

# MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ

# STATİK

Behcet DAĞHAN

## STATİK

## İÇİNDEKİLER

## 1• GİRİŞ

- Skalerler ve Vektörler
- Newton Kanunları

## 2• KUVVET SİSTEMLERİ

- İki Boyutlu Kuvvet Sistemleri
- Üç Boyutlu Kuvvet Sistemleri

## 3• DENGİ

- Düzlemde Denge
- Üç Boyutta Denge

## 4• YAPILAR

- Düzlem Kafes Sistemler
- Çerçeveler ve Makinalar

## 5• SÜRTÜNME

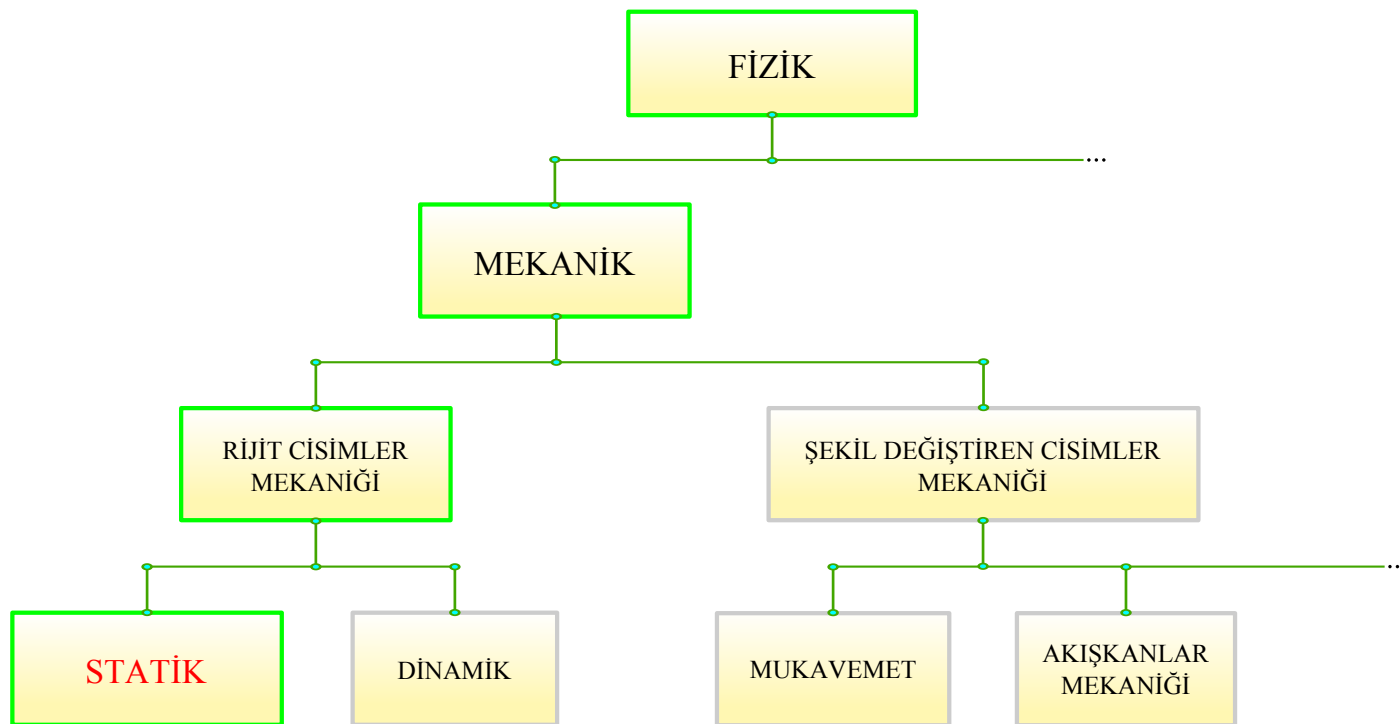
## 6• KÜTLE MERKEZLERİ ve GEOMETRİK MERKEZLER



STATİK

7

GİRİŞ



**Statik**, kuvvetlerin etkisi altındaki rijit cisimlerin dengesini inceler.

**Kuvvet**, bir cismin diğer bir cisme yaptığı mekanik etkidir.

Kuvvet, vektörel bir büyüklüktür.

**Rijit cisim**, kuvvetlerin etkisi altında şekil veya biçim değiştirmedeği kabul edilen cisimdir.



## Skalerler ve Vektörler

**Skaler büyüklük**, sadece şiddeti ile belirli olan büyüklüktür.

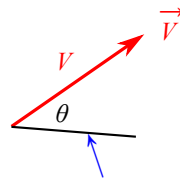
Kütle, yoğunluk, hacim, zaman ve enerji gibi büyüklükler skaler büyüklüktür.

**Vektörel büyüklük**, hem yönü ve hem de şiddeti olan büyüklüktür.

Kuvvet, moment, hız, ivme ve momentum gibi büyüklükler vektörel büyüklüktür.

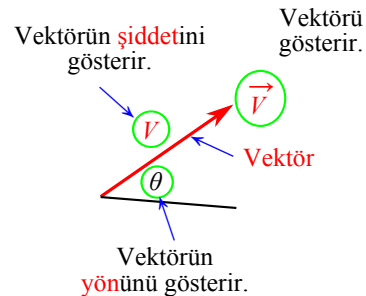
Düzlemde:

$$\vec{V} = f(V, \theta)$$



Keyfi olarak seçilen  
bir referans eksen

Sembollerin açıklaması

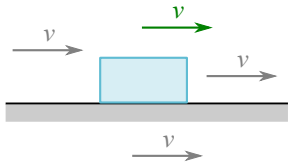


**Serbest vektör**, hiç bir özelliği olmayan vektördür.

**Kayan vektör**, belirli bir tesir çizgisi olan ve o çizgi üzerinde kaydırılabilen fakat çizginin dışına çıkarılırsa etkisi değişen vektördür.

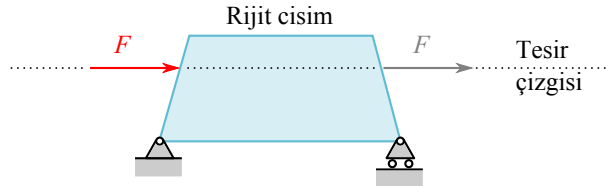
**Bağlı vektör**, belirli bir uygulama noktası olan ve başka bir noktaya uygulanırsa etkisi değişen vektördür.

Statik dersindeki kuvvet vektörü kayan vektördür.



**Serbest vektör**

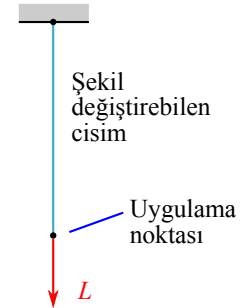
Hız vektörünün yeri önemli değildir.



**Kayan vektör**

Statik dersindeki kuvvet vektörünün belirli bir tesir çizgisi vardır. Bu çizgi üzerinde kaydırılabilir fakat dışına çıkarılırsa etkisi değişir.

Mukavemet dersindeki kuvvet vektörü bağlı vektördür.



**Bağlı vektör**

Mukavemet dersindeki kuvvet vektörünün belirli bir uygulama noktası vardır. Bu noktanın dışında başka bir noktaya uygulanırsa etkisi değişir.

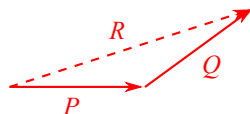
## Vektör İşlemleri

### Toplama

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$



$$P + Q \neq R$$

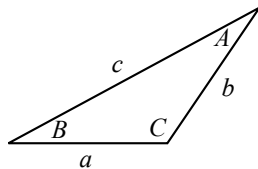


Üçgen kuralı

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$$

$$\vec{P} + (\vec{Q} + \vec{R}) = (\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{R}$$

Ortaya çıkan üçgen herhangi bir üçgen ise:



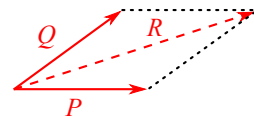
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

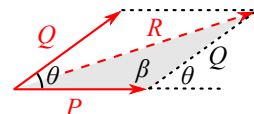
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Bilinmeyenleri bulmak için sinüs, kosinüs bağıntılarından yararlanılır.

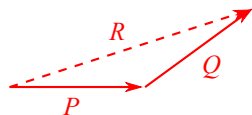


Paralelkenar kuralı

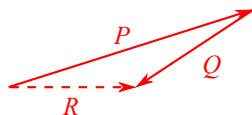


$$\cos \theta = -\cos \beta$$

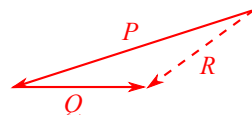
$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta$$



veya



veya

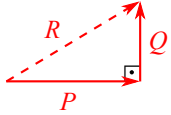


vb.

Ortaya çıkan üçgen dik üçgen ise:

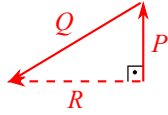
$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$

Bilinmeyenleri bulmak için pisagor bağıntısından yararlanılır.



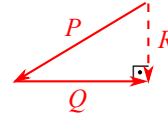
$$R^2 = P^2 + Q^2$$

veya



$$Q^2 = R^2 + P^2$$

veya



$$P^2 = Q^2 + R^2$$

vb.

Vektörler birbirine paralel ise:

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$

$$P + Q = R$$

Vektörler birbirine paralel olunca yukarıdaki vektörel bağıntı, skaler olarak da kullanılabilir.

Bu skaler bağıntı kullanılırken vektörlere paralel olan doğrultunun bir tarafı pozitif taraf olarak seçilir ve ona göre işlem yapılır.

$$R = P + Q$$

$$(R < 0)$$

$$(P < 0)$$

$$(Q < 0)$$

$$R = P + Q$$

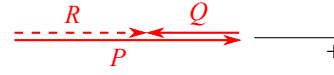
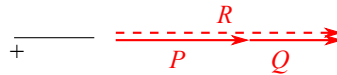
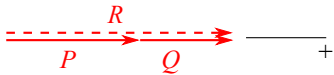
$$R = P + Q$$

$$(Q < 0)$$

veya

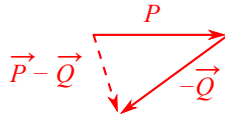
veya

vb.



Çıkarma

$$\vec{P} - \vec{Q} = \vec{P} + (-\vec{Q})$$



Çıkarma işlemi, bir çeşit toplama işlemidir.



## Birim vektör

**Birim vektör**, herhangi bir yöndeki, şiddeti 1 birim olan vektördür.

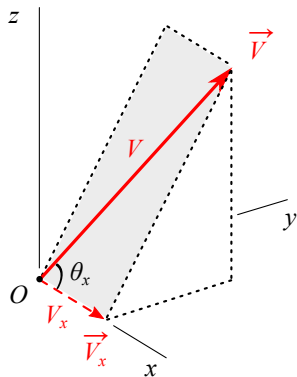
$x, y, z$  eksenleri ile aynı yöndeki birim vektörler sırası ile  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  ile gösterilir.

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$$

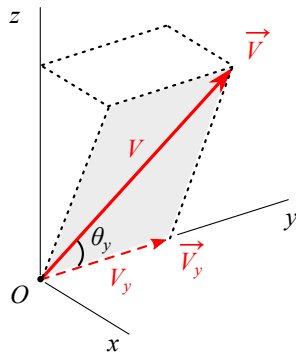
$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$$

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

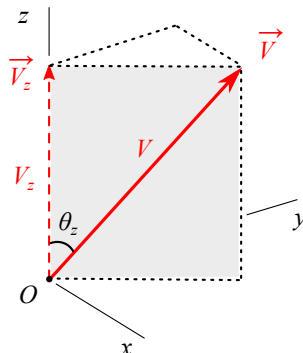
## Doğrultman kosinüsleri ( $l, m, n$ )



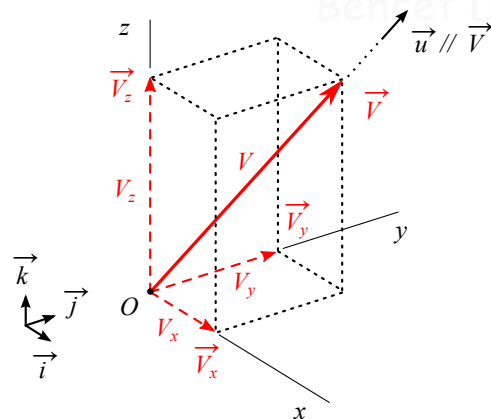
$$l = \cos \theta_x = \frac{V_x}{V}$$



$$m = \cos \theta_y = \frac{V_y}{V}$$



$$n = \cos \theta_z = \frac{V_z}{V}$$



$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$$

$$V_x = V l, \quad V_y = V m, \quad V_z = V n$$

$$\vec{V} = V (l \vec{i} + m \vec{j} + n \vec{k})$$

$= \vec{u}$  ←  $\vec{V}$  ile aynı yöndeki birim vektör

$$\vec{V} = V \vec{u} \quad \rightarrow \quad \vec{u} = \frac{\vec{V}}{V}$$

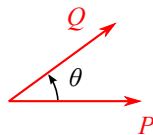
$$\left. \begin{array}{l} u = 1 \\ u^2 = l^2 + m^2 + n^2 \end{array} \right\} \quad l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

Skaler çarpım

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ \cos \theta$$

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = \vec{Q} \cdot \vec{P}$$

$$\vec{P} \cdot (\vec{Q} + \vec{R}) = \vec{P} \cdot \vec{Q} + \vec{P} \cdot \vec{R}$$



$$\theta = 90^\circ \quad \longleftrightarrow \quad \vec{P} \cdot \vec{Q} = 0$$

$$\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2 = P_1 P_2 \cos \theta \quad \rightarrow$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = (P_x \vec{i} + P_y \vec{j} + P_z \vec{k}) \cdot (Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j} + Q_z \vec{k})$$

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z$$

$$\vec{P} \cdot \vec{P} = P^2 = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2$$

$\theta = 90^\circ$  ise:

$$\cos \theta = \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2}{P_1 P_2} = l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2$$

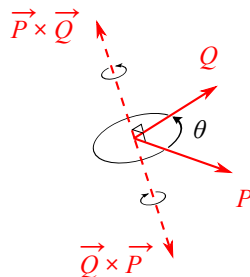
$$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$$

Vektörel çarpım

$$|\vec{P} \times \vec{Q}| = PQ \sin \theta$$

$$\vec{P} \times \vec{Q} = -\vec{Q} \times \vec{P}$$

$$\vec{P} \times (\vec{Q} + \vec{R}) = \vec{P} \times \vec{Q} + \vec{P} \times \vec{R}$$



$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$$

$$\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$$

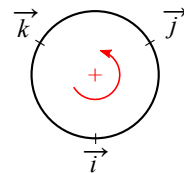
$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$$

$$\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

$$\vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}$$

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0}$$



$$\vec{P} \times \vec{Q} = (P_x \vec{i} + P_y \vec{j} + P_z \vec{k}) \times (Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j} + Q_z \vec{k})$$

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix}$$

## Newton Kanunları

### I. Eylemsizlik prensibi

Bir maddesel nokta, üzerine herhangi bir dengelenmemiş kuvvet etki etmiyorsa hareketsiz kalır veya düzgün doğrusal hareket yapmaya devam eder.

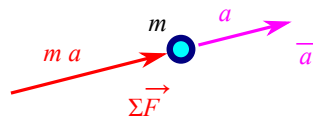
### II. Newton'un ikinci kanunu

Bir maddesel noktanın ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvet ile doğru orantılıdır ve aynı yöndedir.

$$\boxed{\vec{\Sigma F} = m \vec{a}}$$

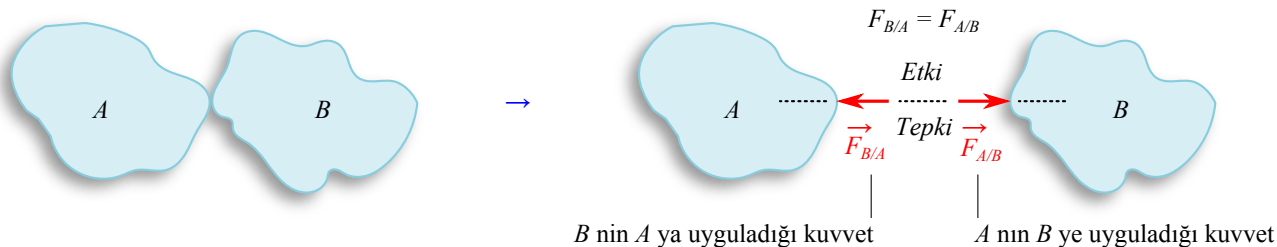
Yön :  $\vec{\Sigma F} // \vec{a}$

Şiddet :  $|\vec{\Sigma F}| = m a$



### III. Etki-tepki prensibi

Birbirine kuvvet uygulayan iki cisim arasındaki etki ve tepki kuvvetleri, birbirine eşit şiddette, zıt yönde ve aynı tesir çizgisindedir.



## Newton'un Çekim Kanunu

Uzaydaki cisimler birbirlerine çekim kuvveti uygular. Herhangi iki cisim arasındaki çekim kuvvetinin şiddeti aşağıdaki bağıntıda verilen kadardır.

$$F = K \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$K = 6.673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$F$  : iki maddesel noktanın birbirine karşılıklı olarak uyguladığı **çekim kuvveti**

$K$  : evrensel çekim sabiti

$m_1, m_2$  : cisimlerin kütleleri

$r$  : cisimlerin merkezleri arasındaki uzaklık



Havada sadece yer çekiminin etkisi ile hareket eden bir cismin ivmesi  $g$  ye eşittir.

### Ağırlık kuvveti

Uzaydaki iki cisimden birisi dünya olsun ve diğeri de dünya yüzeyinde veya dünyaya yakın civarda bulunan bir cisim olsun.

Dünyanın bu cisme uyguladığı çekim kuvvetine **ağırlık** denir.

$m_1$  : Dünyanın kütlesi

$m_2$  : Dünya yüzeyinde veya yakın civarda bulunan cismin kütlesi

$r$  : Dünya ile diğer cismin merkezleri arasındaki uzaklık, dünyanın yarıçapı

$W$  : Ağırlık kuvveti

$$F = K \frac{m_1 m_2}{r^2} \rightarrow W = g m$$

$g$  : Yer çekimi katsayısı

Ağırlık kuvveti daima düşeydir ve aşağıya doğru yönelmiştir.

$$W = m g$$

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Yer çekimi ivmesi

Evrensel çekim sabiti ve dünyanın kütlesi değişmeyen büyüklüklerdir. Dünyanın yarıçapının da ülkemizin her yerinde aynı olduğu düşünülebilir. O halde ülkemiz için yer çekimi katsayısı  $g$  nin değerinin sabit olduğu kabul edilebilir. Bu dersimizde  $g$  nin değerini  $9.81 \text{ m/s}^2$  olarak alacağız.