

MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ

DİNAMİK

MADDESEL NOKTALARIN DİNAMİĞİ

Behcet DAĞHAN

MADDESEL NOKTALARIN DİNAMİĞİ

İÇİNDEKİLER

1· GİRİŞ

- Konum, Hız ve İvme
- Newton Kanunları

2· MADDESEL NOKTALARIN KİNEMATİĞİ

- Doğrusal Hareket
- Düzlemde Eğrisel Hareket
- Bağlı Hareket (Ötelenen Eksenlerde)
- Birbirine Bağlı Maddesel Noktaların Hareketi

3· MADDESEL NOKTALARIN KİNETİĞİ

- Kuvvet, Kütle ve İvme
- İş ve Enerji
- İmpuls ve Momentum



MADDESEL NOKTALARIN DİNAMİĞİ

7

GİRİŞ

Dinamik rijit cisimlerin hareketlerini inceler.

Hareket, konumdaki değişimdir.

Konum, cismin uzaydaki yeridir.

Konum, vektörel bir büyüklüktür.

Konum vektörünü \vec{r} ile göstereceğiz.

Konum vektörü, referans eksen takımının orijini O dan başlar, cismin bulunduğu yerde biter.

Referans eksen takımı, cisimlerin nerede bulunduğunu söyleyebilmek için seçilen bir sistemdir.

Referans eksen takımı, hareketli veya sabit olabilir. Sabit bir eksen takımına göre söylenen konum, mutlak konumdur.

Sabit bir eksen takımına göre tanımlanan harekete **mutlak hareket** denir.

Mühendislik problemlerinin çözümünde, çoğu zaman, dünya sabit kabul edilir.

Dolayısıyla dünyaya bağlanmış bir eksen takımına göre tanımlanan hareket, mutlak harekettir.

Hareketli bir eksen takımına göre söylenen konum, bağlı konumdur.

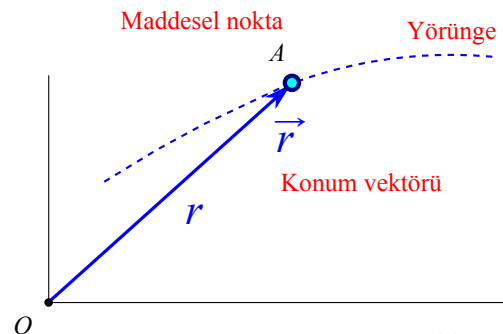
Hareketli bir eksen takımına göre tanımlanan harekete **bağlı hareket** denir.

Eğer bir cismin hareketi incelenirken cismin kendi boyutlarının önemi yoksa o cisme

maddesel nokta denir ve cismin kütle merkezinin hareketi incelenir.

Bir maddesel noktanın zaman içerisinde bulunduğu konumların geometrik yerine yörünge denir.

Yörünge, konum vektörlerinin uç noktalarının geometrik yeridir.



Hız, cismin konumunda birim zamanda meydana gelen değişimdir.

Hız, vektörel bir büyüklüktür.

Hız vektörünü, \vec{v} ile göstereceğiz.

Hız vektörü, konum vektörünün zamana göre türevine eşittir. $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$

Hız vektörlerinin uç noktalarının geometrik yerine **hodograf** denir.



| A | A' |
|-----------|----------------------|
| t | t + dt |
| s | s + ds |
| \vec{r} | $\vec{r} + d\vec{r}$ |
| \vec{v} | |

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Yön : $\vec{v} \parallel d\vec{r}$
Yönleri aynıdır.

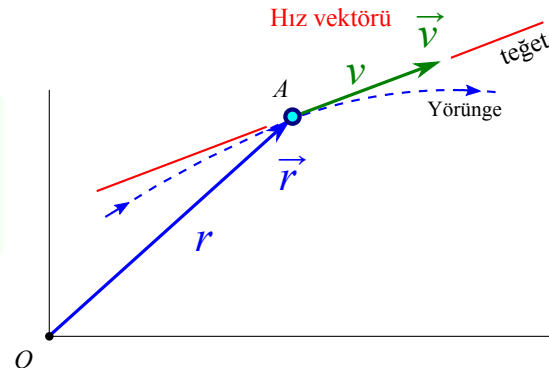
Şiddet : $v = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

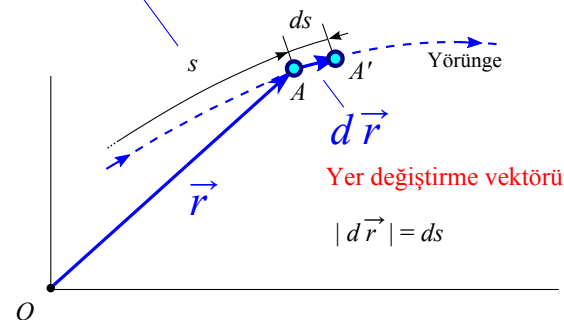
Hız vektörü daima yörüngeye teğettir.

$$\frac{dy}{dt} = \dot{y}$$

$$\frac{dy}{dx} = y'$$



Yörünge üzerinde keyfî olarak seçilen
bir orijinden ($s = 0$) itibaren
yörünge üzerinden ölçülen konum



İvme, cismin hızında birim zamanda meydana gelen değişimdir.

İvme, vektörel bir büyüklüktür.

İvme vektörünü \vec{a} ile göstereceğiz.

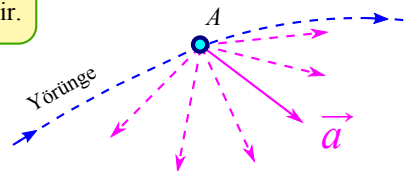
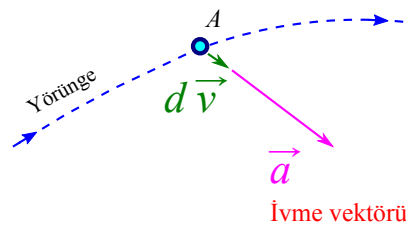
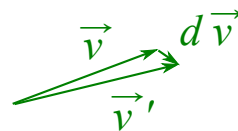
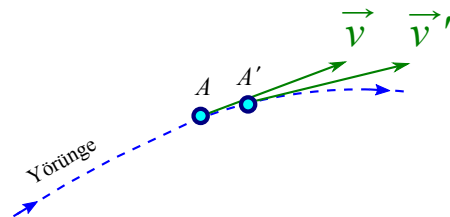
İvme vektörü, hız vektörünün zamana göre türevine eşittir.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

İvme vektörü daima hodografa teğettir.



| A | A' |
|-----------|---------------------------------|
| t | t + dt |
| \vec{r} | $\vec{r}' = \vec{r} + d\vec{r}$ |
| \vec{v} | $\vec{v}' = \vec{v} + d\vec{v}$ |
| \vec{a} | |



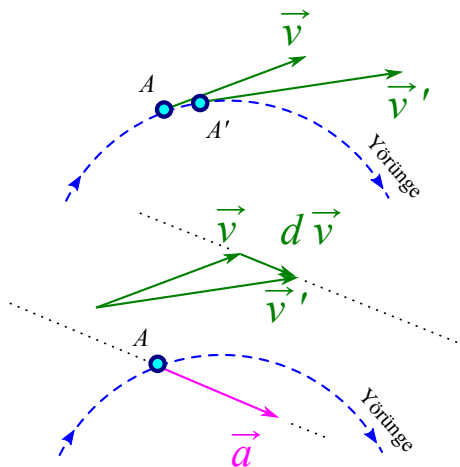
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Yön : $\vec{a} \parallel d\vec{v}$
Yönleri aynıdır.

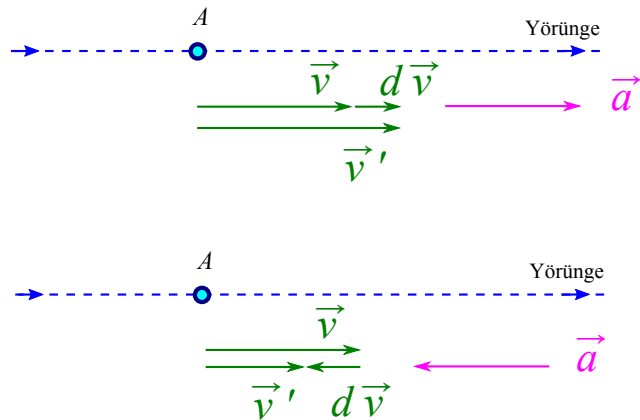
Şiddet : $a = \frac{|d\vec{v}|}{dt}$

İvme vektörü daima yörünge'nin içbükey tarafına yönelmiştir.

Hız vektörünün yönü ve/veya şiddeti değişiyorsa ivme vardır.



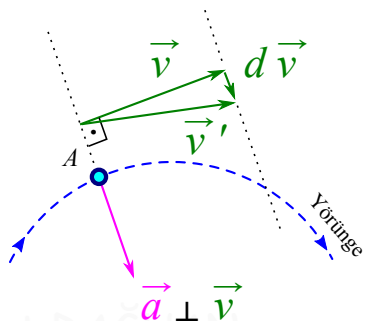
Hız vektörünün şiddeti değişiyorsa yönü değişmese de ivme vardır.



$$\vec{a} \parallel d\vec{v}$$

Yönleri aynıdır.

Hız vektörünün yönü değişiyorsa şiddeti sabit olsa da ivme vardır.

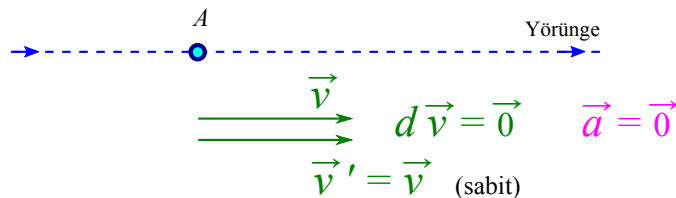


$$\vec{v}' \neq \vec{v}$$

$$v' = v \quad (\text{sabit})$$

$$\vec{a} \perp \vec{v}$$

Hız vektörünün yönü de şiddeti de sabit ise ancak o zaman ivme yoktur.



Kuvvet, bir cismin diğer bir cisme yaptığı mekanik etkidir.

Kuvvet, vektörel bir büyüklüktür.

Newton Kanunları

I. Eylemsizlik prensibi

Bir maddesel nokta, üzerine herhangi bir dengelenmemiş kuvvet etki etmiyorsa hareketsiz kalır veya düzgün doğrusal hareket yapmaya devam eder.

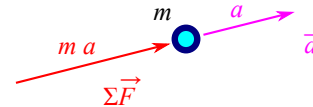
II. Newton'un ikinci kanunu

Bir maddesel noktanın ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvet ile doğru orantılıdır ve aynı yöndedir.

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

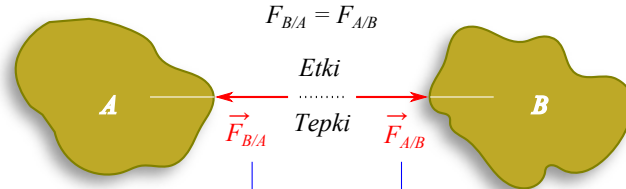
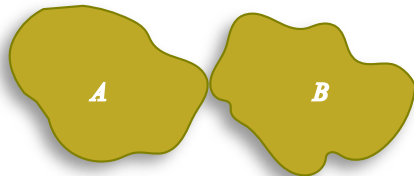
Yön : $\Sigma \vec{F} // \vec{a}$ Yönleri aynıdır.

Şiddet : $|\Sigma \vec{F}| = m a$



III. Etki-tepki prensibi

Birbirine kuvvet uygulayan iki cisim arasındaki etki ve tepki kuvvetleri, birbirine eşit şiddette, zıt yönde ve aynı tesir çizgisindedir.



B nin A ya uyguladığı kuvvet

A nın B ye uyguladığı kuvvet



Newton'un Çekim Kanunu

Uzaydaki cisimler birbirlerine çekim kuvveti uygular. Herhangi iki cisim arasındaki çekim kuvvetinin şiddeti aşağıdaki bağıntıda verilen kadardır.

$$F = K \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$K = 6.673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

F : iki maddesel noktanın birbirine karşılıklı olarak uyguladığı **çekim kuvveti**

K : evrensel çekim sabiti

m_1, m_2 : cisimlerin kütleleri

r : cisimlerin merkezleri arasındaki uzaklık



Havada sadece yer çekiminin etkisi ile hareket eden bir cismin ivmesi g ye eşittir.

Ağırlık kuvveti

Uzaydaki iki cisimden birisi dünya olsun ve diğeri de dünya yüzeyinde veya dünyaya yakın civarda bulunan bir cisim olsun.

Dünyanın bu cisme uyguladığı çekim kuvvetine **ağırlık** denir.

m_1 : Dünyanın kütlesi

m_2 : Dünya yüzeyinde veya yakın civarda bulunan cismin kütlesi

r : Dünya ile diğer cismin merkezleri arasındaki uzaklık, dünyanın yarıçapı

W : Ağırlık

Ağırlık kuvveti daima düşeydir ve aşağıya doğru yönelmiştir.

$$F = K \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$W = g m$$

$$W = m g$$

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

g : Yer çekimi katsayısı



W

$a = g$

Yer çekimi ivmesi

Evrensel çekim sabiti ve dünyanın kütlesi değişmeyen büyüklüklerdir. Dünyanın yarıçapının da ülkemizin her yerinde aynı olduğu düşünülebilir. O halde ülkemiz için yer çekimi katsayısı g nin değerinin sabit olduğu kabul edilebilir. Bu dersimizde g nin değerini 9.81 m/s^2 olarak alacağız.

Cisimlerin hareketlerini inceler.

DİNAMİK

KİNEMATİK

KİNETİK

Kuvvetleri göz önüne almaz.

Kuvvetleri de göz önüne alır.

DİNAMİK

MADDESEL NOKTALARIN
DİNAMIĞI

RİJİT CİSİMLERİN
DİNAMIĞI