

MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ

DİNAMİK

MADDESEL NOKTALARIN DİNAMİĞİ

Behcet DAĞHAN

MADDESEL NOKTALARIN DİNAMİĞİ

İÇİNDEKİLER

1· GİRİŞ

- Konum, Hız ve İvme
- Newton Kanunları

2· MADDESEL NOKTALARIN KİNEMATİĞİ

- Doğrusal Hareket
- Düzlemde Eğrisel Hareket
- Bağlı Hareket (Ötelenen Eksenlerde)
- Birbirine Bağlı Maddesel Noktaların Hareketi

3· MADDESEL NOKTALARIN KİNETİĞİ

- Kuvvet, Kütle ve İvme
- İş ve Enerji
- İmpuls ve Momentum

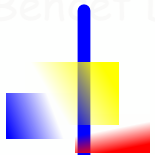


MADDESEL NOKTALARIN DİNAMİĞİ

2

KİNEMATİK

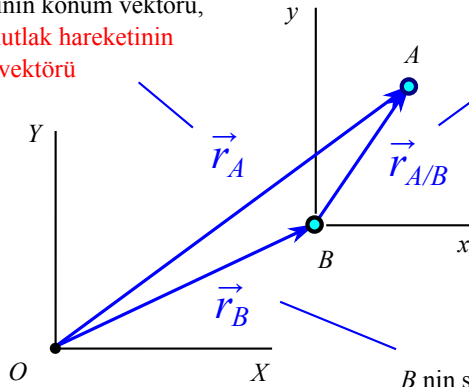
MADDESEL NOKTALARIN KİNEMATİĞİ



2.3

Bağıl Hareket
(Ötelenen eksenlerde)

A nın sabit eksen takımına göre hareketinin konum vektörü,
 A nın mutlak hareketinin konum vektörü



A nın B ye göre hareketinin konum vektörü,
 A nın bağlı hareketinin konum vektörü

x - y eksen takımı,
hareketli bir cisme
bağlanmış olan
eksen takımı,
dönmeden hareket ediyor
sadece öteleniyor

B nin sabit eksen takımına göre hareketinin konum vektörü,
 B nin mutlak hareketinin konum vektörü

X - Y eksen takımı,
sabit bir cisme bağlanmış olan
eksen takımı

$$\vec{r}_A = \vec{r}_B + \vec{r}_{A/B}$$

$\vec{v}_{A/B}$: A nın B ye göre hızı

$$\dot{\vec{r}}_A = \dot{\vec{r}}_B + \dot{\vec{r}}_{A/B}$$

→

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

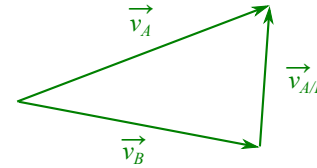
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$\ddot{\vec{r}}_A = \ddot{\vec{r}}_B + \ddot{\vec{r}}_{A/B}$$

→

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

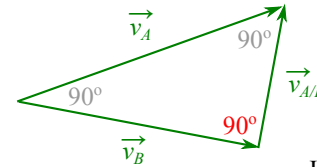
$\vec{a}_{A/B}$: A nın B ye göre ivmesi



$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$v_A \neq v_B + v_{A/B}$$

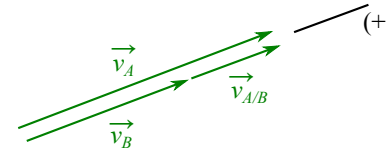
Hız vektörlerinin oluşturduğu üçgen herhangi bir üçgen ise, sinüs ve kosinüs bağıntılarından yararlanılır.



$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$v_A \neq v_B + v_{A/B}$$

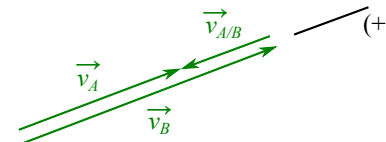
Hız vektörlerinin oluşturduğu üçgen dik üçgen ise, pisagor bağıntısından yararlanılır.



$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$v_A = v_B + v_{A/B}$$

Hız vektörlerinin hepsi birbirine paralel ise, vektörel denklem skaler olarak da geçerlidir. Fakat bir taraf pozitif seçilir ve ona göre işlem yapılır.

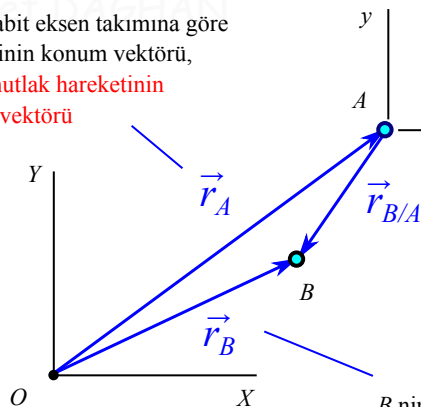


$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$v_A = v_B + v_{A/B}$$

$$v_{A/B} < 0$$

A nın sabit eksen takımına göre hareketinin konum vektörü,
 A nın mutlak hareketinin konum vektörü



X - Y eksen takımı,
 sabit bir cisme bağlanmış olan eksen takımı

x - y eksen takımı,
 hareketli bir cisme bağlanmış olan eksen takımı,
 dönmeden hareket ediyor sadece öteleniyor

B nin A ya göre hareketinin konum vektörü,
 B nin bağlı hareketinin konum vektörü

B nin sabit eksen takımına göre hareketinin konum vektörü,
 B nin mutlak hareketinin konum vektörü



Sürat teknelerinin yere göre hareketleri **mutlak harekettir**.
 Birbirlerine göre hareketleri **bağlı harekettir**.

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$\dot{\vec{r}}_B = \dot{\vec{r}}_A + \dot{\vec{r}}_{B/A}$$

→

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

→

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B - \vec{v}_{B/A}$$

→

$$\ddot{\vec{r}}_B = \ddot{\vec{r}}_A + \ddot{\vec{r}}_{B/A}$$

→

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

→

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B - \vec{a}_{B/A}$$

→

$$\vec{v}_{A/B} = -\vec{v}_{B/A}$$

A nın B ye göre hızı
 B nin A ya göre hızına
 eşit şiddette ve zıt yöndedir.

$$\vec{a}_{A/B} = -\vec{a}_{B/A}$$

A nın B ye göre ivmesi
 B nin A ya göre ivmesine
 eşit şiddette ve zıt yöndedir.

Örnek Problem 2/22

A arabası, θ nın 45° olduğu şekilde görülen anda, yarıçapı 300 m olan çembersel bir yörünge üzerinde 60 km/h lik sabit şiddette bir hızla hareket etmektedir. B arabası ise bu anda 80 km/h lik sabit şiddette bir hızla çemberin merkezinden geçmektedir. A arabasının hareketi, B arabasına yerleştirilmiş polar koordinatlarla belirlenmektedir. Bu anda $v_{A/B}$ yi ve B arabasında bulunan bir gözlemci tarafından ölçülen \dot{r} ve $\dot{\theta}$ değerlerini bulunuz.

Verilenler:

$$v_A = 60 \text{ km/h}$$

$$v_B = 80 \text{ km/h}$$

$$\rho_A = R_A = 300 \text{ m}$$

İstenenler:

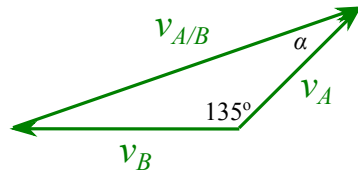
$$\left. \begin{array}{l} r = R_A \\ \theta = 45^\circ \end{array} \right\} \text{ iken:}$$

$$v_{A/B} = ?$$

$$\dot{r} = ?$$

$$\dot{\theta} = ?$$

Çözüm



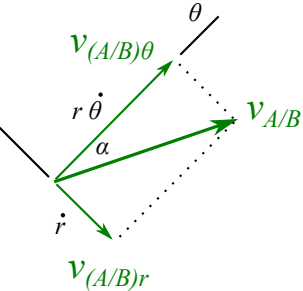
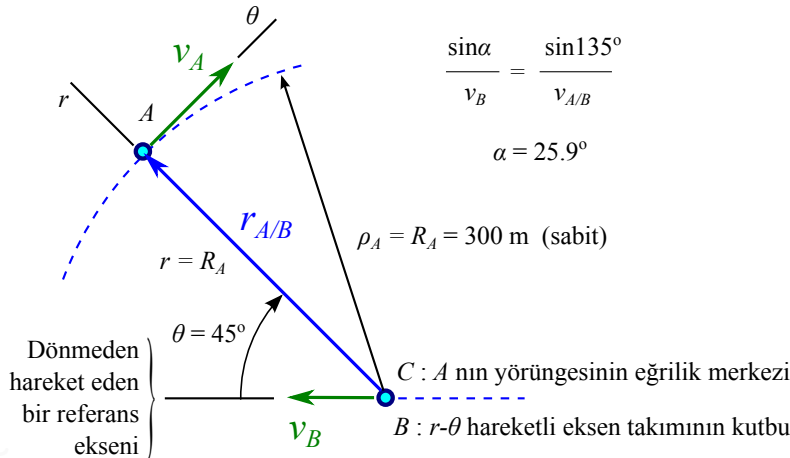
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$$

$$v_{A/B}^2 = v_A^2 + v_B^2 - 2 v_A v_B \cos 135^\circ$$

$$v_{A/B} = 129.6 \text{ km/h}$$

$$\frac{\sin \alpha}{v_B} = \frac{\sin 135^\circ}{v_{A/B}}$$

$$\alpha = 25.9^\circ$$



$$v_r = \dot{r}$$

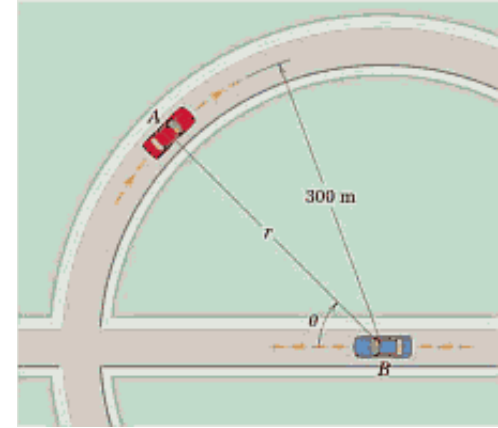
$$v_{(A/B)r} = -v_{A/B} \sin \alpha$$

$$\dot{r} = -56.6 \text{ km/h}$$

$$v_\theta = r \dot{\theta}$$

$$v_{(A/B)\theta} = v_{A/B} \cos \alpha$$

$$\dot{\theta} = 0.1079 \text{ rad/s}$$



Örnek Problem 2/23

Bir önceki örnek problem 2/22 de verilmiş olan anda, B arabasında bulunan bir gözlemci tarafından ölçülen \ddot{r} ve $\ddot{\theta}$ değerlerini, o problemten elde ettiğiniz sonuçları da kullanarak bulunuz.

Verilenler:

$$v_A = 60 \text{ km/h} \quad (\text{sabit})$$

$$v_B = 80 \text{ km/h} \quad (\text{sabit})$$

$$\dot{r} = -56.6 \text{ km/h}$$

$$\dot{\theta} = 0.1079 \text{ rad/s}$$

$$\rho_A = R_A = 300 \text{ m}$$

İstenenler:

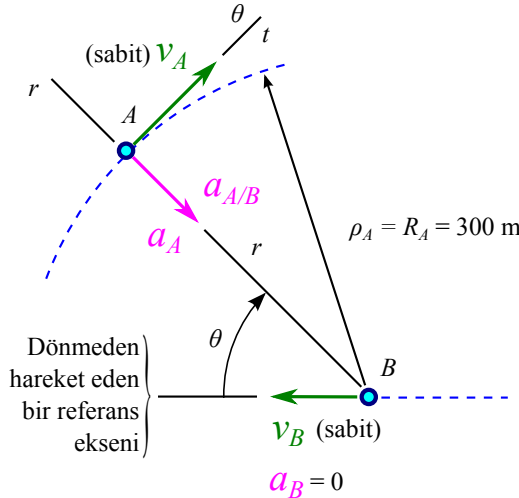
$$\left. \begin{array}{l} r = R_A \\ \theta = 45^\circ \end{array} \right\} \text{ iken:}$$

$$\ddot{r} = ?$$

$$\ddot{\theta} = ?$$

Çözüm

A arabası sabit şiddette bir hızla çembersel hareket yaptığı için mutlak ivmesinin teğetsel bileşeni yoktur.



B arabası sabit şiddette bir hızla doğrusal hareket yaptığı için mutlak ivmesi yoktur.

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}$$

$$\vec{a}_A = \vec{0} + \vec{a}_{A/B}$$

$$a_{A/B} = a_A \quad (\text{sabit})$$

$$a_A = a_{An} = \frac{v_A^2}{\rho_A}$$

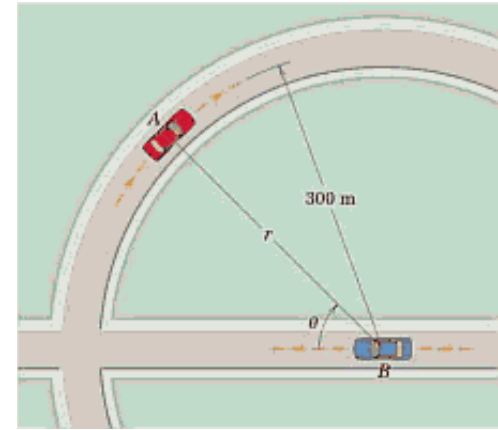
$$a_A = 0.926 \text{ m/s}^2 \quad (\text{sabit})$$

$$\left. \begin{array}{l} a_r = \ddot{r} - r \dot{\theta}^2 \\ a_{(A/B)r} = a_{Ar} = -a_A \end{array} \right\}$$

$$\ddot{r} = 2.567 \text{ m/s}^2$$

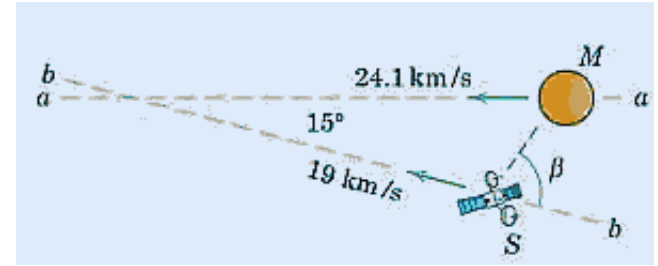
$$\left. \begin{array}{l} a_\theta = r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta} \\ a_{(A/B)\theta} = a_{A\theta} = 0 \end{array} \right\}$$

$$\ddot{\theta} = 0.0113 \text{ rad/s}^2$$



Örnek Problem 2/24

Şekildeki uzay aracı S , Mars gezegeninin yörüngesi $a-a$ ile aynı düzlemde yer alan kendi yörüngesi $b-b$ üzerinde 19 km/s lik mutlak bir hızla hareket ederken Mars ile birbirlerine yaklaşmaktadırlar. Marsın mutlak hızı 24.1 km/s dir. Uzay aracında bulunan birine göre Mars, tam üzerlerine geliyormuş gibi görüldüğü anda $S-M$ doğrultusu ile $b-b$ yörüngesi arasındaki β açısını bulunuz.

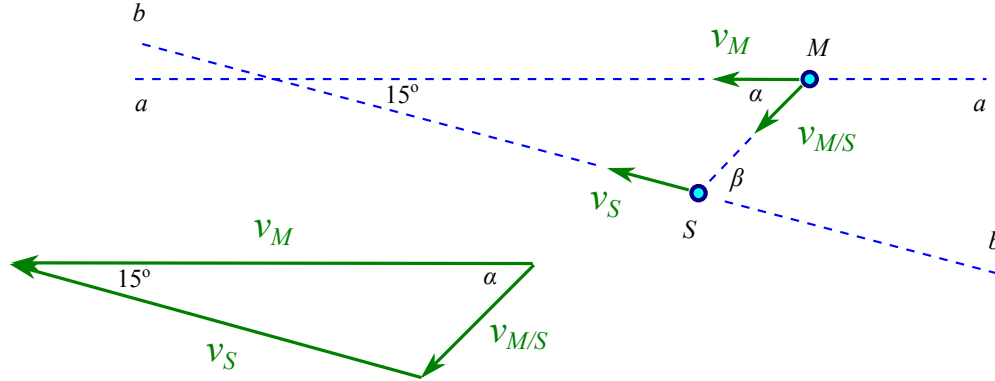


Verilenler:

$$v_S = 19 \text{ km/s}$$

$$v_M = 24.1 \text{ km/s}$$

Çözüm



$$\vec{v}_M = \vec{v}_S + \vec{v}_{M/S}$$

$$v_{M/S}^2 = v_M^2 + v_S^2 - 2 v_M v_S \cos 15^\circ$$

$$v_{M/S} = 7.56 \text{ km/s}$$

$$\frac{\sin \alpha}{v_S} = \frac{\sin 15^\circ}{v_{M/S}}$$

$$\alpha = 40.6^\circ$$

$$\beta = \alpha + 15^\circ$$

$$\beta = 55.6^\circ$$

İstenenler:

$$\beta = ?$$