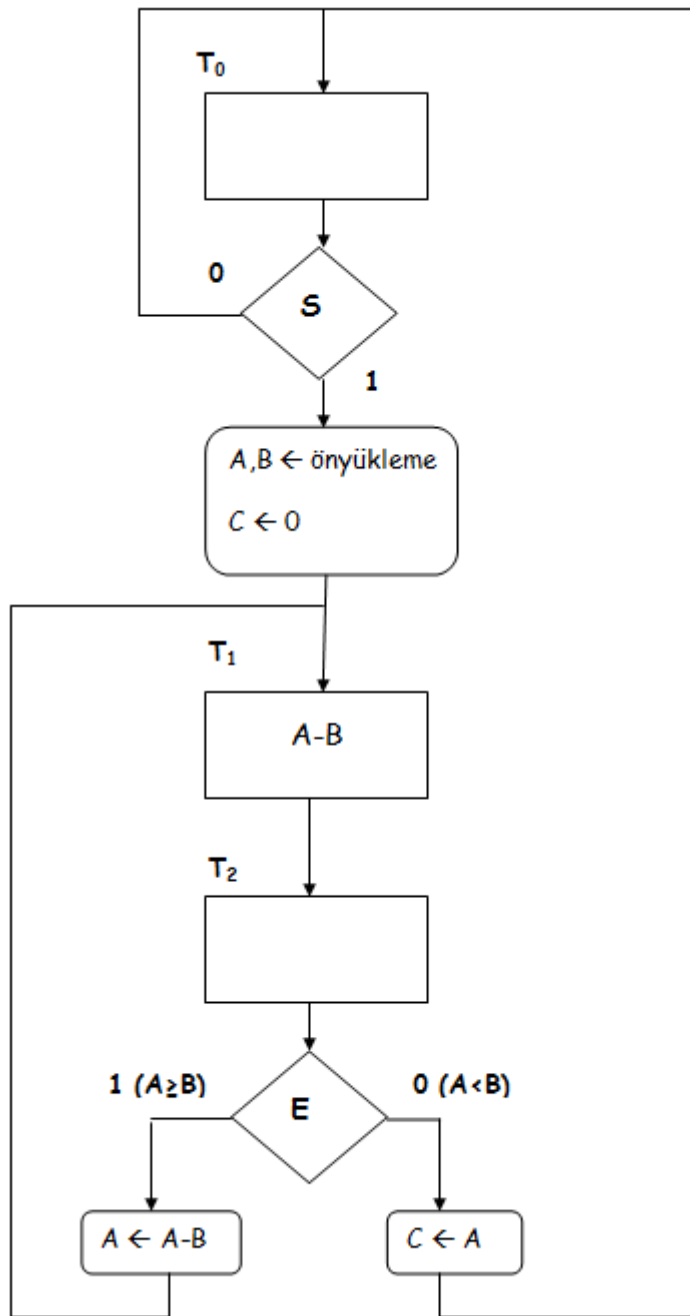


Araş. Gör. Mustafa Ersen
Araş. Gör. Gökhan Seçinti

1) A sayısı B sayısına bölündüğünde oluşan kalanı bulan bir algoritmik durum makinesi(ASM) tasarlanacaktır. Tasarlanacak makine, bir S butonuna basıldığında giriş bilgilerini kaydedip hesaba başlayacak ve işlemler tamamlandığında sonuç C saklayıcısına yazılacaktır. Karşılaştırma işlemleri için bir adet çıkarma devresi kullanılacaktır. Bu devrenin ASM diyagramını çizin.

Çözüm:



2) Aşağıda Mealy modeline uygun bir makinanın durum geçiş tablosu verilmiştir.

- Bu tabloyu indirgeyiniz.
- Gerektirme grafi ve bağıntı grafını çizerek tam ve minimal örtüleri belirleyiniz.
- Minimal örtüye göre oluşan tabloyu Mealy modelinde gösteriniz.
- c şıkında oluşturduğunuz modeli Moore modeline dönüştürünüz.

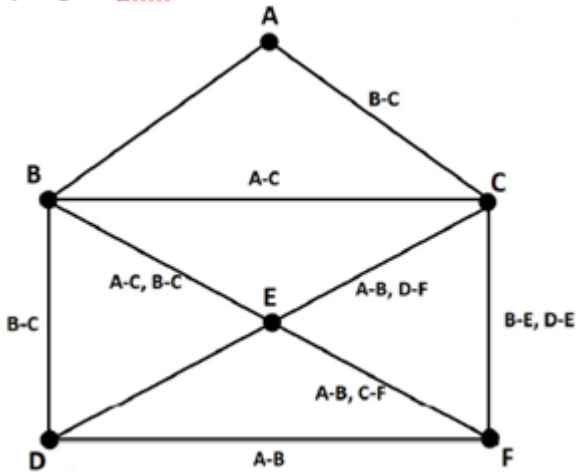
	I1	I2	I3	I4
A	B/0	-/-	-/-	E/1
B	A/0	C/-	-/-	-/-
C	C/-	A/1	D/1	E/-
D	-/-	B/-	-/-	A/-
E	C/-	B/1	F/-	-/0
F	F/1	A/-	E/-	B/-

Çözüm:

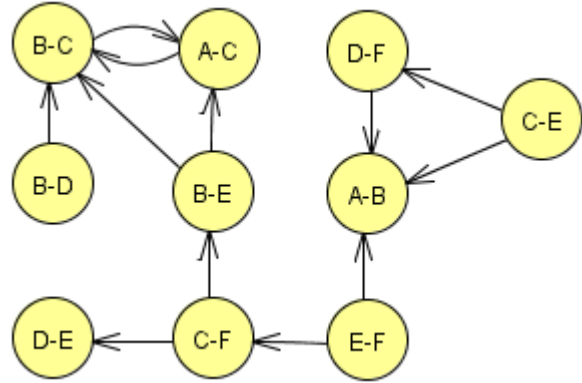
a) Gerektirme merdiveni ile indirgeme:

	A				
B	✓		B		
C	B-C ✓	A-C ✓	C		
D	E-A ✗	B-C ✓	A-B A-E ✗	D	
E	✗	A-C B-C ✓	A-B D-F ✓	✓	E
F	✗	✗	D-E E-B ✓	A-B ✓	A-B C-F ✓

b) Bağıntı grafi:



Gerektirme grafi:



Tam örtü = {A,B,C}, {B,D,E}, {C,E,F}, {B,C,E}, {D,E,F}

Minimal kapalı örtü:

Amaç: En az sayıda uyuşanlar sınıfı ile (minimal) tüm durumları kapsamak (örtme) ve seçilen uyuşanlar sınıflarındaki her bir durum çiftinin uyuşması için gerektirdiği durum çiftlerinin de seçilen uyuşanlar sınıflarından herhangi birinde kapsanması (kapalılık).

1-Minimalliğin sağlanması için öncelikle, tam örtüdeki en üst uyuşanlar sınıflarına bakılabilir. Bu sınıflar ile tüm durumları örten tek seçenek {A,B,C} ve {D,E,F} şeklinde olur ki bu seçim de kapalılığı

sağlamaz(E-F durum uyuşması için gereken C-F çifti $\{A,B,C\}$ ve $\{D,E,F\}$ uyuşanlar sınıflarından herhangi birinde bulunmadığı için).

2-Bu durumda en az 3 uyuşanlar sınıfı ile minimal kapalı örtü yapmak mümkün olmaktadır. Bağntı grafına bakıldığında, başka durum çiftlerini gerektiren uyuşan çiftlerden C-F dışındakilerin tamamında $\{A,B,C\}$ en üst sınıfının bir parçasının gerektirildiği dikkati çekmekte. Bu nedenle ilk olarak $\{A,B,C\}$ 'nin seçilmesi mantıklı olacaktır. Bu seçim sonrasında örtmenin sağlanması için D,E ve F durumlarını kapsayan uyuşanlar sınıflarına ihtiyaç var. D-E çifti başka bir çiftin uyuşmasını gerektirmediği için kolaylıkla seçilebilir ve D-F çifti de sadece daha önce kapsanan $\{A,B,C\}$ sınıfında dahil olan A-B uyuşmasına bağlı olduğu için alınabilir. Bu durumda minimal kapalı örtü: $\{A,B,C\}$, $\{D,E\}$ ve $\{D,F\}$ şeklinde olur.

Not: Yukarıdaki amacı sağlayan başka alternatifler de bulunabilir. Örneğin, $\{A,B,C\}$, $\{B,E\}$ ve $\{D,F\}$

c) b sikkında bulunan minimal kapalı örtüye göre Mealy modelinde indirgeme yapılırsa:

$\alpha=\{A,B,C\}$

$\beta=\{D,E\}$

$\gamma=\{D,F\}$

	I1	I2	I3	I4
α	$\alpha/0$	$\alpha/1$	B, $\gamma/1$	$\beta/1$
β	$\alpha/-$	$\alpha/1$	$\gamma/-$	$\alpha/0$
γ	$\gamma/1$	$\alpha/-$	$\beta/-$	$\alpha/-$

d) c sikkındaki modelin Moore modelindeki hali:

		I1	I2	I3	I4	Çıkış
K	$\alpha/0$	K	L	M,N	M	0
L	$\alpha/1$	K	L	M,N	M	1
M	$\beta/1$	K,L	L	N	K	1
N	$\gamma/1$	N	K,L	M	K,L	1

3) A, B, Σ üzerinde tanımlı diller, $\Lambda \notin B$ ise, $A \cup BX = X$ denkleminin

a) Çözümünü veriniz. Önerdiğiniz bu çözümü tanıtlayınız.

b) $A = \{aa,ab,ba,bb\}$, $B = \{a,b\}$ ise, bu A ve B dilleri yukarıdaki denklemin bir çözümünü oluşturur mu? Cevabınızı tanıtlayınız.

Çözüm:

a) Onerilen cozum: $X=B^*A$

Tanıtlamak için:

Yol-1) $AUBX=X \rightarrow AUBB^*A=? B^*A$

$AUB^*A = \{\Lambda\}AUB^*A = (\{\Lambda\}UB^*)A = B^*A$

Yol-2) Eşitliğin sağ tarafından başlayarak da tanıtlayabiliriz:

$AUBB^*A=? B^*A = (\{\Lambda\}UB^*)A = \{\Lambda\}AUB^*A = AUB^*A = AUBB^*A$

b) $X = B^*A$ çözümünde verilen A ve B dillerini deneriz:

$AUBB^*A = \{aa,ab,ba,bb\} \cup \{a,b\}\{a,b\}^*\{aa,ab,ba,bb\}$

$= \{aa,ab,ba,bb\} \cup \{a,b\}^+\{aa,ab,ba,bb\}$

$= \{\Lambda\}\{aa,ab,ba,bb\} \cup \{a,b\}^+\{aa,ab,ba,bb\}$

$= (\{\Lambda\} \cup \{a,b\}^+)\{aa,ab,ba,bb\}$

$= \{a,b\}^*\{aa,ab,ba,bb\} = B^*A \rightarrow$ verilen A ve B dilleri bir çözüm oluşturur.

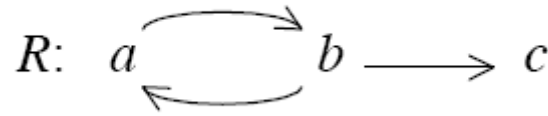
4) $\{a, b, c\}$ kümesi içerisinde tanımlı aşağıda R bağıntı matrisinin bağıntı grafini veriniz. Bağıntının kuvvet graflarını oluşturunuz. Yansımali, bakışli, geçişli kapanışları ve bakışli kapanışın yansımali kapanışını bulunuz.

	a	b	c
a	0	1	0
b	1	0	1
c	0	0	0

Çözüm:

a) $R = \{(a, b), (b, a), (b, c)\}$

R bağıntı grafi:



b) Bağıntı kuvvetleri: Geçişli kapanış bulunurken, bağıntı kuvvetleri de bulunacak.

c) Yansımali kapanış:

R bağıntısı için yansımali kapanış $r(R) = R \cup R^0 = R \cup E$, $E = R^0$ (E birim bağıntı)

$R = \{(a,b), (b,a), (b,c)\}$

$E = \{(a,a), (b,b), (c,c)\}$

$r(R) = \{(a,b), (b,a), (b,c), (a,a), (b,b), (c,c)\}$



d) Bakışli kapanış:

$s(R) = R \cup R^{-1}$

$R = \{(a,b), (b,a), (b,c)\}$

$R^{-1} = \{(b,a) \mid (a,b) \in R\}$

$R^{-1} = \{(a,b), (b,a), (c,b)\}$

$R \cup R^{-1} = s(R) = \{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b)\}$

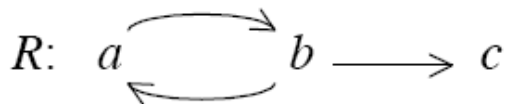


e) Geçişli kapanış:

$t(R) = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i$

Çözüm için bağıntının kuvvet graflarını bulmamız gerekmektedir.

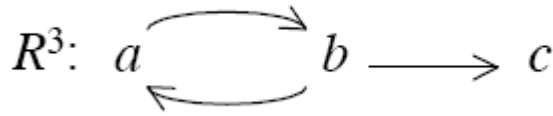
$R = \{(a,b), (b,a), (b,c)\}$



$$R^2 = R \circ R = \{(a,b), (b,a), (b,c)\} \circ \{(a,b), (b,a), (b,c)\} = \{(a,a), (b,b), (a,c)\}$$



$$R^3 = R^2 \circ R = \{(a,a), (b,b), (a,c)\} \circ \{(a,b), (b,a), (b,c)\} = \{(a,b), (b,a), (b,c)\}$$



$$R^1 = R^3$$

$$R \circ R = R^3 \circ R \rightarrow R^2 = R^4$$

$$R^{2n+1} = R^3 \text{ ve } R^{2n} = R^2 \text{ (n>0)}$$

Bağıntının kuvvetleri grafi:



Geçişli kapanış $\rightarrow t(R) = R \cup R^2$:

$$t(R) = \{(a,b), (b,a), (b,c)\} \cup \{(a,a), (b,b), (a,c)\}$$

$$= \{(a,b), (b,a), (b,c), (a,a), (b,b), (a,c)\}$$



f) Bakışlı kapanışın yansımali kapanışını bulunuz.

$$rs(R) = ? \quad P = s(R) \text{ olsun}$$

$$s(R) = \{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b)\}$$

olarak bulunmuştu.

$r(P)$ 'yi bulmamız gerekmektedir.

$$r(P) = \{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (a,a), (b,b), (c,c)\}$$

