

MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ

STATİK

Behcet DAĞHAN

STATİK

İÇİNDEKİLER

1• GİRİŞ

- Skalerler ve Vektörler
- Newton Kanunları

2• KUVVET SİSTEMLERİ

- İki Boyutlu Kuvvet Sistemleri
- Üç Boyutlu Kuvvet Sistemleri

3• DENGİ

- Düzlemde Denge
- Üç Boyutta Denge

4• YAPILAR

- Düzlem Kafes Sistemler
- Çerçeveler ve Makinalar

5• SÜRTÜNME

6• KÜTLE MERKEZLERİ ve GEOMETRİK MERKEZLER



STATİK

4

YAPILAR

STATİK

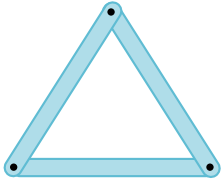
4.1

Düzlem Kafes Sistemler

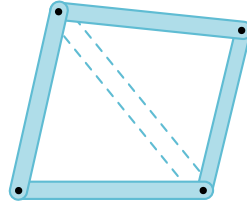
Kafes sistemler, "yalnızca iki kuvvet taşıyan elemanlar"ın birbirine bağlanması ile ortaya çıkan yapılardır. Bu elemanların, serbestçe dönen ve moment iletmediği farzedilen pimlerle birbirine bağlandığı düşünülür.

Eğer elemanların tamamı aynı düzlemde yer alıyorsa o zaman düzlem kafes sistemlerden bahsedilir.

Elemanlar, elde edilen yapının rijit olabilmesi için, üçgenler oluşturacak şekilde birleştirilirler.



Rijit, çökmez.
Yük taşıyabilir.



Rijit değil, çöker.
Yük taşıyamaz.
İki üçgene bölünürse yük taşıyabilecek hale gelir.



Ağır yükleri taşımakta kullanılan yapıların kendi ağırlıklarının mümkün olduğu kadar hafif olması istenir. Bu amaçla krenler, köprüler, çatılar vb. yapılar kafes sistem tekniği ile tasarlanırlar.

Elemanların bağlantı noktalarından geçen doğru, taşıdığı kuvvetlerin ortak tesir çizgisidir ve bu kuvvetler çekme veya basma yönünde olabilirler. Bir eleman herhangi bir yerinden hayali olarak kesilirse o kesitte elemanın ucundaki kuvveti dengeleyecek şekilde bir kuvvet olduğu görülür.



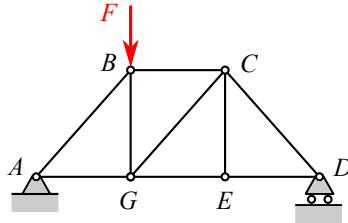
Kafes sistemlerin taşıdığı yükler, eğer yayılı yük ise elemanları bağlayan pimplere uygulanan tekil yüklerle indirgenirler. Tekil yükler elemanların uç noktalarının dışında arada bir yere uygulanmaz. Kafes sistemlerin kendi ağırlıkları taşıdıkları yüke nazaran, çoğunlukla, ihmal edilir. İhmal edilmediği zaman bir elemanın ağırlığı ikiye bölünerek uç noktalarındaki pimplere uygulanır.

Kafes sistemlerin tasarımı yapılırken elemanların taşıdığı kuvvetler bulunmalıdır. Bu kuvvetleri bulmak amacı ile takip edilen iki temel yaklaşım vardır:

- Düğüm yöntemi,
- Kesim yöntemi.

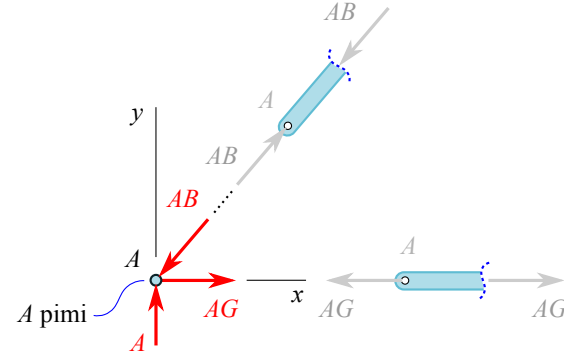
Düğüm Yöntemi

Kafes sistemin parçalarının birbirine birleştirildiği yerlere düğüm denir. Bu düğümlerde elemanların birbirine bir pim vasıtası ile bağlandığı farzedilir. Düğüm yönteminde bu **pimlerin dengesi** incelenerek bilinmeyenler bulunur.



$$\Sigma F_x = 0$$

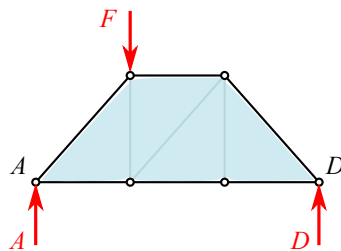
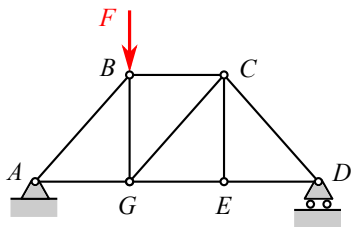
$$\Sigma F_y = 0$$



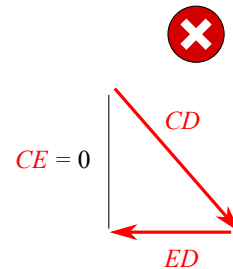
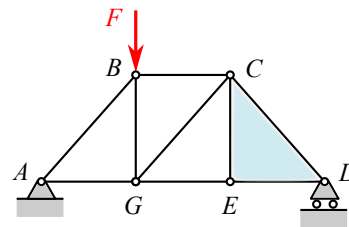
Denge kategorisi bir noktada kesişen kuvvetler kategorisi olduğundan

Bir düğümün dengesinden en fazla 2 bilinmeyen bulunabilir.

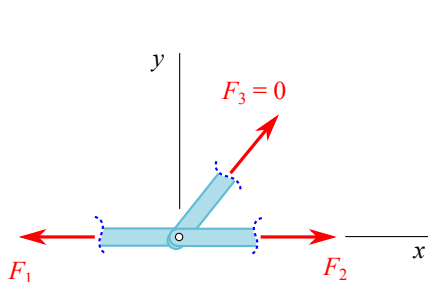
Kafes sistemin tamamının dengesinden de ilave denklemler elde edilebilir. Mesnet tepkileri bulunabilir.



Bir üçgeni oluşturan çubuklardaki kuvvetlerin kendi aralarında **dengede olduğu söylenemez**.

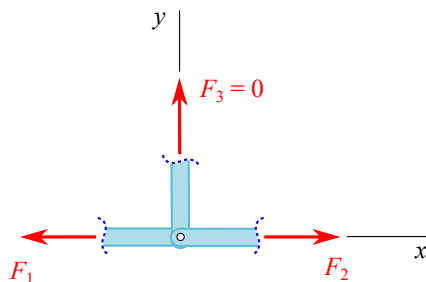


Özel düğümler



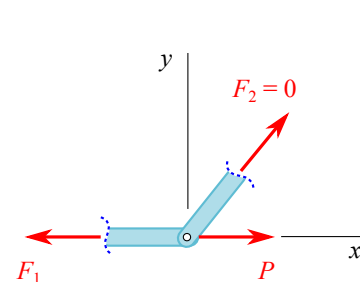
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_1 = F_2$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_3 = 0$$



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_1 = F_2$$

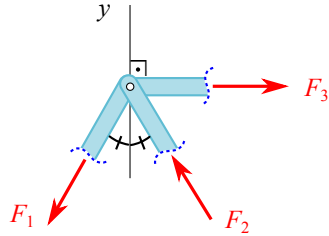
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_3 = 0$$



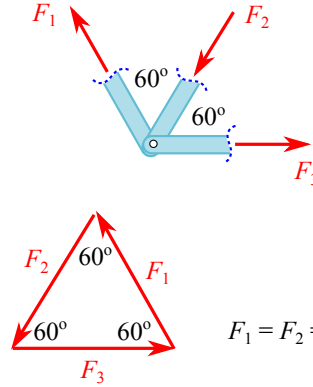
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_1 = P$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_2 = 0$$

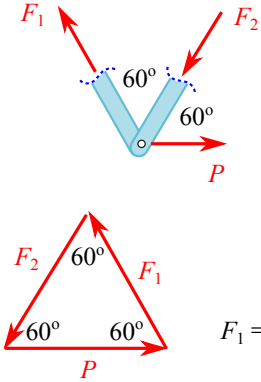
Behçet DAĞHAN



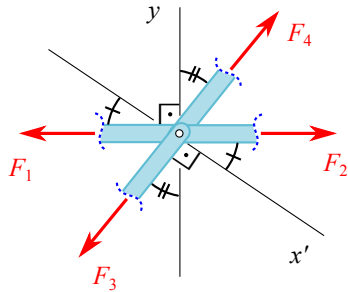
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_1 = F_2$$



$$F_1 = F_2 = F_3$$

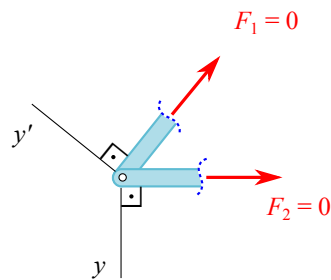


$$F_1 = F_2 = P$$



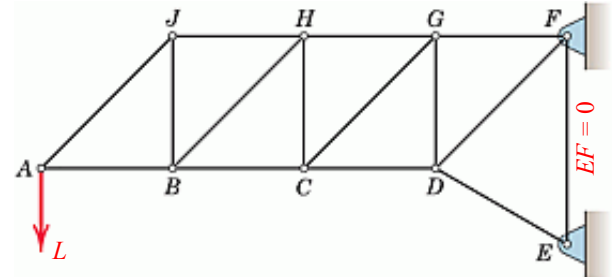
$$\Sigma F_{x'} = 0 \rightarrow F_1 = F_2$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_3 = F_4$$



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_1 = 0$$

$$\Sigma F_{y'} = 0 \rightarrow F_2 = 0$$

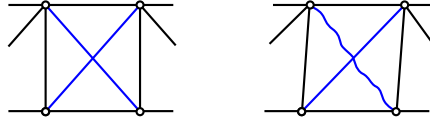


İki sabit mesnet arasındaki çubuk kuvvet taşımaz.

$$EF = 0$$

Behçet DAĞHAN

Behçet DAĞHAN



Kafes sistemler tasarlanırken bazen yukarıdaki gibi iki tane kablo çapraz olarak takılabilir.

Bu durumda kablolardan sadece birisi yük taşır.

Eğer hangisinin yük taşıdığı kestirilemiyorsa o zaman herhangi birisi yük taşıyan eleman olarak alınır. Diğerinin yük taşımadığı kabul edilir.

Yapılan hesaplamaların sonucunda yük taşıdığı düşünülen kabloda çekme kuvveti bulunursa demekki yapılan kabul doğrudur.

Basma kuvveti bulunursa, bir kablo basma kuvveti taşıyamayacağı için yapılan kabulün tersi doğrudur.



Bir düğümde çekme olan çubuk kuvveti diğer düğümde de çekmedir.
AB kuvveti A düğümünde çekme ise B düğümünde de çekmedir.



Bir düğümde basma olan çubuk kuvveti diğer düğümde de basmadır.
AB kuvveti A düğümünde basma ise B düğümünde de basmadır.

Örnek Problem 4/1

Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş olan kafes sistemin her bir çubuğunun taşıdığı kuvveti bulunuz. Bütün üçgenler eşkenardır.

Verilenler:

$$L_1 = 4 \text{ kN}$$

$$L_2 = 8 \text{ kN}$$

$$L_3 = 2 \text{ kN}$$

İstenenler:

$$AB = ?$$

$$AE = ?$$

$$BC = ?$$

$$BD = ?$$

$$BE = ?$$

$$CD = ?$$

$$DE = ?$$

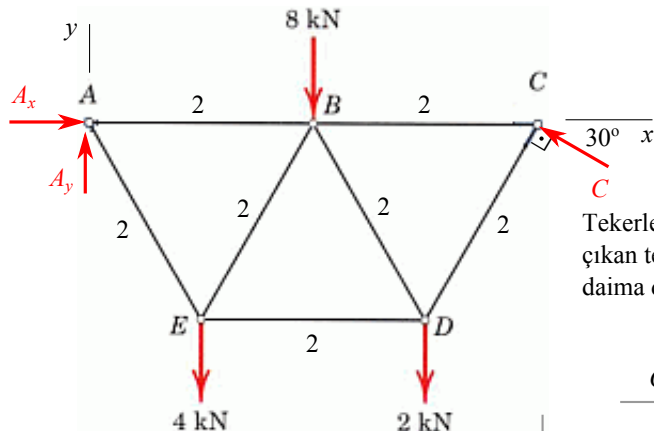
Çubukların boyunu 2 birim alalım.

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-4(1) - 8(2) - 2(3) + C \sin 30^\circ (4) = 0$$

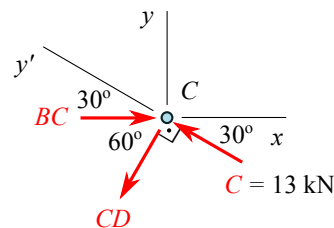
$$C = 13 \text{ kN}$$

Çözüm



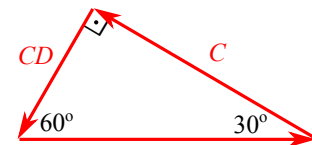
Tekerlekli mesnette ortaya çıkan tepki kuvveti daima dayanma yüzeyine diktir.

C düğümü:



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow C \sin 30^\circ - CD \sin 60^\circ = 0$$

$$\Sigma F_{y'} = 0 \rightarrow C - BC \cos 30^\circ = 0$$



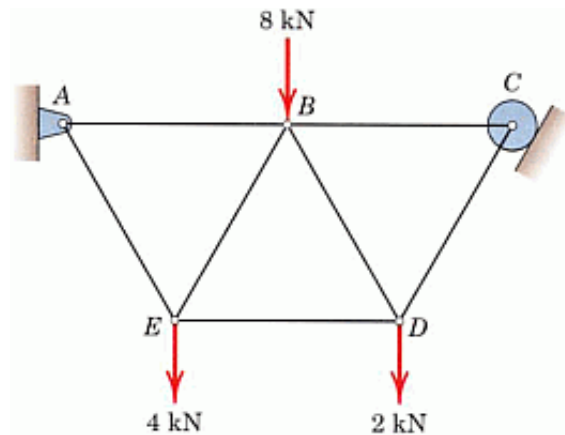
$$C = BC \cos 30^\circ$$

$$CD = BC \cos 60^\circ$$



$$CD = 7.51 \text{ kN}$$

$$BC = 15.01 \text{ kN}$$



Örnek Problem 4/1

Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş olan kafes sistemin her bir çubuğunun taşıdığı kuvveti bulunuz. Bütün üçgenler eşkenardır.

Verilenler:

$$L_1 = 4 \text{ kN}$$

$$L_2 = 8 \text{ kN}$$

$$L_3 = 2 \text{ kN}$$

İstenenler:

$$AB = ?$$

$$AE = ?$$

$$BC = ?$$

$$BD = ?$$

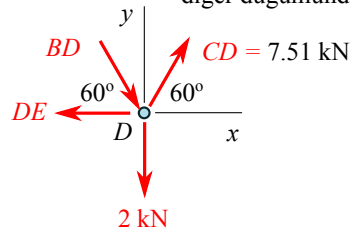
$$BE = ?$$

$$CD = ?$$

$$DE = ?$$

Çözüm (devamı)

D düğümü:



$$\sum F_y = 0$$

$$CD \sin 60^\circ - BD \sin 60^\circ - 2 = 0$$

$$BD = 5.2 \text{ kN}$$

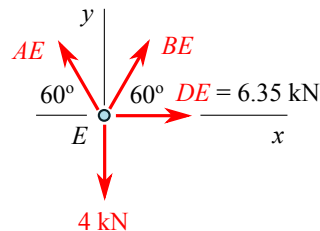
$$\sum F_x = 0$$

$$CD \cos 60^\circ + BD \cos 60^\circ - DE = 0$$

$$DE = 6.35 \text{ kN}$$

Bir çubuğun bir düğümünde çekme olan çubuk kuvveti, diğer düğümünde de çekmedir. CD kuvveti C düğümünde çekme olarak bulunduğu için D düğümünde de çekmedir.

E düğümü:



$$\sum F_x = 0$$

$$ED + BE \cos 60^\circ - AE \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$BE \sin 60^\circ + AE \sin 60^\circ - 4 = 0$$

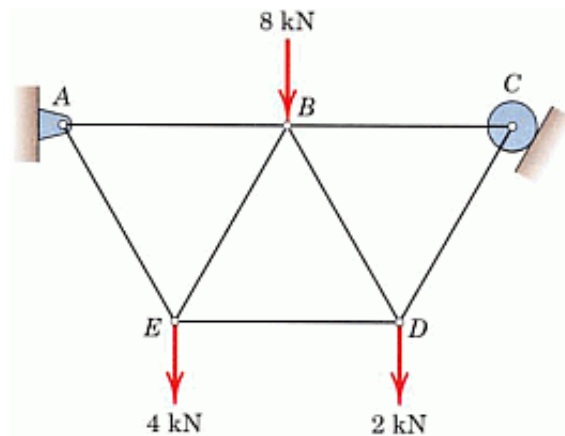
$$AE = 8.66 \text{ kN}$$

$$BE = -4.04 \text{ kN}$$

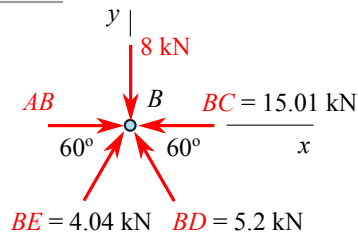


Yön belirtir.

Seçilen yönde değil, ters yöndedir.



B düğümü:



$$\sum F_x = 0$$

$$AB + BE \cos 60^\circ - BD \cos 60^\circ - BC = 0$$

$$AB = 15.59 \text{ kN}$$

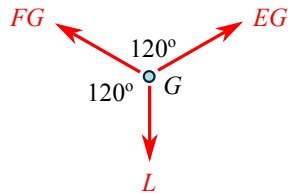
Örnek Problem 4/2

Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş olan kafes sistemin BD ve BE çubuklarının taşıdığı kuvvetleri bulunuz. Bütün iç açılar ya 60° veya 120° dir.

Verilenler:

L

G düğümü:



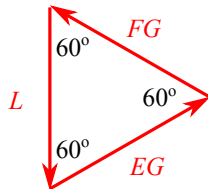
$$\frac{EG}{\sin 120^\circ} = \frac{L}{\sin 120^\circ}$$

$$EG = L$$

İstenenler:

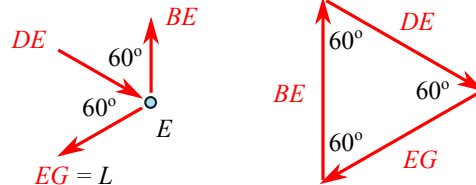
BD = ?

BE = ?



Çözüm

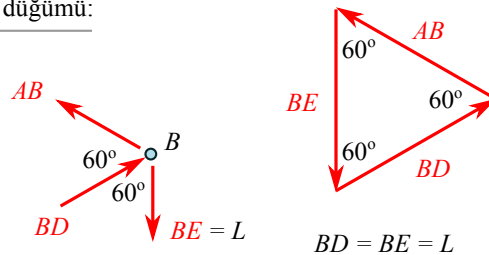
E düğümü:



$$BE = EG = L$$

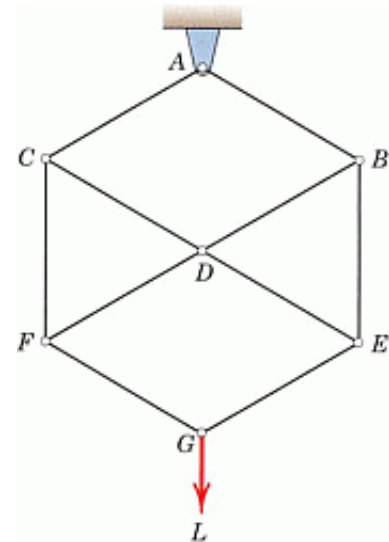
$$BE = L$$

B düğümü:



$$BD = BE = L$$

$$BD = L$$



Bu kafes sistemin tamamı üçgenlerden meydana gelmemiştir. Fakat rijit bir yapı ortaya çıkmıştır, yük taşıyabilmektedir.

Örnek Problem 4/3

Şekildeki gibi mesnetlenmiş olan kafes sistemin her bir çubuğunun kütlesi 40 kg olduğuna göre her bir çubuğa gelen ortalama kuvveti hesaplayınız.

Verilenler:

$$m = 40 \text{ kg}$$

$$L = 8 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

İstenenler:

$$AB = ?$$

$$AE = ?$$

$$BC = ?$$

$$BD = ?$$

$$BE = ?$$

$$CD = ?$$

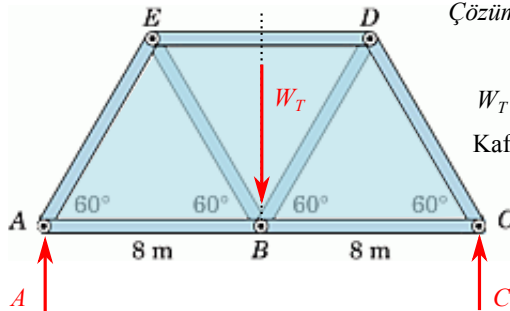
$$DE = ?$$

Çözüm

$$W = mg$$

$$W_T = 40 (7) (9.81) = 2747 \text{ N}$$

Kafes sistemin tamamının ağırlığı



Kafes sistem yükleme açısından ve aynı zamanda geometrik olarak simetrik olduğu için:

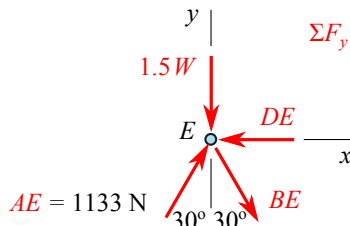
$$AE = CD$$

$$AB = BC$$

$$BE = BD$$

$$A = C = W_T / 2 = 1373 \text{ N}$$

E düğümü:

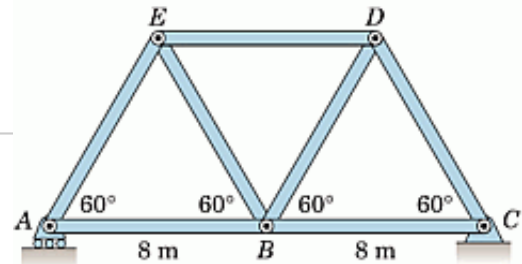


$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow AE \cos 30^\circ - 1.5 W - BE \cos 30^\circ = 0$$

$$BE = 454 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow AE \sin 30^\circ + BE \sin 30^\circ - DE = 0$$

$$DE = 794 \text{ N}$$



Çubukların ağırlıklarını, ihmal etmediğimiz zaman, uç noktalarındaki pimlere etki eden iki kuvvete böleriz. Bir çubuğun ağırlığına W diyelim.

$$W = 392 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

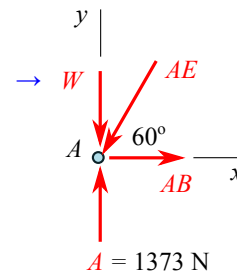
$$A - W - AE \sin 60^\circ = 0$$

$$AE = 1133 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$AB - AE \cos 60^\circ = 0$$

$$AB = 566 \text{ N}$$



Örnek Problem 4/4

Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş olan kafes sistem, dış taraftaki çubuklardan ve içerideki iki çapraz kablodan oluşmuştur. AC ve BD kabloları basma taşıyamayan elemanlardır. L yükü (a) B düğümüne, (b) C düğümüne uygulandığı zaman elemanlarda ortaya çıkan kuvvetleri bulunuz.

Verilenler:

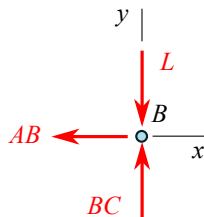
L

Çözüm

İki tane kablo çapraz olarak takıldığı zaman kablolardan sadece birisi yük taşır. Eğer hangisinin yük taşıdığı kestirilemiyorsa o zaman herhangi birisi yük taşıyan eleman olarak alınır. Diğerinin yük taşımadığı kabul edilir. AC nin çekme taşıdığını ve BD nin yük taşımadığını kabul edelim. $BD = 0$

(a) L yükü B den uygulanıyor:

B düğümü:



İstenenler:

$AB = ?$

$AC = ?$

$AD = ?$

$BC = ?$

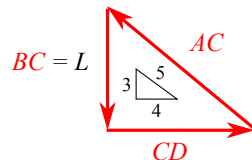
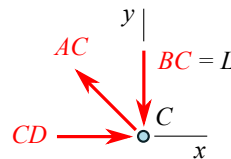
$BD = ?$

$CD = ?$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow AB = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow BC = L$$

C düğümü:



$$CD = 4L / 3$$

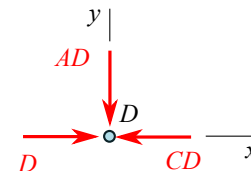
$$AC = 5L / 3$$

\rightarrow

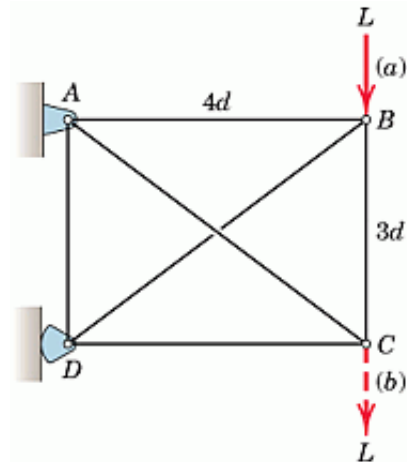
AC kuvveti pozitif çıktı.
Demekki yapılan seçim doğrudur.
 AC kablосу yük taşır. BD kablосу taşımaz.

$$BD = 0$$

D düğümü:



$$\sum F_y = 0 \rightarrow AD = 0$$



Örnek Problem 4/4

Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş olan kafes sistem, dış taraftaki çubuklardan ve içerideki iki çapraz kablodan oluşmuştur. AC ve BD kabloları basma taşıyamayan elemanlardır. L yükü (a) B düğümüne, (b) C düğümüne uygulandığı zaman elemanlarda ortaya çıkan kuvvetleri bulunuz.

Verilenler:

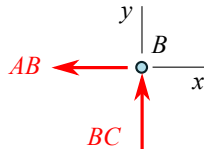
L

Çözüm (devamı)

İki tane kablo çapraz olarak takıldığı zaman kablolardan sadece birisi yük taşır. Eğer hangisinin yük taşıdığı kestirilemiyorsa o zaman herhangi birisi yük taşıyan eleman olarak alınır. Diğerinin yük taşımadığı kabul edilir. AC nin çekme taşıdığını ve BD nin yük taşımadığını kabul edelim. $BD = 0$

(b) L yükü C den uygulanıyor:

B düğümü:



İstenenler:

$AB = ?$

$AC = ?$

$AD = ?$

$BC = ?$

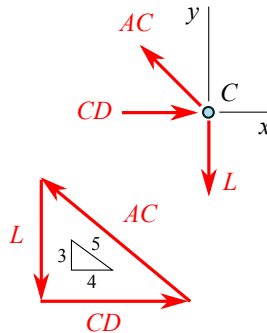
$BD = ?$

$CD = ?$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow AB = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow BC = 0$$

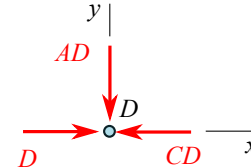
C düğümü:



$$CD = 4L / 3$$

$$AC = 5L / 3$$

D düğümü:



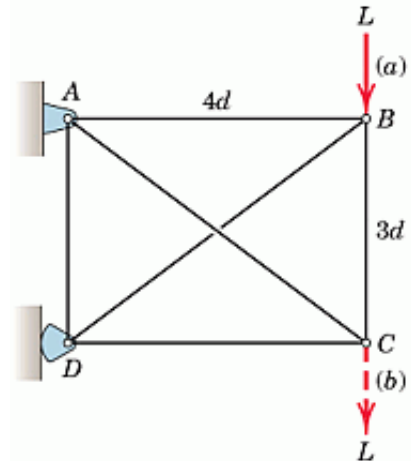
$$\sum F_y = 0 \rightarrow AD = 0$$

$$BD = 0$$

AC kuvveti pozitif çıktı.

Demekki yapılan seçim doğrudur.

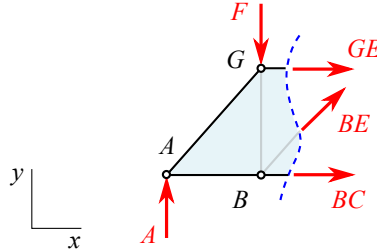
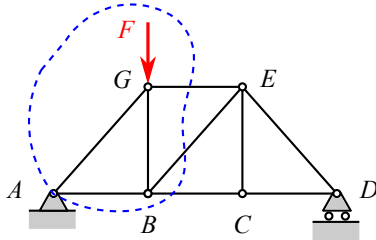
AC kablolu yük taşır. BD kablolu taşımaz.



Kesim Yöntemi

Elemanların taşıdığı kuvvetleri bulmak amacı ile aşağıdaki gibi kesim yapılarak sadece kafes sistemin bir kısmının dengesi incelenebilir.

Dengesi incelenen kısmın denge kategorisi genel kategori ise üç tane bağımsız denklem vardır.



$$\Sigma F_x = 0$$

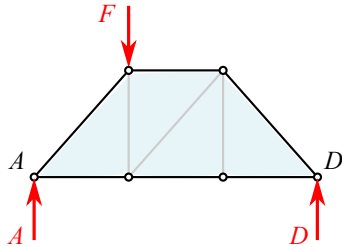
$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M_A = 0$$

Yandaki denklemler yerine alternatif denge denklemleri de kullanılabilir. Bilinmeyenlerden iki tanesinin tesir çizgisinin kesiştiği bir noktaya göre moment alınarak bir denklemden bir bilinmeyen direk olarak bulunabilir.

Kesim yöntemi ile en fazla 3 bilinmeyen bulunabilir.

Dolayısı ile, mecbur kalmadıkça, bir kesimde 3 ten fazla eleman kesmemeye dikkat edilir. Eğer bilinmeyen sayısı 3 ten fazla ise birden fazla kesim yapılabilir.



Mesnet tepkileri kafes sistemin tamamının dengesinden de bulunabilir.

Belirsiz durum ortaya çıkmaması için Kesim çizgisi düğümlerden geçmemelidir.



Kafes sistemlerin çözümünde sadece düğüm yöntemini veya sadece kesim yöntemini kullanmak yerine iki yöntem birlikte de kullanılabilir.

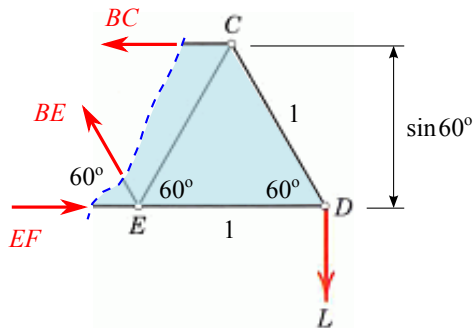
Örnek Problem 4/5

Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş olan kafes sistemin BC , BE ve BF elemanlarındaki kuvvetleri bulunuz. Üçgenler eşkenardır.

Verilenler:

 L

Çözüm



$$\Sigma M_E = 0$$

$$BC (\sin 60^\circ) - L (1) = 0$$

$$\Sigma M_D = 0$$

$$BC (\sin 60^\circ) - BE \sin 60^\circ (1) = 0$$

$$BC = L / \sin 60^\circ$$

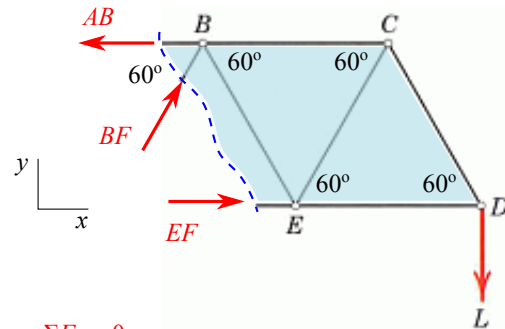
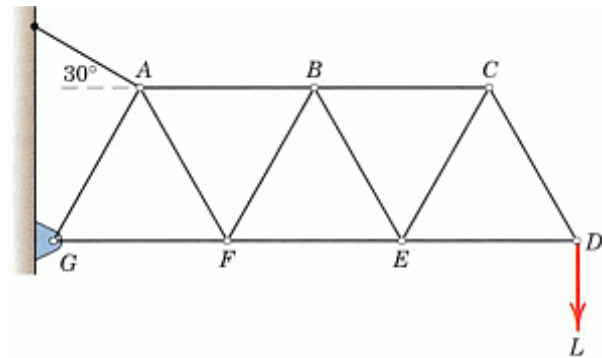
$$BC = BE = L / \sin 60^\circ$$

İstenenler:

$$BC = ?$$

$$BE = ?$$

$$BF = ?$$



$$\Sigma F_y = 0$$

$$BF \sin 60^\circ - L = 0$$

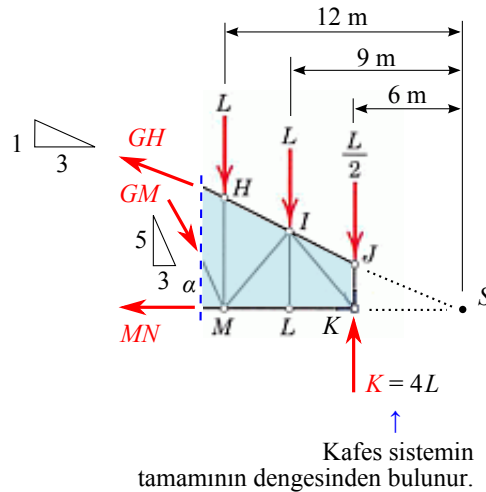
$$BF = L / \sin 60^\circ$$

Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş olan kafes sistemin GM elemanındaki kuvveti bulunuz.

Verilenler:

$$L$$

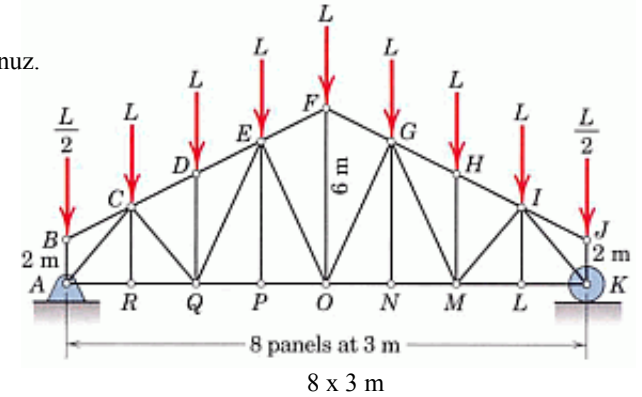
Çözüm



İstenenler:

$$GM = ?$$

GM çubuğundaki kuvveti, düğüm yöntemi ile bulmamız istenseydi altı tane pimin dengesini incelememiz gerekecekti. Burada bir tek denge denklemi ile sonuca gidilmiştir.



$$\Sigma M_S = 0$$

$$GM \sin \alpha (12) + L (12) + L (9) + (L/2) (6) - K (6) = 0$$

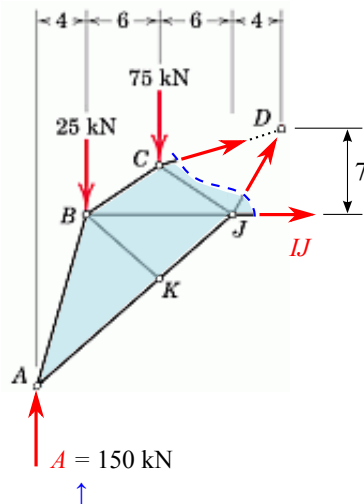
$$GM = 0$$

Örnek Problem 4/7

Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş olan kafes sistemin IJ elemanındaki kuvveti bulunuz.

Verilenler:

Çözüm

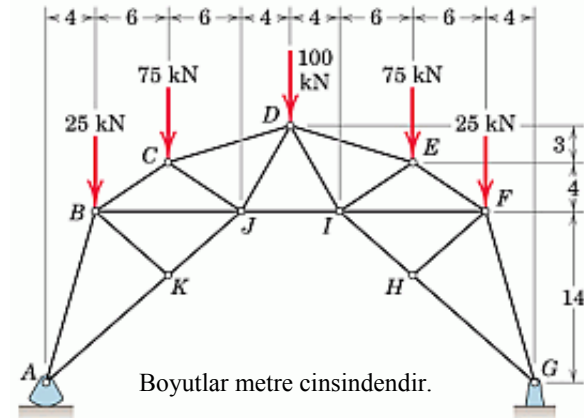


İstenenler:

$IJ = ?$

Kafes sistemin tamamının dengesinden bulunur.

IJ çubuğundaki kuvveti, düğüm yöntemi ile bulmamız istenseydi beş tane pimin dengesini incelememiz gerekecekti. Burada bir tek denge denklemi ile sonuca gidilmiştir.



$$\Sigma M_D = 0$$

$$IJ (7) + 75 (10) + 25 (16) - A (20) = 0$$

$$IJ = 264.29 \text{ kN}$$