

**T.C**  
**SELÇUK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**PUMA TİPİ BİR**  
**MANİPÜLATÖRÜN KONTROLÜ**

**M.Ali DURAN**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**MAKİNA ANABİLİM DALI**  
**Konya, 2007**

**T.C**  
**SELÇUK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**PUMA TİPİ BİR MANİPÜLATÖRÜN KONTROLÜ**

**M.Ali DURAN**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

Bu tez 21/09/2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği / oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof.Dr.Ziya ŞAKA  
(Üye)

Prof.Dr.Fatih M. BOTSALI  
(Üye)

Yrd.Doç.Dr.Arif ANKARALI  
(Danışman)

## **ÖZET**

**Yüksek Lisans Tezi**

### **PUMA TİPİ BİR MANİPÜLATÖRÜN KONTROLÜ**

**M.Ali DURAN**

**Selçuk Üniversitesi**

**Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman: Yrd. Doç. Dr. Arif ANKARALI**

**2007, 96 Sayfa**

**Jüri:**

**Prof.Dr.Ziya ŞAKA**

**Prof.Dr.Fatih M. BOTSALI**

**Yrd. Doç. Dr. Arif ANKARALI**

Bu çalışmada, üç serbestlik dereceli PUMA tipi robot kolunun uç elemanının PID tekniği ile kontrolü yapılmıştır. Tezin ilk aşamasında, robotlar hakkında genel bilgiler verilmiş, kaynak araştırması yapılmış ve teorik esaslar anlatılmıştır.

Çalışmanın ikinci aşamasında, robota ait kinematik ve dinamik denklemler elde edilmiştir. Dinamik analiz sonucu elde edilen servo motor torkları sisteme dış bozucu etki olarak dahil edilmiştir. Yörünge planlaması kartezyen koordinatlarında yapılmıştır.

Çalışmanın sonunda, PID kontrol yöntemi anlatılmış ve robotun kontrolü için sistem MATLAB-SİMULİNK programıyla modellenmiş ve üç farklı yol alma fonksiyonu sisteme giriş olarak kabul edilmiştir. Değişik yol alma fonksiyonları uygulanarak elde edilen sistem cevapları karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** PUMA robot, kinematik analiz, dinamik analiz, yörünge planlama, PID, kontrol.

## **ABSTRACT**

**Master of Science Thesis**

### **CONTROL OF A PUMA TYPE ROBOT**

**M.Ali DURAN**

**Selçuk University**

**Graduate School of Natural and Applied Sciences**

**Department of Mechanical Engineering**

**Supervisor: Ass. Prof. Dr. Arif ANKARALI**

**2007, 96 Page**

**Jury:**

**Prof.Dr.Ziya ŞAKA**

**Prof.Dr.Fatih M. BOTSALI**

**Ass. Prof. Dr. Arif ANKARALI**

In this study, control of the end effector of a three degree of freedom PUMA type manipulator realized with the PID technique. In the first step of the study, general information about manipulators are given and reference research about the subject is reviewed and theoretical basics are discussed.

In the second step of the study, all the kinematic and dynamic equations are obtained. The torques of the servomotors calculated by using the dynamic equations are included to the model as disturbances. The trajectory planning is realized with cartesian coordinates.

PID control technique is applied for control purposes. The Simulink model of the system is designed and the effect of three different input functions on the desired trajectory is examined. The responses obtained from the model for each input function are compared.

**Key Words:** PUMA manipulator, kinematic analyzes, dynamic analyzes, trajectory planning, PID, control.

## TEŞEKKÜR

Bu tezin tamamlanmasında, bana her zaman anlayış gösteren, destekleyen ve güvenen değerli danışmanım **Yrd. Doç. Dr. Arif ANKARALI**'ya, yüksek lisans dersi aldığım Selçuk Üniversitesi Makine Mühendisliği Öğretim Elemanlarına, her konuda yardımını esirgemeyen Yüksek Makine Mühendisi **Yusuf ŞAHİN**'e, gösterdikleri fedakarlık ve manevi destekleri için eşim ve çocuklarıma sevgi, saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Konya, 2007

M.Ali DURAN

## İÇİNDEKİLER

ÖZET .....	ii
ABSTRACT .....	iii
TEŞEKKÜR .....	iv
İÇİNDEKİLER .....	v
SEMBOLLER DİZİNİ .....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	ix
TABLolar DİZİNİ .....	xi
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Endüstrideki Robot Uygulamaları .....	1
1.2. Robot Bileşenleri .....	2
1.3. Robotların Mekanik Sistemi .....	2
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI .....	3
3. TEORİK ESASLAR .....	12
4. ROBOT KOLU KİNEMATİĞİ .....	13
4.1. Giriş .....	13
4.2. Direkt Kinematik Problemi .....	14
4.2.1. Homojen koordinatlar ve transformasyon matrisi .....	14
4.2.2. Uzunluklar, eklemler ve parametreleri .....	17
4.2.3. Denavit – Hartenberg gösterimi .....	19
4.2.4. 3 Serbestlik dereceli PUMA tipi bir robot kolu için kinematik denklemler .....	23
4.3. Ters Kinematik Problemi .....	25
4.3.1. Geometrik yaklaşım .....	25
4.3.1.1. İlk üç eklem için kolun çözümleri .....	26
4.3.1.2. 1 Numaralı eklem çözümü .....	27
4.3.1.3. 2 Numaralı eklem çözümü .....	28
4.3.1.4. 3 Numaralı eklem çözümü .....	29
5. DİNAMİK ANALİZ .....	30
5.1. Giriş .....	30
5.2. Lagrange-Euler Formülasyonu .....	32
5.2.1. Manipülatörün eklem hızları .....	32
5.2.2. Manipülatörün kinetik enerjisi .....	35
5.2.3. Manipülatörün potansiyel enerjisi .....	37
5.2.4. Manipülatörün hareket denklemleri .....	37
5.2.5. PUMA manipülatör için hareket denklemleri .....	38

6. YÖRÜNGE PLANLAMA .....	43
6.1. Giriş.....	43
6.2. Hareket Türleri .....	43
6.2.1. Noktadan noktaya hareket.....	43
6.2.2. Sürekli yörünge hareketi .....	44
6.3. Yolun Tanımlanmasında ve Üretilmesinde Genel Metotlar .....	44
6.3.1. Mafsal interpolasyonlu yol yörüngelerinin planlanması.....	45
6.3.1.1. Kübik polinomlar .....	45
6.3.1.2. Yüksek dereceli polinomlar .....	47
6.3.2. Kartezyen yol yörüngelerinin planlanması .....	48
6.3.2.1. Homojen transformasyon matrisi yaklaşımı .....	48
6.4. Yol Alma Fonksiyonunun Belirlenmesi .....	52
7. ROBOT KONTROLÜ .....	53
7.1. Giriş.....	53
7.2. Temel Kontrol İşlemleri.....	53
7.3. PID (Orantı+İntegral+Türev) Tipi Kontrolcü .....	54
7.3.1. Servo motorların matematiksel modeli .....	57
8. SİMÜLASYONLAR .....	59
8.1. Kontrol Sisteminin Matlab-Simulink Programı ile Modellenmesi .....	59
8.2. Grafikler .....	61
9. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	76
10. KAYNAKLAR .....	78
11. EKLER.....	81
11.1. EK-A (PUMA Düz Kinematik Matlab Programı) .....	81
11.2. EK-B (PUMA Ters Kinematik Matlab Programı).....	82
11.3. EK-C (PUMA Dinamik Analiz Matlab Programı) .....	83

## SEMBOLLER DİZİNİ

$q_i$	: Genelleştirilmiş koordinatlar.
$p$	: Konum vektörü.
$R$	: Dönme matrisi.
$f$	: Perspektif dönüşüm matrisi.
$T$	: Transformasyon matrisi.
${}^{i-1}A_i$	: Homojen dönüşüm matrisi.
$\theta_i$	: Açısal yerdeğiştirme.
$a_i, \alpha_i, d_i$	: Mafsal parametreleri.
${}^i r_i$	: Uzunluk üzerinde sabit bir nokta.
$m$	: Kütle.
$g$	: Yerçekimi ivmesi.
$l$	: Uzunluk uzunluğu.
$I$	: Atalet momenti.
$K_i$	: Kinetik enerji.
$P_i$	: Potansiyel enerji.
$D(q)$	: İvme ile ilgili simetrik matris.
$H$	: Coriolis ve santrifüj vektörü.
$c(q)$	: Yerçekiminden kaynaklanan kuvvet vektörü.
$\tau_1$	: Mafsal torku.
$\dot{\theta}(t)$	: Mafsal hızı.
$\ddot{\theta}(t)$	: Mafsal ivmesi.
$s$	: Yol alma fonksiyonu.
$t$	: Hareketin başlangıcından itibaren gerçek zaman.
$\tau$	: Bu parçanın izlenmesi için toplam süre.
$\Delta s$	: Alınan toplam yol.
$e(t)$	: Hata sinyali.
$u(t)$	: Kontrol sinyali.
$C(s)$	: Transfer fonksiyonu.
$K_p$	: PID oransal kazancı.



- $K_i$  : PID integral kazancı.  
 $K_d$  : PID türev kazancı.  
 $T_i$  : İntegral zamanı.  
 $T_d$  : Türev zamanı.  
 $L_A$  : Armatür indüktansı.  
 $R_A$  : Armatür direnci.  
 $j_m$  : Motor eylemsizlik momenti.  
 $f_m$  : Vizkoz sürtünme katsayısı.

## ŞEKİLLER DİZİNİ

**Şekil 1.1.** PUMA tipi bir robot.

**Şekil 4.1.** Direkt ve ters kinematik problemler.

**Şekil 4.3.** PUMA tipi robot kolu için uzuv koordinat sistemi.

**Şekil 6.1.** Robot kolunun başlangıç konumundan son konumuna düzgün bir biçimde taşınması.

**Şekil 6.2.** Bir eklem için farklı yol şekilleri.

**Şekil 7.1.** Açık çevrimli kontrol blok diyagramı.

**Şekil 7.2.** Kapalı çevrimli kontrol blok diyagramı.

**Şekil 7.3.** PID kontrol yöntemi blok diyagramı.

**Şekil 7.4.** Servo motor blok diyagramı.

**Şekil 8.1.** Simülasyonu yapılacak yörünge parçası.

**Şekil 8.2.** Kontrol sisteminin simulink modeli.

**Şekil 8.3.** Sikloid fonksiyon ile oluşan çıkış ve giriş yörünge grafiği.

**Şekil 8.4.** Harmonik fonksiyon ile oluşan çıkış ve giriş yörünge grafiği.

**Şekil 8.5.** Polinom fonksiyon ile oluşan çıkış ve giriş yörünge grafiği.

**Şekil 8.6-a.** Sikloid fonksiyonu için 1. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.6-b.** Harmonik fonksiyonu için 1. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.6-c.** Polinom fonksiyonu için 1. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.7-a.** Sikloid fonksiyonu için 2. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.7-b.** Harmonik fonksiyonu için 2. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.7-c.** Polinom fonksiyonu için 2. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.8-a.** Sikloid fonksiyonu için 3. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.8-b.** Harmonik fonksiyonu için 3. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.8-c.** Polinom fonksiyonu için 3. mafsalsal açısı grafiği.

**Şekil 8.9-a.** Sikloid fonksiyonu için 1. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.9-b.** Harmonik fonksiyonu için 1. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.9-c.** Polinom fonksiyonu için 1. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.10-a.** Sikloid fonksiyonu için 2. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.10-b.** Harmonik fonksiyonu için 2. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.10-c.** Polinom fonksiyonu için 2. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.11-a.** Sikloid fonksiyonu için 3. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.11-b.** Harmonik fonksiyonu için 3. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.11-c.** Polinom fonksiyonu için 3. mafsalsal hız grafiği.

**Şekil 8.12-a.** Sikloid fonksiyonu için 1. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.12-b.** Harmonik fonksiyonu için 1. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.12-c.** Polinom fonksiyonu için 1. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.13-a.** Sikloid fonksiyonu için 2. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.13-b.** Harmonik fonksiyonu için 2. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.13-c.** Polinom fonksiyonu için 2. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.14-a.** Sikloid fonksiyonu için 3. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.14-b.** Harmonik fonksiyonu için 3. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.14-c.** Polinom fonksiyonu için 3. mafsalsal ivme grafiği.

**Şekil 8.15-a.** Sikloid fonksiyonu için 1. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.15-b.** Harmonik fonksiyonu için 1. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.15-c.** Polinom fonksiyonu için 1. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.16-a.** Sikloid fonksiyonu için 2. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.16-b.** Harmonik fonksiyonu için 2. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.16-c.** Polinom fonksiyonu için 2. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.17-a.** Sikloid fonksiyonu için 3. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.17-b.** Harmonik fonksiyonu için 3. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.17-c.** Polinom fonksiyonu için 3. mafsalsal tork grafiği.

**Şekil 8.18.** x ekseninde oluşan hata grafiği.

**Şekil 8.19.** y ekseninde oluşan hata grafiği.

## **TABLÖLAR DİZİNİ**

**Tablo 4.1.** PUMA robot kolu için uzuv koordinat parametreleri.

**Tablo 4.2.** 2.Eklem için değişik kol konfigürasyonları.

**Tablo 4.3.** 3.Eklem için değişik kol konfigürasyonları.

**Tablo 5.1.** Uzuvarın kütle ve boyları.

**Tablo 5.2.** Uzuvarın hesaplanmış atalet momentleri.

**Tablo 7.1.** Pittman 14207 serisi servo motor parametreleri.

## 1. GİRİŞ

Robot kelimesinin Çekoslavakça'daki "robotnik" kelimesinden geldiği kabul edilir. "Robotnik" işçi anlamına gelmektedir ve robot terimi ilk olarak Çek oyun yazarı Capek tarafından 1921 yılında "Rossom'un Evrensel Robotları" adlı eserinde kullanılmıştır [15], [17].

Robot kelimesi tanım olarak robot üreticilerinin birliği olan "Amerikan Robot Enstitüsü" tarafından; maddeleri, parçaları, alet veya özel düzenekleri programlanabilir şekilde hareket ettirmek üzere tasarlanmış bir sistem olarak tanımlanmaktadır.

Endüstriyel otomasyon sistemlerinin önemli bir kısmı, gereken iş gücünün kesintisiz olarak sağlanabildiği programlanabilir mekanik düzeneklerdir. Kısaca robot adı verilen bu sistemler, kalifiye bir işçinin sağlayabileceği hassasiyetteki iş gücünü daha yüksek bir hızda ve hassasiyette üretebilmektedir.

### 1.1. Endüstrideki Robot Uygulamaları

Endüstriyel robotların kullanıldığı başlıca alanlar şunlardır:

1. Malzemelerin yükleme ve boşaltılması,
2. Parça montajı,
3. İstifleme,
4. Ark kaynağı, punta kaynağı, kesme ve boya püskürtme,
5. Ayakkabı imalatı, cam endüstrisi, gıda ve giyim endüstrisi, ağaç endüstrisi,
6. Savunma sanayi, kömür madenleri, uzay çalışmaları, radyoaktif malzeme manipülasyonu, su altı çalışmaları.

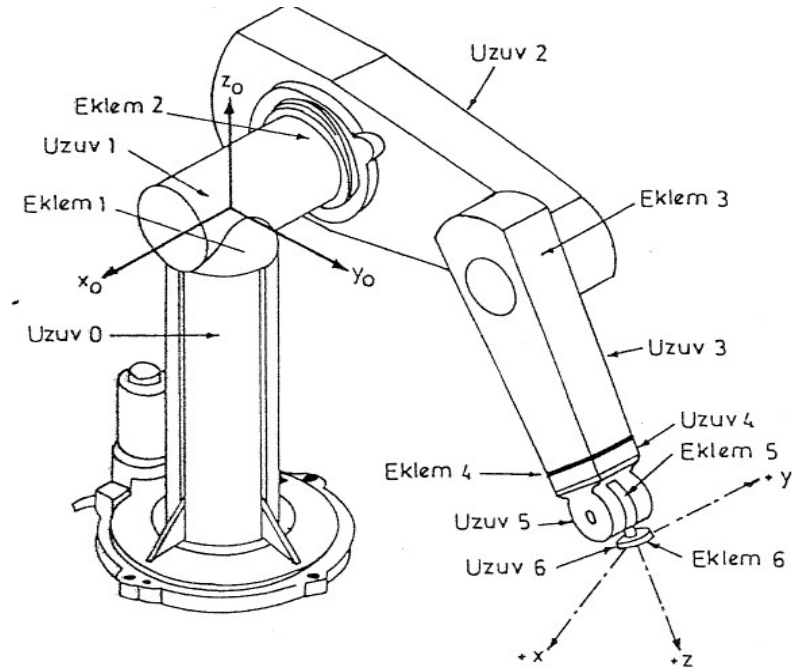
## 1.2. Robot Bileşenleri

Bir robot sistemi aşağıdaki eleman veya grupların etkileşimli bir bileşimi olarak düşünülebilir.

1. Mekanik sistem
2. Hareketlendiriciler
3. Transmisyon sistemi
4. Sensörler
5. Kontrol sistemi

## 1.3. Robotların Mekanik Sistemi

Temel olarak, insan kolu kabiliyetine sahip bir robot uzayda herhangi bir noktaya erişebilmek için altı serbestlik dereceli bir harekete ihtiyaç duyar. Bunların ilk üçü konumlandırma, diğer üçü ise yönlendirme içindir. Yapının konumlandırma kısmı ana gövde veya kol olarak adlandırılır. Buna karşılık yönlendirme kısmına ise robot bileği denir. Şekil 1.1’de PUMA tipi bir robot gösterilmiştir.



Şekil 1.1. PUMA tipi bir robot.

## 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Fu, K.S., Gonzalez, R.C., Lee, C.S.G. (1987), günümüz teknolojisiyle uygulanabilecek şekilde robotik sistemlerin sentezi, analizi ve dizaynı konuları ile ilgili temel prensipleri verir. Kitabın birinci bölümünde robotik ve otomasyon konusunda tarih içindeki gelişmeler, robot kolu, robot kolu kinematiği, dinamiği, yörünge planlaması ve programlama dilleri ile ilgili temel bilgiler özetlenmiştir.

İkinci bölümde, robot kolu kinematiği incelenmiş, direkt kinematik ve ters kinematik analizleri genel olarak verilmiştir. Daha sonra özel robotik manipülatörler için bu denklemlerin uygulanması gösterilmiştir.

Üçüncü bölümde, robot kolu dinamiği ve modellemesinde kullanılabilecek Lagrange-Euler, Newton-Euler formülasyonu ve Genelleştirilmiş D'alambert hareket denklemleri elde edilmiştir. Elde edilen denklemler iki uzuvlu ve dönel mafsallı manipülatörler için uygulanmıştır.

Dördüncü bölümde, kinematik ve dinamik analizi yapılmış manipülatörler için yörünge planlaması verilmiştir.

Beşinci bölümde, robotik manipülatör kontrolü için gerekli temel prensipler verilmiştir. Özet olarak bir PUMA tipi robot kolunun kontrolü anlatılmıştır. Kontrol metotlarından en yaygın olarak kullanılanları izah edilmiştir.

Altıncı ve onuncu bölümler arasında da robot kontrolünde giriş bilgileri sağlayan sensörler ve yapıları, görüntü analizleri, robot programlama dilleri ve iş planlaması hakkında temel disiplinler ve örnekler verilmiştir. Her bölümün sonunda bölüm içerisindeki teorik çalışmaları destekleyen uygulama ve alıştırmalar verilerek araştırmacının konuları daha iyi pekiştirmesi sağlanmıştır.

Bingül, Z., Küçük S. (2005), ilk bölümde, robotlarla ilgili genel kavramlar, robot kontrolü ve mekaniği, kinematik analiz, robot dinamiği ve robotların sınıflandırılması açıklanmıştır.

İkinci bölümde, konum, yönelme ve koordinat sistemlerinin tanımlanması ele alınmıştır. Üçüncü bölümde ileri kinematik, dördüncü bölümde ters kinematik, beşinci bölümde jakobiyen, altıncı bölümde yörünge planlaması ve son bölümde de çalışma uzayının tasarımı incelenmiştir.

Ogata, K. (1997), mühendislik biliminde kullanılan otomatik kontrol yöntemleri hakkında temel bilgiler vermektedir. Genel olarak kontrol sistemleri, Laplace Transformasyonu, dinamik sistemlerin matematik modellenmesi, geçici cevap analizi, temel kontrol hareketleri ve kontrol sisteminin cevabı, Root-Locus analizi ve PID kontrolörün kullanımı konuları anlatılmaktadır.

Paul, R.P. (1982), homojen dönüşümler ile ilgili matematik ifadeler en basit halinden itibaren geliştirilerek bir robotik manipülatörün yönlenme ve pozisyonunu tanımlayacak şekle getirilmiştir. Daha sonra dönüşüm matrisleri kullanılarak kinematik denklemler elde edilmiştir. Elde edilen bu denklemlerin Stanford tipi manipülatöre uygulanarak yönlenmesini ve pozisyonunu ifade eden denklemler elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde, elde edilen denklemler kullanılarak verilen bir pozisyon ve yönlenme için robot mafsalları parametrelerini verecek denklemler türetilmiştir.

Daha sonra yörünge analizi konusunda çalışmalar yapılmıştır. Altıncı bölümde robot dinamiğinden hareket denklemleri elde etmek üzere Lagrange denklemi uygulanmıştır. Elde edilen denklemler örneklerle desteklenmiştir.

Yedinci bölümde ise robot manipülatörü kontrolü konusunda genel disiplinler verilmiştir. Kitap daha çok araştırmacıların yaptıkları bilimsel makalelerin derlenmesi şeklinde oluşturulmuştur.

İnan, A. (2004), matematiksel hesaplama, çözümleme, görsellik ve algoritma geliştirme araçlarını içeren mühendislik ve bilimsel uygulamalara yönelik güçlü bir yazılım sistemi olan Matlab programını anlatmaktadır.

Çuha, Y. (2002), yaptığı çalışmada, üç boyutlu uzayda çalışma hacmi içinde hareket edebilen 4+1 serbestlik dereceli PUMA tipi bir robot kolunun dinamik analizi ve simülasyonu yapılmıştır. İlk olarak robotik uygulamaların önemine değinilmiştir. Öncelikle 4+1 serbestlik dereceli PUMA tipi bir robot kolu için düz ve ters kinematik denklemler, dinamik analizde de Lagrange-Euler metodu kullanılarak dinamik denklemler elde edilmiştir. Bu denklemler Matlab programı kullanılarak simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Simülasyonlarda, verilen sikloit ve polinom yapılı yol alma fonksiyonlarının uygulanması durumunda servo motorlar tarafından eklemlere uygulanması gereken momentlerin değişimleri incelenmiştir.



Turhan, Ö., robot kinematiği ve dinamiği konularıyla ilgili genel bilgiler verilmiştir. Birinci bölümde, serbestlik dereceleri, koordinat sistemleri ve Euler açıları hakkında genel bilgiler verilmiştir. İkinci bölümde, robot kinematiği üzerinde durulmuş ve örnek çözülmüştür. Son bölümde, robot dinamiği anlatılmış ve iki serbestlik dereceli robot kolları için dinamik denklemlere örnekler verilmiştir.

Dindaroğlu, M.S. (2002), Bu tezde Puma 760 robotunun bir bilgisayar yardımıyla kontrolü için bir yazılım ve donanım sistemi geliştirilmiştir. Bu sistem geliştirilirken PUMA robotunun özellikleri incelenmiş ve mevcut sistemin bir başka bilgisayar ile hangi yöntemlerle entegre olabileceği araştırılmıştır. Bu yöntemler arasından uygun olanları gerekli protokoller oluşturularak yazılıma entegre edilmiştir. Hazırlanan yazılım sayesinde robotun güncel programlama dilleri ile kumanda edilmesi sağlanmış ve böylece robot ile ilgili uygulama yazılımları gerçekleştirilmesi mümkün hale getirilmiştir. Oluşturulan network yapısı üzerinde robotun hareketlerini denetleyen kontrol yazılımının işlevselliğini gösterebilmek için bir kontrol algoritması tasarlanmıştır.

Meydana getirilen sistemin harici cihazlar ile entegre olabilme özelliğine örnek oluşturması bakımından, bir kızılötesi alıcı-verici sistemi yapılmış ve puma robotuna entegre edilmiştir. Harici kontrol bilgisayarının bu düzenden aldığı bilgi ile oluşturulan ağ üzerinden robotu kontrol etmesi sağlanmıştır.

Semetaş, C. (2001), çalışmasındaki amaç robotlarla ilgili temel bilgiler vermek ve bir robot kontrolü simülasyonu gerçekleştirmektir. Yeni bir çalışma olarak kayan kipli kontrol, üç serbestlik dereceli robotun rota takibinde kullanılmış ve bu kontrol yönteminin bu tip uygulamalarda kullanılabileceği gösterilmiştir.

Birinci bölümde robotlar ve kayan kipli kontrol ile ilgili yapılmış çalışmalar özetlenmiştir. İkinci bölümde ise robot kinematiği, robot dinamiği ve kontrol ile ilgili temel bilgiler verilmiştir. Ayrıca kontrolcü olarak PID ve Kayan Kipli Kontrol anlatılmıştır. Üçüncü bölümde, ikinci bölümde anlatılan temel bilgiler ışığında iki serbestlik dereceli ve üç serbestlik dereceli robot kolları için eklem momentleri bulunmuştur. Daha sonra eklem momentleri bulunan üç serbestlik dereceli robot kolu için kayan kipli denetim uygulanmış ve sonuçları incelenmiştir. Son bölümde ise ikinci ve üçüncü bölümde yapılan uygulamaların sonuçları üzerinde durulmuştur.

Şahin, Y. (2006), çalışmasında Scara tipi bir robotun uç noktasının PID kontrol yöntemi ile verilen yörüngeyi uygun bir şekilde izlemesi amaçlanmıştır. İlk olarak robotlar hakkında genel bilgiler verilmiş ve konuyla ilgili kaynak araştırması yapılmıştır.

Daha sonra Scara tipi bir robot kolu için düz ve ters kinematik denklemler verilmiştir. Dördüncü bölümde yörünge planlaması ele alınmıştır. Beşinci bölümde dinamik analizde kullanılmak üzere Lagrange-Euler metodu anlatılmıştır.

Altıncı bölümde temel kontrol işlemleri ve PID kontrol anlatılmış ve üç serbestlik dereceli Scara robot için PID kontrol yöntemi uygulanmış ve sonuçları değerlendirilmiştir.

Bulut, H. (1998), Bu çalışmada, düzlemsel tip robot kolu direkt kinematik, ters kinematik, dinamik ve klasik PD tipi denetim, klasik PID tipi denetim ve PD artı yerçekimi terimli denetimi için benzetim yazılımı geliştirilmiştir. Her bir denetim stratejisi için elde edilen denklemlerin benzetim yazılımı Matlab ortamında programlanmış ve görsel canlandırmalar Delphi yazılımı ile gerçekleştirilmiştir.

Hocaoğlu, M. (1999), çalışmasında üç eksenli döner mafsallı bir robot kolun geri beslemesiz kontrol sisteminin donanım ve yazılımının tasarım ve imalatı yapılmıştır. İlk bölümde robot sürücüleri, sensörler ve kontrol sistemleri hakkında bilgi verilmiştir. İkinci bölümde DC motorlar üzerinde durulmuştur. Üçüncü bölümde dizayn edilecek manipülatörün kontrol sistemi anlatılmıştır. Son bölümde ise yörünge planlaması yapılmıştır.

Aras, E. (1996), tezin ilk bölümünde genel robotik sistemlerden bahsedilmiş, ikinci bölümünde robot kolu kinematiği ve dinamiğinden bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde ise adaptif kontrol teorilerinden birisi olan Prediktif kontrol incelenmiştir. Dördüncü bölüm Deprediktif kontrolörün robotlarda uygulanması ele alınmıştır. Son bölümde ise Matlab programlama komutlarıyla oluşturulmuş robot paket programı tanıtılmıştır.

Murat, E. (2001), çalışmasındaki ana amaç günümüzde oldukça yeni bir araştırma konusu olan mobil robotlar hakkında bilgi vermektir. Bu amaçla mobil robotların tarihsel gelişimleri, belli başlı projeler, uygulama alanları, gezinim sistemleri incelenmiştir. Ayrıca diferansiyel tahrikli bir modelin noktadan noktaya ve optimum zamanlı hareket kontrolü yapılmıştır. Noktadan noktaya hareket kontrolü

aracın oryantasyon ve çizgisel hız kontrolü vasıtasıyla gerçekleştirilmiştir. Oryantasyon kontrolünde PD kontrol algoritması, çizgisel hız kontrolünde ise PI kontrol algoritması kullanılmıştır. Modele ait durum uzay denklemlerinin çözümünde dördüncü dereceden Runge-Kutta iterasyon yöntemi kullanılmıştır. Optimum zamanlı hareket kontrolü için Pontryagin'in Maksimum Prensipleri kullanılarak sınır şartları türetilmiştir. Yardımcı durum denklemlerinin çözümünde Ben-Asher tarafından önerilen yöntem kullanılarak yardımcı durum denklemlerinin çözümü için başlangıç şartları tespit edilmiştir. Daha sonra bang-bang kontrol profili parametreleri elde edilmiştir. Böylece ele alınan problem, durum uzayındaki yörünge ve zaman problemi olmaktan çıkıp parametre uzayındaki bir optimizasyon problemine dönüştürülmüştür. Parametrik optimizasyon problemi Matlab optimizasyon araç kutusu kullanılarak çözülmüş, kontrol yörüngesinin parametrelerinin bulunmasında anahtarlama zamanı kullanılmıştır.

Albayrak, M. (1997), bu çalışmada, bilgisayar destekli kontrol yöntemi ile üç boyutlu uzayda hareket edebilen, üç serbestlik dereceli robot kol tasarımı, kontrolü ve simülasyonu yapılmıştır. Kontrol için, bilgisayarın 16 bitlik ISA slotlarından birine yerleştirilebilecek yapıda; adres çözücü katı, programlanabilir giriş/çıkış katı, dört adet motor sürücü katı ve step motor frenleme katının bulunduğu devreler tek bir kontrol kartı üzerinde toplanmıştır. Hazırlanan kart üzerinde 48 bit giriş/çıkış hattı mevcuttur. Bu hatlardan 17 tanesi çıkış biti olarak kullanılmış, geri kalan bitler geri besleme için ayrılmıştır. Hazırlanan sistemin kontrolü ve simülasyonu bilgisayarda gerçekleştirilmiştir. Eğitim amaçlı kullanılabilecek robot kolun, prototip olarak hazırlanan mekanik tasarım bu kart ile kontrol edilmiştir.

Can, Y. (1991), bu çalışmada, robot kollarının kinematiği incelenmiş ve uygulama olarak da dört serbestlik dereceli bir robot manipülatör ile yumurta kontrolü ve paketlenmesi işlemini içeren bir araştırma yapılmıştır.

Çalışmada, endüstri robotları kol konfigürasyonlarına göre tanıtılmaya çalışılmış ve robotu oluşturan elemanların özellikleri açıklanmıştır. Ayrıca, robot kollarının kinematik çözümünde kullanılan yöntemler üzerinde durulmuş ve robot kolunun pozisyon ve oryantasyonunun hesaplanması gösterilmiştir. Son olarak, dört serbestlik dereceli bir robot manipülatörü ile yumurta kontrolü ve paketlenmesi işlemi uygulaması incelenerek hesapları yapılmıştır.

Çavdar, T. (1997), bu çalışmada, bir robot kolunun nasıl tasarlandığı, gerçekleştirildiği, kontrol edildiği ve modellendiği anlatılmıştır. Çalışma, mekanik, elektronik ve bilgisayar bilimleri olmak üzere üç anabilim dalını içine almaktadır.

İlk önce iki serbestlik dereceli bir robot kolu gerçekleştirilmiş, daha sonra kolun eklemlerindeki motorları en hızlı sürecek şekilde sürücü devreleri tasarlanmıştır. Eklemlerin en kısa zamanda istenen açıda konumlandırılabilmesi için kapalı çevrim içinde motorları süren sürücü devrelerin yüksek kazancı, eklemlerin hızını artırması yanında, istenilen açı civarında salınımlı sönüm davranışı göstermesine neden olmuştur. Eklemlerin kazanç ve faz eğrileri çıkartılmıştır. Daha sonra kapalı çevrimin girişine birim basamak işareti uygulanarak kolun hem yükte hem de yüksüz olarak modeli çıkartılmıştır.

Kolun bir kullanıcı tarafından kontrol edilebilmesi için bir yazılım geliştirilmiştir. Kol hem yükselme hareketi hem de eklem interpolasyon hareketi yapabilmektedir. Kolun yaptığı her hareket gerçek zamanlı olarak ekranda izlenebilmektedir.

Daş, M.T. (2003), bu çalışmanın amacı, SCARA tipi dört serbestlik dereceli Serpent 1 tipi robotun programlanabilir mantık denetleyicisiyle (PLC) hareket denetimini sağlamaktır. Çalışmada Siemens S7-200 serisi PLC ve Serpent 1 (Practical Electronics) robot kullanılmaktadır. Mevcut sistem doğru akım servo motorları ve pnömatik sürücülerle hareket etmektedir. Öncelikle robotun orijinal konumlandırması çözümlenmiş daha sonra PLC kısmen SCARA robota uyarlanmıştır. Örnek olarak ise montaj hattında olduğu düşünülen üç farklı boyut ve ağırlıktaki parçaların bir noktadan hedef olarak belirlenen başka bir noktaya taşınarak hareket denetiminin sağlanması üzerinde çalışılmıştır.

Sancak, K.V. (1993), ilk olarak kinematik analiz incelenmiştir. Ters ve düz kinematik analizi ile elde edilen kinematik çözümler robotun noktadan noktaya hareketinden hesaplanmış, yörünge hareketine kadar birçok hesapta kullanılmıştır.

İkinci bölümünde, robotun dinamik analizi incelenmiş, her eklem ve uzva etkiyen moment ve kuvvetler hesaplanmıştır.

Üçüncü bölümde, robot tasarımı, robot yapısı, eklemleri, robot güç iletim mekanizmaları incelenmiştir. Ayrıca bilgisayar destekli tasarım ve analiz yazılımı kullanılarak mekanik elemanların, motor ve redüksiyon elemanlarının katı modelleri

üretilmiştir. Bu katı model hem tasarım kolaylığı sağlamış hem de her parçanın atalet momenti, ağırlığı ve ağırlık merkezi kesin şekilde hesaplanarak doğru bilgiler elde edilmesini sağlamıştır.

Son bölümde, robot koluna çeşitli kontrol yöntemleri uygulanarak senkron noktadan noktaya hareket ve lineer hareketi incelenmiştir.

Bayram, Ç. (2003), tarafından yapılan tez çalışması altı serbestlik dereceli paralel manipülatörün kinematik ve dinamik analizini kapsamaktadır. Paralel manipülatörlerin yapısal sentezi için gerekli temel de verilmiştir. Bahsedilen manipülatör, iyi bilinen Stewart Platform'u ve türevlerinden daha yüksek bir çalışma alanına kapsamı için tasarlanmıştır. Manipülatörün en önemli özelliği, üç döner ve üç lineer tahrik ünitesinden oluşan hibrid tahrik sistemidir.

Sunulan kinematik analiz, düz ve evrik konum analizinden oluşmaktadır. Kullanılan ana gereçler vida teorisi ve geometrik kısıtlardır. Evrik konum analizi için analitik bir çözüme ulaşılmış olunmakla beraber, düz konum analizi için nümerik yöntemlere başvurulmuştur. Kinematik analiz sonuçlarından yararlanılarak, kaba bir çalışma alanı analizi de yapılmıştır. Dinamik analiz kısmında ise, evrik dinamik problemi Lagrange-Euler yaklaşımıyla çözülmüştür.

Çekirdek, S. (1995), bu çalışmada, müzik disklerinin magazine yerleştirilmesi için üç serbestlik dereceli bir robot kolu tasarımı yapılmıştır. Robotun üç eklemi dönebilir, bilek ucuna yerleştirilen el ise açılır kapanır tiptedir. El, müzik disklerini yarıçapına kadar kavrayabilecek yarım daire biçiminde ve iç yüzeyleri kauçuk ile kaplı iki parmaktan oluşmaktadır.

Kinematik çözümler, Denavit-Hartenberg yöntemine uygun olarak, ters ve düz kinematik analiz ile elde edilmiştir. Daha sonra Lagrange-Euler yöntemi ile dinamik denklemler elde edilmiştir.

Salih, H. (1999), bu tezde üç serbestlik dereceli paralel manipülatör mekanizması incelenmiştir. Ters ve düz kinematik denklemler elde edilmiş ve elde edilen denklemler çeşitli hareketler için çeşitli programlarda simülasyonları yapılmış, ters ve düz kinematik denklemler Matlab programında yazılarak doğruluğu incelenmiştir. Bu denklemler Maple programı kullanılarak yapılmış fakat bir sonuç elde edilememiştir.

Özkan, M. (2001), çok eklemlı bir robot kolun kinematik ve dinamik analizi yapılmış olup; kinematik analiz, analitik ve grafik olmak üzere iki farklı metod kullanılarak çözülmeye çalışılmış ve grafik metod için sayısal bir örnek de verilerek konu açıklanmıştır. Dinamik analizde, Lagrange-Euler genel çözüm metodu verilmiştir.

Kinematik analiz için kullanılan iki farklı yöntemden her birinin değişik durumlarda kullanılabileceği ve birbirlerine göre avantaj ve dezavantajlarının mevcut olduğu; Lagrange-Euler yaklaşım metodu ile irdelenen dinamik analizin de diğer yaklaşımlara göre avantajları bulunduğu belirtilmiştir.

Özkıpçak, S. H. (1994), birinci bölümünde, konuyla ilgili yapılmış olan çalışmalara kısaca değinilmiştir. İkinci bölümde, robot kollar için temel kinematik esaslara yer verilmiş ve problemin uygulandığı robot kolun kinematik analizi yapılmıştır. Üçüncü bölümde, temel dinamik esaslara değinildikten sonra Lagrange-Euler yaklaşımı ile dinamik analiz yapılmıştır. Dördüncü bölümde, genel olarak dinamik programlama metoduna değinilmiştir. Beşinci bölümde ise dinamik programlama metodu tezin ana konusunu oluşturan probleme uygulanmış ve bu amaçla Fortran dilinde kullanılan bilgisayar programı tanıtılmıştır. Altıncı bölümde, dinamik programlama metodu ile elde edilen sonuçlar karşılaştırılmak üzere Nonlinear Programlama metodu tanıtılmıştır. Son bölümde ise bu çalışma ile elde edilen sonuçlar incelenmiştir.

Tonbul, T.S. (2002), beş eksenli bir Edubot robotta, ters kinematik hesaplamalar ve yörünge planlaması yapılmıştır. Önce, robotun ters kinematik problemi, exponansiyellerin çarpımı şeklinde ifade edilmiştir.

Daha sonra, problem, Paden Kahan alt problemlerine indirgenerek çözülmüştür. Ters kinematik probleminde, robotun uç noktasının gideceği yerin koordinatları ve robot elinin başlangıç pozisyonuna göre açısı girdi olarak verilmiş ve eklem açılarının alabileceği değerler hesaplanmıştır. Eklem açıları hesaplandıktan sonra, robot verilen görevi gerçekleştirirken, hareketinin titreşimsiz ve düzgün olabilmesi için yörünge planlaması yapılmıştır.

Eren, O. (2001), çalışmada daha önce tasarımı yapılmış bir endüstriyel robot prototipinin parçalarının üretilmesi, montajı ve çalıştırılması gerçekleştirilmiştir. Ayrıca imalat ve montaj safhalarında tasarım değişiklikleri gerçekleştirilmiştir.

Montaj safhasında karşılaşılabilecek problemlerin en aza indirilebilmesi için 3 boyutlu katı model ve sanal montaj tekniklerinden yararlanılmıştır.

Üretilen robot 6 serbestlik derecesine sahiptir. Montaj, ark kaynağı, punta kaynağı ve spreyci boyama işlerinde kullanılabilir. Geliştirilmiş olan bu robot görüntü algılama, yapay zeka, bulanık mantık ve sinir ağları yöntemlerinin uygulanabileceği bir platform olarak daha ileri otomasyona açıktır.

Ünüvar, A., Şişman, T. (1993), tarafından yapılan çalışmada, bilgisayar kontrollü bir robot dizayn ve imalatı yapılmıştır. İlk bölümde robot teknolojisinin teorisini oluşturan robot kinematiği Denavit-Hartenberg yöntemi ele alınmış, ikinci bölümde Lagrange-Euler yöntemi ile dinamik hesaplar yapılmıştır. Son bölümde de statik hesaplamalar yapılmıştır.

### 3. TEORİK ESASLAR

Genel olarak robotlar ile ilgili kinematik ve dinamik denklemlerin elde edilmesi robotik ile ilgili kitaplarda verilmiştir. Kinematik analizde; PUMA tipi üç serbestlik dereceli ve ucu açık bir mekanizmadan oluşan robot kolunun uç elemanına bağlı olduğu düşünülen hareketli eksen takımının, sabit referans koordinat sistemine göre yönelme ve konumunu belirlemek üzere Denavit-Hartenberg matris cebri metoduyla denklemler elde edilecektir. Öncelikle eklemler üzerinde olduğu düşünülen hareketli eksen takımlarının birbirlerine göre dönmelerini ve yer değiştirmelerini ifade eden homojen transformasyon matrisleri yazılacak sonra genel olarak hareketi tanımlamak üzere bileşke homojen transformasyon matrisi hesaplanacaktır. Daha sonra elde edilen matrisleri kullanarak yine matris cebri metoduyla ters kinematik analiz gerçekleştirilerek, verilen bir konum ve yönelme için gerekli olan mafsallık değişkenlerinin değerlerinin hesaplanacağı ters kinematik denklemler elde edilecek ve kontrol aşamasında kullanılacaktır.

Robotik manipülatörün verilen tanımlı bir işi yapacak şekilde mevcut yol ve engel kısıtlarını da dikkate alarak hareket yapabilmesi için yörünge planlaması yapılacaktır.

Kontrol aşamasında PID kontrol yöntemi uygulanacak ve Matlab-Simulink programında simülasyonlar yapılacaktır.



## 4. ROBOT KOLU KİNEMATİĞİ

### 4.1. Giriş

Robot kolu kinematığı, hareketin geometrisinin sabit referans koordinat sistemine göre zamanın fonksiyonu olarak analitik olarak incelenmesidir. Bu çalışma esnasında harekete neden olan kuvvetler ve momentler ile ilgilenilmez. Teori ve pratikte robot kolu kinematığı ile ilgili olarak aşağıda verilen iki temel sorun vardır.

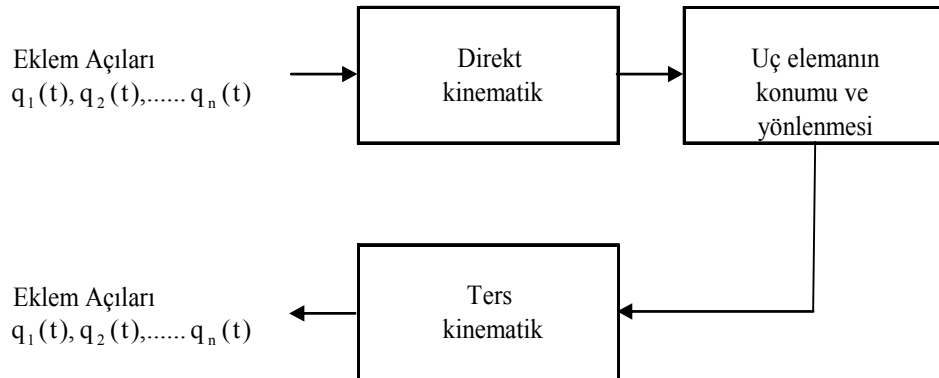
1. Verilen bir manipülatör için eklemlere ait eklem açılar vektörü  $q(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))^T$  ve uzuvların geometrik kol parametreleri verilir ve uç noktanın sabit eksen takımlarına göre konumu ve yönlenmesi nasıl tanımlanır?

2. Uç noktanın istenilen konumu ve yönlenmesi sabit eksen takımlarına göre kol parametreleriyle birlikte verilerek, manipülatör bu noktaya ulaşabilir mi? Ulaşabilirse kaç çeşit robot kol konfigürasyonu bu şartları sağlar?

Birinci soru direkt kinematik problem, ikinci soru ters kinematik problem olarak bilinir.

PUMA tipi bir robot kolunda bağımsız değişkenler eklem değişkenleri olduğundan ve yapılacak iş referans yer koordinatlarına göre tanımlandığından ters kinematik analiz çok daha sık kullanılır.

Şekil 4-1’de direkt ve ters kinematik problem arasındaki ilişki gösterilmiştir.



**Şekil 4.1. Direkt ve ters kinematik problemler.**

PUMA tipi bir robot kolunun uzuvları referans koordinat takımına göre ya dönme ya da öteleme hareketi yapar. Bu nedenle uç elemanın üç boyutlu uzaydaki toplam yer değiştirmesi uzuvların açısal dönmeleri ve doğrusal ötelenmeleri sonucu oluşur. Denavit ve Hartenberg (1955)' te robot kolu uzuvlarının sabit bir referans koordinat sistemine göre uzaydaki geometrisini tanımlamak için, matris cebri kullanılan genel ve sistematik bir yöntem önermiştir. Bu metot ile birbirini izleyen iki uzuv için 4x4 homojen dönüşüm matrisleri tanımlanır. Sonuçta bu metot robotun eli üzerindeki koordinat takımının yer koordinat takımına göre tanımlanmasını sağlayacak bir eşdeğer 4x4 dönüşüm matrisinin bulunması haline getirir. Robot kolu hareketinin dinamik denklemlerinin elde edilmesinde 4x4 homojen dönüşüm matrisleri kullanılır [1], [6].

#### **4.2. Direkt Kinematik Problemi**

PUMA tipi bir robot kolunun uzuvlarının referans koordinat sistemine göre tanımlanmasında vektör ve matris cebri kullanılır. Bir robot kolu uzvu referans koordinat takımına göre dönme ve öteleme şeklinde iki temel hareket yapabileceğinden uzvun hareketini tanımlamak için her bir uzvun mafsalsal eksenine bir koordinat takımının bulunduğu düşünülecektir. Bir 3x3 dönüşüm matrisi mafsalsal üzerindeki eksen takımının referans eksen takımına göre dönmelerini tanımlamak için kullanılabilir. Bu matrisler daha sonra mafsalsal koordinat takımının öteleme hareketlerini de içerecek şekilde 4x4 dönüşüm matrislerine dönüştürülür.

Robot kolunun uzay geometrisini tanımlamada kullanılan bu matris gösterimi ilk defa Denavit ve Hartenberg tarafından kullanılmıştır.

##### **4.2.1. Homojen koordinatlar ve transformasyon matrisi**

3 x 3 dönme matrisi yer değiştirme ve ölçeklendirme ile ilgili bilgiler içermediğinden, bu matrislere  $p = (p_x, p_y, p_z)^T$  dördüncü bir konum vektörü ilave edilir. Homojen koordinatlarda bu vektör  $\hat{p}$  ile gösterilir ve  $\hat{p} = (wp_x, wp_y, wp_z, w)^T$

olarak verilir. Burada kullanılan ‘ ^ ’ işareti ilerde bir karışıklığa neden olmazsa kaldırılacaktır.

Noktaların üç boyutlu uzayda bu şekilde homojen koordinatlarla gösterimi, dönme, yer değiştirme, ölçeklendirme ve perspektif dönüşümleri içerir. Genelde N bileşenli konum vektörünün N+1 bileşenli bir vektörle gösterilmesine “Homojen Koordinat Gösterimi” adı verilir. Bu gösterimde N-boyutlu bir vektörün dönüşümü (N+1)-boyutlu uzayda gerçekleştirilir ve (N+1) boyut olan w'ya vektörün bütün elemanları bölünerek homojen koordinatlar elde edilir. Fiziksel koordinatlarla homojen koordinatlar arasındaki ilişki şöyledir;

$$p_x = \frac{wp_x}{w}, \quad p_y = \frac{wp_y}{w}, \quad p_z = \frac{wp_z}{w},$$

Burada w ölçek vektörüdür. Eğer bu koordinat birbirine eşitse (W=1), konum vektörünün homojen koordinatları vektörün fiziksel koordinatlarına eşittir. Robotik uygulamalarda ölçek faktörü daima bire eşittir.

Bir homojen dönüşüm matrisi 4 x 4 matristir ve 4 adet alt matrisi vardır.

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & 1 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{dönme matrisi} & \text{konum vektörü} \\ \text{perspektif dönüşüm} & \text{ölçek} \end{bmatrix}$$

$R_{3 \times 3}$  dönme matrisini gösterir.  $P_{3 \times 1}$  referans koordinat sistemine göre, döndürülmüş koordinat sistemi orijininin konum vektörünü,  $f_{1 \times 3}$  üç boyut transformasyonunu ve dördüncü diyagonal elemanda ölçek vektörünü gösterir. HOMOJEN dönüşüm matrisi cisme bağlı OUVW eksen takımı ile OXYZ referans koordinat sistemi arasındaki geometrik ilişkiyi açıklamada kullanılabilir. Eğer 3-B uzaydaki bir P vektörü homojen koordinatlarla gösterilmek istenirse 3x3 dönme matrisi 4x4 homojen dönüşüm matrisine bürür. Önceden elde edilen temel dönme matrisleri bu durumda;

$$R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Bu 4 x 4 matrisler 'temel homojen dönme matrisleri' dir. En sağda ve yukarıda bulunan 3x1 alt matris OUVW koordinat sisteminin OXYZ koordinat sistemine göre eksenler birbirlerine göre paralel olacak şekilde yer değiştirmesi etkisini ifade eder. Hareketli eksen takımının orijini referans koordinat sistemine göre (dx, dy, dz)'de ise;

$$T_{trans} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Bu 4x4 transformasyon matrisine, temel homojen yer değiştirme matrisi adı verilir. Robotik uygulamalar için en alt soldaki 1x3 alt matrisi sıfır olarak alınır.

Bir homojen dönüşüm matrisinin asal köşegen elemanları 'lokal' ve 'global' ölçeklendirmeyi oluşturur. Lokal ölçeklendirmede,

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \\ cz \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

olur. Böylece koordinat değerleri, a, b, c gibi sayılarla genişletilmiş olur.

Dördüncü köşegen elemanı global ölçeklenmeyi sağlar;

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ s \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

burada  $s > 0$ 'dır. s vektörünün fiziksel kartezyen koordinatları;

$$p_x = \frac{x}{s} \quad p_y = \frac{y}{s} \quad p_z = \frac{z}{s} \quad w = \frac{s}{s} = 1 \quad (4.7)$$

Buradan anlaşılacağı üzere  $s > 1$  ise koordinatları azaltma etkisi varken  $0 < s < 1$  ise koordinatları büyütme etkisi vardır.

Özet olarak, 4x4 homojen transformasyon matrisi, homojen koordinatlarda OUVW koordinat sistemine göre verilmiş olan bu vektörü, referans koordinat sistemi OXYZ'ye taşımaktadır. Yani  $w=1$  ise;

$$\hat{p}_{xyz} = T \hat{p}_{uvw}$$

ve

$$T = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

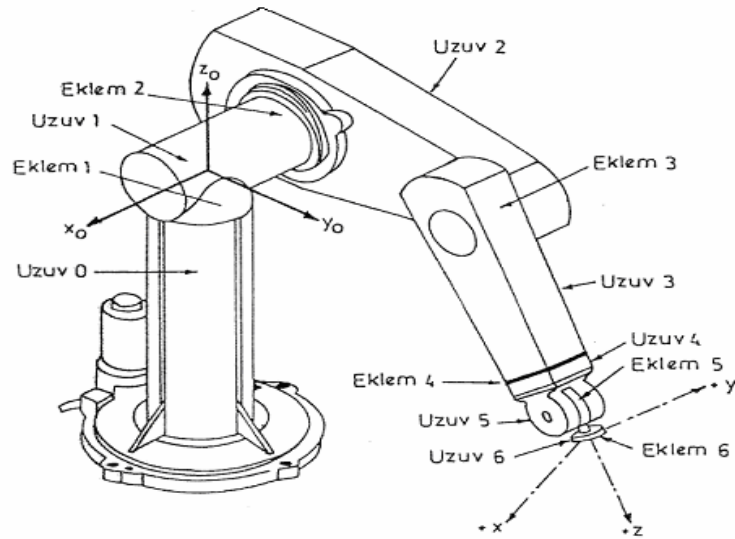
#### 4.2.2. Uzuvlar, eklemler ve parametreleri

PUMA tipi bir manipülatör, kol diye isimlendirilen rijit uzuvların birbirlerine dönel veya prizmatik eklemlerle birleştirilmesinden oluşur. Her eklem-uzuv çifti 1 serbestlik derecesine sahiptir. N serbestlik derecesine sahip bir robotta N tane eklem-uzuv çifti vardır. Eklemler ve uzuvlar tabandan başlayarak numaralanır. 1 nolu eklem 1. uzuvla destek taban arasındaki bağlantıdır.

Altı çeşit eklem çifti vardır. Bunlar; Dönel, prizmatik (kayan), silindirik, küresel, vidalı ve düzlemsel eklem çiftleridir.

Robotik uygulamalarda, dönel ve prizmatik olan eklemler kullanılır. Eklem ekseninin iki adet uzuvdan oluşan iki adet normali vardır. İki uzuv arasındaki bağıl pozisyon normaller arasındaki eklem boyunca ölçülen mesafe olan  $d_i$  ile belirtilir. Normaller arasındaki eklem açısı  $\theta_i$ , eklem eksenine dik bir düzlemle ölçülür.  $d_i$  ve  $\theta_i$  sırasıyla birbirini izleyen iki uzuv arasındaki mesafe ve açı olarak adlandırılır.

Kinematik açıdan uzuvların önemi eklemleri arasında sabit bir konfigürasyon oluşturmalarıdır. Bu konfigürasyon  $a_i$  ve  $\alpha_i$  gibi iki parametre ile tanımlanabilir.  $a_i$  parametresi, mafsalsal eksenler arasındaki ortak normaleri boyunca ölçülen en kısa mesafedir,  $\alpha_i$  parametresi ise mafsalsal eksenleri arasındaki  $a_i$ 'ye dik bir düzlem üzerinde ölçülen açıdır. Bu durumda  $a_i$  ve  $\alpha_i$  i uzvunun boyu ve dönme açısı olarak bilinir ve i uzvunun yapısını belirler.



**Şekil 4.2. Eklem ve uzuvları gösteren PUMA tipi robot kolu.**

Özet olarak,  $a_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $d_i$  ve  $\theta_i$  bir uzvu tanımlayan parametrelerdir. Eğer bu parametrelere bir “+ , -“ işaret sistemi uygulanırsa, bu parametreler bir robot uzvunu tamamiyle tanımlar. Burada  $a_i$  ve  $\alpha_i$ 'nin uzvu tanımlayan,  $d_i$  ve  $\theta_i$ 'nin ise uzun eklemine tanımlayan parametreler olduğuna dikkat edilmesi gerekir.

### 4.2.3. Denavit – Hartenberg gösterimi

Denavit-Hartenberg gösterimi, manipülatörün her uzvuna bir koordinat sistemi yerleştirilen bir matris metodu önermişlerdir. Denavit-Hartenberg (D-H) gösteriminde, 4x4 homojen dönüşüm matrisi mafsaldaki her bir uzvun koordinat sistemini bir önceki uzvun koordinat sistemine göre gösterir. Ardışık dönüşümler ile el koordinatları dönüştürülerek taban koordinatları cinsinden ifade edilebilir.

Bir ortonormal kartezyen koordinat sistemi ( $x_i, y_i, z_i$ ) her bir uzvun mafsal eksenine üzerine ve ilave olarak tabana yerleştirilebilir. Burada,  $i= 1, 2, \dots, n$  ve serbestlik derecesi sayısıdır. Dönel mafsallar 1 serbestlik derecesi oluşturduğundan, robot kolunun her bir ( $x_i, y_i, z_i$ ) koordinat sistemi  $i+1$  mafsalına yerleştirilir ve  $i$  uzvuna bağlı gibi düşünülür. Bu durumda  $n$ . koordinat sistemi 'elle' birlikte hareket eder. Taban koordinat sistemi ( $x_0, y_0, z_0$ ) şeklinde 0. koordinat sistemi olarak tanımlanır. Her bir koordinat sistemi aşağıdaki üç kurala göre belirlenir

1.  $z_{i-1}$  eksenine  $i$ . eklemin hareket eksenine üzerinde bulunur.
2.  $x_i$  eksenine  $z_{i-1}$  eksenine normaldir ve bu eksenden dışarı doğru çıkacak şekilde yerleştirilir.
3.  $y_i$  eksenine sağ el kuralını sağlayacak şekilde oluşturulur.

Bu kurallara göre 0. koordinat sistemini destek taban uzuv üzerinde her hangi bir yere monte etmekte mahsur yoktur. Fakat  $z_0$  eksenine birinci mafsalin hareket eksenine boyunca olmalıdır. Son koordinat sistemi ( $n$ . eksen takımı) el üzerinde herhangi bir yere konulabilir fakat  $x_n$  eksenine  $z_{n-1}$  eksenine 'normal' olmalıdır.

Bir rijit uzvun Denavit-Hartenberg gösterimi, her uzuvla ilgili 4 adet geometrik parametreye bağlıdır. Bu 4 adet parametre dönel veya prizmatik bir eklemi tamamen tanımlar. Bu parametreler şöyle tanımlanabilir:

$\theta_i$  ;  $z_{i-1}$  eksenine etrafındaki  $x_{i-1}$ 'den  $x_i$  eksenine mafsala açıdır (sağ el kuralını kullanarak).

$d_i$  ; ( $i-1$ ). koordinat takımının orijininin,  $z_{i-1}$  eksenine ile  $x_i$  ekseninin kesiştiği noktaya,  $z_{i-1}$  eksenine boyunca olan mesafedir.

$a_i$  ;  $z_{i-1}$  ile  $z_i$  eksenine arasındaki en kısa mesafedir.

$\alpha_i$  ;  $z_{i-1}$  ekseninden  $z_i$  eksenine  $x_i$  eksenine etrafındaki kayma açıdır (sağ el kuralını kullanarak).

$\theta_1$  ;  $x_0$ 'dan  $x_1$ 'e  $z_0$  ekseninde mafsall açısı.

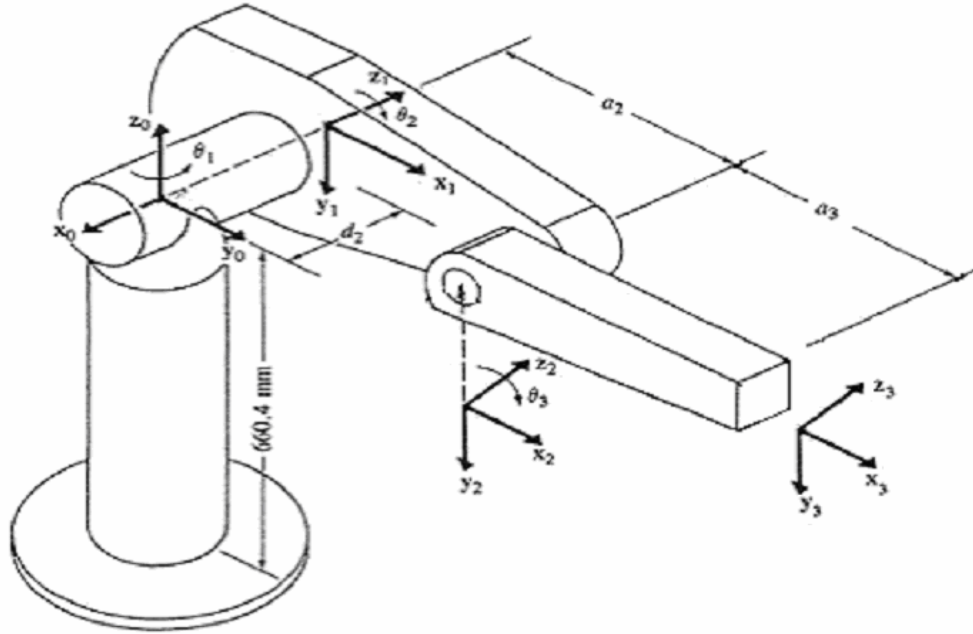
$\alpha_1$  ;  $z_0$ 'dan  $z_1$ 'e  $x_1$  ekseninde kayma açısı.

$d_2$  ; 1. koordinat sisteminin orijininden  $z_1$  eksenine ile  $x_2$  eksenine arasındaki  $z_1$  eksenine boyunca mesafe.

$a_2$  ;  $z_1$  eksenine ile  $z_2$  eksenine arasındaki en kısa mesafe.

Bir dönel mafsall için;  $d_i$  ,  $\alpha_i$  ve  $a_i$  eklem parametreleridir ve bir robot için sabit olan değerlerdir. Fakat  $\theta_i$  ise eklem değişkenidir ve  $i$  uzvu  $i-1$  uzvuna göre hareket ederse veya dönerse değişir.

Yukarıdaki kurallara göre, bir robot kolunun koordinatlarını yerleştirme metodu, aşağıdaki algoritmada verilmiştir. Bu algoritmanın üç serbestlik dereceli PUMA tipi bir robot koluna uygulaması Şekil 4.3’de verilmiştir.



Şekil 4.3. PUMA tipi robot kolu için uzuv koordinat sistemi.

Tablo 4.1. PUMA robot kolu için uzuv koordinat parametreleri.

PUMA tipi robot kolu için uzuv koordinat parametreleri					
Eklem, i	$\theta_i$	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$	Eklem hareketi
1	90°	-90°	0	0	-160/+160
2	0°	0°	431,8 mm	149,09 mm	-225/45
3	0°	0°	433,07 mm	0	-45/225



Her bir uzuv için Denavit-Hartenberg koordinat sistemi yerleştirildikten sonra i. koordinat eksenini (i-1). koordinat sistemine ilişkilendiren homojen dönüşüm matrisi rahatça elde edilebilir. Bir  $r_i$  noktası (i. koordinat sisteminde) (i-1). koordinat sisteminde  $r_{i-1}$  şeklinde aşağıdaki ardışık dönüşümler gerçekleştirilerek elde edilir.

1.  $x_{i-1}$  eksenini  $x_i$  eksenine boyunca yatırmak için  $z_{i-1}$  eksenine etrafında  $\theta_i$  kadar dönme yapılır.

2.  $x_{i-1}$  ve  $x_i$  eksenlerini çakıştırmak için,  $z_{i-1}$  eksenine boyunca  $d_i$  kadar kaydırma yapılır.

3. İki orijin ile birlikte x eksenini çakıştırmak için  $x_i$  eksenine boyunca  $a_i$  kadar kaydırma yapılır.

4. İki koordinat sistemini çakıştırmak için  $x_i$  eksenine etrafında  $\alpha_i$  kadar bir dönme yapılır.

Yukarıda bahsedilen her bir işlem bir dönme-yer değiştirme matrisi olarak yazılabilir. Bunların 4 adet homojen dönüşüm matrisinin çarpılması sonucu birleşik homojen dönüşüm matrisi  ${}^{i-1}A_i$  elde edilir. Bu matris komşu i-1 ve i koordinat eksenleri arasında Denavit-Hartenberg dönüşüm matrisi olarak bilinir.

Böylece;

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} T_{z,\theta} T_{x,a} T_{x,\alpha} \quad [{}^{i-1}A_i = \text{Trans}(0,0,d) \text{Rot}(z,\theta) \text{Trans}(a,0,0) \text{Rot}(x,\alpha)]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Bu dönüşümün tersi aşağıdaki gibi bulunur.

$$\left[ {}^{i-1}A_i \right]^{-1} = {}^iA_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 & -a_i \\ -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i & -d_i \sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i \sin \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & \cos \alpha_i & -d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

olarak bulunabilir. Burada  $\alpha_i$ ,  $a_i$ ,  $d_i$  sabittir ve  $\theta_i$  dönel eklem değişkenidir.

Prizmatik eklem için, eklem değişkeni  $d_i$ 'dir ve  $\alpha_i$ ,  $a_i$ ,  $\theta_i$  sabittir. Bu durumda  ${}^{i-1}A_i$  matrisi;

$${}^{i-1}A_i = T_{z,0} T_{z,d} T_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

ve bu matrisin tersi;

$$\left[ {}^{i-1}A_i \right]^{-1} = {}^iA_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 & 0 \\ -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i & -d_i \sin \alpha_i \\ \cos \alpha_i \sin \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & \cos \alpha_i & -d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

olarak elde edilir.

${}^{i-1}A_i$  matrisi kullanılarak  $i$  uzvu üzerinde duran  $i$  koordinat sistemine göre verilen  $p_i$  noktasını,  $i-1$  uzvu üzerindeki  $i-1$  koordinat sistemine aşağıdaki bağıntı ile taşınabilir.

$$p_{i-1} = {}^{i-1}A_i p_i \quad (4.13)$$

Burada,  $p_{i-1} = (x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}, 1)^T$  ve  $p_i = (x_i, y_i, z_i, 1)^T$ .

Üç eksenli PUMA robot kolu için  ${}^{i-1}A_i$  transformasyon matrisi, Şekil 4.3'de verilen koordinat sistemleri (dönel eklem kullanılarak) baz alınarak bulunmuş olur.

PUMA uzuv koordinat dönüşüm matrisleri;

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_3 C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & a_3 S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & -S_1 & a_3 C_1 C_{23} + a_2 C_1 C_2 - d_2 S_1 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & C_1 & a_3 S_1 C_{23} + a_2 S_1 C_2 + d_2 C_1 \\ -S_{23} & -C_{23} & 0 & -a_3 S_{23} - a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Burada;

$$\begin{aligned} C_i &\equiv \cos \theta_i, \\ S_i &\equiv \sin \theta_i, \\ C_{ij} &\equiv \cos(\theta_i + \theta_j), \\ S_{ij} &\equiv \sin(\theta_i + \theta_j). \end{aligned}$$

#### 4.2.4. 3 Serbestlik dereceli PUMA tipi bir robot kolu için kinematik denklemler

Bir PUMA tipi robot için T kol matrisi aşağıdaki gibi bulunur.

$$T = {}^0A_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

ve

$$T_1 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & -S_1 & a_3 C_1 C_{23} + a_2 C_1 C_2 - d_2 S_1 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & C_1 & a_3 S_1 C_{23} + a_2 S_1 C_2 + d_2 C_1 \\ -S_{23} & -C_{23} & 0 & -a_3 S_{23} - a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

burada;

$$\begin{aligned} n_x &= C_1 C_{23} \\ n_y &= S_1 C_{23} \\ n_z &= -S_{23} \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} s_x &= -C_1 S_{23} \\ s_y &= -S_1 S_{23} \\ s_z &= -C_{23} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} a_x &= -S_1 \\ a_y &= C_1 \\ a_z &= 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} p_x &= a_2 C_1 C_2 + C_1 a_3 C_{23} - d_2 S_1 \\ p_y &= a_2 S_1 C_2 + S_1 a_3 C_{23} + d_2 C_1 \\ p_z &= -a_3 S_{23} - a_2 S_2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

olarak bulunur. Bir örnekle gösterilecek olursa;

$$\theta_1 = 90^\circ, \quad \theta_2 = 0^\circ, \quad \theta_3 = 0^\circ$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -149.09 \\ 1 & 0 & 0 & 864.87 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bu matris, Şekil 4.3’de verilen koordinat sistemlerine uymaktadır. PUMA tipi manipölatör için düz kinematik probleme ait Matlab programı EK-A’da verilmiştir.

### 4.3. Ters Kinematik Problemi

Direk kinematik denklem eklem değişkenleri ile uç nokta konumu ve yönlenmesi arasındaki fonksiyonel ilişkiyi vermekteydi. Ters kinematik problem ise verilen uç nokta konumu ve yönlenmesi için eklem değişkenlerini bulmaya dayanmaktadır. Yani, uç noktanın uzayda belli bir noktaya gitmesi için, eklemlere bağlı motorların ne kadar dönmesi gerektiği ters kinematik analiz ile belirlenir.

$$T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Yukarıdaki T matrisi sinüs ve kosinüs terimlerinden oluşmaktadır. Puma tipi robotun 3 serbestlik derecesi olduğundan, 6 adet eklem değişkeni vardır. Bunlar  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  şeklindedir. T matrisinden hareketle 6 tane denklem elde etmek mümkündür. Fakat, bilinmeyen sayısı 3'dür.

#### 4.3.1. Geometrik yaklaşım

Bu bölümde 3 uzuvlu dönel eklemlili manipülatörlerin ters kinematik problemlerinin 'geometrik yaklaşım' ile çözülmesi ele alınacaktır.

PUMA benzeri robotların değişik kol konfigürasyonları üç tane göstergenin (Kol, Dirsek, Bilek) yardımıyla belirlenebilir. İlk iki gösterge bir kimsenin ilk üç eklem için elde edilen dört tane farklı çözüm içinden en uygun olan bir tanesini seçmesini sağlar. Benzer şekilde, üçüncü gösterge de son üç eklem için mümkün olan iki çözümden bir tanesini seçmeyi sağlar. Kol konfigürasyonu göstergeleri ters çözümü bulmak için kullanıcı tarafından önceden belirlenir. Çözüm iki aşamada gerçekleştirilir. Önce, dirsekten bileğe bir konum vektörü tanımlanır. Bu her bir i mafsali için ( $i = 1, 2, 3$ ) çözümü, konum vektörünün  $x_{i-1}$   $y_{i-1}$  düzlemindeki izdüşümüne bakarak belirlenmesini sağlar. Son üç mafsali çözümü ise, ilk üç mafsali için hesaplanan çözümler,  ${}^0T_i$ 'nin yönelme alt matrisleri ve  ${}^{i-1}A_i$  ( $i = 4, 5, 6$ ) ve uzuv

koordinat sisteminin  $x_{i-1}$   $y_{i-1}$  düzlemine izdüşümleri kullanılarak elde edilir.

Bir kimse geometriden hareketle kol çözümünü rahatça bulabilir. Eklem çözümünün sağlamasını yapmak için, kol konfigürasyonu göstergeleri eklem açılarının fonksiyonu olan ilgili 'karar verme' denklemlerinden belirlenebilir. Uygun bir düzenleme ve ayarlama ile bu yaklaşım, çoğu dönel eklemli endüstriyel robotların, ters kinematik probleminin çözümünde kullanılabilir.

Eğer  ${}^{ref}T_{takım}$  verilmişse,  ${}^{ref}T_{takım}$  soldan  $B^{-1}$  ile sağdan  $H^{-1}$  ile çarpılarak  ${}^0T_6$  elde edilebilir. Ve  ${}^0T_6$ 'e eklem-açı çözümü istenildiği şekilde uygulanabilir.

$${}^0T_6 = T = B^{-1} {}^{ref}T_{takım} H^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

#### 4.3.1.1. İlk üç eklem için kolun çözümleri

Şekil 4.3'de verilen PUMA robot kolunun kinematik diyagramından hareketle,  $(x_0, y_0, z_0)$  omuz koordinat sisteminden son üç eklem eksenlerinin kesiştiği noktaya bir konum vektörü tanımlayalım;

$$p = p_6 - d_6 a = (p_x, p_y, p_z)^T \quad (4.22)$$

bu da  ${}^0T_3$  konum vektörüne karşılık gelir:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 C_1 C_2 + C_1 a_3 C_{23} - d_2 S_1 \\ a_2 S_1 C_2 + S_1 a_3 C_{23} + d_2 C_1 \\ -a_3 S_{23} - a_2 S_2 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

#### 4.3.1.2. 1 Numaralı eklem çözümü

$\theta_1'$  i çözmek için aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$\theta_1^L = \phi - \alpha \quad \theta_1^R = \pi + \phi + \alpha \quad (4.24)$$

$$r = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} \quad R = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (4.25)$$

$$\sin \phi = \frac{p_y}{R} \quad \cos \phi = \frac{p_x}{R} \quad (4.26)$$

$$\sin \alpha = \frac{d_2}{R} \quad \cos \alpha = \frac{r}{R} \quad (4.27)$$

Üst indis L ve R SOL / SAĞ kol konfigürasyonlarını gösterir. Yukarıdaki (4.24-4.27) denklemlerinden  $\theta_1$  sinüs ve cosinüs fonksiyonları SOL / SAĞ kol konfigürasyonları için elde edilir.

$$\sin \theta_1^L = \sin(\phi - \alpha) = \sin \phi \cos \alpha - \cos \phi \sin \alpha = \frac{p_y r - p_x d_2}{R^2} \quad (4.28)$$

$$\cos \theta_1^L = \cos(\phi - \alpha) = \cos \phi \cos \alpha + \sin \phi \sin \alpha = \frac{p_x r - p_y d_2}{R^2} \quad (4.29)$$

$$\sin \theta_1^R = \sin(\pi + \phi + \alpha) = \frac{-p_y r - p_x d_2}{R^2} \quad (4.30)$$

$$\cos \theta_1^R = \cos(\pi + \phi + \alpha) = \frac{-p_x r + p_y d_2}{R^2} \quad (4.31)$$

(4.28-4.31) denklemleri birleştirilirse,  $\theta_1'$  in sinüs ve cosinüs fonksiyonları elde edilir;

$$\sin \theta_1 = \frac{-KOL \ p_y \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} - p_x d_2}{p_x^2 + p_y^2} \quad (4.32)$$

$$\cos \theta_1 = \frac{-KOL \ p_x \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} + p_y d_2}{p_x^2 + p_y^2} \quad (4.33)$$

$\theta_1'$  i  $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$  aralığında hesaplamak için, arctan fonksiyonu kullanılırsa;

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{-KOL \ p_y \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} - p_x d_2}{-KOL \ p_x \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} + p_y d_2} \right) \quad (4.34)$$

#### 4.3.1.3. 2 Numaralı eklem çözümü

2. eklemi bulmak için p konum vektörünün dört farklı kol konfigürasyonu vardır. Her bir kol konfigürasyonu Tablo 4.2’de verildiği gibi 2. eklem farklı değerlerine karşılık gelir. Burada  $0 \leq \alpha \leq 360$  ve  $0 \leq \beta \leq 90$  olarak tanımlıdır.

**Tablo 4.2. 2.Eklem için değişik kol konfigürasyonları.**

Kol Konfigürasyonları	$\theta_2$	KOL	DİRSEK	KOL.DİRSEK
SOL ve YUKARIDA kol	$\alpha - \beta$	-1	+1	-1
SOL ve AŞAĞIDA kol	$\alpha + \beta$	-1	-1	+1
SAĞ ve YUKARIDA kol	$\alpha + \beta$	+1	+1	+1
SAĞ ve AŞAĞIDA kol	$\alpha - \beta$	+1	-1	-1

Yukarıdaki tablo kullanılarak  $\theta_2$  eklem değişkeni tek bir denklemle verilebilir;

$$\theta_2 = \alpha + (\text{KOL} \cdot \text{DIRSEK})\beta = \alpha + K \cdot \beta \quad (4.35)$$

$$R = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - d_2^2} \quad r = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} \quad (4.36)$$

$$\sin \alpha = -\frac{p_z}{R} = -\frac{p_z}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - d_2^2}} \quad (4.37)$$

$$\cos \alpha = -\frac{\text{KOL} \cdot r}{R} = -\frac{\text{KOL} \cdot \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2}}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - d_2^2}} \quad (4.38)$$

$$\cos \beta = \frac{a_2^2 + R^2 - a_3^2}{2a_2 R} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 + a_2^2 - d_2^2 - a_3^2}{2a_2 \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - d_2^2}} \quad (4.39)$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \quad (4.40)$$

yukarıdaki denklemlerden  $\theta_2$ ’yi çözersek;

$$\sin \theta_2 = \sin \alpha \cdot \cos \beta + (\text{KOL} \cdot \text{DIRSEK}) \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad (4.41)$$

$$\cos \theta_2 = \cos \alpha \cdot \cos \beta - (\text{KOL} \cdot \text{DIRSEK}) \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad (4.42)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2} \right) \quad -\pi \leq \theta_2 \leq \pi \quad (4.43)$$



#### 4.3.1.4. 3 Numaralı eklem çözümü

Üçüncü eklem için p vektörünün pozisyonu ele alınır. Buradan 4 farklı kol konfigürasyonu elde edilir. Her kol konfigürasyonu Tablo 4.3'de gösterilen 3 farklı mafsal değerine karşılık gelir. Burada  $(^2p_4)_y$  ( $x_2, y_2, z_2$ ) noktasının orijininin son üç eklem eksenini kesmiştir.

**Tablo 4.3. 3.Eklem için değişik kol konfigürasyonları.**

Kol Konfigürasyonları	$(^2p_4)_y$	$\theta_3$	KOL	DİRSEK	KOL.DİRSEK
SOL ve YUKARIDA kol	$\geq 0$	$\phi - \beta$	-1	+1	-1
SOL ve AŞAĞIDA kol	$\leq 0$	$\phi - \beta$	-1	-1	+1
SAĞ ve YUKARIDA kol	$\leq 0$	$\phi - \beta$	+1	+1	+1
SAĞ ve AŞAĞIDA kol	$\geq 0$	$\phi - \beta$	+1	-1	-1

$\theta_3$  için bulunan çözümlerden aşağıdaki denklemleri elde ederiz.

$$R = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - d_2^2} \quad (4.44)$$

$$\cos \phi = \frac{a_2^2 + a_3^2 - R^2}{2a_2\sqrt{a_3^2}} \quad (4.45)$$

$$\sin \phi = KOL \cdot DIRSEK \sqrt{1 - \cos^2 \phi} \quad (4.46)$$

$$\sin \beta = \frac{a_3}{\sqrt{a_3^2}} \quad \cos \beta = 0 \quad (4.47)$$

Tablo 4.3'den farklı kol konfigürasyonları için  $\theta_3$ 'ü bir denklem şeklinde ifade edebiliriz.

$$\theta_3 = \phi - \beta \quad (4.48)$$

denklem 4.48'den  $\theta_3$ 'ün sinüs ve kosinüs fonksiyonları sırasıyla,

$$\sin \theta_3 = \sin(\phi - \beta) = \sin \phi \cos \beta - \cos \phi \sin \beta \quad (4.49)$$

$$\cos \theta_3 = \cos(\phi - \beta) = \cos \phi \cos \beta - \sin \phi \sin \beta \quad (4.50)$$

olur. Yukarıdaki denklemlerden  $\theta_3$ 'ün çözümünü bulabiliriz.

$$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{\sin \theta_3}{\cos \theta_3}\right) \quad -\pi \leq \theta_3 \leq \pi \quad (4.51)$$

## 5. DİNAMİK ANALİZ

### 5.1. Giriş

Manipülâtörün dinamik modeli hareketin simülasyonu, yapının analizi ve kontrol algoritmasının tasarımı için önem arz etmektedir. Hareketin simülasyonu kontrol stratejilerini ve hareket planlama tekniklerini sistemin fiziksel varlığına ihtiyaç duymaksızın test edilmesine olanak tanır. Dinamik modelin analizi prototip kolların mekanik tasarımına yardımcı olmaktadır.

Burada hareketin kontrolü için uygun olan dinamik denklemlerinin formülasyonu, karakteristikleri ve özellikleri üzerinde durulacaktır. Bir robot kolunun dinamik modeli Lagrange mekaniği ve Newton mekaniği gibi fiziksel kanunlardan elde edilebilir. Bu kanunların uygulanmasıyla değişik sayıda mafsallı manipülâtörün belirlenen kollarının geometrik ve atalet parametrelerine göre hareketin dinamik denkleminin elde edilmesi mümkündür. Klasik olarak Lagrange-Euler(L-E) ve Newton-Euler(N-E) formülasyonları sistematik olarak gerçek bir robot kol hareketinin denklemlerini elde etmek için kullanılabilir. Buradan elde edilecek hareket denklemleri aynı fiziksel robotik manipülâtörün dinamik davranışını tanımlayacağından bu anlamda birbirine eşittir. Bununla beraber, bu denklemlerin yapısı değişik elde edilme nedenlerine bağlı olarak farklılık gösterebilir.

L-E formülasyonuna göre yapılan manipülâtörün dinamik modelinin elde edilmesi diğerlerine göre basit ve sistemattir.

L-E hareket denklemleri robot dinamiği için kapalı durum denklemlerinin elde edilmesini sağlar ve bu denklemler ileri seviyede mafsallı değişkenli uzayla ilgili kontrol stratejilerinin tasarım ve analizinde kullanılabilir. Aynı zamanda, bu denklemler ileri dinamik problemlerinin çözümü için kullanılabilir. Öyle ki, arzu edilen moment ve kuvvetler verilirse, dinamik denklemler mafsallı ivmelerinin çözümü için kullanılır. Daha sonra integre edilerek mafsallı genelleştirilmiş koordinatlarının ve hızlarının hesaplanması için kullanılır veya ters problemler için

yani istenen genelleştirilmiş koordinat ve bunların zamana göre ilk iki türevi verilmişse genelleştirilmiş kuvvetler/torklar hesaplanabilir.

Daha etkili hareket denklemleri elde edilmesine bir alternatif olmak üzere, N-E hareket denklemleri kullanılarak genelleştirilmiş kuvvetlerin/torkların hesaplanması için etkili algoritmalar geliştirilmiştir. Denklemlerin türetilmesi basittir, fakat karışık ve vektörel çarpımlı terimleri ihtiva eder. Bu denklemler robot uzuvlarına ardışık olarak uygulanabilir. İleri tekrarlanan denklemler lineer hızlar, açısal hızlar, lineer ivmeler, açısal ivmeler gibi kinematik bilgileri de üretir. Geriye doğru tekrarlanan denklemler ise, her bir uzvun üzerine manipülatörün tutucusundan uygulanan momentlerin ve kuvvetlerin elde edilmesini sağlar.

Bu formülasyonun en önemli sonucu ise genelleştirilmiş kuvvetlerin/torkların hesaplama zamanının, robot kolunun mafsallarıyla doğru orantılı olarak ve robot kolu konfigürasyonundan bağımsız olarak bulunmasıdır. Bu algoritmayla, mafsalları değişkenli uzayda bir robot kolunun basit gerçek zamanlı kontrolünün yapılması mümkün olur.

L-E hareket denklemlerinin yetersizliği kinematik zinciri tanımlayan  $4 \times 4$  homojen matrislerden kaynaklanır. Halbuki N-E formülasyonunun üstünlüğü vektör formülasyonu ve onun tekrarlanan yapısına dayanır. L-E formülasyonunun hesaplama zamanının daha da iyileştirilmesi için Hollerbach(1980) Lagrange formülasyonunun yapısını tekrarlanan hale getirmiştir.

Bununla beraber, tekrarlanan denklemler durum uzayında kontrolcü tasarımı için gerekli ve faydalı olan dinamik modelin yapısını bozar. Durum uzayı kontrol analizi için bir manipülatörün dinamik davranışını tanımlayan kapalı formdaki diferansiyel denklem takımını elde etmek gerekebilir. İlave olarak denklemlerdeki etki-tepki ve kaplin reaksiyon kuvvetleri kolayca tespit edilebilmelidir. Öyle ki, uygun bir kontrolcü dizayn edilebilsin ve bunların etkilerini telafi edebilsin. L-E hareket denklemlerine göre dinamik katsayıların daha hızlı hesaplanmasına ilave olarak Genelleştirilmiş D'alambert (G-D) hareket denklemleri uzuvların öteleme ve dönme etkilerini de kapalı olarak içerir. Bu bilgi durum uzayında bir kontrolörün tasarımı için faydalıdır [1], [6].

## 5.2. Lagrange-Euler Formülasyonu

Bir manipülatörün genel hareket denklemleri L-E formülasyonunun direk uygulanması ile ifade edilebilir. Genellikle kinematik çözüm için komşu uzuvların eksen takımlarının birbirine göre yerleşimlerinin tanımlanmasında Denavit-Hartenberg matris gösterimi kullanılarak daha sonra manipülatörün dinamik denklemlerinin oluşturulması için Lagrange dinamik formülasyonunun Denavit-Hartenberg gösterimi ile birlikte uygulanması sonunda manipülatörün hareket denklemleri algoritmik bir şekilde tanımlanabilir. Bu algoritma matris operasyonları ile ifade edilir ve hem analiz hem de bilgisayarla gerçekleştirme olanağı sağlar.

n serbestlik dereceli bir manipülatörün dinamik denklemlerinin elde edilmesi iki temele dayanır. Bunlardan ilki i. ve (i-1). uzuva ait koordinat sistemleri arasındaki ilişkiyi tanımlayan 4x4'lük homojen transformasyon matrisidir. Bu matris i. uzuv üzerindeki bir noktanın (i-1). uzuva göre ifade edilmesini sağlar. Dinamik denklemlerin dayandığı ikinci temel ise (5.1)'nolu Lagrange- Euler denklemidir.

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.1)$$

### 5.2.1. Manipülatörün eklem hızları

Lagrange-Euler formülasyonu fiziksel sistemin kinetik enerjisinin dolayısıyla da her bir eklemdeki hızların bilinmesini gerektirir.

${}^i r_i$  i. uzuv üzerinde sabit bir nokta olsun, bu noktanın i. uzuva ait koordinat sistemine göre homojen koordinatlarda ifadesi (5.2)'nolu denklemle ifade edilebilir.

$${}^i r_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = [x_i \ y_i \ z_i \ 1]^T \quad (5.2)$$

Bu noktanın taban koordinat sistemine göre ifadesi ise aşağıdaki gibidir.

$${}^i r_i = {}^0 A_i \cdot {}^i r_i, \quad {}^0 A_i = {}^0 A_1 {}^1 A_2 \dots {}^{i-1} A_i \quad (5.3)$$

Rijit bir cismin hareketi söz konusu olduğuna göre  ${}^i r_i$  noktası gibi  $i$ . uzuv üzerindeki diğer tüm noktalarında üzerinde bulundukları uzuvla birlikte hareket ettiklerinden dolayı,  $i$ . koordinat sistemine göre hızları sıfır olacaktır.  ${}^i r_i$  noktasının tabana ait koordinat sistemine göre hızı ise (5.4) ve (5.5)'nolu eşitliklerle ifade edilebilir.

$${}^0 v_i = v_i = \frac{d}{dt} ({}^i r_i) = \frac{d}{dt} ({}^0 A_i \cdot {}^i r_i) \quad (5.4)$$

$$v_i = \left[ \sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0 A_i}{\partial q_j} \cdot \dot{q}_j \right] \cdot {}^i r_i \quad (5.5)$$

${}^0 A_i$  'nin kısmi türevi bir  $Q_i$  matrisi yardımıyla kolaylıkla hesaplanabilir.

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlandığında bu kısmi türev (5.6)'nolu denklemdeki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\partial {}^{i-1} A_i}{\partial q_i} = Q_i \cdot {}^{i-1} A_i \quad (5.6)$$

işlemi basitleştirmek için  $U_{ij} = \frac{\partial {}^0 A_i}{\partial q_j}$  tanımı yapılırsa (5.5)'nolu hız ifadesi

aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$v_i = \left[ \sum_{j=1}^i U_{ij} \cdot \dot{q}_j \right] \cdot {}^i r_i \quad (5.7)$$

Verilen ifadeler üç serbestlik dereceli PUMA tipi robota uygulanırsa;

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U_{11} = \frac{\partial {}^0A_1}{\partial \theta_1} = Q_1 \cdot {}^0A_1 = \begin{bmatrix} -\sin \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & -l_1 \sin \theta_1 \\ \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & l_1 \cos \theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{12} = \frac{\partial {}^0A_1}{\partial \theta_2} = 0$$

$$U_{13} = \frac{\partial {}^0A_1}{\partial \theta_3} = 0$$

$$U_{21} = \frac{\partial {}^0A_2}{\partial \theta_1} = Q_1 \cdot {}^0A_1 \cdot {}^1A_2$$

$$U_{21} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) - l_1 \cdot \sin \theta_1 \\ -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_1 \cdot \cos \theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{22} = \frac{\partial {}^0A_2}{\partial \theta_2} = {}^0A_1 \cdot Q_2 \cdot {}^1A_2$$

$$U_{22} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -\sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{23} = \frac{\partial {}^0A_2}{\partial \theta_3} = 0$$

$$U_{31} = \frac{\partial {}^0A_3}{\partial \theta_1} = Q_1 \cdot {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3$$

$$= \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_1 \cdot \sin \theta_1 - (l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_1 \cdot \cos \theta_1 + (l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{32} = \frac{\partial {}^0A_3}{\partial \theta_2} = {}^0A_1 \cdot Q_2 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3$$

$$= \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) & (l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{33} = \frac{\partial {}^0A_3}{\partial \theta_3} = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot Q_3 \cdot {}^2A_3 = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 5.2.2. Manipülatörün kinetik enerjisi

Her bir uzuvu ait eklem hızları bulunduktan sonra bu uzuvların kinetik enerjilerinin bulunması gerekir.  $K_i$ ,  $i$ . uzuvu ait kinetik enerjinin taban koordinat sistemine göre ifadesi olmak üzere  $i$ . uzuv üzerindeki  $dm$  diferansiyel ağırlığına sahip bir parçacığın  $dK_i$  kinetik enerjisi (5.8) eşitliği ile ifade edilebilir.

$$dK_i = \frac{1}{2} (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \cdot dm = \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}^T) \cdot dm \quad (5.8)$$

$$\text{Tr} = v_{11} + v_{22} + \dots + v_{nn}$$

$$dK_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ \sum_{p=1}^i U_{ip} \cdot q_p \cdot {}^i r_i \left[ \sum_{r=1}^i U_{ir} \cdot \dot{q}_r \cdot {}^i \dot{r}_i \right]^T \right] \quad (5.9)$$

$$dK_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} ({}^i r_i \cdot dm \cdot {}^i r_i^T) \cdot U_{ir}^T \cdot \dot{q}_p \cdot \dot{q}_r \right]$$

$U_{ip}$  ve  $U_{ir}$  matrisler  $i$  uzvunun hızının  $p$  ve  $r$  eklemlerinden etkilenmesini göstermektedir. Ve  $i$  uzvunun kütle dağılımından bağımsızdır. Bu durum göz önüne alınarak eşitliğin iki tarafının integrali alınırsa;

$$K_i = \int dK_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} \left( \int {}^i r_i \cdot dm \cdot {}^i r_i^T \right) \cdot U_{ir}^T \cdot \dot{q}_p \cdot \dot{q}_r \right] \quad (5.10)$$

burada;

$$J_i = \int \mathbf{r}_i \cdot d\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}_i^T = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int x_i y_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int x_i z_i dm & \int y_i z_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

olmak üzere  $i$  uzvunun sahte eylemsizlik tensörü olarak bilinir.

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{xy} & I_{xz} & m_i \bar{x}_i \\ I_{xy} & \frac{I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{yz} & m_i \bar{y}_i \\ I_{xz} & I_{yz} & \frac{I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}}{2} & m_i \bar{z}_i \\ m_i \bar{x}_i & m_i \bar{y}_i & m_i \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Burada  $J_i$  değeri yalnızca  $i$  uzvunun kütle dağılımına bağlıdır ve zamana veya robot kolunun pozisyonuna göre değişmemektedir.

Bu durumda bütün uzuvların toplam kinetik enerjisi;

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Tr} \left[ \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i U_{ip} \cdot J_i \cdot U_{ir}^T \cdot \dot{\mathbf{q}}_p \cdot \dot{\mathbf{q}}_r \right] \quad (5.13)$$

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \left[ \text{Tr}(U_{ip} \cdot J_i \cdot U_{ir}^T \cdot \dot{\mathbf{q}}_p \cdot \dot{\mathbf{q}}_r) \right]$$

3 serbestlik dereceli PUMA tipi robotun her bir uzvunun kütle ve boyları Tablo 5.1’de, bu parametrelere göre her uzuva ait atalet momentleri koordinat merkezlerine göre hesaplanmış ve Tablo 5.2’de verilmiştir (Sancak 1993).

**Tablo 5.1. Uzuvların kütle ve boyları.**

Uzuv Numarası	1	2	3
Kütle (kg)	$m_1=0.45$	$m_2=0.38$	$m_3=0.16$
Uzunluk (m)	$l_1=0.5$	$l_2=0.5$	$l_3=0.5$
Yerçekimi İvmesi ( $m/sn^2$ )	9.8062	9.8062	9.8062



**Tablo 5.2. Uzuyların hesaplanmış atalet momentleri.**

Atalet Momentleri	1.Uzuv	2.Uzuv	3.Uzuv
$I_{xx} \text{ (kg/m}^2\text{)}$	1.048	1.824	0.308
$I_{yy} \text{ (kg/m}^2\text{)}$	0.720	0.648	0.082
$I_{zz} \text{ (kg/m}^2\text{)}$	0.775	1.479	0.289
$I_{xy} \text{ (kg/m}^2\text{)}$	0.000	0.000	0.000
$I_{yz} \text{ (kg/m}^2\text{)}$	-0.071	0.0196	-0.024
$I_{xz} \text{ (kg/m}^2\text{)}$	0.000	0.000	0.000

**5.2.3. Manipölatörün potansiyel enerjisi**

Robot kolunun toplam potansiyel enerjisi  $P$ ,  $i$ . uzuvun potansiyel enerjisi de  $P_i$  olmak üzere (5.14) ve (5.15) bağıntılarını yazabiliriz.

$$P_i = -m_i g^0 \bar{r}_i = -m_i g (^0A_i^0 \bar{r}_i) \quad (5.14)$$

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n -m_i g (^0A_i^0 \bar{r}_i) \quad (5.15)$$

Bu bağıntılardaki  $g=(g_x, g_y, g_z, 0)$  vektörü taban koordinat sistemine göre ifade edilmiş olan yerçekimi vektörüdür.  $^i\bar{r}_i=(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)^T$  ise  $i$ . uzuvun ağırlık merkezi vektörüdür ve  $i$ . koordinat sistemine göre ifade edilir.

**5.2.4. Manipölatörün hareket denklemleri**

Bu durumda  $L=K-P$  şeklindeki Lagrange değeri (5.13) ve (5.15) bağıntılarından;

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \left[ \text{Tr}(U_{ip} \cdot J_i \cdot U_{ir}^T \cdot \dot{q}_p \cdot \dot{q}_r) \right] + \sum_{i=1}^n m_i g (^0A_i^0 \bar{r}_i) \quad (5.16)$$

olarak bulunur. Lagrange denklemleri elde edilmek üzere türevler alınırsa;

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (5.17)$$

$$\tau_i = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \text{Tr}(U_{jk} \cdot J_i \cdot U_{ji}^T) \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^j \text{Tr}(U_{jkm} \cdot J_j \cdot U_{ji}^T) \dot{q}_k \dot{q}_m - \sum_{j=1}^n m_j g U_{ji}^T \vec{r}_j \quad (5.18)$$

veya D, h ve c aşağıda tanımlanan matrisler olmak üzere;

$D(q)$  = nxn boyutunda ivme ile ilgili simetrik matris;

$$D_{ik} = \sum_{j=\text{mak.}(ik)}^j \text{Tr}(U_{jk} \cdot J_i \cdot U_{ji}^T)$$

$h$  = nx1 boyutunda lineer olmayan, coriolis ve santrifüj vektördür;

$$h_{ikm} = \sum_{j=\text{mak.}(ikm)}^n \text{Tr}(U_{jkm} \cdot J_j \cdot U_{ji}^T)$$

$c(q)$  yerçekiminden kaynaklanan kuvvet vektörüdür;

$$c_i = \sum_{j=1}^n -m_j g U_{ji}^T \vec{r}_j$$

ve

$$\tau_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m + c_i \quad (5.19)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklem ise;

$$\tau(t) = D(q(t)) \ddot{q}(t) + h(q(t), \dot{q}(t)) + c(q(t)) \quad (5.20)$$

şeklinde yazılabilir.

### 5.2.5. PUMA manipülatör için hareket denklemleri

Üç serbestlik PUMA tipi robot için tork, açısal yerdeğiştirme ve hız vektörleri sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$\tau(t) = \begin{bmatrix} \tau_1(t) \\ \tau_2(t) \\ \tau_3(t) \end{bmatrix}, \quad \theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \end{bmatrix}, \quad \dot{\theta}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1(t) \\ \dot{\theta}_2(t) \\ \dot{\theta}_3(t) \end{bmatrix}$$

Torkların hesabında kullanılacak U matrisleri ise şu şekilde elde edilir;

$$\begin{aligned}
U_{111} &= \begin{bmatrix} -\cos \theta_1 & \sin \theta_1 & 0 & -l_1 \cos \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & -l_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{211} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) - l_1 \cdot \cos \theta_1 \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cdot \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{212} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{221} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{222} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{312} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{313} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{321} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{322} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\cos(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) & -(l_2 + l_3) \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{323} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{331} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{332} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
U_{333} &= \begin{bmatrix} \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \cos \theta_3 & \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_3 & -\cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

İvmeyle ilgili simetrik matris  $D(\theta)$  aşağıdaki gibidir,

$$D(\theta) = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \text{Tr}(U_{11} \cdot J_1 \cdot U_{11}^T) + \text{Tr}(U_{21} \cdot J_2 \cdot U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{31} \cdot J_3 \cdot U_{31}^T)$$

$$D_{12} = D_{21} = \text{Tr}(U_{22} \cdot J_2 \cdot U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{32} \cdot J_3 \cdot U_{31}^T)$$

$$D_{13} = D_{31} = \text{Tr}(U_{33} \cdot J_3 \cdot U_{31}^T)$$

$$D_{22} = \text{Tr}(U_{22} \cdot J_2 \cdot U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{32} \cdot J_3 \cdot U_{32}^T)$$

$$D_{23} = D_{32} = \text{Tr}(U_{33} \cdot J_3 \cdot U_{32}^T)$$

$$D_{33} = \text{Tr}(U_{33} \cdot J_3 \cdot U_{33}^T)$$

Hızlardan kaynaklanan coriolis ve santrifüj terimlerindeki katsayılar aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$h(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}$$

burada;

$$\begin{aligned} h_1 &= h_{111} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_1 + h_{122} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 + h_{133} \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 + 2h_{112} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2h_{113} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + 2h_{123} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \\ h_2 &= h_{211} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_1 + h_{222} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 + h_{233} \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 + 2h_{212} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2h_{213} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + 2h_{223} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \\ h_3 &= h_{311} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_1 + h_{322} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 + h_{333} \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 + 2h_{312} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2h_{313} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + 2h_{323} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \end{aligned}$$

olup  $h_{jkm}$  matrisleri aşağıdaki gibi bulunur,

$$\begin{aligned} h_{111} &= \text{Tr}(U_{111} \cdot J_1 \cdot U_{11}^T) + \text{Tr}(U_{211} \cdot J_1 \cdot U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{311} \cdot J_1 \cdot U_{31}^T) \\ h_{112} &= \text{Tr}(U_{212} \cdot J_1 \cdot U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{312} \cdot J_1 \cdot U_{31}^T) \\ h_{113} &= \text{Tr}(U_{313} \cdot J_1 \cdot U_{31}^T) \\ h_{122} &= \text{Tr}(U_{222} \cdot J_1 \cdot U_{21}^T) + \text{Tr}(U_{322} \cdot J_1 \cdot U_{31}^T) \\ h_{123} &= \text{Tr}(U_{323} \cdot J_1 \cdot U_{31}^T) \\ h_{133} &= \text{Tr}(U_{333} \cdot J_1 \cdot U_{31}^T) \\ h_{211} &= \text{Tr}(U_{211} \cdot J_2 \cdot U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{311} \cdot J_2 \cdot U_{32}^T) \\ h_{212} &= \text{Tr}(U_{212} \cdot J_2 \cdot U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{312} \cdot J_2 \cdot U_{32}^T) \\ h_{213} &= \text{Tr}(U_{313} \cdot J_2 \cdot U_{32}^T) \\ h_{222} &= \text{Tr}(U_{222} \cdot J_2 \cdot U_{22}^T) + \text{Tr}(U_{322} \cdot J_2 \cdot U_{32}^T) \\ h_{223} &= \text{Tr}(U_{323} \cdot J_2 \cdot U_{32}^T) \\ h_{233} &= \text{Tr}(U_{333} \cdot J_2 \cdot U_{32}^T) \\ h_{311} &= \text{Tr}(U_{311} \cdot J_3 \cdot U_{33}^T) \\ h_{312} &= \text{Tr}(U_{312} \cdot J_3 \cdot U_{33}^T) \\ h_{313} &= \text{Tr}(U_{313} \cdot J_3 \cdot U_{33}^T) \\ h_{322} &= \text{Tr}(U_{322} \cdot J_3 \cdot U_{33}^T) \\ h_{323} &= \text{Tr}(U_{323} \cdot J_3 \cdot U_{33}^T) \\ h_{333} &= \text{Tr}(U_{333} \cdot J_3 \cdot U_{33}^T) \end{aligned}$$

yerçekiminden kaynaklanan  $c(\theta)$  kuvvet matrisi aşağıdaki gibidir;

$$c(\theta) = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = -(m_1 g U_{11}^1 \bar{r}_1 + m_2 g U_{21}^2 \bar{r}_2 + m_3 g U_{31}^3 \bar{r}_3)$$

$$c_2 = -(m_2 g U_{22}^2 \bar{r}_2 + m_3 g U_{32}^3 \bar{r}_3)$$

$$c_3 = -(m_3 g U_{33}^3 \bar{r}_3)$$

burada;

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad {}^1\bar{r}_1 = \begin{bmatrix} -l_1/2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^2\bar{r}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_2/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^3\bar{r}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_3/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(5.20) denkleminde yukarıdaki katsayılar kullanılarak mafsallar üzerinde oluşan torklar hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

PUMA tipi bir manipülatör için dinamik analize ait Matlab programı EK-C'de verilmiştir.

## **6. YÖRÜNGE PLANLAMA**

### **6.1. Giriş**

Üç boyutlu uzayda, elin bir başlangıç noktasından bir bitiş noktasına kadar hareketinin oluşturduğu eğri “yörünge” olarak isimlendirilir.

Robotun titreşimden uzak, çalışma uzayındaki herhangi bir cisme çarpmadan, engelleyicilerin sınırlarını zorlamadan, kontrollü ve yumuşak bir şekilde hareket edebilmesi için yörünge planlaması yapılır.

Yörünge planlamasında; bir manipülatörün uç elemanının, istenen hareketi yapabilecek şekilde gerekli formülasyonunu geliştirmekle uğraşılır.

Yörünge planlaması; bir grup polinomdan hareketle, istenen yörüngeye zamana bağlı kontrol noktaları şeklinde, başlangıç noktasından bitiş noktasına kadar elde edilmesidir.

Yörüngeyi oluşturan kontrol noktaları mafsallı koordinatlarında veya Kartezyen koordinatlarda verilebilir. Bununla beraber genellikle Kartezyen koordinatlarda verilir. Çünkü tutucunun konfigürasyonlarını bu koordinat sisteminde tanımlamak daha kolaydır.

### **6.2. Hareket Türleri**

Yörünge planlaması; istenilen hareketin aktivesine göre, verilen bir görev için, noktadan noktaya hareket ve sürekli yörünge hareketi olmak üzere iki kısma ayrılabilir [4], [25].

#### **6.2.1. Noktadan noktaya hareket**

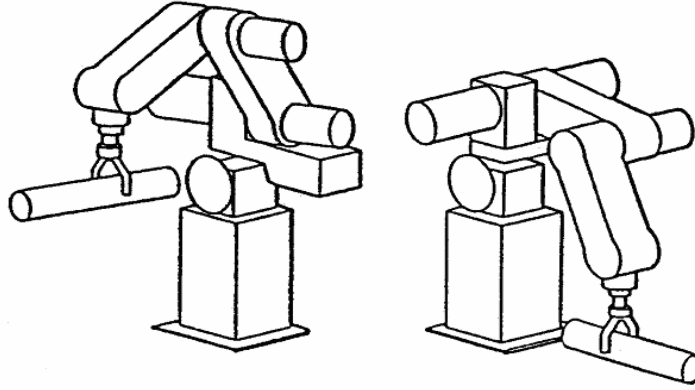
Bu hareket türünde, yörüngeye son durumu tanımlanmıştır. Fakat hareketin türü ve zaman koordinasyonu yapılmamıştır. Bu hareket türünde her eklem ayrı ayrı kontrol edilir. Yani bütün eklemler bir konumdan diğerine birbirinden bağımsız olarak kontrol edilirler.

### 6.2.2. Sürekli yörünge hareketi

Sürekli yol hareketi, her ekleme ait eklem değişkeni değerlerinin başlangıç değerinden bitiş değerine kadar interpolate edilmesi ile üretilir. Her eklem, arzu edilen sonuç konumu sağlayacak minimum hareketi gerçekleştirir. Böylece, robotun uç noktasına kontrol edilebilir bir yörünge sağlanır. Sürekli yol hareketine boya püskürtme ve kaynak yapma örnek gösterilebilir.

### 6.3. Yolun Tanımlanmasında ve Üretilmesinde Genel Metotlar

Şekil 6.1’de görüldüğü gibi temel problem, robotu başlangıç konumundan son konuma taşımaktır. Yani uç noktayı o anki başlangıç değerinden ( $t_{başlangıç}$ ), istenilen son değere ( $t_{son}$ ) taşımaktır. Bu hareketle robot kolunun, hem yönünü hem de konumunu değiştirdiğine dikkat edilmelidir.



**Şekil 6.1. Robot kolunun başlangıç konumundan son konumuna düzgün bir biçimde taşınması.**

Genellikle robot hareketinin düzgün olması istenir. Amacımıza uygun olması için hem kendisi hem de birinci türevi sürekli olan bir fonksiyon tanımlanmalıdır. Bazen ikinci türevinde sürekli olması istenilebilir. Kaba ve ani hareketler mekanizmayı yıpratır ve robotta titreşimlere sebep olabilir.

Sonuç olarak yolun belirlenebileceği ve planlanabileceği pek çok metot vardır. Geçiş noktalarından geçen herhangi bir düzgün fonksiyon, yolun şeklini belirlemek için kullanılabilir.

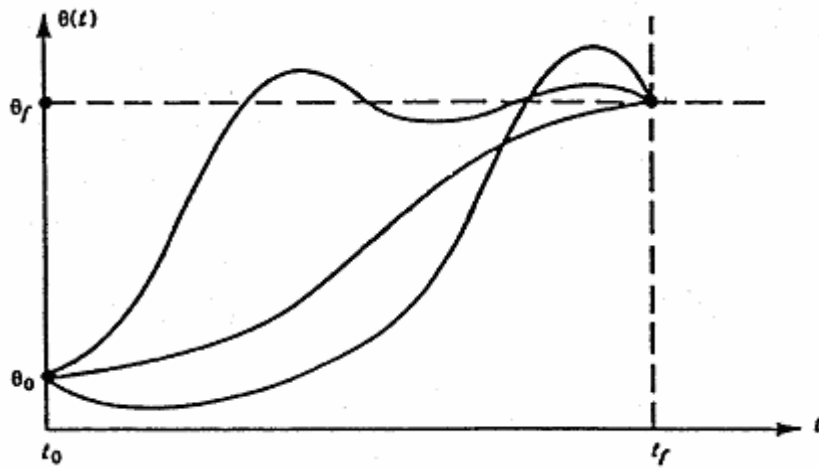


### 6.3.1. Mafsal interpolasyonlu yol yörüngelerinin planlanması

Bu bölümde, yol şeklinin eklem açılarının fonksiyonu şeklinde tanımlanan yörünge planlaması metotları üzerinde durulacaktır. Bütün geçiş noktaları, ters kinematik uygulama ile istenilen eklem açıları kümesine dönüştürülür. Daha sonra her eklem için geçiş noktalarından geçen ve hedef noktasında son bulan düzgün bir fonksiyon bulunur. Her hareket parçası için gereken süre bütün eklemler için aynıdır. Yani her eklem, geçiş noktalarına aynı anda ulaşır. Bütün eklemler için aynı süre belirlenirse, belirli bir eklem için istenilen eklem açısı fonksiyonunun belirlenmesi, diğer eklem fonksiyonlarından bağımsız olur.

#### 6.3.1.1. Kübik polinomlar

Bu bölümde, uç noktanın, başlangıç konumundan hedef konuma, belirli bir süre içerisinde hareket ettirilmesi problemi ele alınacaktır. Burada robotun başlangıç konumu eklem açıları cinsinden verilmelidir. Her eklem için kullanılacak fonksiyonun  $t_0$  'daki değerinin eklem başlangıç konumuna,  $t_f$  'deki değerininse eklem hedef konumuna eşit olması istenir. Şekil 6.2'de görüldüğü gibi, eklem açılarının değerlerini interpolate etmek için kullanabilecek çok sayıda düzgün  $\theta(t)$  fonksiyonu vardır.



Şekil 6.2. Bir eklem için farklı yol şekilleri.

Robot eklemi tek bir düzgün hareket yaparken,  $\theta(t)$  üzerinde en az dört sınırlama olmalıdır. Fonksiyon üzerindeki iki sınırlama başlangıç ve sonuç değerlerinin seçiminden kaynaklanır.

$$\theta(0) = \theta_0, \quad \theta(t_f) = \theta_f \quad (6.1)$$

Yukarıdaki denklemlere ek olarak, ikinci sınırlama da fonksiyon hızının sürekli olması sınırlamasıdır. Bunun anlamı, hızın ilk ve son değerlerinin sıfır olmasıdır.

$$\dot{\theta}(0) = 0, \quad \dot{\theta}(t_f) = 0 \quad (6.2)$$

Bu dört sınırlama en az üçüncü dereceden bir fonksiyon ile sağlanabilir. Bir kübik fonksiyonun dört kat sayısı olduğu için eşitlik (6.1) ve (6.2)'de verilen sınırlamalarla sağlanabilir. Bir kübik polinom aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (6.3)$$

Buradan eklem hızı ve ivmesi de aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2, \quad \ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3 t \quad (6.4)$$

Eşitlik (6.3) ve (6.4)'de verilen sınırlamalar birleştirilirse, dört bilinmeyenli dört denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} \theta_0 &= a_0 \\ \theta_f &= a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 \\ 0 &= a_1 \\ 0 &= a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 \end{aligned} \quad (6.5)$$

Bu eşitlikler  $a_i$  için çözülürse aşağıdaki ifadeleri elde edilir.

$$\begin{aligned} a_0 &= \theta_0 \\ a_1 &= 0 \\ a_2 &= \frac{3}{t_f^2} (\theta_f - \theta_0) \\ a_3 &= -\frac{2}{t_f^3} (\theta_f - \theta_0) \end{aligned} \quad (6.6)$$

Eşitlik (6.6) kullanılarak, herhangi bir eklem, başlangıç konumunu hedef konuma bağlayan kübik polinom elde edilebilir. Bu çözüm, hızın başlangıç ve son değerleri sıfır olduğu zaman geçerlidir.

### 6.3.1.2. Yüksek dereceli polinomlar

Bazen, yol parçaları için daha yüksek dereceli fonksiyonlara ihtiyaç duyulur. Örneğin bir fonksiyonun; konumun, hızın ve ivmenin başlangıç ve son değerlerini sağlaması için bu altı sınırlamayı yerine getirmesi gerekir. Beşinci dereceden bir polinomun altı adet kat sayısı olduğu için bu altı sınırlamayı sağlayabilir. Yani bu polinom konumun, hızın ve ivmenin sürekli olmasını sağlar.

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (6.7)$$

Burada sınırlamalar aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned} \theta_0 &= a_0 \\ \theta_f &= a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 + a_4 t_f^4 + a_5 t_f^5 \\ \dot{\theta}_0 &= a_1 \\ \dot{\theta}_f &= a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 + 4a_4 t_f^3 + 5a_5 t_f^4 \\ \ddot{\theta}_0 &= 2a_2 \\ \ddot{\theta}_f &= 2a_2 + 6a_3 t_f + 12a_4 t_f^2 + 20a_5 t_f^3 \end{aligned} \quad (6.8)$$

Bu sınırlamalar altı bilinmeyenli altı denklem oluşturur. Bu denklemlerin çözümü sonucu aşağıdaki ifadeler bulunur.

$$\begin{aligned} a_0 &= \theta_0 \\ a_1 &= \dot{\theta}_0 \\ a_2 &= \frac{\ddot{\theta}}{2} \\ a_3 &= \frac{20\theta_f - 20\theta_0 - (8\dot{\theta}_f + 12\dot{\theta}_0)t_f - (3\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^3} \\ a_4 &= \frac{30\theta_0 - 30\theta_f + (14\dot{\theta}_f + 16\dot{\theta}_0)t_f + (3\ddot{\theta}_0 - 2\ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^4} \\ a_5 &= \frac{12\theta_f - 12\theta_0 - (6\dot{\theta}_f + 6\dot{\theta}_0)t_f - (\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^5} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Hareket bir başlangıç ve sonuç noktası arasında gerçekleşecek ise hızın ve ivmenin başlangıç ve sonuç değeri sıfır alınır. İvmenin sürekliliği için başlangıç, ara ve son ivme değerleri sıfır alınabilir.

### 6.3.2. Kartezyen yol yörüngelerinin planlanması

Manipülörlerde mafsalları koordinatları elin konum ve yönlenmesini tam olarak tanımlamasına rağmen, mafsalları koordinatları bir hedef işi tam olarak tanımlamak için uygun değildir. Daha karışık yapıları robotik sistemlerde, bir işi manipülöre yaptırabilmek üzere geliştirilmiş paket programlar vardır. Bu tür sistemlerde bir iş genellikle ardışık kartezyen düğüm noktaları şeklinde tanımlanır ve manipülör elinin veya sonlandırıcısının bu noktalardan geçmesi istenir. Böylece bir işi yapacak robotun hareketlerinin tanımlanmasında; genellikle manipülör elinin uzayda izleyeceği eğrinin yanında, hareket etmek zorunda olduğu hedef konumlarının tanımlanabilmesi için gerekli formülasyonlarla ilgilenilir [1].

#### 6.3.2.1. Homojen transformasyon matrisi yaklaşımı

Genel olarak, manipülörün hedef konumları aşağıdaki temel matris gösterimiyle tanımlanabilir.

$${}^0T_6 {}^6T_{\text{tool}} = {}^0C_{\text{base}}(t) {}^{\text{base}}P_{\text{obje}} \quad (6.10)$$

Burada;

${}^0T_6$  : 4 x 4 homojen transformasyon matrisidir.

Manipülörün el konumunu ve yönünü temel koordinat sistemine göre tanımlar.

${}^6T_{\text{tool}}$  : 4 x 4 homojen transformasyon matrisidir.

Takımın konumunu ve yönünü el koordinat sistemine göre tanımlar. Hareketi kontrol edilecek takımın uç noktasını tanımlar.

${}^0C_{\text{base}}(t)$  : 4 x 4 homojen transformasyon matrisi ve zaman fonksiyonudur.

Objenin çalışma koordinat sistemini taban kısıtlarına göre belirler.

${}^{\text{base}}P_{\text{obje}}$  : 4 x 4 homojen transformasyon matrisidir.

Cismin arzu edilen tutma konumu ve yönünü uç tutucuyu çalışma koordinat sistemine göre tanımlar.

(6.10) denkleminde bakıldığında sol taraftaki matrisler manipülatörün tutma konumunu ve yönünü gösterir. Sağ taraftaki matrisler ise tutulmak istenen objenin konumunu ve yönünün özelliklerini tanımlar.

Böylece, objeyi istenen şekliyle ve düzgün olarak tutmak için manipülatörün konfigürasyonunu tanımlayan  ${}^0T_6$  matrisi aşağıdaki gibi elde edebilir.

$${}^0T_6 = {}^0C_{base}(t) {}^{base}P_{obje} [{}^6T_{tool}]^{-1} \quad (6.11)$$

Eğer  ${}^0T_6$  uygun bir şekilde hesaplanırsa ve ilgili mafsallara dönüştürülürse, manipülatör yörüngesi izleyecek şekilde tahrik edilecektir.

$i$  konumundan  $i+1$  konumuna hareket,  $r$  normalize edilmiş zamanın fonksiyonu olan  $D(r)$  “tahrik” transformasyonu cinsinden elde edilebilir.

$$T_6(r) = C_{i+1}(r) P_{i,i+1} D(r) ({}^{tool}T_{i+1})^{-1} \quad (6.12)$$

Burada,  $r = \frac{t}{T}$   $r \in [0,1]$

$t$  : Hareketin başlangıcından itibaren gerçek zaman

$T$ : Bu parçanın izlenmesi için toplam süre

$i$  konumunda, (gerçek zaman sıfırdır)  $r$  sıfırdır,  $D(0)$   $4 \times 4$  bir birim matristir ve,

$$P_{i+1,i+1} = P_{i,i+1} D(1) \quad (6.13)$$

$$D(1) = (P_{i,i+1})^{-1} P_{i+1,i+1} \quad (6.14)$$

$i$  ve  $i+1$  konumları ilgili homojen transformasyon matrisleri ile ifade edilirse,

$$A = P_{i,i+1} = \begin{bmatrix} n_A & s_A & a_A & p_A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x^A & s_x^A & a_x^A & p_x^A \\ n_y^A & s_y^A & a_y^A & p_y^A \\ n_z^A & s_z^A & a_z^A & p_z^A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

ve

$$B = P_{i+1,i+1} = \begin{bmatrix} n_B & s_B & a_B & p_B \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x^B & s_x^B & a_x^B & p_x^B \\ n_y^B & s_y^B & a_y^B & p_y^B \\ n_z^B & s_z^B & a_z^B & p_z^B \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

olur.

$P_{i,i+1}$ 'in tersi daha önce verilen denklem kullanılarak alınır ve  $P_{i+1,i+1}$  ile çarpılırsa

$$D(1) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_A \cdot \mathbf{n}_B & \mathbf{n}_A \cdot \mathbf{s}_B & \mathbf{n}_A \cdot \mathbf{a}_B & \mathbf{n}_A \cdot (\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_A) \\ \mathbf{s}_A \cdot \mathbf{n}_B & \mathbf{s}_A \cdot \mathbf{s}_B & \mathbf{s}_A \cdot \mathbf{a}_B & \mathbf{s}_A \cdot (\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_A) \\ \mathbf{a}_A \cdot \mathbf{n}_B & \mathbf{a}_A \cdot \mathbf{s}_B & \mathbf{a}_A \cdot \mathbf{a}_B & \mathbf{a}_A \cdot (\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_A) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

elde edilir. Burada (.) iki vektörün skaler çarpımını göstermektedir.

Eğer “tahrik” fonksiyonu bir yer değiştirme ve iki dönme hareketi içeriyorsa bu durumda hem yer değiştirme hem de dönmeler  $r$  ile doğru orantılı olacaklardır. Eğer  $r$  zamanla lineer olarak değişirse,  $D(r)$  ile ifade edilen sonuç hareket sabit bir doğrusal hıza ve iki açısal hıza karşılık gelecektir. Yer değiştirme hareketi  $L(r)$  gibi bir homojen transformasyon matrisi ile gösterilebilir ve hareket  $P_i$  ve  $P_{i+1}$ ’in konumlarını birleştiren bir düzgün doğru boyunca olacaktır. Birinci dönme hareketi  $R_A(r)$  gibi bir homojen transformasyon matrisi ile gösterilebilir ve yaklaşma vektörünün  $P_i$  konumundan  $P_{i+1}$  konumuna dönmesini ifade eder.  $R_B(r)$  ile gösterilen ikinci dönme hareketi, yönelme vektörünün takım eksenini etrafında  $P_i$ ’den  $P_{i+1}$ ’deki yönelme vektörüne dönmesini ifade eder. Böylece “tahrik” fonksiyonu,

$$D(r) = L(r) R_A(r) R_B(r) \quad (6.18)$$

olarak yazılabilir. Burada;

$$L(r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_x \\ 0 & 1 & 0 & r_y \\ 0 & 0 & 1 & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

$$R_A(r) = \begin{bmatrix} S^2\Psi V(r\theta) + C(r\theta) & -S\Psi C\Psi V(r\theta) & C\Psi S(r\theta) & 0 \\ -S\Psi C\Psi V(r\theta) & C^2\Psi V(r\theta) + C(r\theta) & S\Psi S(r\theta) & 0 \\ -C\Psi S(r\theta) & -S\Psi S(r\theta) & C(r\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

$$R_B(r) = \begin{bmatrix} C(r\phi) & -S(r\phi) & 0 & 0 \\ S(r\phi) & C(r\phi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Burada;

$$\begin{aligned}
V(r\theta) &= V \sin e(r\theta) = 1 - \cos(r\theta) \\
C(r\theta) &= \cos(r\theta) & S(r\theta) &= \sin(r\theta) \\
C(r\phi) &= \cos(r\phi) & S(r\phi) &= \sin(r\phi)
\end{aligned} \tag{6.22}$$

ve  $r \in [0,1]$

$R_A(r)$  rotasyon matrisi, yaklaşma vektörü etrafında  $\Psi$  açısıyla döndürülmüş olan  $P_i$  konumu yönlenme vektörünün etrafında  $\theta$  açısıyla dönmeyi göstermektedir.  $R_B(r)$  ise  $P_{i+1}$  konumundaki takımın yaklaşma vektörü etrafında  $\phi$  açısıyla dönmeyi göstermektedir. (6.19)'dan (6.21)'e kadar denklemlerde verilen matrisler çarpılırsa,

$$D(r) = \begin{bmatrix} dn & ds & da & dp \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6.23}$$

elde edilir.

Burada,

$$\begin{aligned}
da &= \begin{bmatrix} -S(r\phi)[S^2\Psi V(r\theta) + C(r\theta)] + C(r\phi)[-S\Psi C\Psi V(r\theta)] \\ -S(r\phi)[-S\Psi C\Psi V(r\theta)] + C(r\phi)[C^2\Psi V(r\theta) + C(r\theta)] \\ -S(r\phi)[-C\Psi S(r\theta)] + C(r\phi)[-S\Psi S(r\theta)] \end{bmatrix} \\
ds &= \begin{bmatrix} C\Psi S(r\theta) \\ S\Psi S(r\theta) \\ C(r\theta) \end{bmatrix} & dp &= \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} & dn &= ds \times da
\end{aligned}$$

şeklinde tanımlıdır.

(6.18) denkleminde ters transformasyon tekniği kullanılarak x,y,z çözülebilir. Bunun için (6.18) denklemi sağdan  $R_B^{-1}(r)R_A^{-1}(r)$  ile çarpılır ve elemanları konum vektörünün elemanlarına eşitlenirse,

$$\begin{aligned}
x &= n_A \cdot (p_B - p_A) \\
y &= s_A \cdot (p_B - p_A) \\
z &= a_A \cdot (p_B - p_A)
\end{aligned} \tag{6.24}$$

elde edilir.

(6.18) denkleminin her iki tarafı önce sağdan  $R_B^{-1}(r)$  ile çarpılır sonra  $L^{-1}(r)$  ile soldan çarpılırsa  $\theta$  ve  $\Psi$  üçüncü kolonların elemanlarının eşitlenmesiyle çözülebilir.

$$\Psi = \tan^{-1} \left[ \frac{s_A \cdot a_B}{n_A \cdot a_B} \right] \quad -\pi \leq \Psi < \pi \tag{6.25}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left\{ \frac{[(n_A \cdot a_B)^2 + (s_A \cdot a_B)^2]^{\frac{1}{2}}}{a_A \cdot a_B} \right\} \quad 0 \leq \theta < \pi \quad (6.26)$$

$\Psi$  'yi bulmak için, (6.18) denkleminin her iki tarafını önce  $L^{-1}(r)$  ile sonra  $R_A^{-1}(r)$  ile soldan çarpılarak elemanları eşitlenirse,

$$S\phi = -S\Psi C\Psi V(r\theta)(n_A \cdot n_B) + [C^2\Psi V(r\theta) + C(r\theta)](s_A \cdot n_B) - S\Psi S(r\theta)(a_A \cdot n_B) \quad (6.27)$$

$$C\phi = -S\Psi C\Psi V(r\theta)(n_A \cdot s_B) + [C^2\Psi V(r\theta) + C(r\theta)](s_A \cdot s_B) - S\Psi S(r\theta)(a_A \cdot s_B) \quad (6.28)$$

denklemlerinden yararlanarak

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{S\phi}{C\phi} \right\} \quad -\pi \leq \theta < \pi \quad (6.29)$$

$\phi$  elde edilir.

#### 6.4. Yol Alma Fonksiyonunun Belirlenmesi

Yol alma fonksiyonu, hareketin kartezyen yörünge boyunca konumunun değişimini belirlemek için kullanılmaktadır. Yapılacak simülasyonlarda Sikloid, harmonik ve polinom yol alma fonksiyonları kullanılacaktır. Bu fonksiyonlar aşağıda gösterilmiştir.

Sikloid yol alma fonksiyonu;

$$s = \Delta s \left[ \frac{t}{t_p} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi}{t_p} t \right) \right]$$

Harmonik yol alma fonksiyonu;

$$s = \frac{\Delta s}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi t}{t_p} \right) \right]$$

Polinom yol alma fonksiyonu;

$$s = \Delta s \left[ 35 \left( \frac{t}{t_p} \right)^4 - 84 \left( \frac{t}{t_p} \right)^5 + 70 \left( \frac{t}{t_p} \right)^6 - 20 \left( \frac{t}{t_p} \right)^7 \right]$$

$\Delta s$ ; toplam yörünge uzunluğu (m).

$t$ ; zaman (s).

$t_p$ ; yol alma süresi (s).



## **7. ROBOT KONTROLÜ**

### **7.1. Giriş**

Robot kontrol sisteminin yapısı yerine getirilecek görevin karmaşıklığı ile değişir. Basit robotlar, hareketi kontrol etmek için pnömatik, mekanik veya basit elektriksel mantık kontrolcöleri kullanırlar. Karmaşık endüstriyel robotlarda her eklemın konumu veya hareket eksenı kapalı döngölü servo sistemiyle kontrol edilir. Bu kontrolcöler eklem hareketlerini kontrol etmek için algılayıcılardan sürekli konum bilgisi alırlar.

Robotlara uygulanabilecek kontrol metotları lineer ve nonlinear olmak üzere iki kısımda incelenebilir. Genel olarak, eğer sistemin matematiksel modeli lineer diferansiyel denklemlerle ifade edilebiliyorsa lineer kontrol kullanılabilir. Ancak robot dinamiğinin nonlinear diferansiyel denklemlerle ifade edilmesi daha doğrudur. Buna rağmen bazı yaklaşımlarla robot modeli lineer diferansiyel denklemlerle oluşturulmakta ve kayda değer sonuçlar alınabilmektedir. Bu yüzden lineer kontrol metotları hala endüstride sıkça uygulanmaktadır. Ayrıca lineer kontrol nonlinear kontrolün de temelini oluşturmaktadır [9],[10].

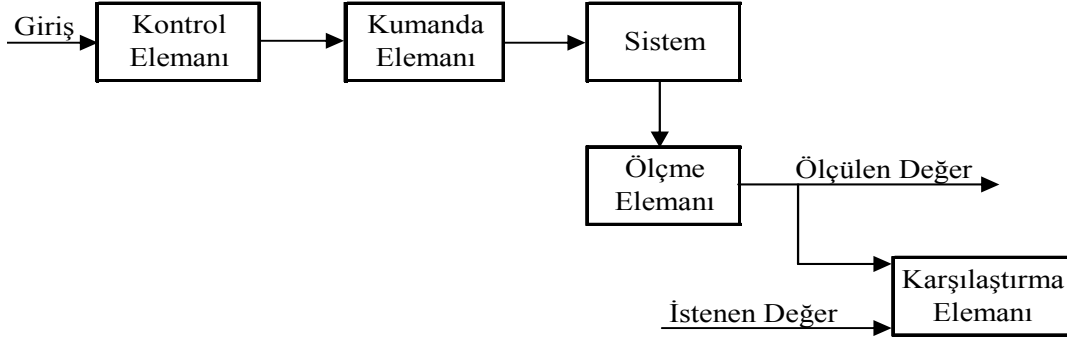
### **7.2. Temel Kontrol İşlemleri**

Kontrolün amacı, bir işlemdeki değişkenlerin istenilen şekilde davranması için giriş sinyalleri üretmektir. Daha değişik bir ifadeyle sisteme uygun bir giriş uygulayarak, arzu edilen çıkışı elde etmektir. Mühendislik kontrol sistemleri açık çevrimli kontrol ve kapalı çevrimli kontrol olmak üzere iki gruba ayrılır.

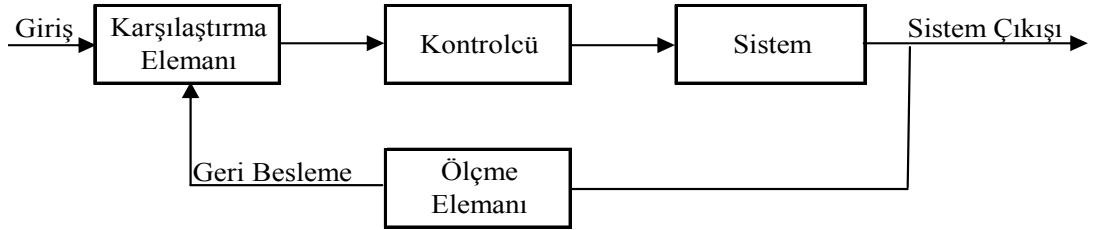
Bir kontrol çevriminde kontrol ve kumanda sistemin çıkışlarına bağılı olarak belirlenmiyorsa kontrol çevrimi açıktır. Diğer bir deyişle, çıkışlar kumandayı kontrol sistemi içinde doğrudan etkilememektedir. Bu tür kontrol genellikle sistem yapısının ve sistem girişlerinin önceden çok iyi bilindiğı uygulamalarda kullanılır.

Sisteme referans ile gerçek çıkış arasındaki farka (hata) göre giriş uygulanıyorsa, buna kapalı çevrimli kontrol adı verilir. Sistem çıkışındaki

değişmeler, sisteme uygulanacak kumandanın belirlenmesi için geri gönderilir. Bu nedenle kapalı çevrimli kontrole "Geri beslemeli kontrol" adı da verilir. Bu iki kontrol biçimi Şekil 7.1 ve Şekil 7.2'de şematik olarak gösterilmiştir.



**Şekil 7.1. Açık çevrimli kontrol blok diyagramı.**



**Şekil 7.2. Kapalı çevrimli kontrol blok diyagramı.**

### 7.3. PID (Orantı+İntegral+Türev) Tipi Kontrolcü

Endüstriyel çevrelerde PID kontrolcü hala en çok kullanılan geri beslemeli kontrolcüdür. Pratikte edinilen tecrübeler bu kontrolcünün birçok proses kontrol problemi ile son derece iyi bir şekilde baş edebildiğini göstermiştir. PID yönteminin diğer avantajları ise az sayıdaki tasarım parametresinin olması ve bunların performans ölçüleri ile kolayca ilişkilendirilebilmesidir.

PID kontrolcü lineer bir kontrolcüdür. Hata sinyali  $e(t)$ 'yi kontrol sinyali  $u(t)$ 'ye çevirir. Lineer bir kontrolcü olduğundan zaman ve frekans domenlerinde incelenebilir.

Zaman domeninde kontrol sinyali şu şekildedir:

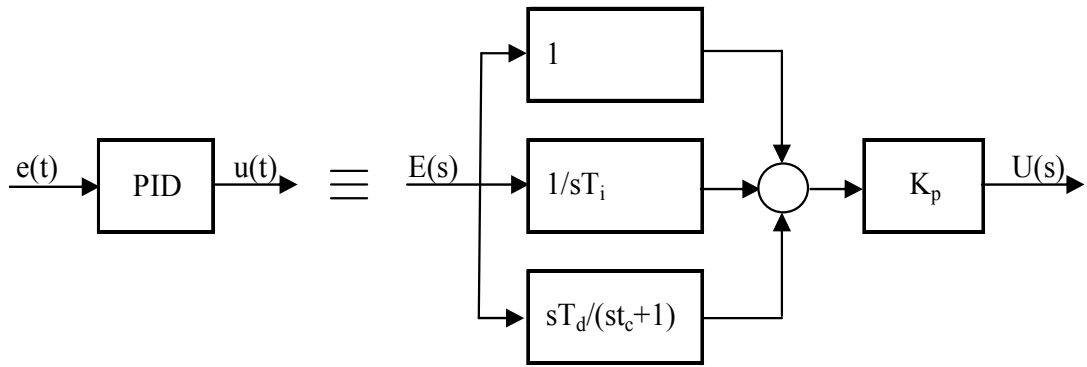
$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{d}{dt} e(t) \right] \quad (7.1)$$

Laplace Dönüşümü alındıktan sonra bu denklem:

$$U(s) = K_p \left[ 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right] E(s) \quad (7.2)$$

şeklinde olur.

Temel olarak kontrolcü üç terimden oluşur. Birinci terim hata sinyali ile ikinci terim hata sinyalinin integrali ile üçüncü terim ise hata sinyalinin türevi ile orantılıdır. Şekil 7.3'te PID kontrol yönteminin blok diyagramı gösterilmiştir.



**Şekil 7.3. PID kontrol yöntemi blok diyagramı.**

Bu yapıda türev ifadesinin uygulanmasında bazı değişiklikler yapılmıştır. Saf türev işlemi yüksek frekanslarda sınırsız genliğe sahip olduğundan pratik açıdan kullanılmaz. Ayrıca hata sinyali ile üst üste binen en ufak yüksek frekanslı gürültünün genliği bile çok yüksek olacaktır. Yumuşatma işlemi hata sinyalini, türevi alınmadan önce alçak geçişli bir filtreden geçirmek suretiyle yapılabilir. Pratikte iki

işlem de aynı filtrede gerçekleştirilir. PID kontrolcünün transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left[ 1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{st_c + 1} \right] \quad (7.3)$$

Türev işleminin gerçekleşebilmesi için  $t_c$ 'nin  $T_d$ 'ye göre çok ufak olması gerekir.  $t_c$  çok büyük seçilirse terim, düşük frekanslarda bile oransal bir terime dönüşür.

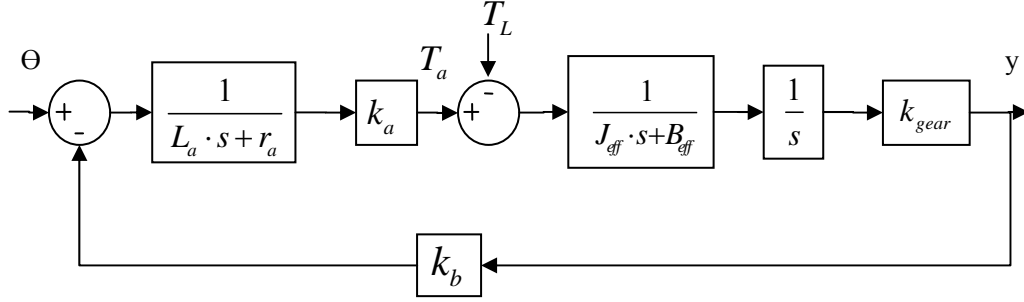
Orantı İşlemi (P), proses değerindeki bir değişime çabuk cevap verdiği için hızlıdır. Orantı terimi yüzünden sabit hata, sabit kontrol işlemine neden olur. İntegral işlemi (I), hata sabit kaldığı sürece kontrol işleminin büyümesine yol açar. Dolayısıyla integral kontrolcü kullanılarak hata daima azaltılır. Oransal kontrolcü ile kıyaslandığında integral kontrolcü daha yavaş tepki verir. Bir hata ortaya çıktığı anda türev işlemi (D) çok çabuk devreye girer. Ancak hatanın değiştiği anlarda etkindir.

PID kontrolde en önemli nokta kontrolcü katsayıları olan orantı kazancını ( $K_p$ ), integral zamanını ( $T_i$ ) ve türev zamanını ( $T_d$ ) ayarlamaktır. Bunun için deneysel ve teorik birçok yöntem geliştirilmiştir.

Kapalı çevrimli kontrol sisteminin referans değerinde basamak fonksiyonu şeklinde bir uyarı sağlandığı zaman, sistem cevabının yeni daimi rejim değerine en kısa zamanda ve kararlı bir biçimde erişmesini sağlayan kontrol organı ayarı optimum ayar kabul edilir. Bu amaçla seçilen ölçüt, cevap eğrisinin ikinci aşma genliğinin, birinci aşma genliğinin dörtte biri olmasıdır. Bu değer hızlı cevap ve çabuk sönümleme sağladığı deneysel olarak saptanmıştır.

### 7.3.1. Servo motorların matematiksel modeli

İstenen mafsall açılarının ve torkun elde edilmesi için uygun gerilimin motora uygulanması sağlanmaktadır. Bir servo motorun modeli Şekil 7.4’de verilmiştir.



Şekil 7.4. Servo motor blok diyagramı.

3 serbestlik dereceli PUMA tipi robotta kullanılan servo motor parametreleri Tablo 7.1’de verilmiştir (Şahin, 2006).

Tablo 7.1. Pittman 14207 serisi servo motor parametreleri.

Parametre	Anlamı	SI Değeri
$k_a$		0.0706397 Nm/A
$k_b$	Zıt elektromotor kuvveti	0.0705693 Vs/rad
$r_a$	Armatür direnci	0.59 $\Omega$
$L_a$	Armatür indüktansı	$0.87 \times 10^{-3}$ H
$f$	Sürtünme katsayısı	$1.6864 \times 10^{-5}$ Nms/rad
$J$	Motor eylemsizlik momenti	$4.73286 \times 10^{-5}$ Nms <sup>2</sup>

Sistemin transfer fonksiyonu;

$$\frac{\Theta_m(s)}{V_a(s)} = \frac{k_a}{s(s^2 J_{eff} L_a + (L_a f_{eff} + r_a J_{eff})s + r_a f_{eff} + k_a k_b)} \quad (7.4)$$

Transfer fonksiyonu düzenlenirse;

$$\frac{\Theta_m(s)}{V_a(s)} = \frac{k_a}{s^3 J_{\text{eff}} L_a + (L_a f_{\text{eff}} + r_a J_{\text{eff}}) s^2 + r_a f_{\text{eff}} + k_a k_b} s \quad (7.5)$$

Tablo 7.1’de verilen parametreler denklem (7.5)’de yerine konulursa transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{\Theta_m(s)}{V_a(s)} = \frac{1}{0.03s^3 + 19.88s^2 + 0.154s} \quad (7.6)$$

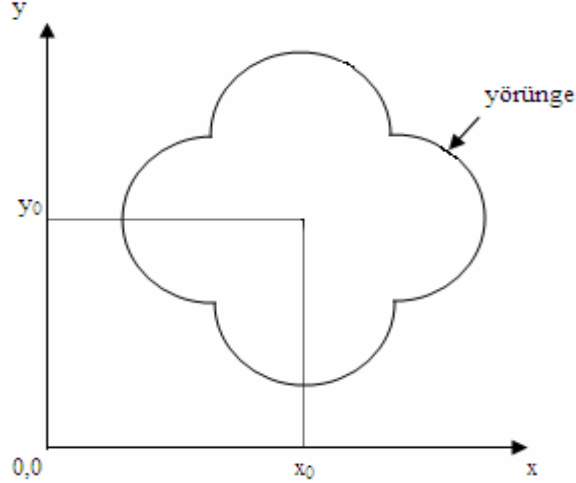
## 8. SİMÜLASYONLAR

### 8.1. Kontrol Sisteminin Matlab-Simulink Programı ile Modellenmesi

Robotun uç noktasına Şekil 8.1’de gösterilen dört yarım daire çizdirilmek istenmektedir. Bunun için öncelikle Şekil 8.2’de gösterilen simulink programında sistemin modeli oluşturulmuştur. Bu modelde öncelikle robotun izleyeceği yörüngeyi hangi fonksiyonla hareket etmesinin belirtildiği “Fonksiyon Bloğu” oluşturulur. Daha sonra çizdirilmek istenen şeklin kartezyen koordinatlardaki x ve y değerlerini veren “Yörünge Bloğu” yerleştirilmiştir.

Yörünge bloğundan çıkan x ve y değerleri Bölüm 4.3’de anlatılan ve teta değerlerini bulmak için kullanılacak “Ters Kinematik Bloğu” oluşturulmuştur. Buradan elde edilen teta değerlerine ait tork değerlerini bulmak için de “Tork Denklemleri Bloğu” yerleştirilmiştir.

Son olarak, bütün bilgilerin toplanarak mafsal değişkenlerinin elde edildiği “Düz Kinematik Bloğu” yerleştirilmiştir.



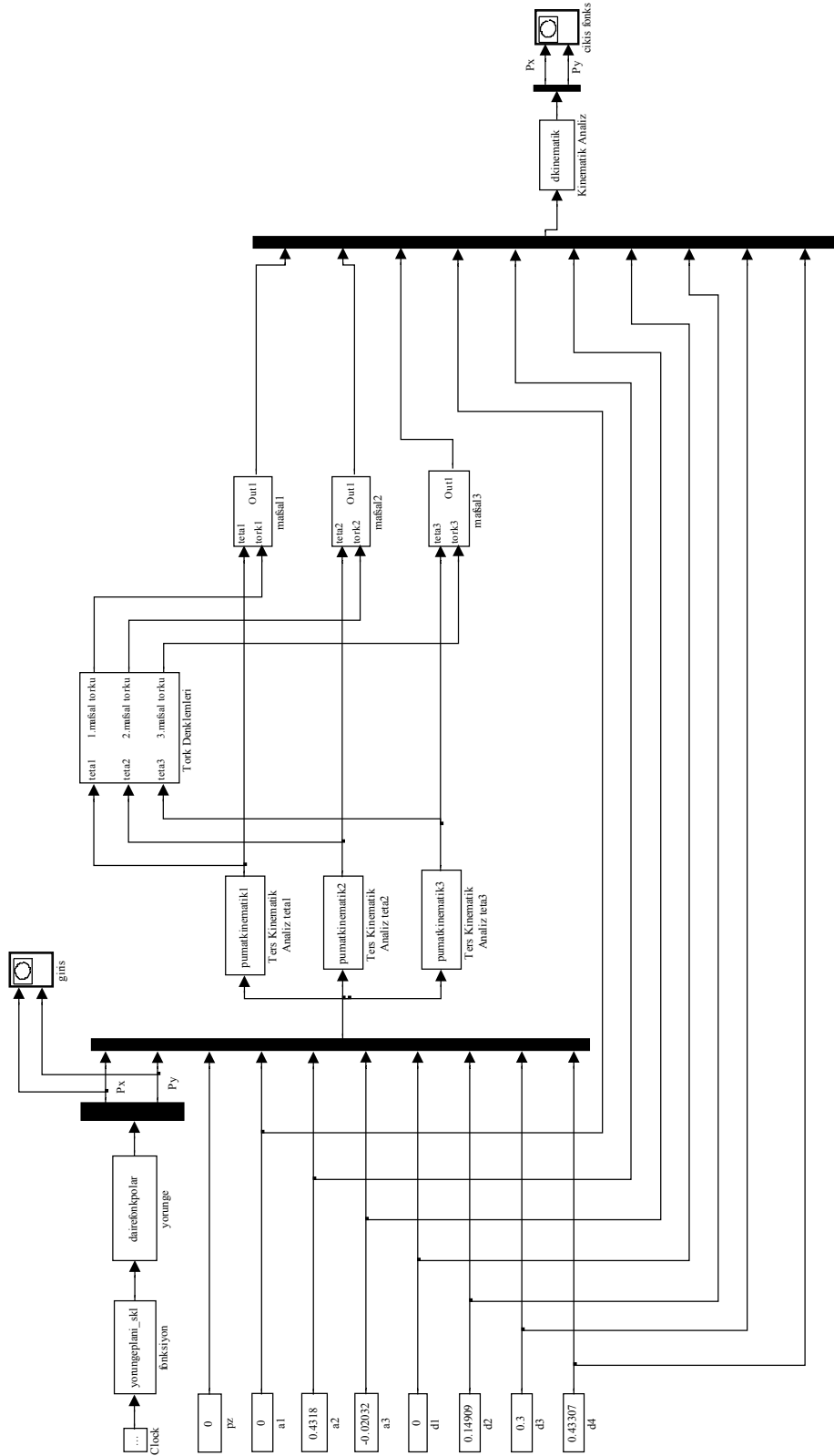
**Şekil 8.1. Simülasyonu yapılacak yörünge parçası.**

Simülasyonlarda;

$x_0$ : 0.4 m.

$y_0$ : 0.4 m.

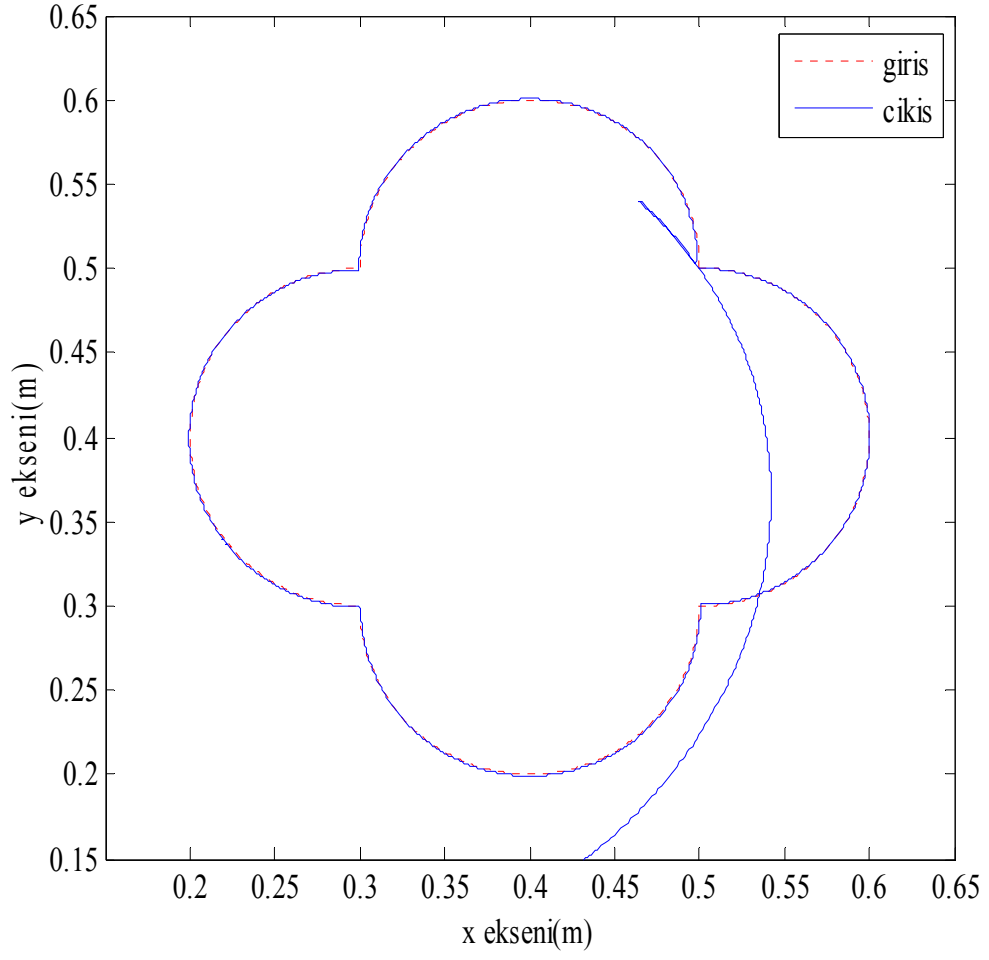
r: 0.1 m. olarak alınmıştır.



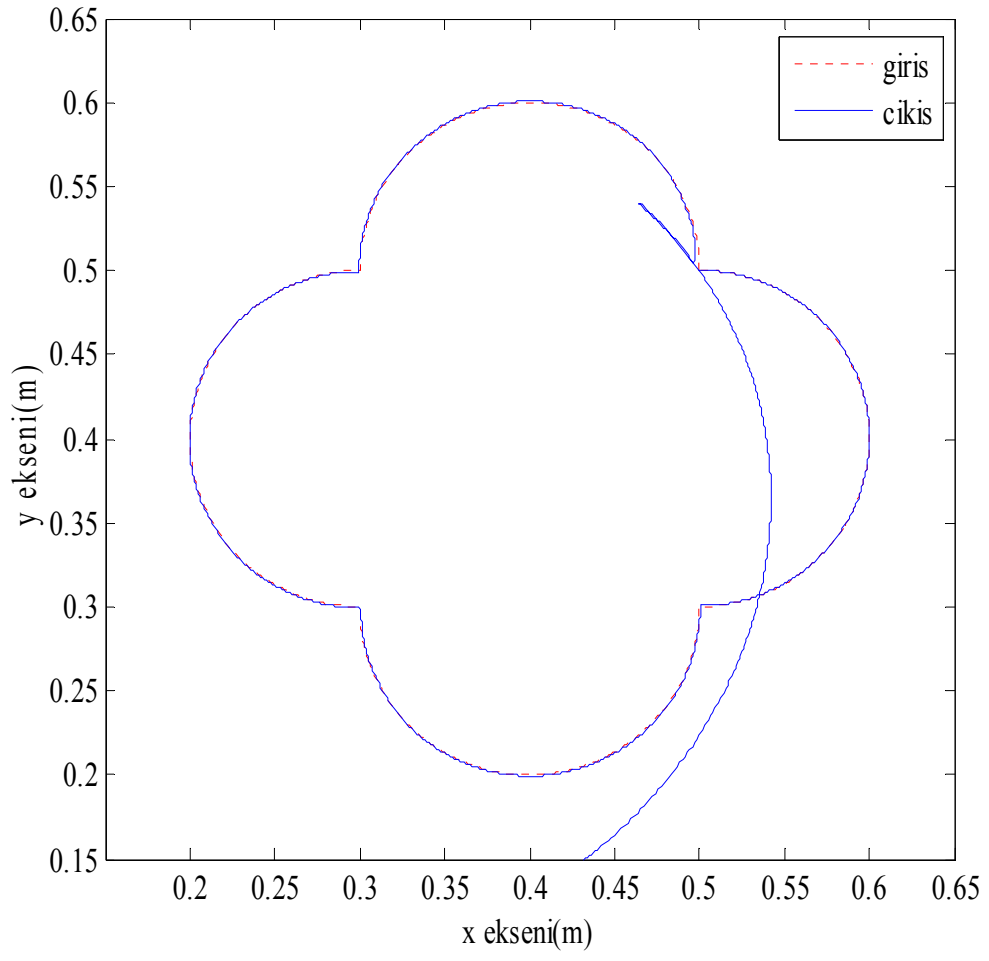
Şekil 8.2. Kontrol sisteminin simulink modeli.



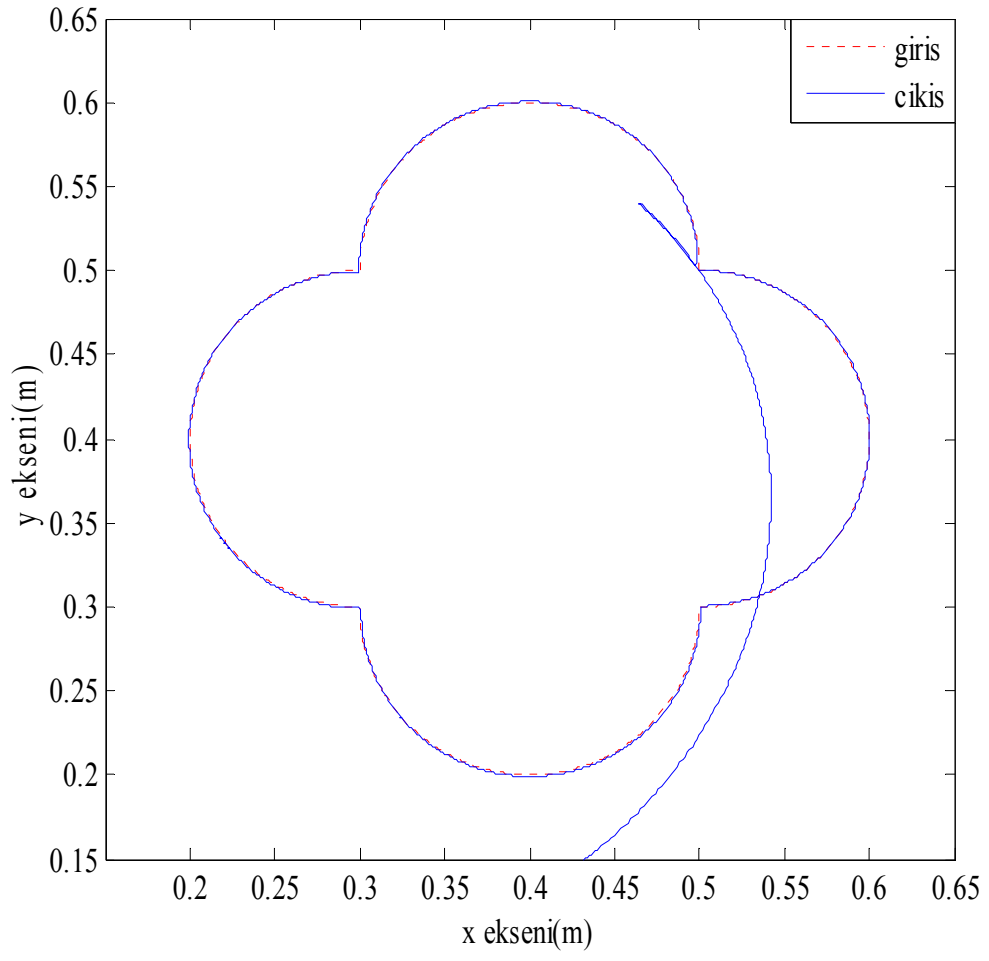
## 8.2. Grafikler



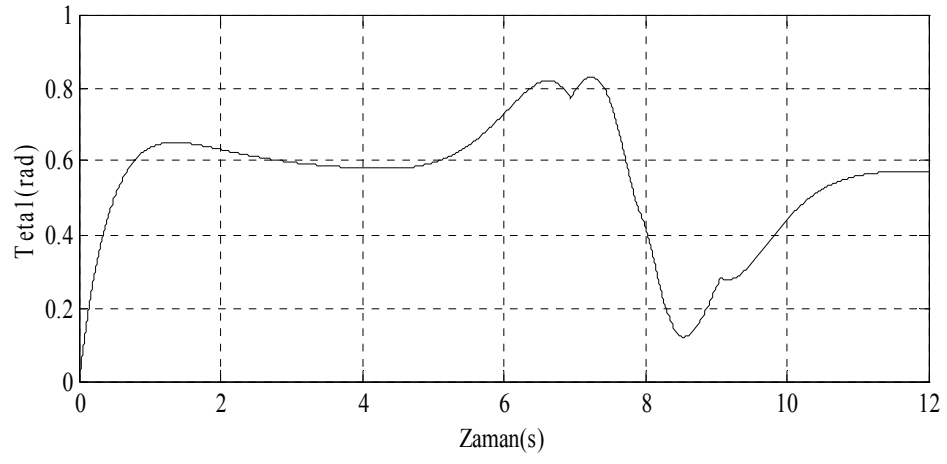
**Şekil 8.3. Sikloid fonksiyon ile oluşan çıkış ve giriş yörünge grafiği.**



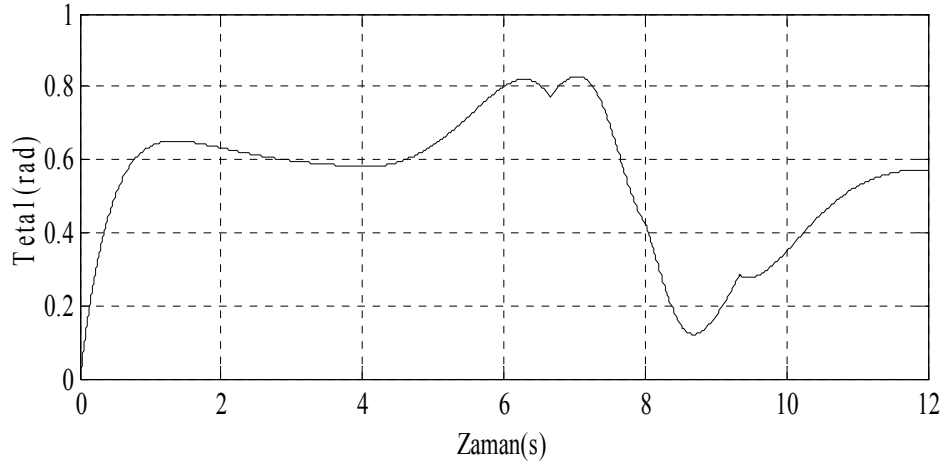
**Şekil 8.4. Harmonik fonksiyon ile oluşan çıkış ve giriş yörünge grafiği.**



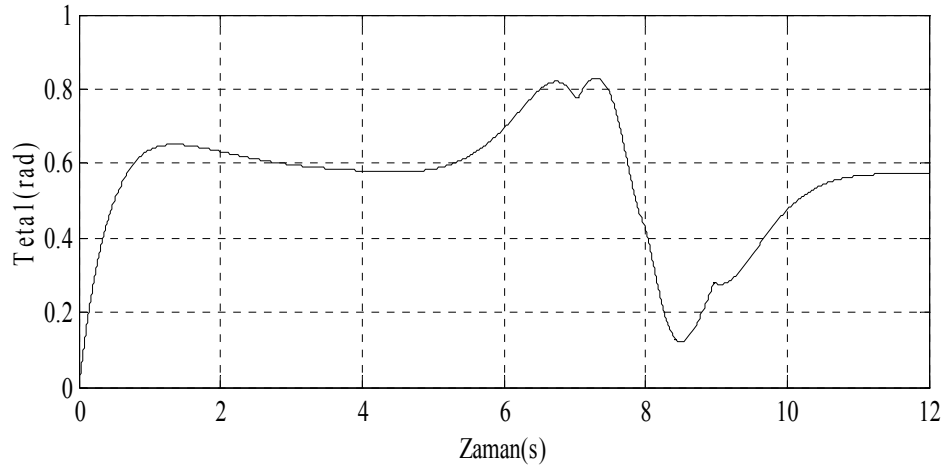
**Şekil 8.5. Polinom fonksiyon ile oluşan çıkış ve giriş yörünge grafiği.**



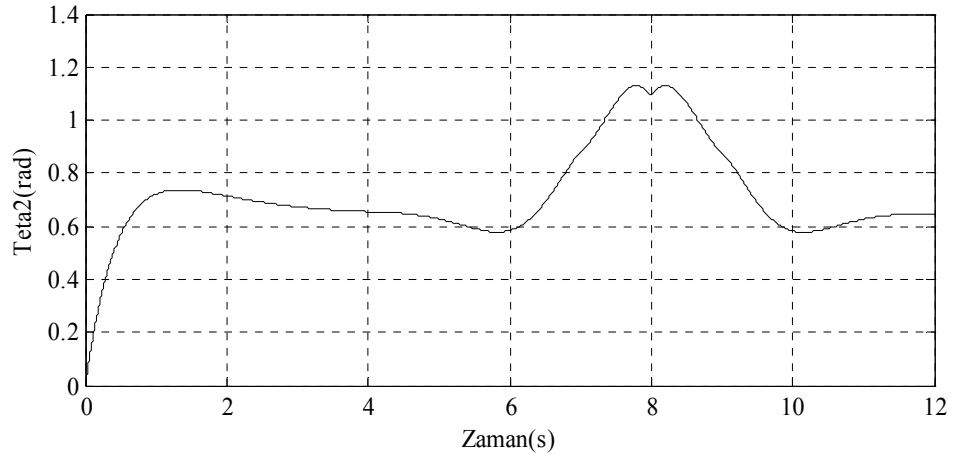
**Şekil 8.6-a. Sikloid fonksiyonu için 1. mafsal açısı grafiği.**



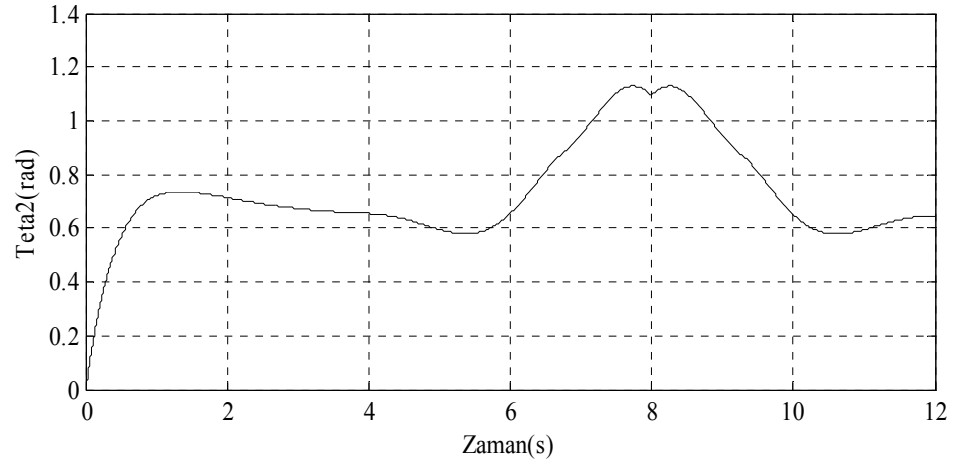
**Şekil 8.6-b. Harmonik fonksiyonu için 1. mafsal açısı grafiği.**



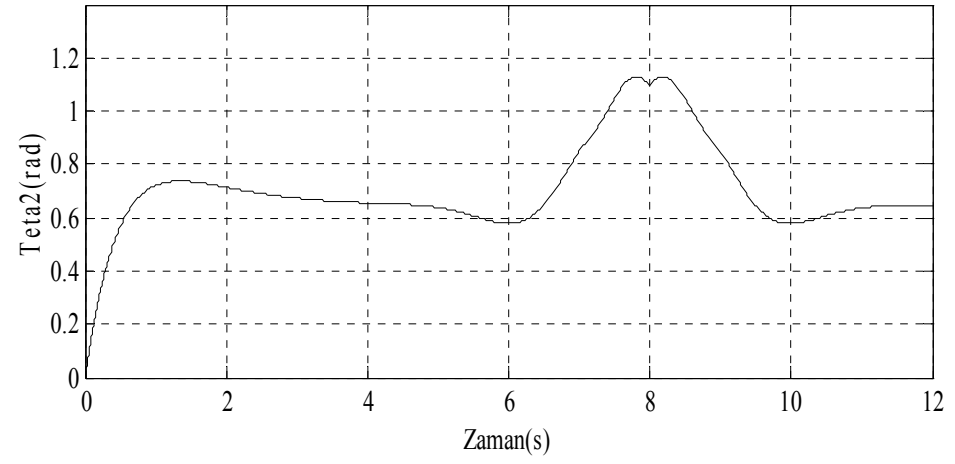
**Şekil 8.6-c. Polinom fonksiyonu için 1. mafsal açısı grafiği.**



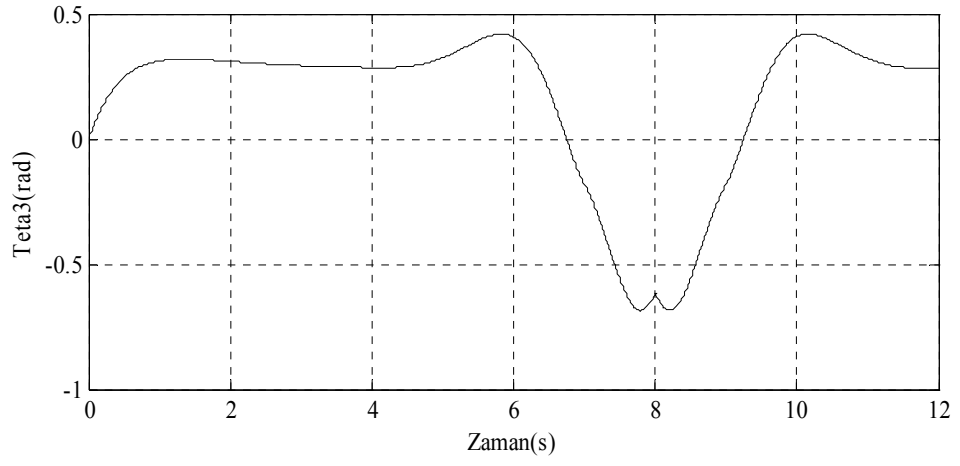
**Şekil 8.7-a. Sikloid fonksiyonu için 2. mafsal açısı grafiği.**



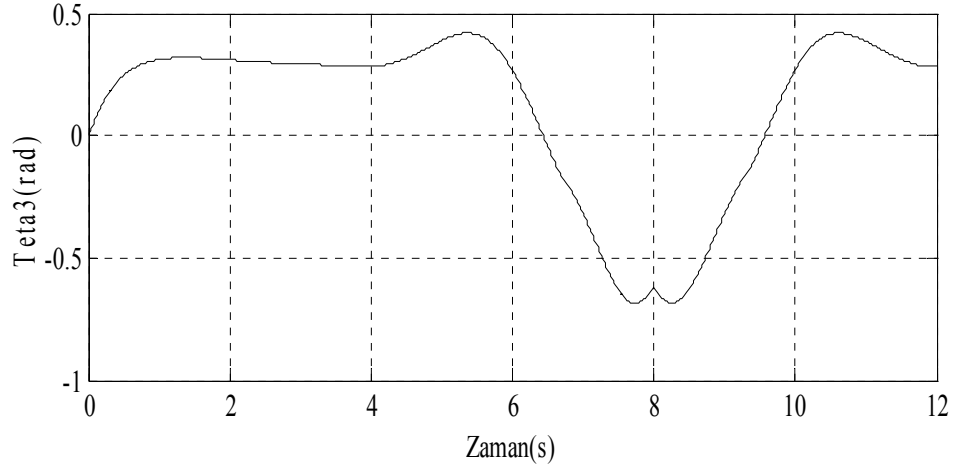
**Şekil 8.7-b. Harmonik fonksiyonu için 2. mafsal açısı grafiği.**



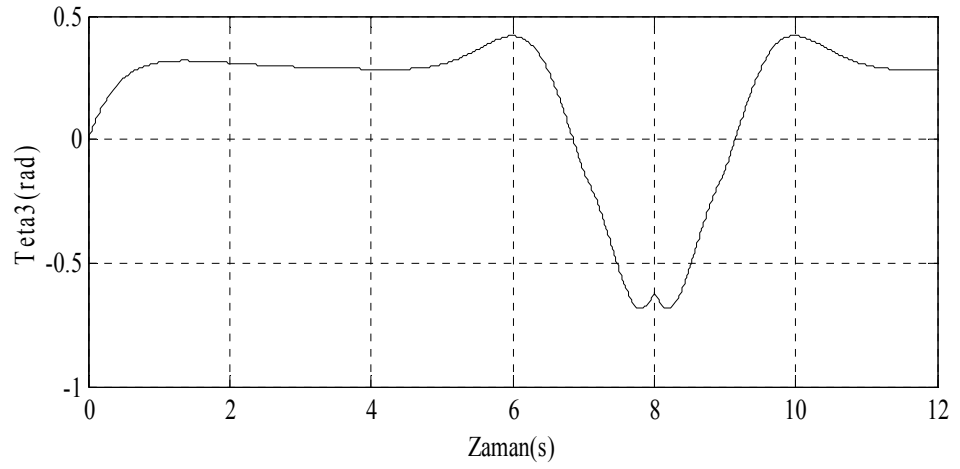
**Şekil 8.7-c. Polinom fonksiyonu için 2. mafsal açısı grafiği.**



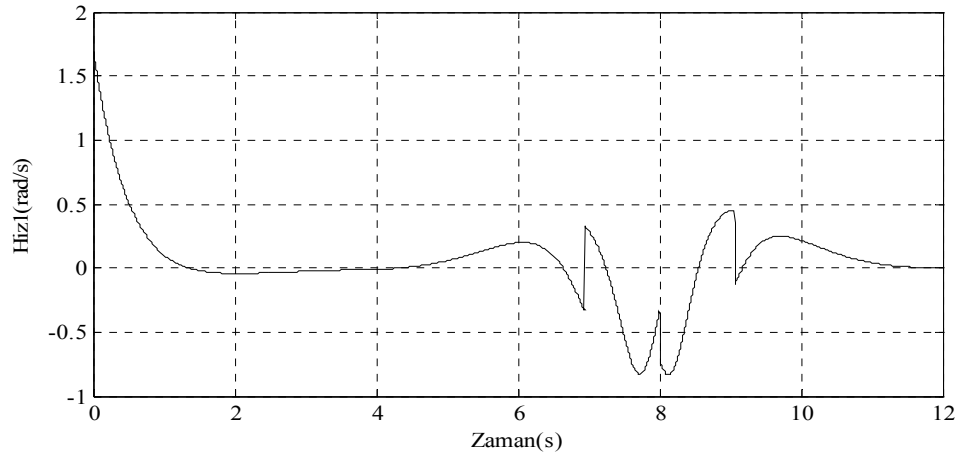
**Şekil 8.8-a. Sikloid fonksiyonu için 3. mafsal açısı grafiği.**



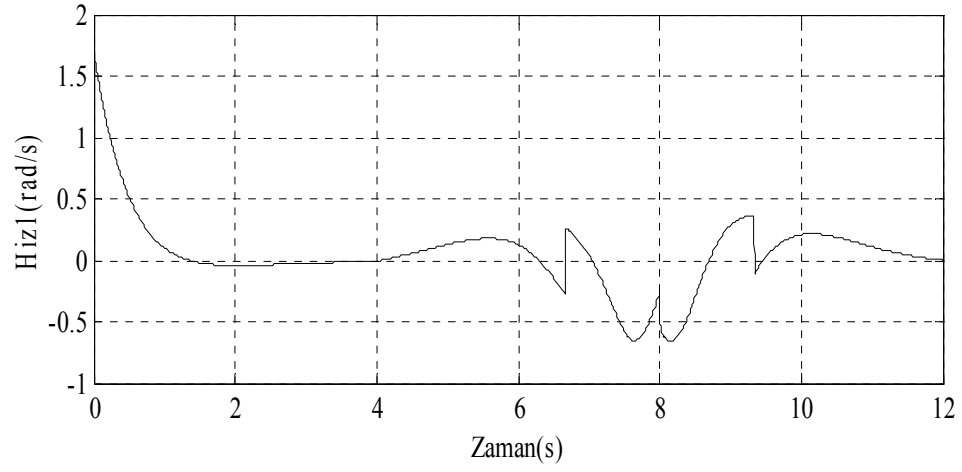
**Şekil 8.8-b. Harmonik fonksiyonu için 3. mafsal açısı grafiği.**



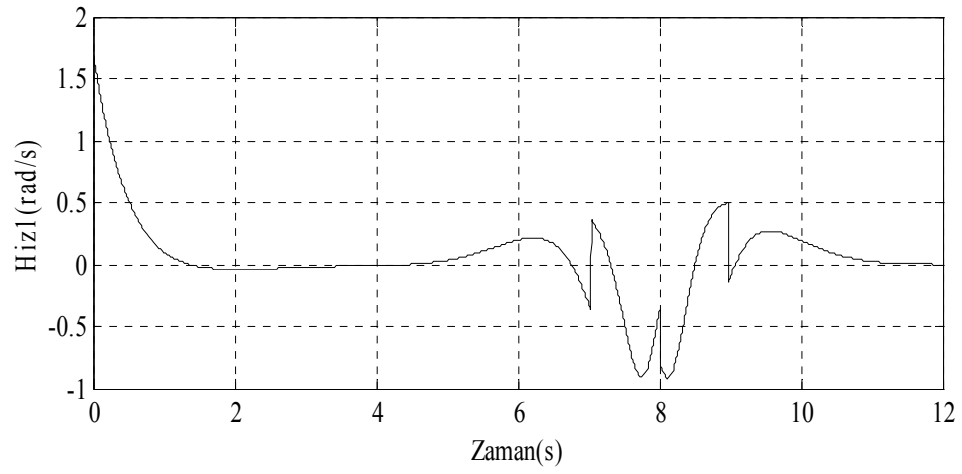
**Şekil 8.8-c. Polinom fonksiyonu için 3. mafsal açısı grafiği.**



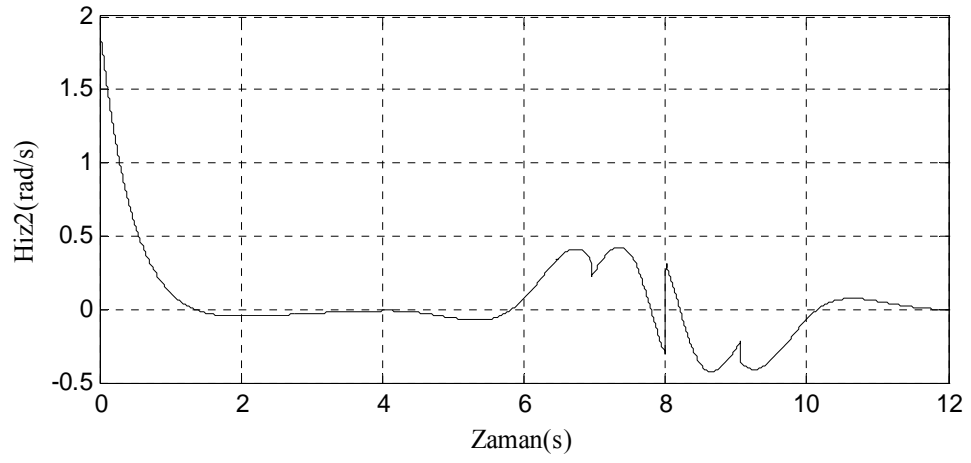
**Şekil 8.9-a. Sikloid fonksiyonu için 1. mafsal hız grafiği.**



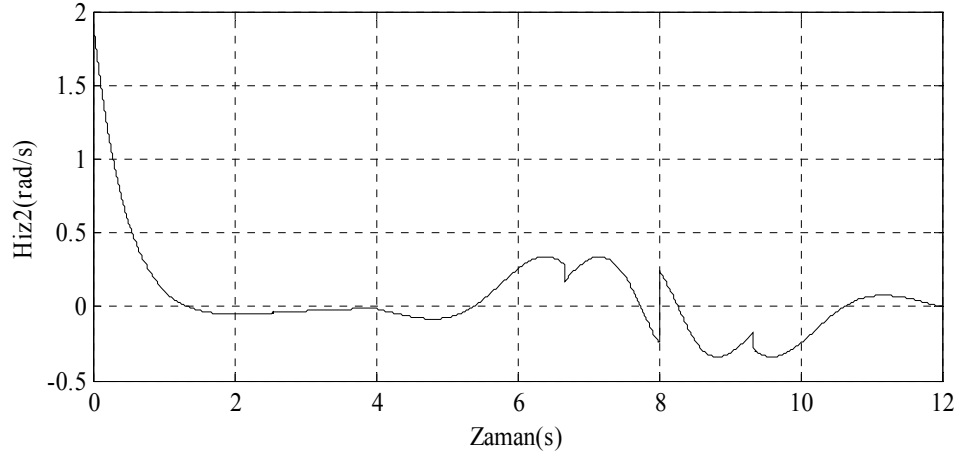
**Şekil 8.9-b. Harmonik fonksiyonu için 1. mafsal hız grafiği.**



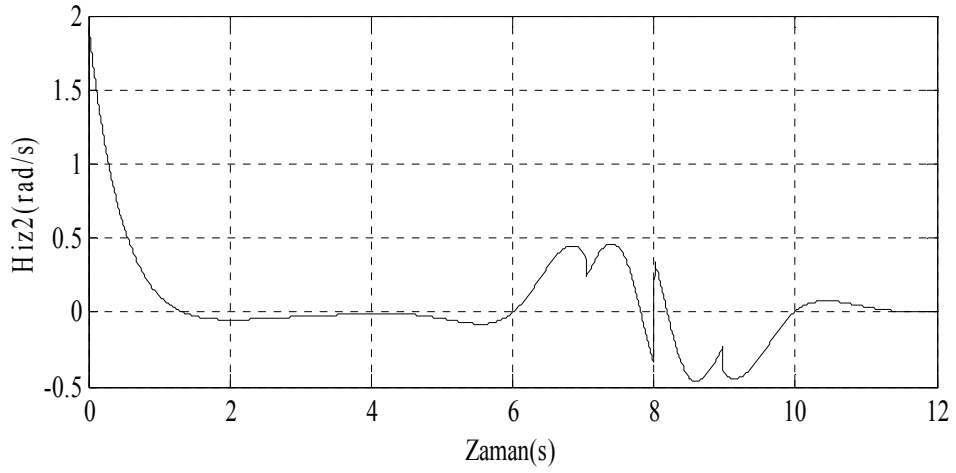
**Şekil 8.9-c. Polinom fonksiyonu için 1. mafsal hız grafiği.**



**Şekil 8.10-a. Sikloid fonksiyonu için 2. mafsals hız grafiği.**

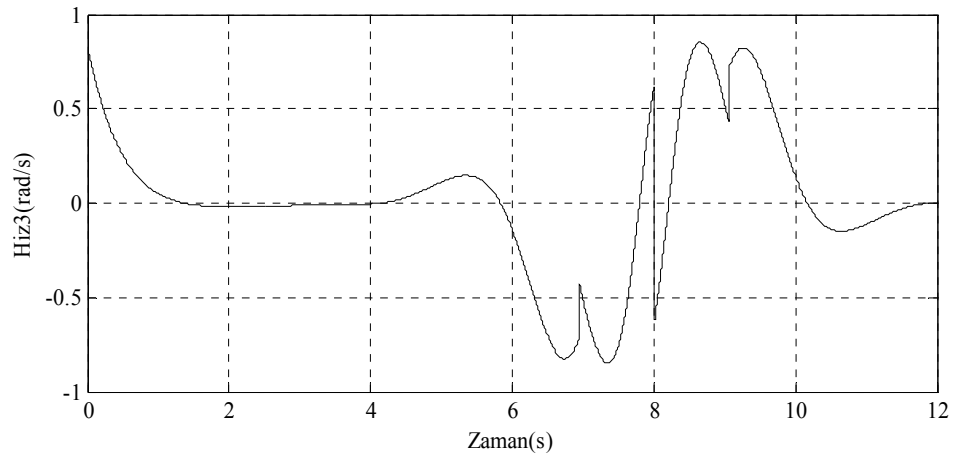


**Şekil 8.10-b. Harmonik fonksiyonu için 2. mafsals hız grafiği.**

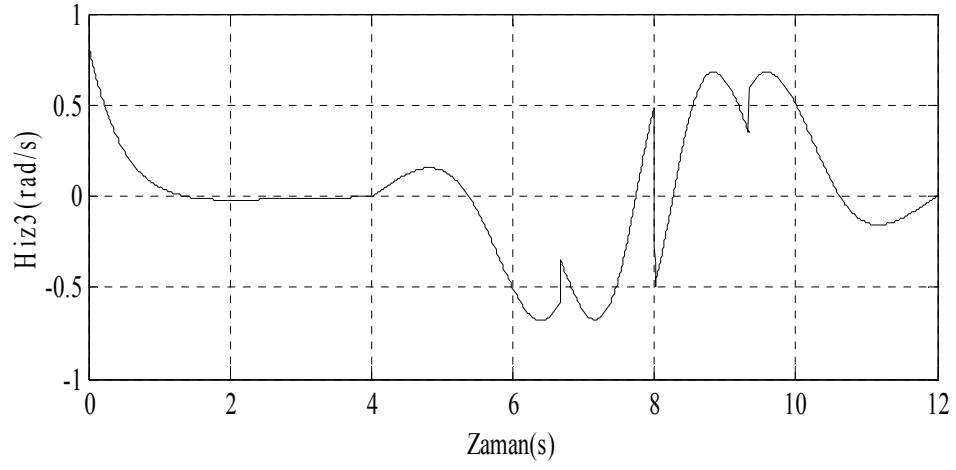


**Şekil 8.10-c. Polinom fonksiyonu için 2. mafsals hız grafiği.**

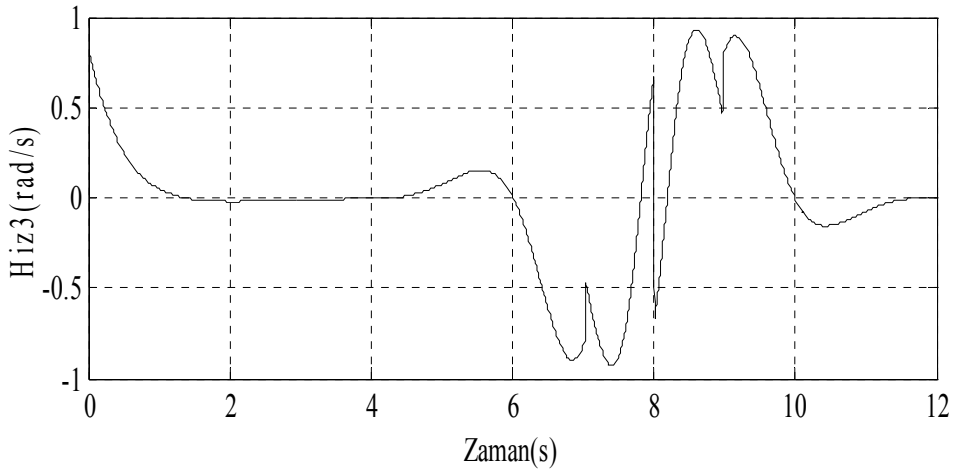




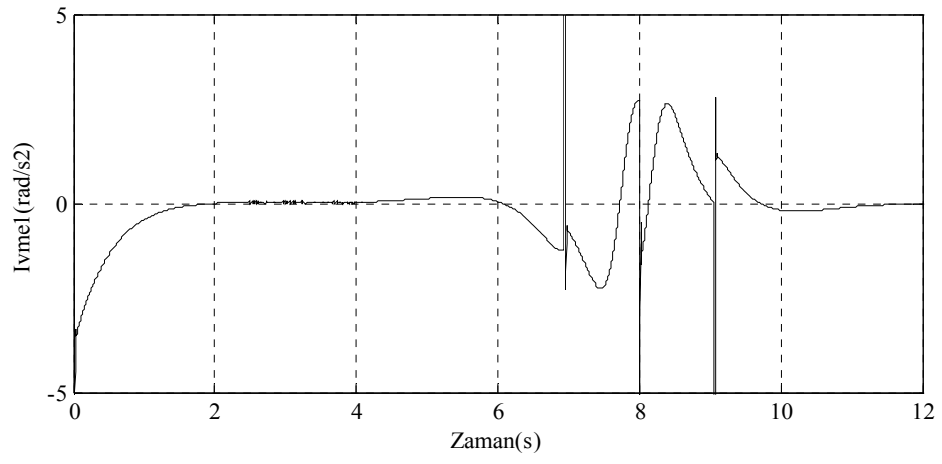
**Şekil 8.11-a. Sikloid fonksiyonu için 3. mafsal hız grafiği.**



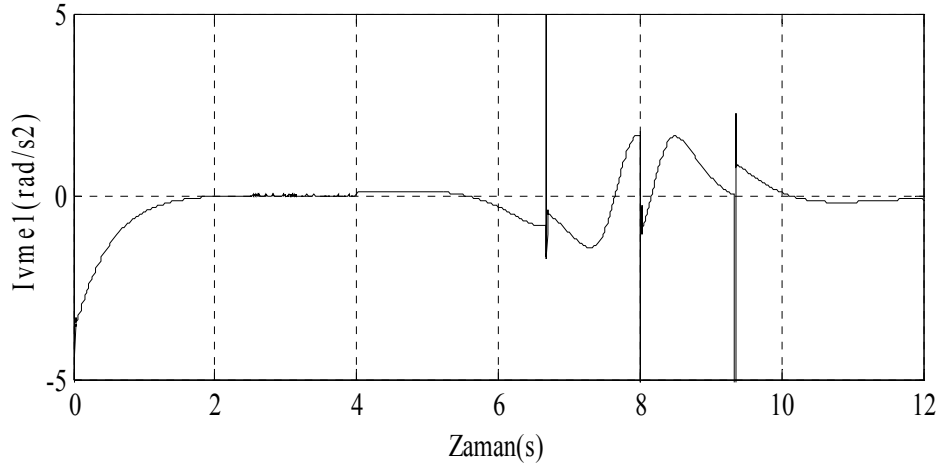
**Şekil 8.11-b. Harmonik fonksiyonu için 3. mafsal hız grafiği.**



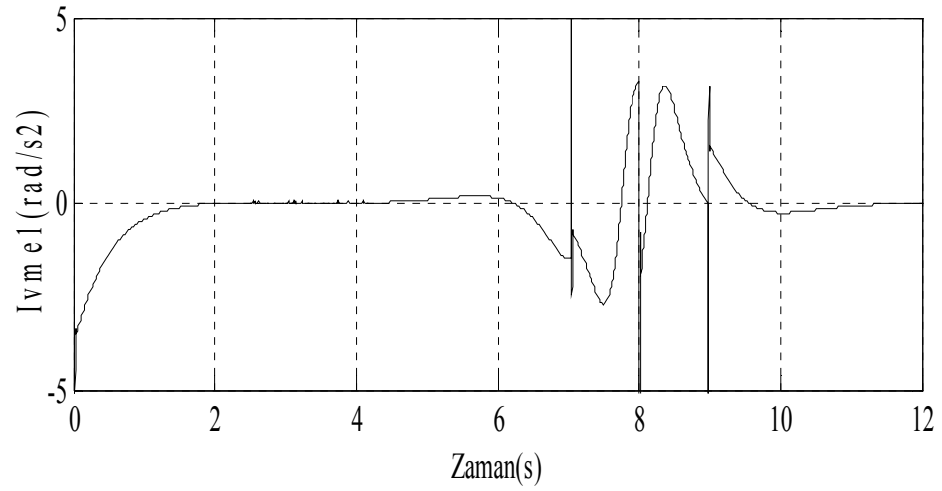
**Şekil 8.11-c. Polinom fonksiyonu için 3. mafsal hız grafiği.**



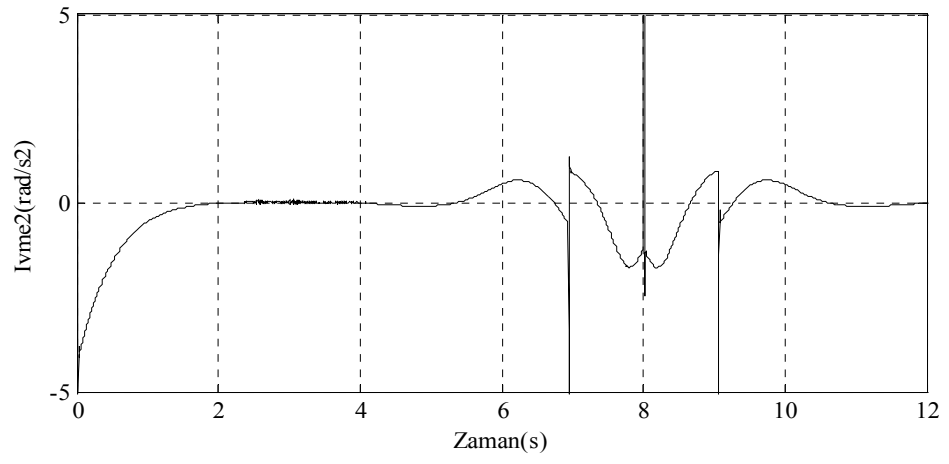
**Şekil 8.12-a. Sikloid fonksiyonu için 1. mafsal ivme grafiği.**



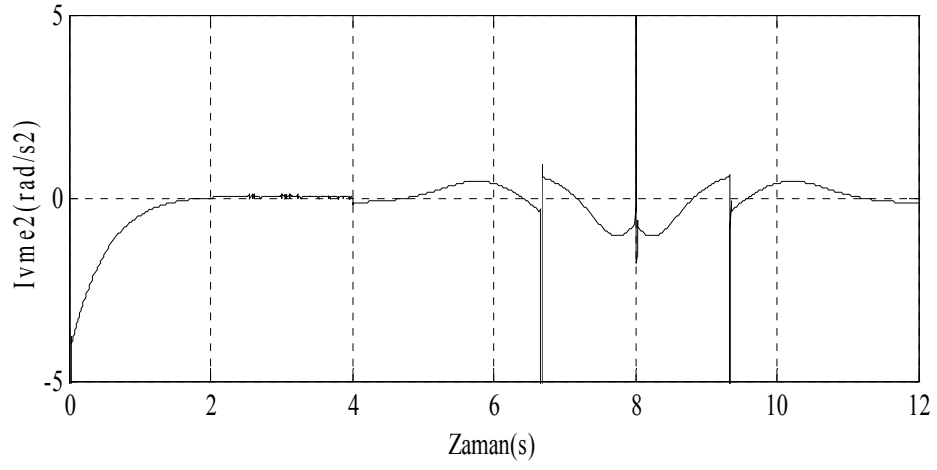
**Şekil 8.12-b. Harmonik fonksiyonu için 1. mafsal ivme grafiği.**



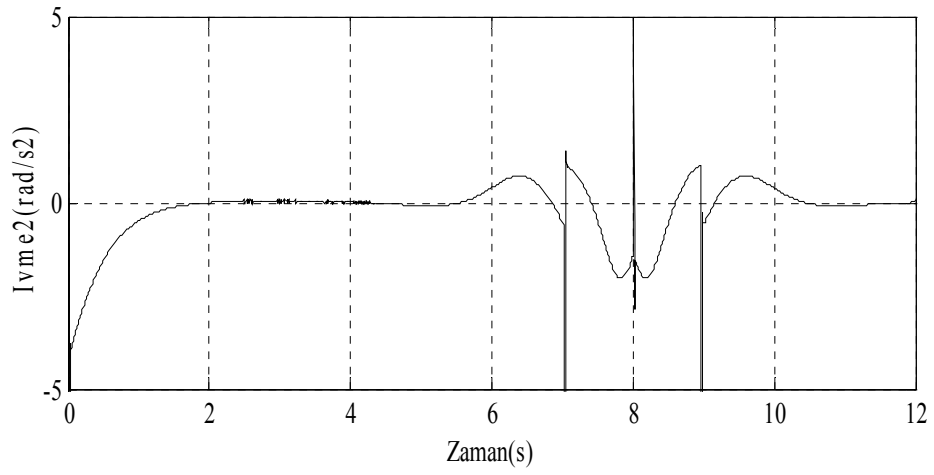
**Şekil 8.12-c. Polinom fonksiyonu için 1. mafsal ivme grafiği.**



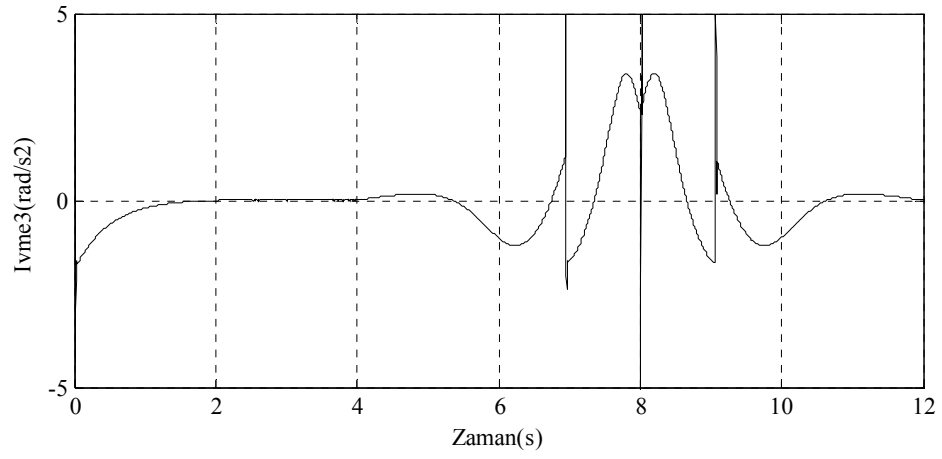
**Şekil 8.13-a. Sikloid fonksiyonu için 2. mafsal ivme grafiği.**



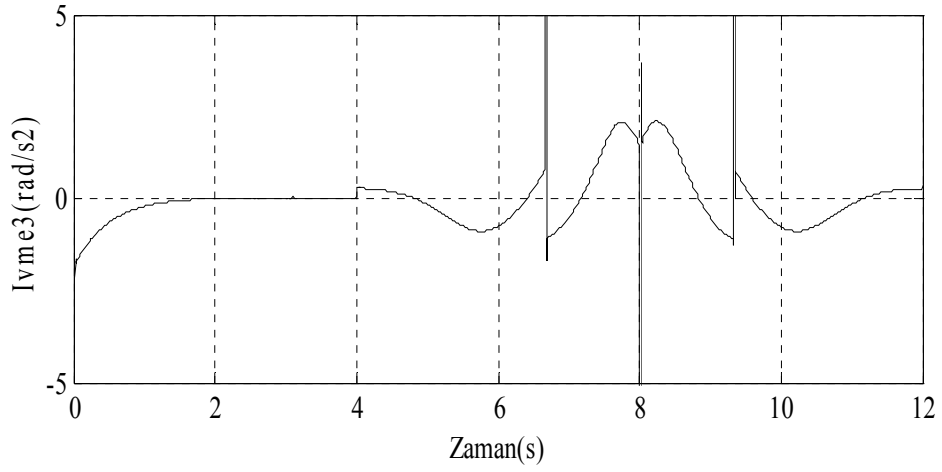
**Şekil 8.13-b. Harmonik fonksiyonu için 2. mafsal ivme grafiği.**



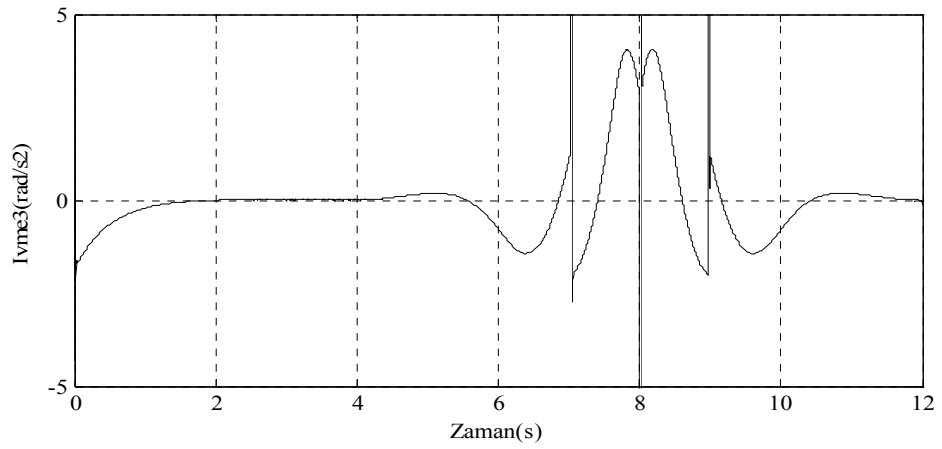
**Şekil 8.13-c. Polinom fonksiyonu için 2. mafsal ivme grafiği.**



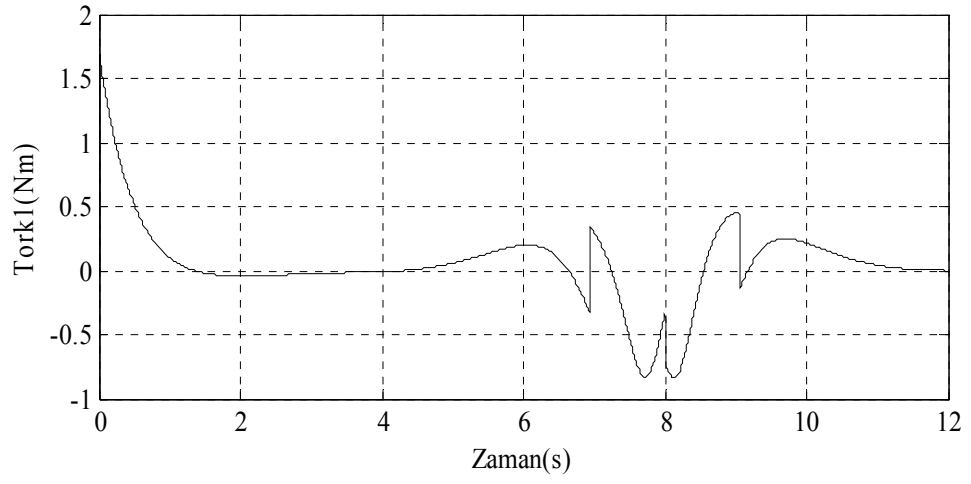
**Şekil 8.14-a. Sikloid fonksiyonu için 3. mafsal ivme grafiği.**



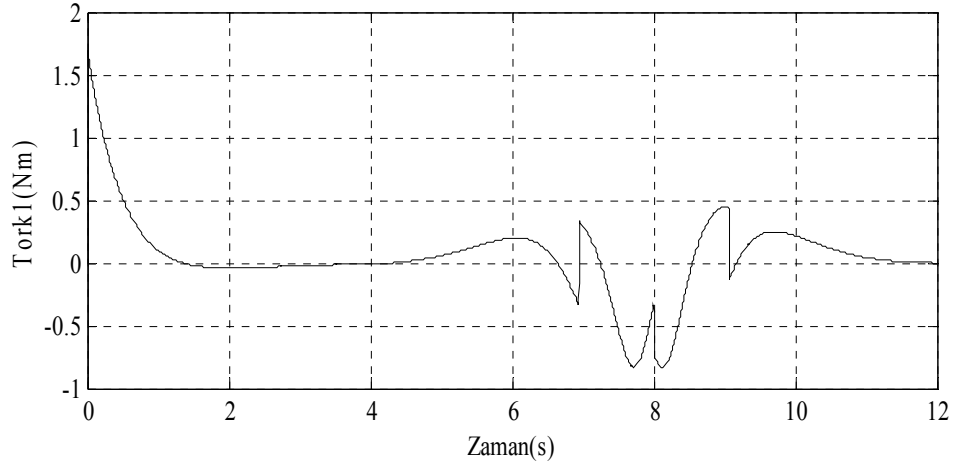
**Şekil 8.14-b. Harmonik fonksiyonu için 3. mafsal ivme grafiği.**



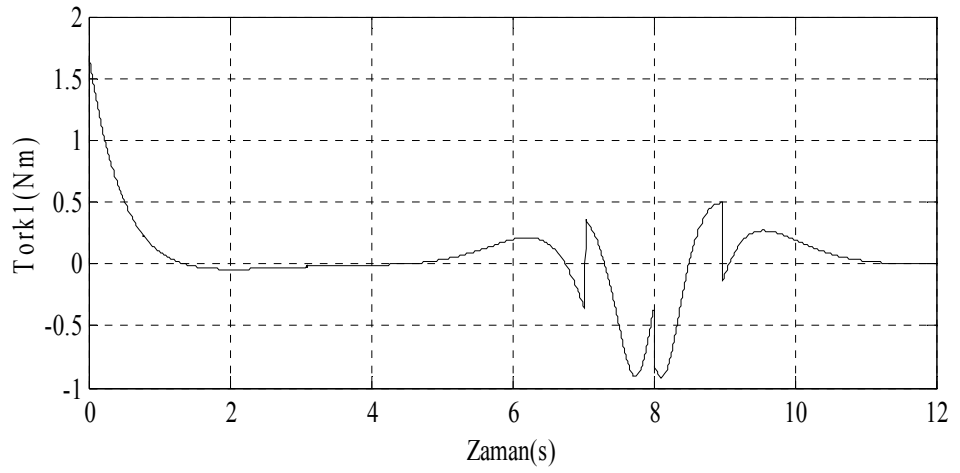
**Şekil 8.14-c. Polinom fonksiyonu için 3. mafsal ivme grafiği.**



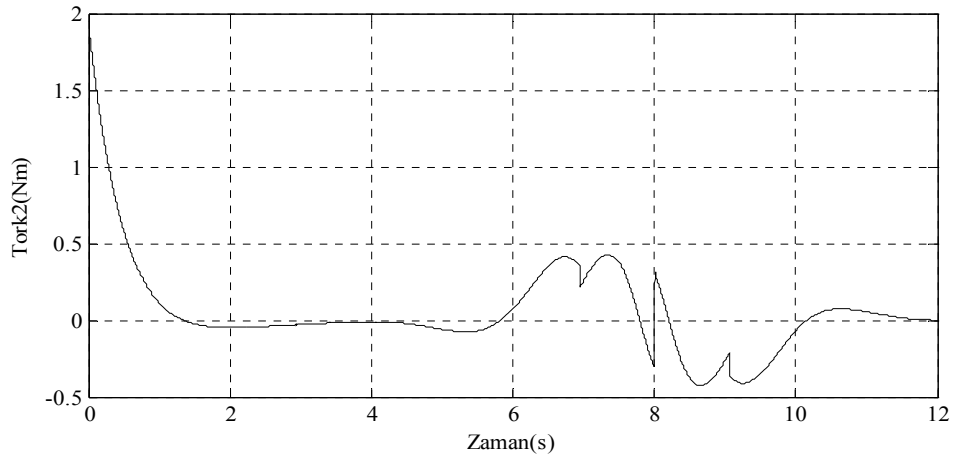
**Şekil 8.15-a. Sikloid fonksiyonu için 1. mafsal tork grafiği.**



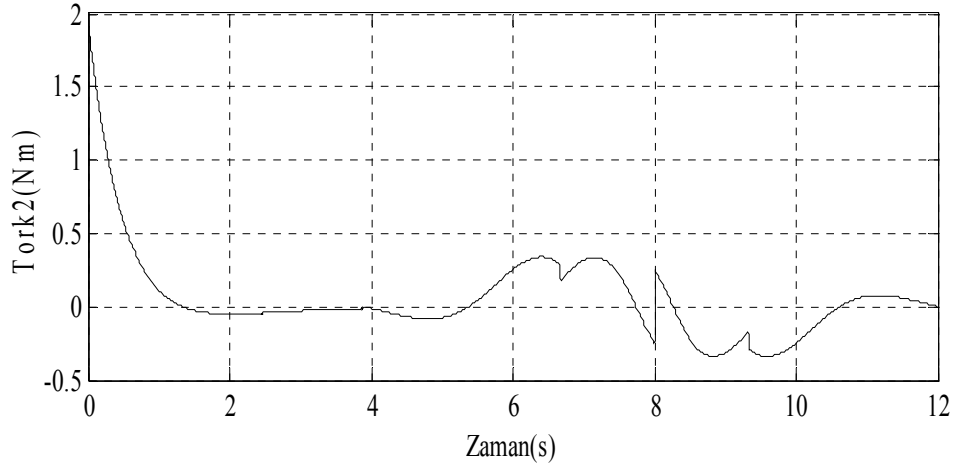
**Şekil 8.15-b. Harmonik fonksiyonu için 1. mafsal tork grafiği.**



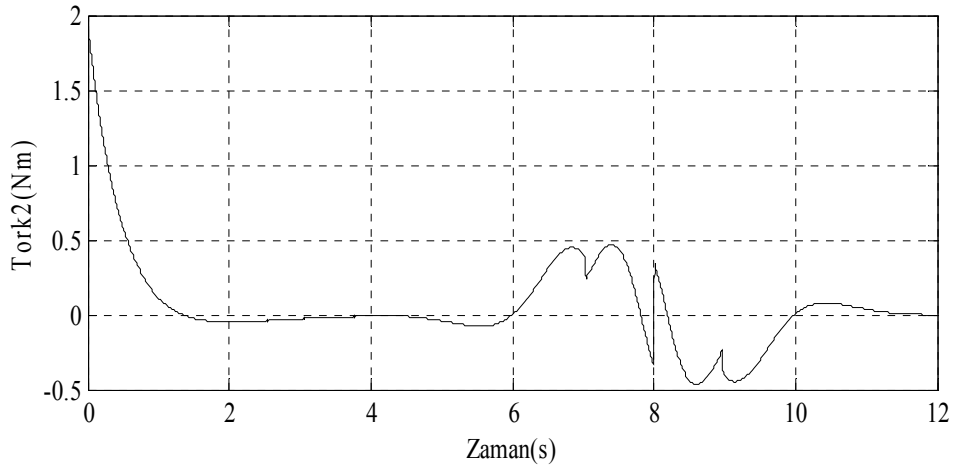
**Şekil 8.15-c. Polinom fonksiyonu için 1. mafsal tork grafiği.**



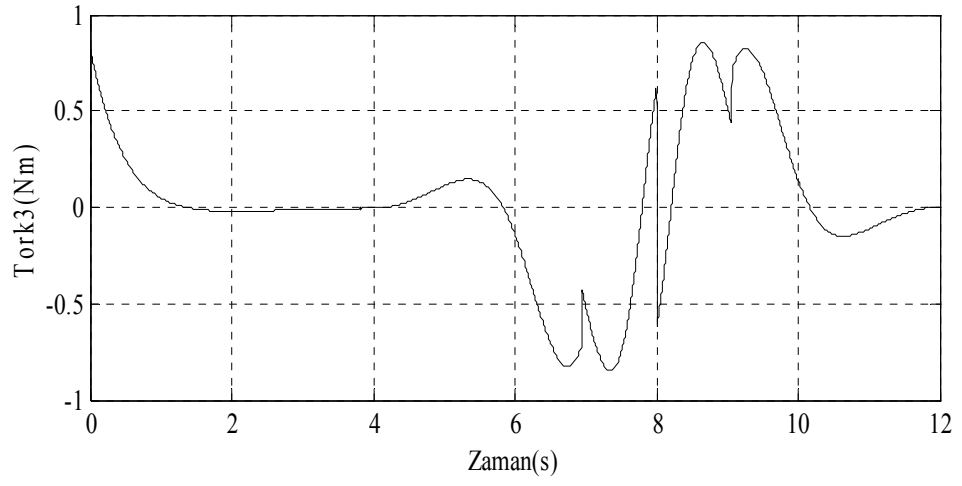
**Şekil 8.16-a. Sikloid fonksiyonu için 2. mafsalsal tork grafiği.**



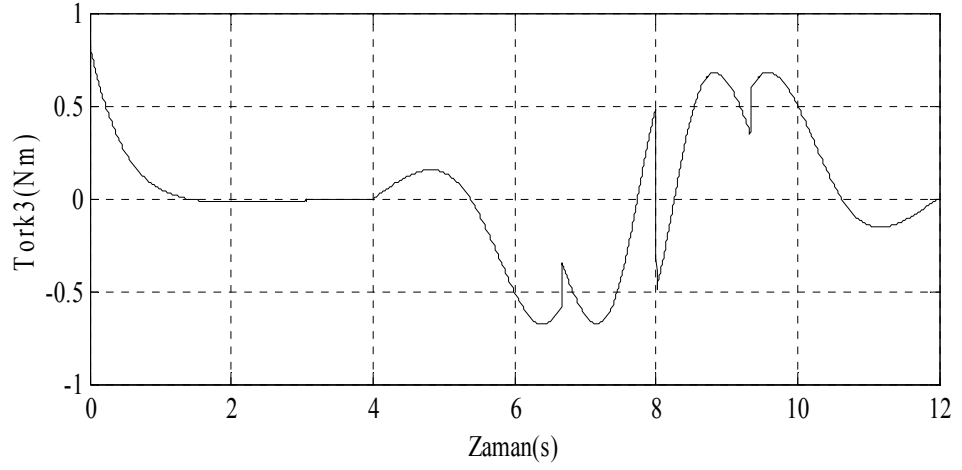
**Şekil 8.16-b. Harmonik fonksiyonu için 2. mafsalsal tork grafiği.**



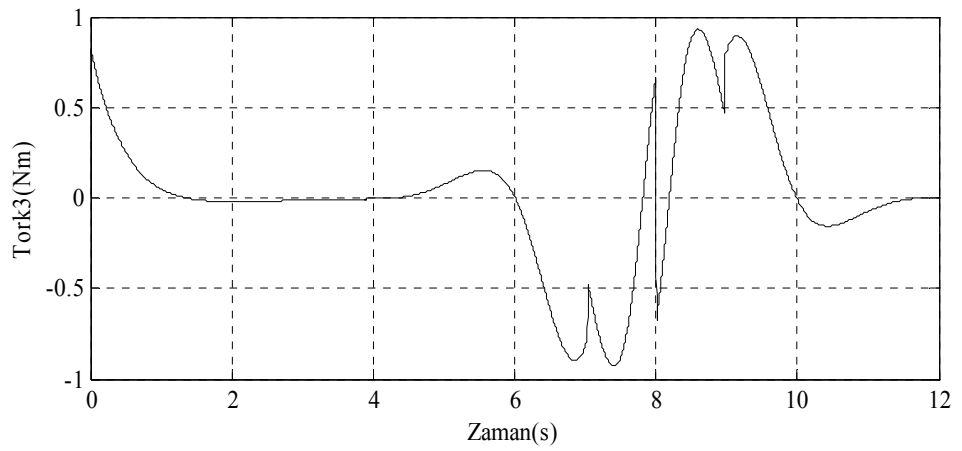
**Şekil 8.16-c. Polinom fonksiyonu için 2. mafsalsal tork grafiği.**



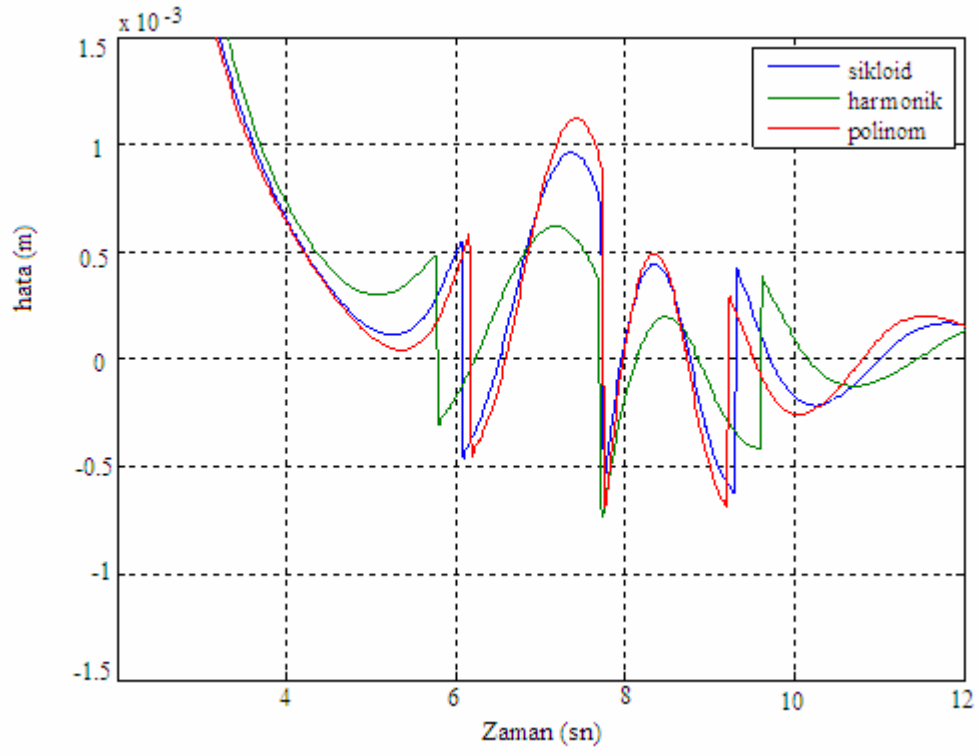
**Şekil 8.17-a. Sikloid fonksiyonu için 3. mafsal tork grafiği.**



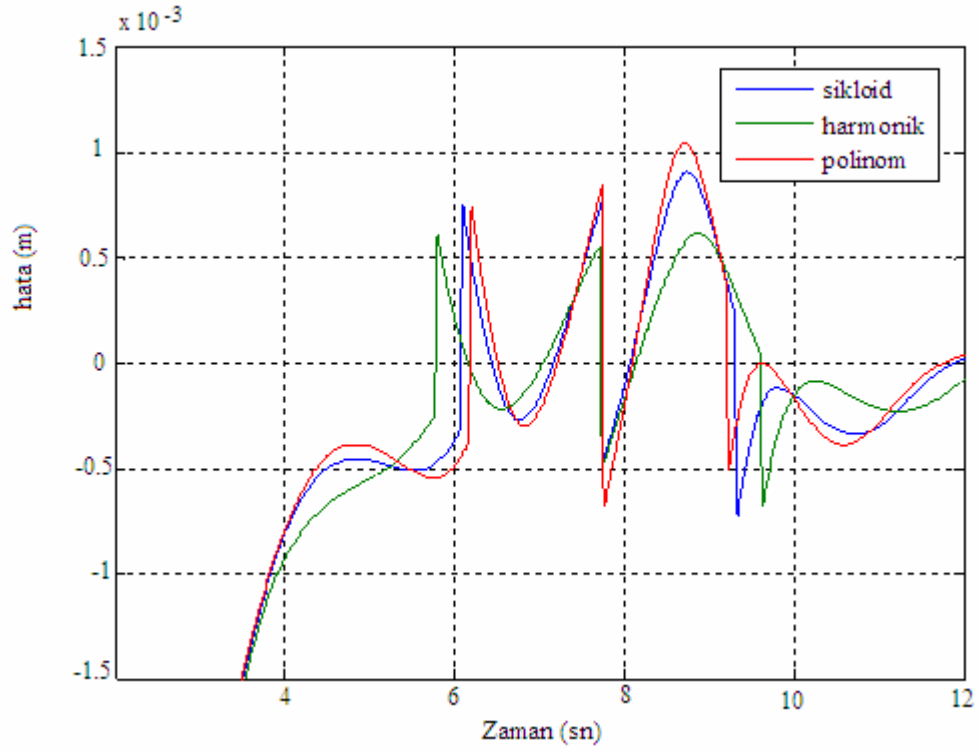
**Şekil 8.17-b. Harmonik fonksiyonu için 3. mafsal tork grafiği.**



**Şekil 8.17-c. Polinom fonksiyonu için 3. mafsal tork grafiği.**



Şekil 8.18. x ekseninde oluşan hata grafiği.



Şekil 8.19. y ekseninde oluşan hata grafiği.



## 9. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada üç serbestlik dereceli PUMA tipi manipülatör PID yöntemi kullanılarak kontrol edilmiştir. Bu manipülatörde gövdeyi, arka kolu ve ön kolu hareket ettirmek için kullanılan mafsallar ayrı ayrı servo motorlar kullanılarak tahrik edilmiştir.

Robota ait ters ve düz kinematik denklemler elde edilmiş ve istenen yörünge için izlenmesi için kurulan modelde bu ifadeler kullanılmıştır. Dinamik analiz sonucu elde edilen tork denklemlerinden hesaplanan değerler, kurulan modele bir dış etki gibi ilave edilmiş ve kontrolcü tarafından üretilen torklarla karşılaştırılarak en uygun değerlerin sisteme uygulanması sağlanmış, böylece, istenen yörünge hassas bir şekilde izlenmesi amaçlanmıştır.

Robotun kartezyen koordinatlarda tanımlı düzlemsel hareketinin gerçekleşmesinde sikloid, harmonik ve polinom yapıları üç farklı yol alma fonksiyonu öngörülmüştür. Bu fonksiyonların uygulanmasıyla elde edilen çıkış yörüngeleri değerlendirilerek bir hata analizi yapılmış ve en iyi fonksiyonun harmonik yol alma fonksiyonu olduğu gözlemlenmiştir. Fakat her üç fonksiyonunda darbesiz yörünge izlenmesinde kullanılabilir ve ortaya çıkan hata miktarlarının kabul edilebilir seviyede olduğunu ifade etmek gerekir.

Robotun istenen yörüngeyi izlemesi esnasında eklemlerde oluşan açısal konum, hız ve ivme ve tork değişimleri simülasyonlarla irdelenmiştir.

## **10. KAYNAKLAR**

1. Fu, K.S., Gonzales, R.C., Lee, C.S. 1987. Robotics, McGraw-Hill Book Company.
2. Bingöl, Z., Küçük, S. 2005. Robot Tekniğı I, Birsen Yayınevi.
3. Ogata, K. 1997. Modern Control Engineering, A Viacom Company.
4. Paul, R.P. 1982. Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control, The Massachusetts Institute of Technology, London-England.
5. İnan, A. 2004. Matlab ve Programlama, Papatya Yayıncılık.
6. Çuha, Y. 2002. 4+1 Serbestlik Dereceli Puma Tipi Bir Robotun Dinamik Analizi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
7. Turhan, Ö. Robot Kinematiğı ve Dinamiğı, İstanbul Teknik Üniversitesi, Ders notları.
8. Dindaroğlu, M. S. 2002. Puma Mark II Robotunun Harici Bir Bilgisayar Kullanılarak Kontrol Edilmesi, Orta Doğu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
9. Semetay, C. 2001. Robot Kontrolü ve Kinematiğı, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
10. Şahin, Y. 2006. Scara Tipi Bir Robotun Yörünge İzlemesi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
11. Bulut, H. 1998. Control and Animation of a Three Link Robotic Arm Using Direct Kinematics and Inverse Kinematics Methods, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

12. Hocaoglu, M. 1999. Design and Open-Loop Control of a Revolute Manipulator, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
13. Aras, E. 1996. Robotik Manipulatorlerin Öngörülü Yörünge Kontrolü, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
14. Murat, E. 2001. Bir Mobil Robotun Kinematik, Dinamik Analizi ve Optimum Zamanlı Yörünge Kontrolü, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
15. Albayrak, M. 1997. Üç Boyutlu Uzayda Hareket Edebilen Robot Kolun, Bilgisayar Destekli Kontrolü, Tasarımı ve Uygulaması, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
16. Can, Y. 1991. Robot Kollarının Kinematığının İncelenmesi ve Dört Serbestlik Dereceli Robot Manipulatorü ile Bir Uygulama, Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
17. Çavdar, T. 1997. Bir Robot Kolunun Tasarımı, Gerçeklenmesi, Kontrolü ve Modellenmesi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
18. Daş, M. T. 2003. Scara Tipi Robotun PLC Hareket Denetimi, Gaziantep Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
19. Sancak, K.V. 1993. Altı Serbestlik Dereceli Bir Robotun Tasarım, Kontrol ve Simülasyonu, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
20. Bayram, Ç. 2003. Altı Serbestlik Dereceli Paralel Manipulatorün Kinematik ve Dinamik Analizi, İzmir Teknoloji Enstitüsü.
21. Çekirdek, S. 1995. Üç Serbestlik Dereceli Bir Robot Kolu Tasarımı, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- 22.** Salih, H. 1999. Üç Serbestlik Dereceli Manipölatör Mekanizmasının Prototipinin Kurulması ve Kinematığının İncelenmesi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- 23.** Özkan, M. 2001. Çok Eklemlı Robot Kolun Kinematik ve Dinamik Analizi, Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- 24.** Özkıpçak, S. H. 1994. Robot Kollarda Optimal Yörünge Planlaması, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- 25.** Tonbul, T.S. 2002. Beş Eksenli Bir Edobut Kolunda Ters Kinematik Hesaplamalar ve Yörünge Planlama, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- 26.** Eren, O. 2001. Endüstriyel Bir Robotun İmalat, Montaj ve Uygulaması, Orta Doğu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- 27.** Ünüvar, A., Şışman, T. 1993. Bilgisayar Kontrollü Bir Robot Dizayn ve İmalatı, Selçuk Üniversitesi Araştırma Fonu.

## 11. EKLER

### 11.1. EK-A (PUMA Düz Kinematik Matlab Programı)

```
clc
clear

teta1=90*(pi/180); teta2=0; teta3=0; a2=0.4318; a3=0.43307; d2=0.14909;

%uç noktanın koordinatlarının ve oryantasyonunun bulunması

nx=cos(teta1)*[cos(teta2+teta3)];
ny=sin(teta1)*[cos(teta2+teta3)];
nz=-sin(teta2+teta3);
sx=-cos(teta1)*[sin(teta2+teta3)];
sy=-sin(teta1)*[sin(teta2+teta3)];
sz=-cos(teta2+teta3);
ax=-sin(teta1);
ay=cos(teta1);
az=0;
px=a2*cos(teta1)*cos(teta2)+a3*cos(teta1)*cos(teta2+teta3)-d2*sin(teta1);
py=a2*sin(teta1)*cos(teta2)+a3*sin(teta1)*cos(teta2+teta3)+d2*cos(teta1);
pz=-a3*sin(teta2+teta3)-a2*sin(teta2);

T= [nx sx ax px; ny sy ay py; nz sz az pz; 0 0 0 1]
```

## 11.2. EK-B (PUMA Ters Kinematik Matlab Programı)

```
clc
clear
clf
[dosyaadi,dosyayolu]=uigetfile({'*.*','tüm dosyalar'},'cizim yukle');

if dosyaadi ~=0
    alfa1=-pi/2; alfa2=0; alfa3=pi/2;
    a1=0; a2=0.4318; a3=0.43307;
    d1=0; d2=0.14909;
    pz=0;
    zaman=0;

    for i=0:1:5
        zaman=zaman+1;
        py=-i+0.5;
        px=i;
        w1=px;
        w2=py;
        w3=pz;
        %matlab fonks. kullanarak ters kinematik analiz

        teta1=180/pi*(atan((-w2*sqrt(w1^2+w2^2+w3^2-d2^2)-w1*d2)/(-w1*sqrt(w1^2+w2^2+w3^2-d2^2)+w2*d2)));

        R=sqrt(w1^2+w2^2+w3^2-d2^2);
        r=sqrt(w1^2+w2^2-d2^2);
        sinalfa2=-(w3/R);
        cosalfa2=-(r/R);
        cosbeta2=(a2^2+R^2-a3^2)/(2*a2*R);
        sinbeta2=sqrt(1-cosbeta2^2);
        sinteta2=sinalfa2*cosbeta2+cosalfa2*sinbeta2;
        costeta2=cosalfa2*cosbeta2-sinalfa2*sinbeta2;

        teta2=180/pi*(atan(sinteta2/costeta2));

        R=sqrt(w1^2+w2^2+w3^2-d2^2);
        cosphi3=(a2^2-R^2+a3^2)/(2*a2*sqrt(a3^2));
        sinphi3=sqrt(1-cosphi3^2);
        sinbeta3=a3/sqrt(a3^2);
        cosbeta3=0;
        sinteta3=sinphi3*cosbeta3-cosphi3*sinbeta3;
        costeta3=cosphi3*cosbeta3+sinphi3*sinbeta3;

        teta3=180/pi*atan(sinteta3/costeta3);

        figure(1);
        plot(zaman,teta1,'k');
        plot(zaman,teta2,'r');
        plot(zaman,teta3,'b');
        title('Hesaplanan denklemlerle elde edilen Teta lar')
        hold on
        grid on
    end
```

### 11.3. EK-C (PUMA Dinamik Analiz Matlab Programı)

```
clf
clc
clear

%DENAVJT-HARTENBERG(D-H) PARAMETRELER]
%*****
alfa1=-pi/2; alfa2=0; alfa3=pi/2;
a1=0; a2=0.4318; a3=-0.43307;
d1=0; d2=0.14909; d3=0;
teta1=pi/2; teta2=0; teta3=pi/2;

%Uzuvların kütle ve parametreleri
%*****
m1=45; L1=0.5;
m2=38; L2=0.5;
m3=16; L3=0.5;
g=9.8062;

%sikloid fonksiyonunun verilmesi
%*****
tp=5;
dteta1=pi/2;
dteta2=pi/3;
dteta3=pi/2;

for t=0:0.1:tp

teta1=(dteta1)*(t/tp-(1/(2*pi))*sin(2*pi*t/tp));
teta2=(dteta2)*(t/tp-(1/(2*pi))*sin(2*pi*t/tp));
teta3=(dteta3)*(t/tp-(1/(2*pi))*sin(2*pi*t/tp));

w1=(dteta1)*((1/tp)-(1/tp)*cos(2*pi*t/tp));
w2=(dteta2)*((1/tp)-(1/tp)*cos(2*pi*t/tp));
w3=(dteta3)*((1/tp)-(1/tp)*cos(2*pi*t/tp));

ivme1=dteta1*((2*pi/tp^2)*sin(2*pi*t/tp));
ivme2=dteta2*((2*pi/tp^2)*sin(2*pi*t/tp));
ivme3=dteta3*((2*pi/tp^2)*sin(2*pi*t/tp));

figure (1);
subplot(3,1,1);
plot(t,teta1,'r.-',t,w1,'b.-',t,ivme1,'g.-');hold on;
title ('1. mafsalsal için yol, hız ve ivme');grid on

subplot(3,1,2);
plot(t,teta2,'r.-',t,w2,'b.-',t,ivme2,'g.-');hold on;
title ('2. mafsalsal için yol, hız ve ivme');grid on
hold on

subplot(3,1,3);
plot(t,teta3,'r.-',t,w3,'b.-',t,ivme3,'g.-');hold on;
title ('3. mafsalsal için yol, hız ve ivme');grid on
```

```

hold on
%Transformasyon matrisinin hesaplanması
%*****
A01=[cos(teta1) 0 -sin(teta1) 0; sin(teta1) 0 cos(teta1) 0; 0 -1 0 0; 0 0 0 1];
A12=[cos(teta2) -sin(teta2) 0 a2*cos(teta2); sin(teta2) cos(teta2) 0 a2*sin(teta2); 0 0 1 d2; 0 0 0 1];
A23=[cos(teta3) 0 sin(teta3) 0; sin(teta3) 0 -cos(teta3) 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
A03=A01*A12*A23;

A02=A01*A12;
A03=A02*A23;
A13=A12*A23;

%TORKLAR
%*****
T1=((m1/3+m2+m3)*a1^2+(m2+2*m3)*a1*a2*cos(teta2)+(m2/3+m3)*a2^2)
*ivme1-((m2/2+m3)*a1*a2*cos(teta2)+(m2/3+m3)*a2^2)
*ivme2-a1*a2*sin(teta2)*((m2+2*m3)*w1*w2-(m2/2+m3)*w2^2);

T2=-((m2/2+m3)*a1*a2*cos(teta2)+(m2/3+m3)*a2^2)*ivme1+(m2/3+m3)
*a2^2*ivme2+(m2/2+m3)*a1*a2*sin(teta2)*w1^2;

T3=m3*ivme3-g*m3;

figure(2);
subplot(3,1,1);
plot(t,T1,'r.-');hold on;title('1. mafsalsal torku');grid on
subplot(3,1,2);
plot(t,T2,'g.-');hold on;title('2. mafsalsal torku');grid on
subplot(3,1,3);
plot(t,T3,'y.-');hold on;title('3. mafsalsal torku');grid on
hold on
grid on

end

```