

Cevap 1)

1)

$${}^C_R = \begin{bmatrix} c37 & c53 & c90 \\ c53 & c143 & c90 \\ c90 & c90 & c180 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,6 & 0 \\ 0,6 & -0,8 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5 \text{ puan})$$

$${}^C_R = \begin{bmatrix} c143 & c90 & c127 \\ c127 & c90 & c37 \\ c90 & c0 & c90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,8 & 0 & -0,6 \\ -0,6 & 0 & 0,8 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5 \text{ puan})$$

- sin ve cos hesaplamalarında hatalar yapabileceğiniz göz önünde bulundurularak puanlama açılı ifadelerin olduğu ilk matrise göre yapılmıştır.
- Her yanlış ifadeden 1 puan kırılmıştır.

2)

$${}^B_A T = \begin{bmatrix} c180 & c90 & c90 & 0 \\ c90 & c90 & c180 & 2 \\ c90 & c180 & c90 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^B_P = {}^B_A T \cdot {}^A_P$$

$${}^B_P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10 \text{ puan})$$

2. seçenek:  ${}^B_P = {}^B_A R \cdot {}^A_P + {}^B_{P_{a.r.}}$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Cevap 2) İşlemler sabit koordinat sistemine göre yapıldığı için her bir dönme işlemine ait dönme operatörü sola yazılır.

(9 Puan)

$$\begin{bmatrix} c\alpha & 0 & s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\beta & -s\beta \\ 0 & s\beta & c\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$R_y(\alpha) \qquad R_x(\beta) \qquad R_z(\gamma)$

$$\begin{bmatrix} c\alpha & 0 & s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ c\beta s\gamma & c\beta c\gamma & -s\beta \\ s\beta s\gamma & s\beta c\gamma & c\beta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c\alpha c\gamma + s\alpha s\beta s\gamma & -c\alpha s\gamma + s\alpha s\beta c\gamma & s\alpha c\beta \\ c\beta s\gamma & c\beta c\gamma & -s\beta \\ -s\alpha c\gamma + c\alpha s\beta s\gamma & s\alpha s\gamma + c\alpha s\beta c\gamma & c\alpha s\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

(6 Puan)

Soruda verilen  
matris

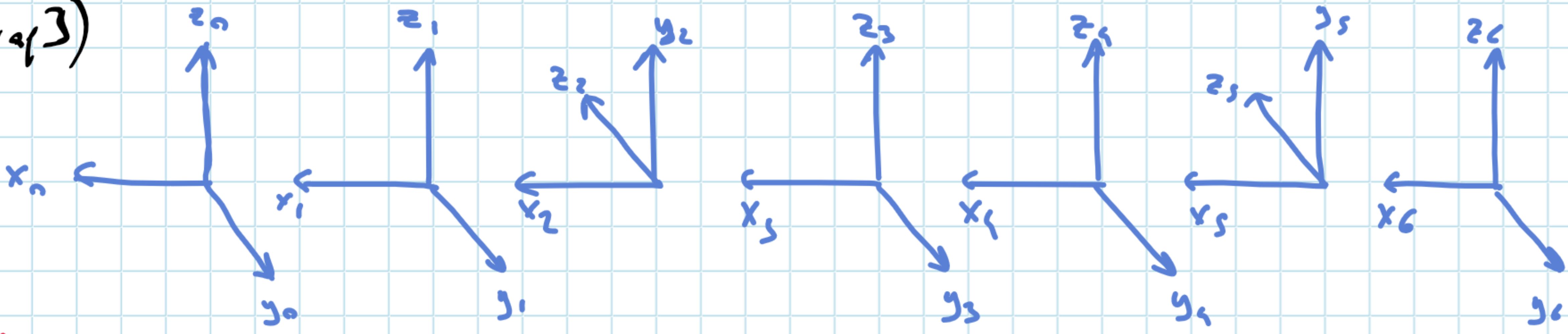
Bu soru toplamda 15 puandı ve bu adime kadar yapanlara tam puan verdim. Bunun sebebi oçılörin öğrenciler: süplelendircek şekilde hep küçük sayılar çıkması. Soruyu hazırlarken MATLAB programını kullandım. MATLAB sinüsoidal fonksiyonlarda radyan kullanıyor diye oçılörleri radyana çevirip yazmıştım fakat sonradan rotx, roty ve rotz fonksiyonlarının derece ile kullanıldığını farkettim.

Derste defalarca dile getirdiğim gibi, bu tür sorularda denklemleri kendiniz hazırlamalıdır. Yukordaki işlemleri yapmayı hazır denklemler kullanıyor 0 oldu bu sorudan.



Cevap3)

a)



(10 Puan) Her yanlış veya eksik vektörden 1 puan kırılmaktadır.

Derste belirttiğim gibi y vektörlerini de koymanız gerekiyordu.

b)

i	$\alpha_{i-1}$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$	deg.
1	0	0	$h_1$	$\theta_1$	$\theta_1$
2	30	0	$d_2$	$\theta_2$	$\theta_2$
3	-30	0	$l_2+d_3$	0	$d_3$
4	0	$l_3$	0	$\theta_4$	$\theta_4$
5	30	$l_4$	0	$\theta_5$	$\theta_5$
6	-30	0	$d_6$	$\theta_6$	$\theta_6$

(10 Puan) Her yanlış parametreden 1 puan kırılmaktadır.

Koordinat sistemlerini farklı bir şekilde ana doğru bir şekilde yerleştirdiyseniz D-H parametreleriniz sizin yerleştirdiğiniz koordinat sistemlerine göre kontrol edilmektedir.

c)

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5 puan

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2+l_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5 puan

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & l_4 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5 puan

$${}^6_6T = \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ -s\theta_6 & -c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bazı öğrenciler  ${}^5_5T$  yerine  ${}^6_6T$ 'yi kullanmışlar. Onlara bu matristen puan verdim.

(Her yanlış ifade -1 puan)



Cevap 4) (İlk Seferde)

$$\begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -(l_2+l_3) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$${}^0T^{-1} {}^0T = {}^1T^{-1} {}^1T \cdot {}^2T^{-1} {}^2T \cdot {}^3T^{-1} {}^3T$$

$$\begin{bmatrix} c\theta_1 & s\theta_1 & 0 & 0 \\ -s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & s\theta_2(l_2+l_3) \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ -s\theta_2 & 0 & c\theta_2 & c\theta_2(l_2+l_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & p_y s\theta_1 + p_x c\theta_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & -p_x s\theta_1 + p_y c\theta_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & p_z - h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & s\theta_2(l_2+l_3) \\ \cdot & \cdot & \cdot & d_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & c\theta_2(l_2+l_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(5 puan) (5 puan)

$$-p_x \cdot s\theta_1 + p_y \cdot c\theta_1 = d_2 \Rightarrow a \cdot \sin\theta + b \cdot \cos\theta = c \text{ formünden } \theta_1 \text{ bulunur.}$$

(7 puan)

$\theta_1$  artık bilinen bir değer olduğuna göre

$$A^2 + B^2 = s^2\theta_2(l_2+l_3)^2 + c^2\theta_2(l_2+l_3)^2$$

$$= (l_2+l_3)^2 \frac{s^2\theta_2 + c^2\theta_2}{1} \Rightarrow l_2+l_3 = \sqrt{A^2+B^2}$$

$$d_3 = \sqrt{A^2+B^2} - l_2 \quad (7 \text{ puan})$$

$d_3$  artık bilinen bir değer olduğuna göre

1. veya 3. satırdaki eşitliklerden biri kullanılarak  $\theta_2$  bulunabilir. (7 puan)

Baslangıçtaki matris düzenlemelerini yapmadan direkt sondaki denklemleri yazarak puan alamaz. (öz de olsa puan verdim)



Cevap 4) (2. seçenek)

$$\begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -(l_2+d_3) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$${}^2T^{-1} \cdot {}^1T^{-1} \cdot {}^0T = {}^3T \Rightarrow \begin{bmatrix} {}^0T & {}^1T \end{bmatrix}^{-1} \cdot {}^3T = {}^2T$$

$$\begin{bmatrix} c\theta_1 s\theta_2 & -c\theta_1 s\theta_2 & -s\theta_1 & -d_2 s\theta_1 \\ s\theta_1 s\theta_2 & -s\theta_1 s\theta_2 & c\theta_1 & d_2 c\theta_1 \\ -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow {}^2T^{-1} = \begin{bmatrix} c\theta_1 s\theta_2 & s\theta_1 c\theta_2 & -s\theta_2 & h_1 s\theta_2 \\ -c\theta_1 s\theta_2 & -s\theta_1 s\theta_2 & -c\theta_2 & h_1 c\theta_2 \\ -s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c\theta_1 s\theta_2 & s\theta_1 c\theta_2 & -s\theta_2 & h_1 s\theta_2 \\ -c\theta_1 s\theta_2 & -s\theta_1 s\theta_2 & -c\theta_2 & h_1 c\theta_2 \\ -s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & p_x \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & p_y \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -(l_2+d_3) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(10 puan)

$$\textcircled{1} \quad p_x c\theta_1 s\theta_2 + p_y s\theta_1 c\theta_2 - p_z s\theta_2 + h_1 s\theta_2 = s\theta_2 (h_1 - p_z) + c\theta_2 (p_y s\theta_1 + p_x c\theta_1) = 0$$

$$\textcircled{2} \quad -p_x c\theta_1 s\theta_2 - p_y s\theta_1 s\theta_2 - p_z c\theta_2 + h_1 c\theta_2 = -(l_2 + d_3)$$

$$\textcircled{3} \quad -p_x s\theta_1 + p_y c\theta_1 - d_2 = 0$$

(7 puan)

(7 puan)

③ denklemden  $\theta_1$  bulunur.  $\theta_1$  numaralı denklemlerde yerine yazılırsa tek bilinmeyen  $\theta_2$  kalır ve ① numaralı denklemden  $\theta_2$  bulunur.

(7 puan) Son olarak,  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  ② numaralı denklemlerde yerine konularak  $d_3$  bulunur.

Yukarıdaki matrisleri hesaplamadan direkt sonucu gözdenlere 22 puan vermiş oldum.

İki matrisi kafadan çarpıp tersini almak mümkün değil. İşlemlerinizi göstermeniz gerekiyor.