05.11.2009

Biçimsel Diller ve Otomatlar, Uygulama 2

Araş. Gör. Berk Canberk
Araş. Gör. Yusuf Yaslan

1. A. B Σ üzerinde tanımlı diller.

i. $\Lambda \notin B$ ise, $A \cup XB = X$ denkleminin çözümü nedir? Önerdiğiniz çözümün doğuluğunu tanıtlayınız.

A = {aa}, B = {b, bc} için çözüm kümesini yazınız. Kümeden 5 örnek sözcük gösteriniz.

ii. $\Lambda \in B$ ve $C \supseteq A$ ise, $A \cup XB = X$ denkleminin çözümünü bulunuz. A = {aa}, B = {Λ, b}, C = {a, aa} için çözüm kümesini yazınız. Bu kümeden 5 örnek sözcük gösteriniz.

Çözüm:

i. Çözüm X = AB* olmalıdır. Tanıtlayalım:

Denklemde yerine koyalım.

AB* = A U (AB*)B (doğru mudur?)

$A \cup (AB^*)B = A \cup AB^+ = A(\{\Lambda\} \cup B^+) = AB^*$ O halde çözümümüz doğru.

A = {aa}, B = {b, bc} için çözüm kümesi:
AB* = {aa}{b, bc}*

Örnek sözcükler:

{aab}, {aabc}, {aa}, {aabbbc}, {aabcbc}

ii. Çözüm X = CB* olmalıdır. Doğru olduğunu gösterelim.
Denklemde yerine koyarsak

$CB^* = A \cup (CB^*)B = A \cup CB^+ = A \cup CB^* = CB^*$ O halde çözümümüz doğru.
$(C \supseteq A \rightarrow A \cup C = C)$

A = {aa}, B = {Λ, b}, C = {a, aa} için çözüm kümesi:
CB* = {a, aa}b*

Örnek çözümler:
{a}, {aa}, {aabb},{abbb}, {aab}

2. A, B Σ üzerinde tanımlı diller.

$A^*B^* \cap B^*A^* = A^* \cup B^*$ ifadesinin doğruluğunu gösteriniz.

$A^*B^* = (\{\Lambda\} \cup A^+) (\{\Lambda\} \cup B^+) = (\{\Lambda\} \cup A^+ \cup B^+ \cup A^+B^+) = (A^* \cup B^* \cup A^+B^+)$
Aynı işlemleri B^*A^* için yaparsak $\rightarrow B^*A^* = (A^* \cup B^* \cup B^+A^+)$
İki kümenin kesişimini bulalım:
$A^*B^* \cap B^*A^* = A^* \cup B^*$

3. Aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu gösteriniz, doğruluğu gösterilemeyenler için, tutarsız olduğu bir durum örneği veriniz:

a) $A^+A^+ = A^+$

Doğru değil.
$A = \{1\}$ olsun.
$A^+ = \{1, 11, 111, 1111, ... 1^n, ...\}$
$A^+A^+ = \{11, 111, 1111, ... 1^n, ...\}$
O halde eşitlik doğru değil!!!!

b) $(A^*B^*)^* = (B^*A^*)^*$

$(A^*B^*)^* = (A \cup B)^* \rightarrow (B^*A^*)^* = (B \cup A)^* \rightarrow (B \cup A)^* = (A \cup B)^*$
Eşitlik doğru.

c) $(AB)^* = (BA)^*$

Doğru değil
$A =\{0\}$ $B =\{1\}$ olsun
$(AB)^* = \{\Lambda, 01, 0101, 010101, ... (01)^n,....\}$
$(BA)^* = \{\Lambda, 10, 1010, 101010, ... (01)^n,....\}$
Eşitlik doğru değil.

4. {a, b, c} kümesi içerisinde tanımlı aşağıda R bağıntı matrisinin bağıntı grafını veriniz. Bağıntının kuvvet graflarını oluşturunuz. Yansımalı, bakışlı, geçişli kapanışları ve bakışlı kapanışın yansımalı kapanışını bulunuz.

	a	b	C
a	0	1	0
b	1	0	1
c	0	0	0

$R = \{(a, b), (b, a), (b, c)\}$

R bağıntı grafı:

$$\begin{tikzcd} R: & a \arrow[r, bend left] & b \arrow[l, bend left] \arrow[r] & c \end{tikzcd}$$

a) Yansımalı kapanış:

R bağıntısı için yansımalı kapanış $r(R) = R \cup R_0 = R \cup E$, E= R_0 (E birim bağıntı)

$R = \{(a,b), (b,a), (b,c)\}$

$E = \{(a,a), (b,b), (c,c)\}$

$r(R) = \{(a,b), (b,a), (b,c), (a,a), (b,b), (c,c)\}$

b) Bakışlı kapanış:

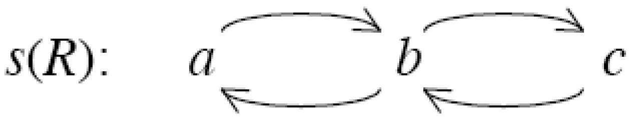
$s(R) = R \cup R^{-1}$

$R = \{(a,b), (b,a), (b,c)\}$

$R^{-1} = \{(b,a) \mid (a,b) \in R\}$

$R^{-1} = \{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b)\}$

$R \cup R^{-1} = s(R) = \{(a,b), (b,a), (b,c), (a,a), (b,b), (c,c)\}$



c) Geçişli kapanış:

$$t(R) = \bigcup_{i=1}^{n} R^i$$

n = 3, $t(R) = R \cup R^2 \cup R^3$

Çözüm için bağıntının kuvvet graflarını bulmamız gerekmektedir.

$R = \{(a,b), (b,a), (b,c)\}$

$R^2 = R \circ R = \{(a,b), (b,a), (b,c)\} \circ \{(a,b), (b,a), (b,c)\} = \{(a,a), (b,b), (a,c)\}$

$R^3 = R^2 \circ R = \{(a,a), (b,b), (a,c)\} \circ \{(a,b), (b,a), (b,c)\} = \{(a,b), (b,a), (b,c)\}$

Geçişli kapanış $t(R) = R \cup R^2 \cup R^3$ olduğundan:

$t(R) = \{(a,b), (b,a), (b,c)\} \cup \{(a,a), (b,b), (a,c)\} \cup \{(a,b), (b,a), (b,c)\} =$

$\{(a,b), (b,a), (b,c), (a,a), (b,b), (a,c)\}$

d) Bakışlı kapanışın yansımalı kapanışını bulunuz.

$rs(R) = ?$

$P = s(R)$ olsun

$s(R) = \{(a,b), (b,a), (b,c), (a,a), (b,b), (c,c)\}$ olarak bulunmuştu.

$r(P)$'yi bulmamız gerekmektedir.

$r(P) = \{(a,b), (b,a), (b,c), (c, b), (a,a), (b,b), (c,c)\}$