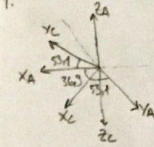
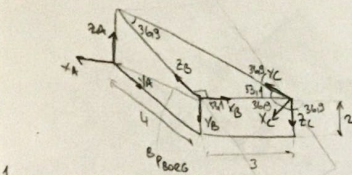


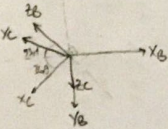
ROBOT TEORİSİ

Vize Çıkmış Sorular - 2020

1. A, B, C koordinat sistemleri aşağıda verilen şekildedeki gibi konumlandırılmışlardır. Buna göre;
1. A_R ve C_R dönme matrislerini bulunuz.
2. A koordinat sisteminde tanımlanmış $A_P = [2 \ 3 \ 0]^T$ noktasının B koordinat sistemine göre konumunu bulunuz.

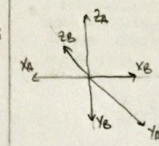


$$A_R = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.87 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.87 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$C_R = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.87 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.87 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_P = A_T \cdot A_P$$



$$A_T = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.87 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.87 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

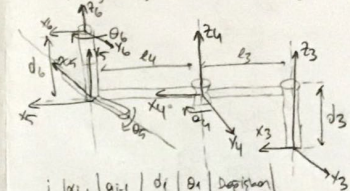
2. Bir robotun üç eksenine solit (roll, pitch, yaw) bir koordinat sistemi yerleştirilmiştir. Robotun üç eksenleri olan z boyunca y, daha sonra x boyunca B ve son olarak y boyunca α kadar döndürüldükten sonra koordinat sistemi elde edilmiştir. Bu matrisler aşağıdadır.
a. Bize α bulunuz.

$$R_{yz}(B, \alpha) = \begin{bmatrix} 0.9990 & -0.0143 & 0.0417 \\ 0.0451 & 0.9993 & -0.0186 \\ -0.0144 & 0.0192 & 0.9990 \end{bmatrix}$$

$$R_{yz}(B, \alpha) = R_y(\alpha) \cdot R_z(B) \cdot R_z(\gamma)$$

$$= \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\beta & -s\beta \\ 0 & s\beta & c\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Vanda verilen RRP2E robotun;
1. Her eksenine bir koordinat sistemi yerleştirilmiştir.
2. Yerleştirilmiş koordinat sisteminden yararlanarak DH parametreleri belirlenmiştir.
3. T_1^0, T_2^1 ve T_3^2 denetim matrislerini yazınız.



i	x_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	a_1	d_1	θ_1	a_1
2	a_2	0	d_2	θ_2	a_2
3	a_3	a_4	0	θ_3	a_4
4	0	0	d_4	θ_4	d_4

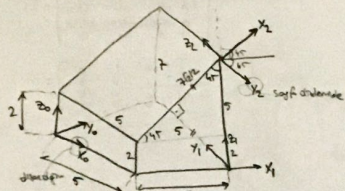
$$T_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & a_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 & s\theta_1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1) Aşağıda $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$ koordinat sistemleri verilmiştir. Buna göre;

a) $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1\}$ dönüşüm matrisleri bulunsun.

b) $\{0\}$ koordinat sistemine göre tanımlı olan $P = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ matrisinin $\{2\}$ koordinat sistemine göre bulunsun.



a) $\{1\} = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\{2\} = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ & 0 \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.707 & 0.707 & 0 \\ -0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\{1\} = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) ${}^2P = {}^2_0P \cdot {}^0P$

${}^2_0P = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

${}^2P = \begin{bmatrix} 0 & 0.707 & -0.707 \\ 0 & 0.707 & 0.707 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.707 & 0.707 \\ 0.707 & 0.707 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

2) Bir robotun uc mekanizma hareketli bir koordinat sistemi yerleştirilmiştir. Örnekteki bu koordinat sistemi 2 eksenli bir mekanizma ile çalıştırılmaktadır. Dönme hareketi olan bir koordinat sistemi X eksenli bir mekanizma ile çalıştırılmaktadır. Son olarak, dönme hareketi olan bir koordinat sistemi Y eksenli bir mekanizma ile çalıştırılmaktadır. Örnekteki dönme matrisleri elde ediliyor. Bu matrislerin birleştirilmesi ile A, B ve C matrisleri bulunur.

$A = \begin{bmatrix} 0.5588 & -0.7175 & 0.9500 \\ 0.5588 & 0.7175 & -0.1588 \\ -0.6202 & 0.7175 & 0.7781 \end{bmatrix}$

$R_x(\alpha) = R_z(\alpha) \cdot R_x(\beta) \cdot R_y(\gamma)$

$= \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma & -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ -\cos \beta \sin \gamma & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$

Birinci;

$-\sin \beta = \sin 2 = 0.7175$

$-\sin \beta = \sin 2 = 0.7175$

$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$

$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - 0.7175^2} = 0.6961$

$\cos \beta = 0.6961$

$B = A \cdot \cos 2 (\sin \beta, \cos \beta)$

$= A \cdot \cos 2 (0.7175, 0.6961)$

$= 31.33^\circ$

Y eksenli;

X eksenli;

$\sin \alpha = \cos \beta \sin \gamma$

$\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma$

$\sin \alpha = \frac{\cos \beta \sin \gamma}{\cos \beta} = \frac{0.7175}{0.6961} = 1.0307$

$\sin \alpha = \frac{\cos \beta \sin \gamma}{\cos \beta} = \frac{0.7175}{0.6961} = 1.0307$

$\sin \alpha = 0.7313$

$\sin \alpha = 0.7313$

$\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma$

$\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma$

$\cos \alpha = \frac{\cos \beta \cos \gamma}{\cos \beta} = \frac{0.6961}{0.6961} = 1$

$\cos \alpha = \frac{\cos \beta \cos \gamma}{\cos \beta} = \frac{0.6961}{0.6961} = 1$

$\cos \alpha = 0.6961$

$\cos \alpha = 0.6961$

$\gamma = \arcsin(\sin \alpha, \cos \alpha)$

$\alpha = \arcsin(\sin \alpha, \cos \alpha)$

$\gamma = \arcsin(1, 0.6961)$

$\alpha = \arcsin(1, 0.6961)$

$\gamma = 47^\circ$

$\alpha = 45^\circ$

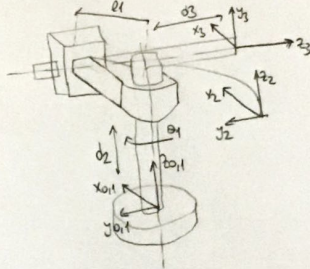
3) Aşağıda eklem tipi RPP olan bir mekanizma verilmektedir.

a) Mekanizma eklem tipine göre koordinat sistemleri yerleştirilir.

b) DH parametreleri için bulunsun.

c) Her bir eksenin dönüşüm matrisleri bulunsun.

d) Uç mekanizmanın dönüşüm matrisleri bulunsun.



i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	0	θ_1	θ_1
2	0	0	d_2	0	d_2
3	30°	l_1	d_3	0	d_3

${}^1_0T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

${}^2_1T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

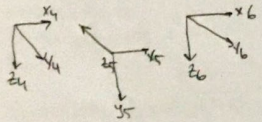
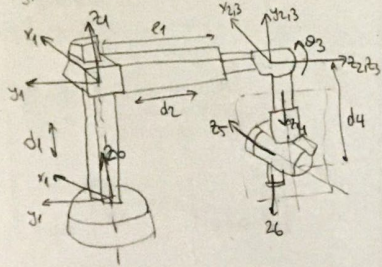
${}^3_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

${}^0_3T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & l_1 \cos \theta_1 + d_2 \sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & l_1 \sin \theta_1 - d_2 \cos \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Aşağıda eleman yapısı PPRRR olan diti elemanlı bir robot verilmiştir.

- Robotin elemanlarına koordinat sistemleri yerleştiriniz.
- Her parçanın elemanları tablosu halinde yazınız.
- $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ dönme hareketleri yazınız.
- $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ dönme hareketleri yazınız.



i	a_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	değişken
1	0	0	d_1	0	θ_1
2	30	0	d_2+d_1	0	d_2
3	0	0	0	θ_3	θ_3
4	30	0	d_4	$30+\theta_4$	θ_4
5	30	0	0	θ_5	θ_5
6	-30	0	0	θ_6	θ_6

⇒ 103 Kinematik

08.06.2024-2

Dönüşüm matrisleri aşağıdaki gibi verilen RPP robotun verilen bir uç ilaveci dönüşüm matrisi için edem deşelemini veren deşelemini bulunuz.

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & -d_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3_4T = {}^1_2T {}^2_3T$$

$$[{}^0_1T]^{-1} {}^3_4T = {}^1_2T {}^2_3T$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & p_1 \\ l_{11} & l_{12} & l_{13} & p_2 \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^1_2T {}^2_3T$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \cos\theta_1 x + \sin\theta_1 y & \\ \dots & -\sin\theta_1 x + \cos\theta_1 y & \\ \dots & p_1 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & l_1 & \\ \dots & -d_3 & \\ \dots & d_2 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\cos\theta_1 x + \sin\theta_1 y = l_1$$

$$-\sin\theta_1 x + \cos\theta_1 y = -d_3$$

$$p_2 = d_2$$

$$\theta_1 = \arctan 2(p_2, p_1) \mp \arctan 2(\sqrt{p_2^2 + p_1^2 - l_1^2}, l_1)$$

⇒ 103 Kinematik

08.06.2024-3

Uç ilaveci dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi verilen uç eklenli bir RPP robotun uç ilavecinin deşelemini bulunuz. Dönüşüm matrisini bulunuz.

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & l_1 \cos\theta_1 + d_1 \theta_1 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & l_1 \sin\theta_1 - d_2 \cos\theta_1 + p_1, d_2 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1, d_1 \\ p_2, d_2 \\ p_3, d_3 \end{bmatrix}$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} -l_1 \sin\theta_1 + d_3 \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 \\ l_1 \cos\theta_1 + d_3 \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

21.04.2024-2

DH parametreleri tablosu aşağıdaki verilen robotun uç ilavecinin deşelemini bulunuz. Dönüşüm matrisini bulunuz.

i	α_{i-1}	θ_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	h_1	θ_1
2	0	θ_1	0	θ_2
3	180	θ_2	d_3	0

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & l_1 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_3T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2 & -\cos\theta_1 \sin\theta_2 - \sin\theta_1 \cos\theta_2 & 0 & \cos\theta_1 l_1 \\ \sin\theta_1 \cos\theta_2 + \cos\theta_1 \sin\theta_2 & \sin\theta_1 \sin\theta_2 + \cos\theta_1 \cos\theta_2 & 0 & \sin\theta_1 l_1 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^2_3T$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & (\cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2) l_2 + \cos\theta_1 l_1 & \rightarrow p_1, d_1 \\ \dots & (\sin\theta_1 \cos\theta_2 + \cos\theta_1 \sin\theta_2) l_2 + \sin\theta_1 l_1 & \rightarrow p_2, d_2 \\ \dots & d_3 + h_1 & \rightarrow p_3, d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} l_1 \sin\theta_2 - l_2 \cos\theta_1 \sin\theta_2 - l_1 \sin\theta_1 & 0 & 0 \\ l_1 \cos\theta_2 + l_2 \sin\theta_1 \cos\theta_2 - l_1 \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$