

2018 NOIP 普及组热身赛 Day3 题解

旗帜

比较简单的模拟题。

分别对于长和宽为偶数的情况将字符串分成大小相等的两块。为了修改的格子最少，则希望修改的目标颜色在原先占的格子数最多。但是两块的颜色不能相同，因此分别记录下两块颜色个数的最大值与次大值，以及对应的颜色，当两块数量最多的颜色不相同，则最多的颜色可以分别作为目标颜色求修改块数，而当数量最多的颜色相同时，则用一个最大值和一个次大值作为目标颜色。

总复杂度 $O(n * m)$ 。

甜品囤积者 (1)

一道比较经典的贪心题，因为每天的甜品必定是在当天及之前买的，所以对于某天的零食，必然是在到那天为止的最低价时购买的。于是只要遍历一天，维护一下目前为止的最低价格，乘以当天需要的数量，并累加，即可通过本题。

总复杂度 $O(n)$ 。

甜品囤积者 (2)

由于每天的甜品价格会受到囤积的甜品数量的影响，因此不能直接贪心求解。

我们定义 $dp_{i,j}$ 表示到第 i 天为止，囤积了 j 袋甜品的最小花费。

对于任意第 i 天， j 的枚举范围为 $[0, \sum_{i \leq k \leq n} s_k]$ ，因此第二维的范围在 $\sum s_i$ 以内，即1000以内。

对于 $dp_{i,j}$ ，我们枚举第 $i-1$ 天时囤积的甜品数 k ，则第 i 天购买的甜品数则为 $p = s_i + j - k$ 。

于是我们可以得到状态转移方程：

$$dp_{i,j} = \min_{0 \leq k \leq j + s_i} (dp_{i-1,k} + p * (a_i k^2 + b_i k + c_i))$$

然后只需要将所有 dp 值初始化为极大值，将 $dp_{0,0}$ 初始为0，然后进行状态转移即可，最后答案就是 $dp_{n,0}$ 。

空间复杂度 $O(n * \sum s_i)$ ，时间复杂度 $O(n * (\sum s_i)^2)$ 。

换纸牌

由于要使第1种纸牌数量严格大于其他任何一种纸牌数量，并且换的次数最少，因此最优方法肯定是不停将最多的一种纸牌换成第1种纸牌。

由于换的次数对于题目要求具有单调性，所以可以二分答案，对于二分的换牌次数，检查前先从大到小排序，检查时不断平均地减少所有最多数量的牌，减少的那些牌加给第1种牌，直到用完所有换牌次数，判断剩余的最大数量和第1种牌的大小关系。

复杂度 $O(n \log n + n \log(\sum a_i))$ 。

当然，既然能够想到从大到小遍历所有牌，将数量同为最多的牌平均地往数量次多的减，那么可以这样直接贪心减少牌数，加给第1种牌，直到第1种牌数量最多为止。由于需要排序，所以总复杂度为 $O(n \log n)$ 。