$$* \int \frac{dx}{\underbrace{(mx+n)}^{k}\sqrt{ax^2+bx+c}}$$ integralleri

$mx+n=\frac{1}{t}$ dönüşümü yapılır.

Ör: $$\int \frac{dx}{(x+1)^2\sqrt{x^2+x}} = ?$$

$x+1=\frac{1}{t} \Rightarrow x=\frac{1-t}{t}$

$dx=-\frac{dt}{t^2}$

$$\int \frac{-\frac{dt}{\cancel{t^2}}}{\frac{1}{\cancel{t}}\sqrt{\left(\frac{1-t}{t}\right)^2+\left(\frac{1-t}{t}\right)}}$$

$$\int \frac{-t\,dt}{\sqrt{-t+1}}$$ ✓

$1-t=u^2 \to dt=-2u\,du$

$t=1-u^2$

$$\int \frac{-(1-u^2)(-2u\,du)}{u}$$

Ör: $$\int \frac{dx}{\underline{(x+1)}^3\sqrt{x^2+1}} = ?$$

soru 1) irrasyonel integral met ile çözülürse hangi int elde edilir?

$x+1=\frac{1}{t}$

$dx=-\frac{dt}{t^2}$

$x=\frac{1-t}{t}$

$$\int \frac{-\frac{dt}{\cancel{t^2}}}{\frac{1}{\cancel{t^3}_{\,t}}\sqrt{\left(\frac{1-t}{t}\right)^2+1}} = \int \frac{-t^2\,dt}{\sqrt{2t^2-2t+1}}$$ ✓

soru 2) ?

$$= (At+B)\sqrt{2t^2-2t+1} + \lambda\int \frac{dt}{\sqrt{2t^2-2t+1}}$$

Binom integralleri

Binom İntegralleri

$a,b\in R$ ve $m,n,p\in Q$ olmak üzere; $\int x^m\left(a+bx^n\right)^p dx \ldots(*)$ biçimindeki integrallere **binom integrali** denir. Bu integrallerden m,n,p rasyonel sayılarının durumuna göre değişken değiştirmesi yapılır.

i. p bir tamsayı olsun. $p>0$ ise integrali alınacak fonksiyon üslü ifade olarak düzenlenip integrali alınır. $p<0$ ise k, m ve n'nin paydalarını en küçük ortak katı olmak üzere $x=t^k$ dönüşümü yapılır. } 1.tip

ii. $\frac{m+1}{n}$ bir tamsayı ise α, p'nin paydası olmak üzere $a+bx^n=t^\alpha$ dönüşümü yapılır. } 2.tip

iii. $\frac{m+1}{n}+p$ bir tamsayı ise α, p'nin paydası olmak üzere $a+bx^n=t^\alpha x^n$ dönüşümü yapılır } 3.tip

Örnek: $\int \sqrt[3]{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2 dx$ integralini çözelim. Burada $(*)$ ifadesi gereğince $m=\frac{1}{3}$, $n=\frac{1}{2}$, $p=2$ olur.

okek(2,3)=6

1) $p=2\in\mathbb{Z}$

$x=t^6 \rightarrow dx=6t^5dt$

$$\int t^2\underbrace{(1+t^3)^2}_{(1+2t^3+t^6)}6t^5dt$$

2. yol: $\int x^{1/3}(1+2.x^{1/2}+x)dx$

$$\int(x^{1/3}+2x^{5/6}+x^{4/3})dx=\frac{x^{4/3}}{4/3}+\frac{2x^{11/6}}{11/6}+\frac{x^{7/3}}{7/3}+c$$

Ör: $\int\sqrt[4]{\frac{1-3x^3}{x}}dx$ binom integrali için

$m+n.a+p.b=?$

$\boxed{24.07.2020 \quad 9:00 \quad \text{Mat2}}$

vize

$$\int x^{\overset{m}{-1/4}}(\overset{a}{1}\overset{b}{-3}x^{\overset{n}{3}})^{\overset{p}{1/4}}dx$$

$$-\frac{1}{4}+3.1+\frac{1}{4}(-3)=2 \checkmark$$

Ör: $\int \sqrt[3]{\frac{2+3\sqrt{x}}{x}}\,dx$ integrali kaçıncı tiptir.

$$\int x^{-1/3}\left(2+3x^{1/2}\right)^{1/3}dx$$

$$m=-\frac{1}{3} \quad n=\frac{1}{2} \quad p=\frac{1}{3}$$

$$p=\frac{1}{3}\notin \mathbb{Z}$$

$$\frac{m+1}{n}=\frac{-\frac{1}{3}+1}{\frac{1}{2}}=\frac{4}{3}\notin\mathbb{Z}$$

~~I. tip~~ Hiçbiri

$$\frac{4}{3}+\frac{1}{3}=\frac{5}{3}\notin\mathbb{Z}$$

Ör: $\left(\underbrace{\int x f'(x)\,dx}\right)'=\left(x^5+6x^3+1\right)'$, $f(0)=5$ ise $f(1)=?$

$$x f'(x)=5x^4+18x^2$$

$$\int f'(x)=\int 5x^3+18x$$

$$f(x)=\frac{5x^4}{4}+9x^2+c \quad 5$$

$$f(1)=\frac{5}{4}+14=\frac{61}{4}$$

$$\int \frac{\cos x\, dx}{\sin^2 x - 2\sin x - 8} = ?$$

$u = \sin x \quad du = \cos x\, dx$

$$\int \frac{du}{u^2 - 2u - 8} = \frac{1}{6} \ln\left|\frac{u-4}{u+2}\right| + c$$

-4
$+2$

$f(1) = 3$

Ör: $f''(x) = 24x$ olan $(1,3)$ noktasından geçen eğrinin bu noktadan çizilen teğetinin eğimi 8 ise $f(0) = ?$

$$\int f''(x) = \int 24x \qquad f'(1) = 8$$

$$\int f'(x) = \int 12x^2 + \overset{-4}{c}$$

$$f(x) = 4x^3 - 4x + \overset{3}{c}$$

$$f(0) = 3$$

Ör: $$\underbrace{\int \frac{dx}{\cos 2x} - \int \frac{2\sin^2 x\, dx}{\cos 2x}}_{\int 1\, dx = x + c} = ?$$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

a) $\tan 2x - x + c$

b) $x + c$

c) $\ln|\sin 2x| + c$

d) $-x + c$

e) Hiçbiri

$$\int \frac{d(\sin^2 x)}{\sin 2x} = ?$$

$$\int \frac{\cancel{2}\,\cancel{\sin x}\,.\cancel{\cos x}\,dx}{\cancel{\sin 2x}} = x + C$$

a) $x+c$ b) $-x+c$ c) $2x+c$ d) $-2x+c$ e) Hiçbiri

$$d(f(x)) = f'(x)dx$$

$$\int \sec x\,dx = ?$$

a) $\operatorname{cosec} x + c$

b) $\ln|\sec x| + c$

c) $\ln|\tan x| + c$

d) $\ln|\sec x + \tan x| + c$

e) Hiçbiri

$$\int \sec x\,dx = ?$$

aynı şıklar

$$\int \operatorname{cosec} x\,dx = ?$$

$$= -\ln|\operatorname{cosec} x + \cot x| + c$$

a) $\sec x + c$

b) $\ln|\tan x| + c$

c) $\ln\left|\frac{\tan x}{2}\right| + c$

d) $\ln\left|\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right| + c$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\frac{2dt}{t^2+1}}{\frac{2t}{1+t^2}} = \ln|t| + c$$

e) Hiçbiri

Ör: $\int \frac{\overbrace{2\sin x \cos x}^{\sin 2x}}{2}\,dx$

$u = \sin x$ $\quad \frac{\sin^2 x}{2} + c$

$u = \cos x$ $\quad -\frac{\cos^2 x}{2} + c$

$$\int \frac{\sin 2x}{2}\,dx = -\frac{\cos 2x}{4} + c$$

a) $\sin 2x + c$ b) $-\cos 2x + c$

c) $-\frac{\cos 2x}{2} + c$ d) $-\frac{\cos 2x}{4} + c$

e) Hiçbiri

$$\int \frac{dx}{4x^2+12x+10} = ? \qquad \int \frac{dx}{(\underbrace{2x+3}_{u})^2+1} = \frac{1}{2}\arctan(2x+3)+c$$

a) $\frac{1}{2x+3}+c$ b) $\arctan(2x+3)+c$

$u = 2x+3$

$du = 2\,dx \rightarrow \frac{du}{2} = dx$

c) $\ln|2x+3|+c$ d) $\arcsin(2x+3)+c$

e) Hiçbiri

$$\int \frac{dx}{4x^2+12x+13} = \int \frac{dx}{(2x+3)^2+2^2} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2x+3}{2}\right)+c$$

$$\int \frac{dx}{x^2+6x+1} = \int \frac{A}{x-\underset{x_1}{a}}\,dx + \int \frac{B\,dx}{x-\underset{x_2}{b}}$$

ise 1) $\overset{x_1+x_2}{a+b} = ?$ -6

2) $\overset{x_1 \cdot x_2}{a \cdot b} = ?$ 1