2 & -1 & -2 \\ -5 & 5+4 & 0 \\ -4 & 0 & 4+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 800 \\ 40v_2 \\ -16v_2 \end{bmatrix} \tag{14.4}$$

Oluşan denk. (14.4) deki matrisin, sağ taraftaki bağımlı akım kaynakları terimlerini denklemlerin sol tarafına aktarırsak

$$\begin{bmatrix} 1+2 & -1 & -2 \\ -5 & 5+4-40 & 0 \\ -4 & 16 & 4+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{14.5}$$

şekline dönüşür. Denk. (14.5) aşağıdaki şeklinde sadeleşebilir.

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -5 & -31 & 0 \\ -4 & 16 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{14.6}$$

Denk. (14.6) \`i çözerek düğüm gerilimleri $v_1$, $v_2$ ve $v_3$ \`i bulalım

$$v_{1}= \frac{\Delta_1}{\Delta}, \qquad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -5 & -31 & 0 \\ -4 & 16 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \\ -5 & -31 & 0 \end{vmatrix} \tag{14.7}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -5 & -31 & 0 \\ -4 & 16 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \\ -5 & -31 & 0 \end{vmatrix}$$

Δ=(3)(-31)(5)+(-5)(16)(2)+(-4)(-1)(0)-2(-31)(-4)-(0)(16)(3)-(5)(-1)(-5)

=465+160+0+248+0-25= -82

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 800 & -1 & -2 \\ 0 & -31 & 0 \\ 0 & -16 & 5 \\ 800 & -1 & -2 \\ 0 & -31 & 0 \end{vmatrix} = (800)(-31)(5) + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = -124\,000$$

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-124000}{-82} = 1512{,}195122\text{V}$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 800 & -2 \\ -5 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 800 & -2 \\ -5 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - (5)(800)(-5) = 20\,000$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = = \frac{1512{,}195122 - (-243{,}902439)}{40} = -243{,}902439 \ \text{V}$$

ve $v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$' i bulalım

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 800 \\ -5 & -31 & 0 \\ -4 & 16 & 0 \\ 3 & -1 & 800 \\ -5 & -31 & 0 \end{vmatrix} = 0 + (-5)(16)(200) + 0 - (800)(-31)(-4) - 0 - 0$$

= -64 000-99 200= - 163 200

$$v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-163200}{-82} = 1990{,}243902\ V$$

$$v_{Ra} = v_1 - v_3 = 1512{,}195122 - 1990{,}243902 = -478{,}04878\ V$$

$$v_{Rb} = v_2 = -243{,}902439\ \text{V}$$

$$i_{R_a} = \frac{v_{R_a}}{R_a} = \frac{-478{,}04878}{20} = -23{,}902439\ \text{A}$$

$$i_{R_b} = \frac{v_{R_b}}{R_b} = \frac{-243{,}902439}{50} = -\ 4{,}87804878\ \text{A}$$

$$i_{R_c} = \frac{v_{R_c}}{R_c} = \frac{v_1 - v_2}{R_c} = \frac{1512{,}195122 - (-243{,}902439)}{40} = 43{,}90243903\ \text{A}$$

Sonuçlarının doğrulamasını yapalım.

Şekil 14.2 devrede 1. düğüm için KCL `ı yazalım

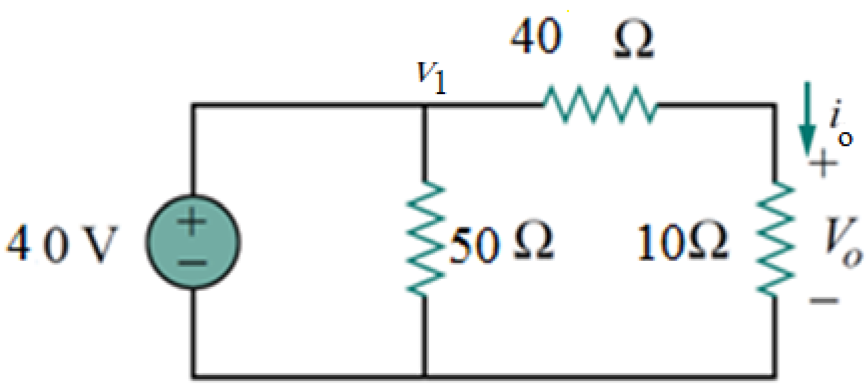
$$I_1 = i_{R_a} + i_{R_c} \tag{14.8}$$

i_{R_a} ve i_{R_c} değerlerini denk (14.8) de yerine koyalım;

$I_1 = i_{R_a} + i_{R_c} = -23{,}902439 + 43{,}90243903 = 20$ A

$I_1 = 20$ A olarak verilmişti, hesaplama sonucunda da ayni değer bulunduğundan dolayı sonuç doğrudur.

15. $\mathbf{V_o}$=1 V kabul ederek ve doğrusallık teoreminden faydalanarak $\mathbf{V_o}$` ın gerçek değerini bulunuz.



Şekil 15

Çözüm 15

$v_0 = 1V$ iken değerleri (‘) üst indisi ile gösterelim, $V'_0 = 1\ V$ iken, V'_1 gerilimini bulalım.

$$I'_0 = \frac{V_o}{R_o} = \frac{V_o}{10} = \frac{1}{10} = 0.1A$$

$$V'_1 = 40I'_0 + V'_0 = 40x0{,}1 + 1 = 5V$$

$$V'_1 = 5V \text{ iken } V'_0 = 1\ V\text{'dur}$$

$$\frac{V_1}{V'_1} = \frac{40}{5} = 8 \qquad V_1 = 8V'_1 \tag{15.1}$$

$V'_1 = 5V$ iken $V'_0 = 1\ V$ idi.

Devre doğrusal olduğundan, doğrusal teorem uygulanabilir. Doğrusallık teoremine göre;

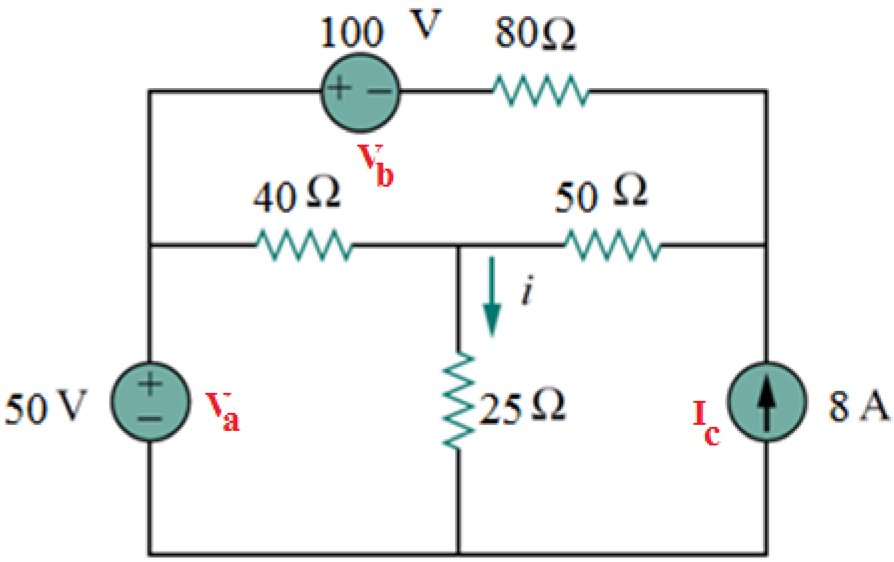
$$V'_1 = a \text{ iken } V'_0 = b \text{ ise} \tag{15.2}$$

$$V_1 = ka \text{ için } V_0 = kb \text{ ‘dir.} \tag{15.3}$$

O halde

$$V_0 = kV'_0 = 8x1 = 8\ V \tag{15.4}$$

16. Şekil 16.1 de ki devrede **i** akımını süper pozisyon teoremine göre bulunuz.



Şekil 16.1

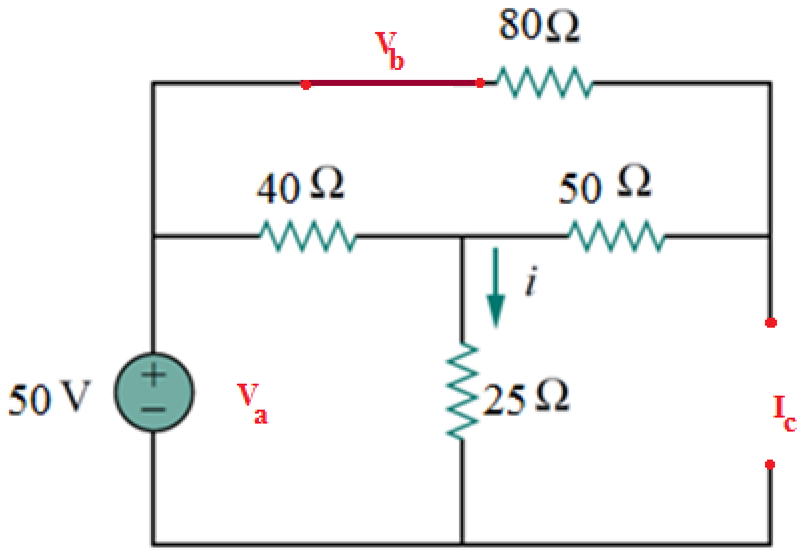
Çözüm 16

Devrede yalnız V_a, yalnız V_b ve yalnız I_c varken; 25Ω’luk dirençten akan akımlar sırasıyla $i_1, i_2\ ve\ i_3$ olsun, devrede üç kaynak birlikte varken i akımı ;

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \tag{16.1}$$

Şimdi $i_1, i_2\ ve\ i_3$ akımlarını bulalım.

Devrede yalnız V_a varken (gerilim kaynağı V_b kısa devre, akım kaynağı I_c açık devre), devre Şekil 16.2'deki gibi olur.

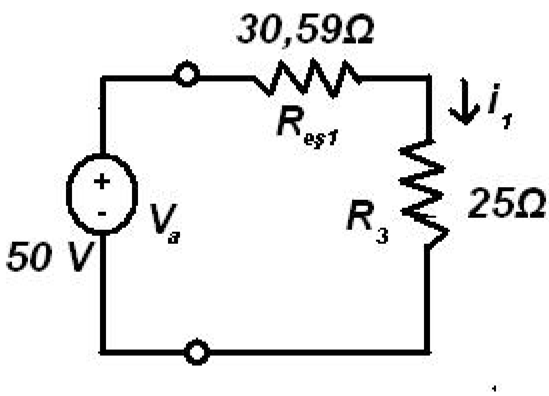


Şekil 16.2

Bu durumda 80Ω+50Ω=130Ω'luk direnç, 40Ω'luk dirence paralel olur.

$$R_{eş1} = R_2 // (R_1 + R_4) = \frac{40.(80+50)}{40+(80+50)} = 30{,}59\ \Omega \tag{16.2}$$

Bu durumda eşdeğer devre Şekil 16.3'deki gibi olur.



Şekil 16.3

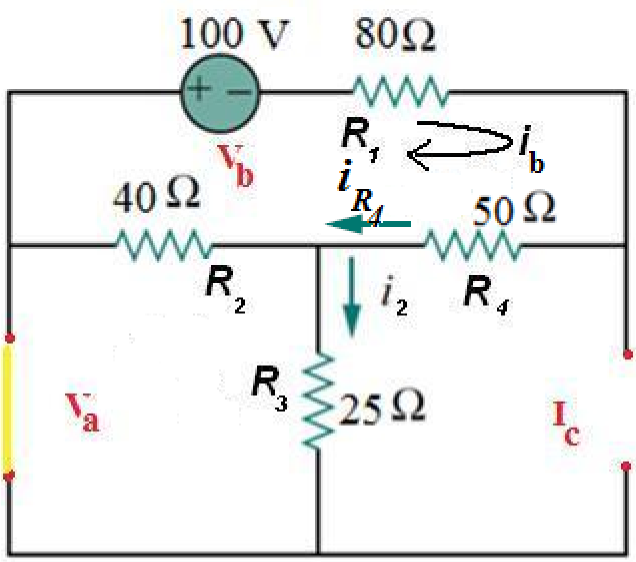
Şekil 16.3' den i_1 akımı;

$$i_1 = \frac{V_a}{R_{eş1} + R_3} \tag{16.3}$$

$$i_1 = \frac{50}{30{,}59 + 25} = 0{,}89947\ A$$

Devrede yalnız V_b varken (V_a kısa devre I_c açık devre), i_2 akımını bulalım;

Eşdeğer devre Şekil 16.4'de verilmiştir.



Şekil 16.4

Şekil 16.4'deki devrede 1. Gözde(kapalı çevrimde) R_3 direnci, R_2 direncine paralel gelmektedir.

$$R_{eş2} = R_2 // R_3 = 40//25 = 15{,}3846\ \Omega$$

Şekil 16.4'deki devrede i_b akımını bulalım

$$(R_{eş2} + R_1 + R_4) i_b + V_b = 0 \tag{16.4}$$

$$i_b = -\frac{V_b}{(R_{eş2} + R_1 + R_4)} \tag{16.5}$$

$$i_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} i_{R_4} \tag{16.6}$$

$$i_{R4} = i_b \tag{16.7}$$

$$R_{eş2} = 40//25 = 15{,}3846\ \Omega$$

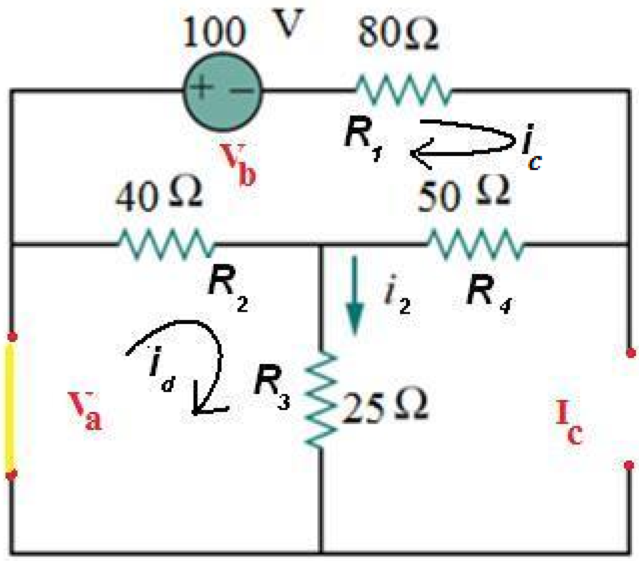
Denklem (16.5)'den;

$$i_b = \frac{-100}{80 + 50 + 15{,}38} = -0{,}68783\ A$$

Denklem (16.6)'dan

$$i_2 = \frac{40}{40 + 25}(-0{,}68783) = -0{,}42328\ A$$

Devrede yalnız V_b varken, i_2'yi başka bir yöntemle (çevre akımları yöntemi ile) bulalım.



Şekil 16.5

Çevre akımları denklemlerini yazalım;

$$(80 + 50 + 40)i_c - 40i_d = -100 \qquad (16.8.a)$$

$$-40i_c + (40 + 25)i_d = 0 \qquad (16.8.b)$$

Denklem (16.8.a) sadeleşirse;

$$17i_c - 4i_d = -10 \qquad (16.9.a)$$

olur ve denklem (16.8.b) 'den;

$$i_c = \frac{65}{40}i_d = \frac{13}{8}i_d \qquad (16.9.b)$$

elde ederiz. Denklem (16.9.b) 'yi, denklem (16.9.a) yerleştirirsek

$$17\left(\frac{13}{8}i_d\right) - 4i_d = -10$$

şekline dönüşür. Bu denklem sadeleştirilerek, denklem (16.10) `a dönüştürülür.

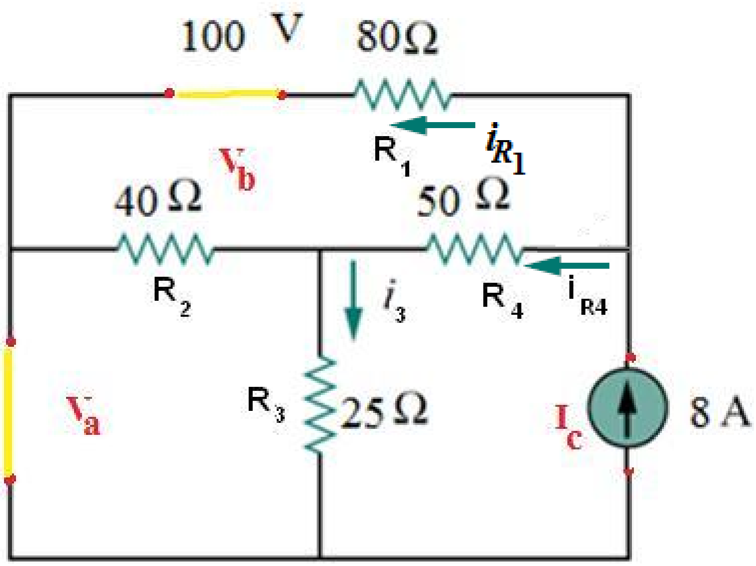
$$31{,}875 i_d - 4 i_d = 23{,}62 i_d = -10\ V$$

$$i_d = \frac{-10}{23{,}625} = -0{,}42328\ A \qquad (16.10)$$

Buradan i_2 aşağıdaki gibi elde edilir.

$$i_2 = i_d = -0{,}42328\ A$$

Devrede yalnız I_c akım kaynağı varken ($V_a\ ve\ V_b$ gerilim kaynakları kısa devre iken) i_3 akımını bulalım. Bu durumdaki eşdeğer devre şekil 16.6' da verilmiştir.



Şekil 16.6

I_c akımı; $\boldsymbol{i}_{R4}$ ($R_4 + R_{eş2}$ den akan akım) ve $\boldsymbol{i}_{R1}$ akımlarına ayrılmaktadır. i_{R4} akımı

$$i_{R4} = \frac{R_1}{R_1 + R_4 + R_{eş2}} I_c \qquad (16.11)$$

şeklindedir. i_3 akımı ise denk. (16.12) gibidir.

$$i_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} i_{R4} \qquad (16.12)$$

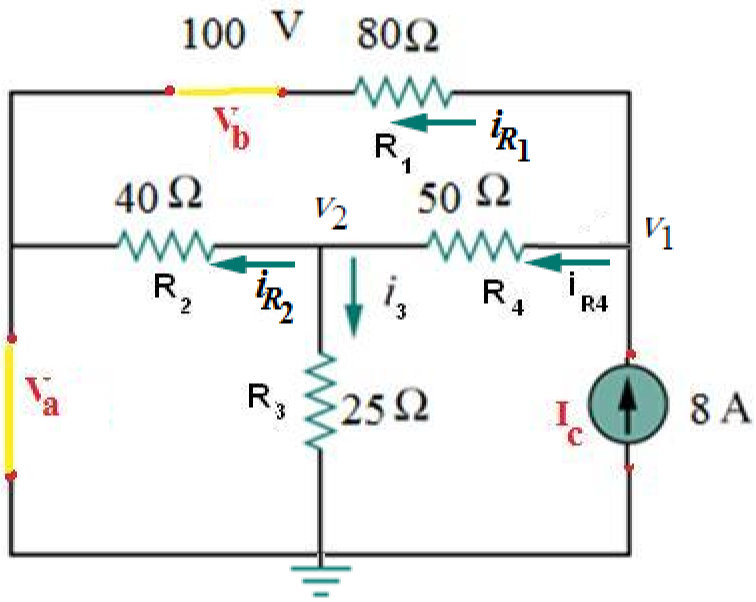
Sayısal değerler;

$$i_{R4} = \frac{80}{80 + 50 + 40//25} 8 = \frac{640}{130 + 15{,}38} = 4{,}402\ A$$

$$i_3 = \frac{40}{40+25} 4{,}402 = 2{,}7089947 = 2{,}709\ A$$

Devrede yalnız I_c akım kaynağı varken i_3 akımını düğüm gerilimleri yöntemi ile bulalım.

Şekil 16.7 devresinde 1. Ve 2. Düğümler için denklemleri yazalım.



Şekil 16.7

1. ve 2. Düğümler için denklemler;

$$\frac{V_1 - V_2}{R_4} + \frac{V_1}{R_1} = I_c \quad (16.13.a)$$

$$\frac{V_1 - V_2}{R_4} = \frac{V_2}{R_2} + i_3 = \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} \quad (16.13.b)$$

Sayısal değerleri kullanarak denklem (16.13.a)' da aşağıdaki şekle getirebiliriz.

$$\frac{V_1 - V_2}{50} + \frac{V_1}{80} = 8$$

Bu denklemin er iki tarafını 80 ile çarparak yeniden düzenlersek;

$$1{,}6V_1 - 1{,}6V_2 + V_1 --\to 2{,}6V_1 - 1{,}6V_2 = 640 \quad (16.14)$$

şeklinde olur. Denklem (16.13.b) 'i,sayısal değerleri kullanarak yeniden düzenleyelim;

$$\underset{(4)}{\frac{V_1 - V_2}{50}} = \underset{(5)}{\frac{V_2}{40}} + \underset{(8)}{\frac{V_2}{25}}$$

$$4V_1 - 4V_2 = 5V_2 + 8V_2 \text{ ve}$$

$$4V_1 = 17V_2, V_1 = \frac{17}{4}V_2$$

$$V_1 = \frac{17}{4}V_2 \qquad (16.15)$$

elde edilir. Denklem (16.15)'i, denklem (16.14)'da yerine koyup, V_2'yi bulalım;

$$2{,}6\left(\frac{17}{4}V_2\right) - 1{,}6(V_2) = 640 \longrightarrow 11{,}05V_2 - 1{,}6V_2 = 9{,}45V_2 = 640$$

$$V_2 = \frac{640}{9{,}45} = 67{,}724867\ V$$

i_3 ise aşağıdaki gibi elde edeilir.

$$i_3 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{67{,}725}{25} = 2{,}7089947 = 2{,}701\ A$$

Devre doğrusal olduğundan süper pozisyon teoremine göre devrede V_a, V_b ve I_c kaynaları varken i akımı;

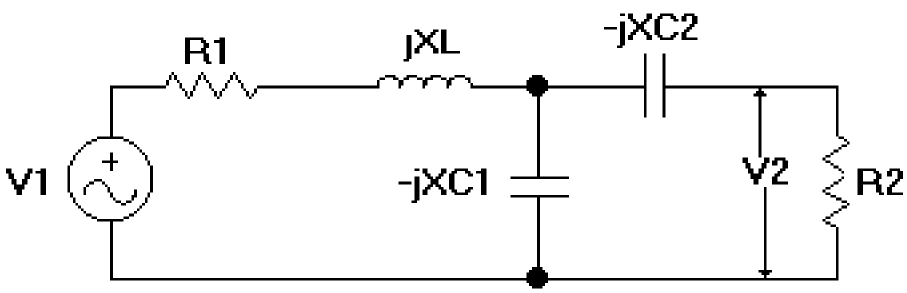
$$i = i_1 + i_2 + i_3 = 0{,}89947 - 0{,}42328 + 2{,}7089947 = 3{,}1851847 = 3{,}185\ A \qquad (16.16)$$

şeklinde elde edilir.

e.p.17

a)Şek. e.p.17.1 deki devrede V_2 / V_1 gerilim oranını bulunuz.

b) $R_1 = 50\Omega$, $X_L = 5\Omega$, $X_{C1} = -2\Omega$, $X_{C2} = -3\Omega$, $R_2 = 5\Omega$ için $V_2 = 0{,}5V$ iken V_1 gerilimini bulunuz.



Şek. e.p.17.1

Çöz. e.p.17.

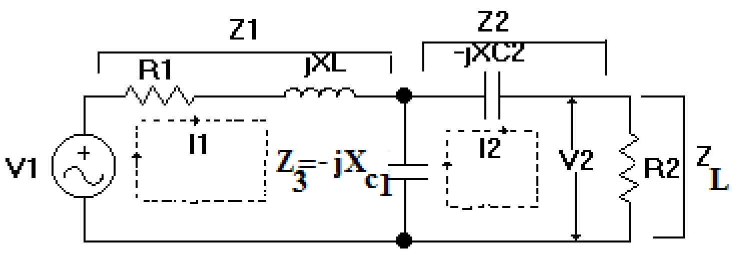
a)

$$K = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_L I_2}{V_1}$$

Şek. e.p.17.2 deki devreyi çevre akımları yöntemi ile çözelim

$$(Z_1 + Z_3)I_1 - Z_3 I_2 = 0 \qquad (1)$$

$$-Z_3 I_1 + (Z_2 + Z_3 + Z_L)I_2 = 0 \qquad (2)$$



Şek. e.p.17.2

Denklem takımını matris şeklinde yazalım

$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_2 + Z_3 + Z_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Buradan I_2\` yi bulalım

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & V_1 \\ -Z_3 & 0 \end{bmatrix}}{[Z]} = \frac{-(-Z_3 V_1)}{\begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_2 + Z_3 + Z_L \end{bmatrix}} = \frac{Z_3 V_1}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_3 + Z_L)} \qquad (4)$$

$$I_2 = \frac{Z_3 V_1}{[Z]}$$

I_2 değerini $K = \frac{V_2}{V_1}$ de yerine koysak

$$K = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_L}{V_1}\frac{Z_3 V_1}{[Z]} = Z_3 \cdot \frac{Z_L}{[Z]}$$

elde edilir.

b) $V_1 = \dfrac{V_2}{K} \quad Z_1 = R_1 + jX_L = 50 + j5\Omega\,,\ Z_2 = -jX_{C2} = -j3\Omega$

$Z_3 = -jX_{C1} = -j2\Omega \qquad Z_L = R_2 = 5\Omega$

$$K = \frac{Z_3 \cdot Z_L}{[Z]} = \frac{Z_3 \cdot Z_L}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_3 + Z_L) - Z_3^2}$$

$$K = \frac{(-j2)\cdot 5}{(50 + 35 - j2)(-j3 - j2 + 5) - (-j2)^2}$$

$$K = \frac{-j10}{(50 + j3)(5 - j5) + 4} = \frac{j10}{250 - j250 + j15 + 15 + 4} = \frac{-j10}{269 - j235}$$

$$K = \frac{10^{\angle 270°}}{357{,}19^{\angle -41{,}14°}} = 0{,}027996^{\angle 311°{,}14} = 0{,}0184 - j0{,}02108$$

$$V_1 = \frac{V_2}{K} = \frac{0{,}5}{0{,}027996^{\angle 311°{,}14}} = 17{,}8596^{\angle -311°{,}14} = 17{,}8596^{\angle 48°{,}859}V$$

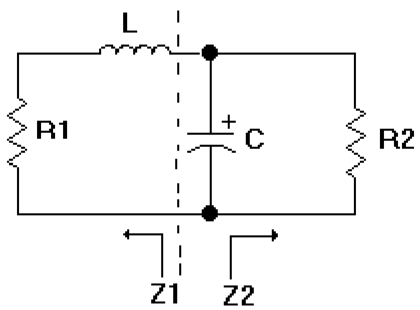
$$V_1 = 11{,}75 + j13{,}45$$

Devrenin empedans matrisini yazalım.

$$\begin{vmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_2 + Z_3 + Z_L \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 50 + j5 - j2 & j2 \\ j2 & -j3 - j2 + 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 + j3 & j2 \\ j2 & -j5 + 5 \end{bmatrix}$$

e.p.18

Şek. e.p.18 deki Z_1 ve Z_2 empedanslarını bulunuz. R_1 den R_2 'ye maksimum gücün aktarılması için L ve C' nin değerini R_1 ve R_2 cinsinden bulunuz.



Şek. e.p.18

Çöz. e.p.18

$$Z_1 = R_1 + jWL$$

$$Z_2 = \frac{R_2 \dfrac{1}{jWC}}{R_2 + \dfrac{1}{jWC}} = \frac{R_2}{1 + jWCR_2} = \frac{R_2(1 - jWCR_2)}{1 + (WCR_2)^2}$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + (WCR_2)^2} - j\frac{WCR_2^2}{1 + (WCR_2)^2}$$

$$Z_1 = Z_2^*$$

Buradan,

$$R_1 = \frac{R_2}{1 + (WCR_2)^2}, \qquad (1)$$

bulunur, ve denklemin sanal kısmı

$$\Rightarrow WL = \frac{WCR_2^2}{1 + (WCR_2)^2} \qquad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1 + (WCR_2)^2 \qquad (3)$$

$$(3) \Rightarrow WCR_2 = \sqrt{\frac{R_2}{R_1} - 1} \qquad (4)$$

$$(4) \Rightarrow C = \frac{1}{WR_2}\sqrt{(\frac{R_2}{R_1} - 1)}$$

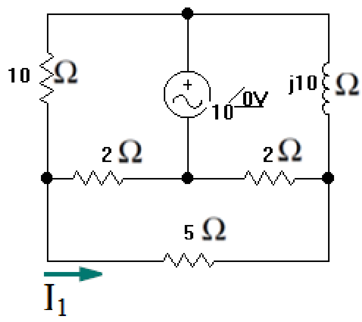
(2)'yi $WL = \dfrac{(WCR_2).R_2}{1 + (WCR_2)^2}$ şeklinde yazalım. (4) ve(3) bağıntılarını burada kullanalım.

$$WL = \frac{\sqrt{(\frac{R_2}{R_1} - 1)}R_2}{(\frac{R_2}{R_1})} = R_1\sqrt{(\frac{R_2}{R_1} - 1)}$$

$$L = \frac{R_1}{W}\sqrt{(\frac{R_2}{R_1} - 1)}$$

$$R_1.R_2 = \frac{L}{C}$$

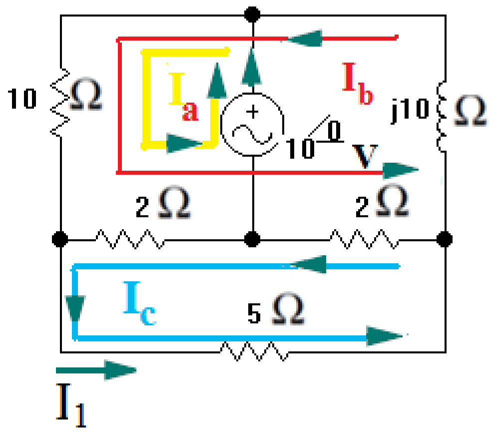
e.p.19. Şek. e.p.19 deki devrede I_1 akımını bulunuz. Karşılık teoremini bu devre için doğrulayınız.



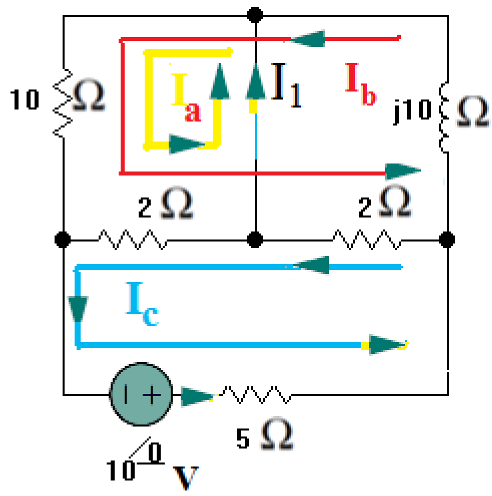
Şek. e.p.19

Çöz. e.p.19

Çevre akımları I_a , I_b , I_c Şek. e.p. 19 .1 de gösterilmiştir. Çevre akımları yöntemini kullanarak, I_1 akımını bulalım.



Şek. e.p.19 .1



Şek. e.p.19 .2

Şek. e.p.19 .1 deki devre için çevre akımları denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\begin{vmatrix} 12 & 12 & -2 \\ 12 & 14+j10 & -4 \\ -2 & -4 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10\angle 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad (1)$$

I_c dolaysıyla I_1 akımı, denk.1 den aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$I_1 = I_c = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 12 & 10 \\ 12 & 14+j10 & 0 \\ -2 & -4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 12 & 12 & -2 \\ 12 & 14+j10 & -4 \\ -2 & -4 & 9 \end{vmatrix}} = 10\frac{12(-)-(-2)(14+j10)}{-12\begin{vmatrix} 12 & -2 \\ -4 & 9 \end{vmatrix} + (14+j10)\begin{vmatrix} 12 & -2 \\ -2 & 9 \end{vmatrix} - (-4)\begin{vmatrix} 12 & 12 \\ -2 & -4 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{10(-48+28+j20)}{-12(108-8)+(14+j10)(108-4)+4(-48+24)} = \frac{200(-1+j)}{160+j1040} = \frac{200.1{,}41\angle 135}{1052{,}238\angle 81{,}254}$$

$$= 0{,}269\angle 53746°A$$

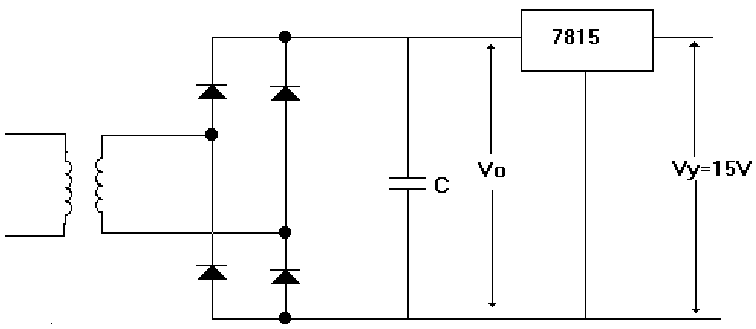
Kaynakla , yanıtın (I_1 akımın) yerlerini değiştirelim (Şek. e.p.19 .2) ve çevre akımları denklemlerini yazıp, I_1`i bulalım.

$$\begin{vmatrix} 12 & 12 & -2 \\ 12 & 14+j10 & -4 \\ -2 & -4 & 9 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow I_1 = I_a = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 12 & -2 \\ 0 & 14+j10 & -4 \\ 10 & -4 & 9 \end{vmatrix}}{\Delta_2} = \frac{10\begin{vmatrix} 12 & -2 \\ 14+j10 & -4 \end{vmatrix}}{\Delta_2}$$

$$= \frac{10(-48+28+j20)}{\Delta_2} = 0{,}269\angle 53{,}746A$$

Şek. e.p.19 .2 deki I_1 akımı Şek. e.p.19 .1 deki I_1 akımı ile aynı değerde bundan dolayı karşılık teoremi doğrulanmış olur.

e.p.20. Şek.P4-6 Vy=15V ve Iyd=1A dir. Vo ‘daki dalgalılık gerilimini ve transformatörün dönüştürme oranını bulunuz.



Şek. e.p.20

Çöz. e.p.20

$$V_{oda} = V_m - \frac{V_r}{2} \qquad V_r = \frac{I_{da}\frac{T}{2}}{C} = \frac{Q}{C}$$

$$V_r = \frac{I_{da}}{2f_C} = \frac{1}{2.50.1000.10^{-6}} = \frac{1}{0{,}1} = 10V$$

$$V_{oda} = V_m - \frac{10}{2} = V_m - 5 \qquad V_m = V_{oda} + 5 = 15 + 5 = 20V$$

$$n = \frac{220}{20} = 11$$

(7815 tüm devresinin çalışabilmesi için giriş geriliminin çıkış geriliminden büyük olması gerekir.)

e.p.21.

Refering to the network **fig. e.p.21,** Vg=220 V, Transformer turns ratio of 10 , Ry=100Ω , C=4700µF determine :

a) Vr ripple voltage

b) DC component of load voltage

c) Total load power

d) The Thevenin equivalent of power supply

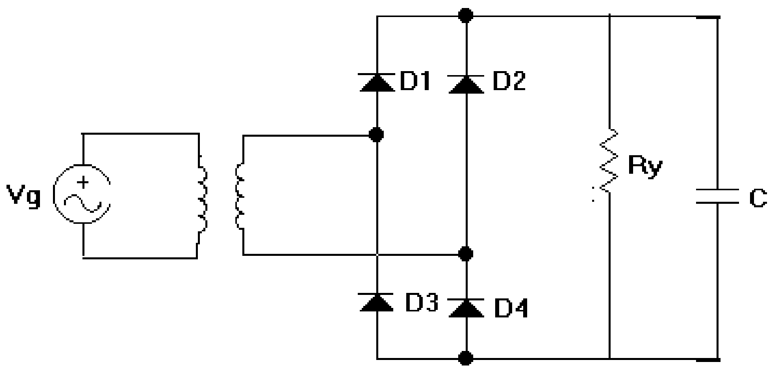


Figure e.p.21

Solution e.p.21

a) $$V_r = \frac{I_{yda}}{2fc} = \frac{V_{yda}}{2fcR_y} = \frac{30{,}785}{2.50.4700.10^{-6}.100} = 0{,}655V$$

b) $V_{yda} = Vm - \dfrac{V_r}{2}$

$$V_r = \frac{I_{yda}\frac{T}{2}}{C} = \frac{I_{yda}}{2fc} \Rightarrow V_r = \frac{V_{yda}}{2fcR_y}$$

$$V_{yda} = Vm - \frac{V_{yda}}{2.2fcR_y} \Rightarrow V_{yda}(1 + \frac{1}{4fcR_Y}) = Vm \Rightarrow V_{yda} = \frac{Vm}{1 + \dfrac{1}{4fcRy}}$$

$$V_{yda} = \frac{22\sqrt{2}}{1 + \dfrac{1}{4.50.4700.10^{-6}.100}} = 30{,}785V$$

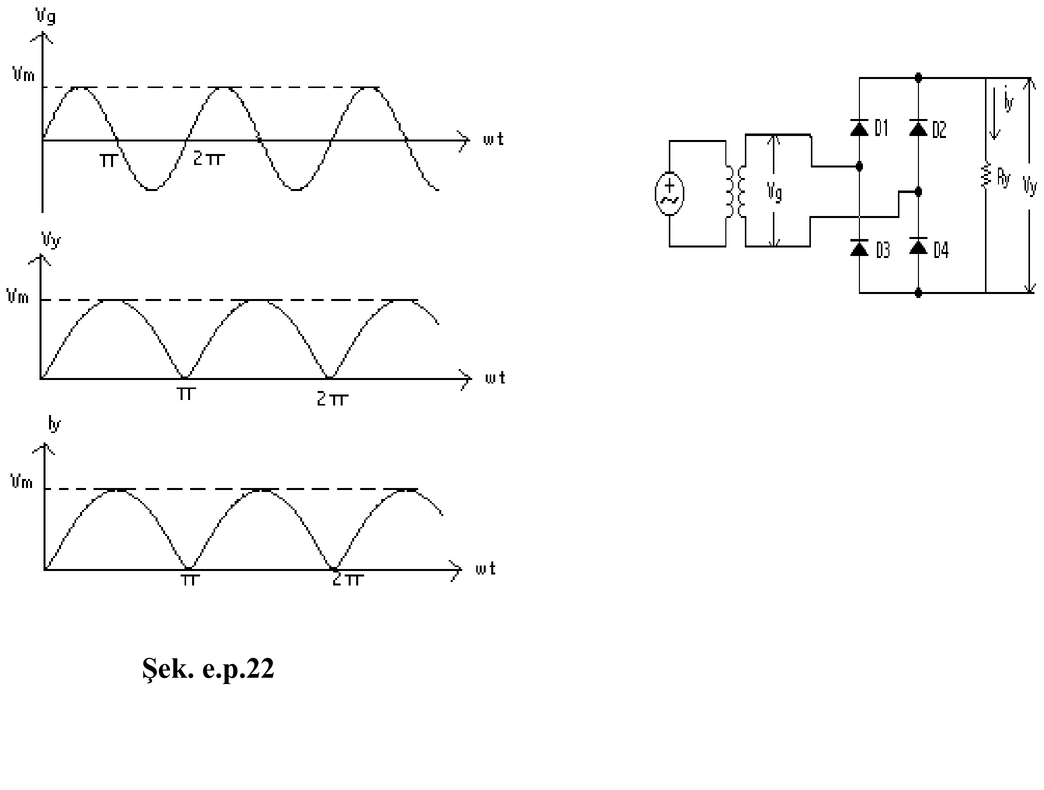
c) $P_{yda} = V_{yda}I_{yda} = V_{yda}.\dfrac{V_{yda}}{R_y} = \dfrac{(V_{yda})^2}{R_y} = \dfrac{(30{,}785)^2}{100} = 9{,}477W$

d) $V_{yda} = Vm - \dfrac{I_{yda}}{4fc} = Vm - I_{yda}(\dfrac{1}{4fc}) = Vm - I_{yda}R_a \; V = Vm = 22\sqrt{2} = 31{,}113V$

$$R_0 = \frac{1}{4fc} = \frac{1}{4.50.4700.10^{-6}} = 1.064\Omega$$

e.p.22

Tam dalga doğrultucuda çıkış geriliminin ve ortalama akımın değerini bulunuz. Tam dalga doğrultucunun thevenin eşdeğerini bulunuz. (Diyotlar ideal)



Şek. e.p.22

Çöz. e.p.22

a)

$$V_{yd} = V_{da} = 2\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_m \sin wt(dwt) = \frac{2V_m}{2\pi}(-\cos\alpha\Big|_0^{\pi})$$

$$V_{da} = \frac{V_m}{\pi}(1+1) = \frac{2V_m}{\pi} \quad ,$$

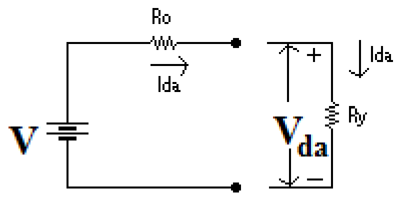
$$I_{da} = I_{yd} = \frac{2}{2\pi}\int_0^{\pi} I_m \sin wt(dwt) = \frac{2I_m}{\pi},$$

$$I_m = \frac{V_m}{R_f + R_y}$$

$$I_{da} = \frac{2I_m}{\pi} = \frac{2V_m/\pi}{R_f + R_y} \quad \Rightarrow I_{da}R_f + I_{da}R_y = \frac{2V_m}{\pi} \quad , \quad (I_{da}R_y = V_{da})$$

$$I_{da}R_f + V_{da} = \frac{2V_m}{\pi} \quad \Rightarrow V_{da} = \frac{2V_m}{\pi} - I_{da}R_f$$

$$V = 2\frac{V_m}{\pi} \quad , \quad R_0 = R_f$$



Kaynaklar

1. C. K. Alexander, M. N. O. Sadiku, “ Fundamentals of Electric Circuits” 3rd New York, Mc Graw-Hill, 2000

2. H. Dinçer “Elektronik Mühendisliğine Giriş, ***Genel Bilgiler, çözülmüş ve Ek problemler***” KOÜ Yayınları No 14, Haziran 1999 Kocaeli