MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ

STATİK

Behcet DAĞHAN

MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ

STATİK

İÇİNDEKİLER

STATİK

2

KUVVET SİSTEMLERİ

STATİK

2.1

İki Boyutlu Kuvvet Sistemleri

Kuvvet, bir cismin diğer bir cisme yaptığı mekanik etkidir.

Kuvvet, vektörel bir büyüklüktür.

Statik dersindeki kuvvet vektörü kayan vektördür. Dolayısı ile belirli bir tesir çizgisi vardır.

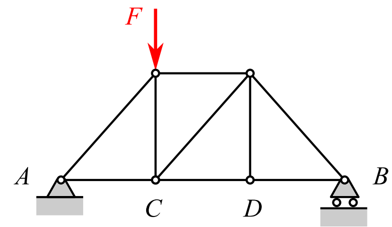
Kuvvet vektörü, kendi tesir çizgisi üzerinde kaydırılırsa incelenen sisteme etki eden dış kuvvetler değişmez.

Fakat sistemin iç kuvvetleri değişir.

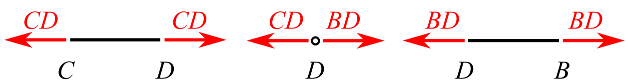
Statik dersinde sadece dış kuvvetler göz önüne alındığı için bunun bir önemi yoktur.

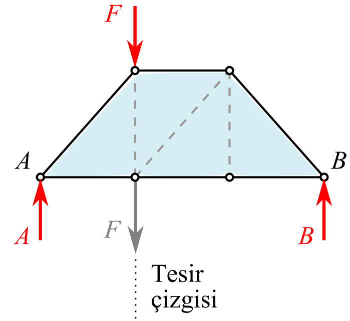
Dış kuvvet, incelenen sisteme onun dışındaki sistemler tarafından uygulanan kuvvettir.

İç kuvvet, incelenen sistemi oluşturan parçaların birbirine uyguladığı kuvvettir.



F kuvveti, tesir çizgisi üzerinde kaydırılırsa kafes sisteme etki eden dış kuvvetler değişmez. Fakat kafes sistemi oluşturan parçalara gelen kuvvetler değişir.

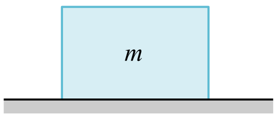


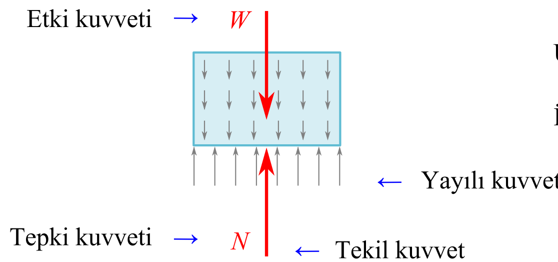


F, *A* ve *B* kuvvetleri, kafes sistemin tamamı için sisteme dışarıdan uygulanan kuvvet olduklarından dolayı dış kuvvetlerdir.

Bir sistemin tamamı için iç kuvvet olan bir kuvvet, o sistemin bir parçası için dış kuvvet olabilir. Mesela, kafes sistemi parçalara ayırıp incelerken, sistemin tamamı için iç kuvvet olan kuvvetler, sistemin parçaları için dış kuvvet olurlar.

İncelenen bir sistemin parçalarının birbirlerine uyguladığı iç kuvvetler, birbirlerini dengelediği için göz önüne alınmazlar.

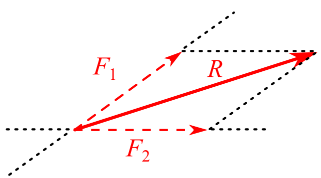




Uygulamadaki kuvvetler genellikle yayılı kuvvettir.

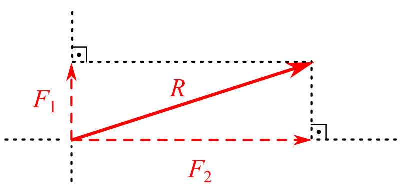
İşlem yaparken onların yerine geçen tekil kuvvetler kullanılır.

Bazen bir kuvvetin yerine geçecek iki veya daha fazla kuvvet yerleştirilir.

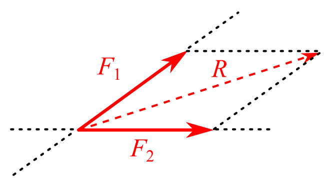


$\vec{R}$ ↗ $\vec{F}_1$, ↘ $\vec{F}_2$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

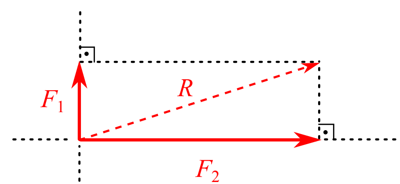


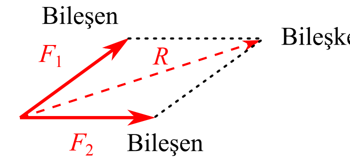
Bazen de tesir çizgileri kesişen iki veya daha fazla kuvvetin yerine geçecek bir tek kuvvet yerleştirilir.

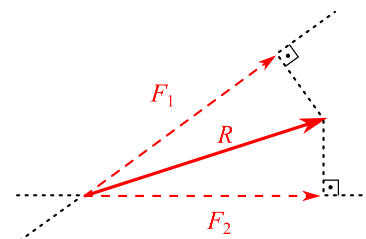


$\vec{F}_1$ ↘, $\vec{F}_2$ ↗ $\vec{R}$

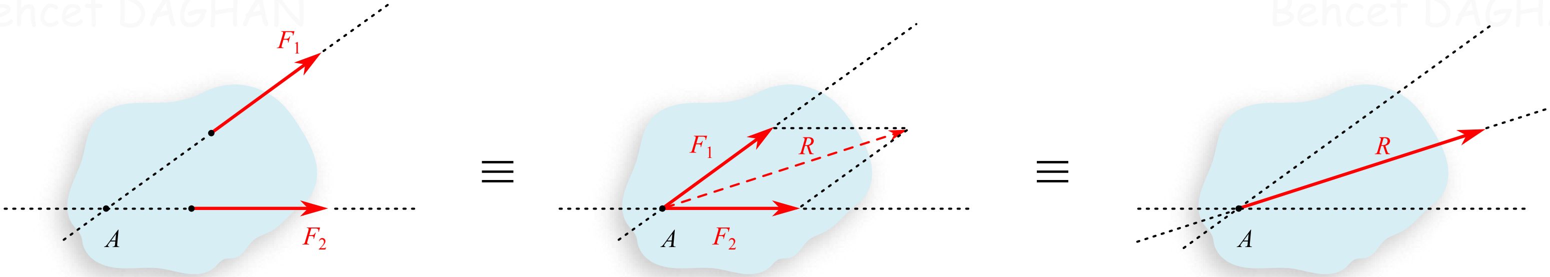
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R}$$







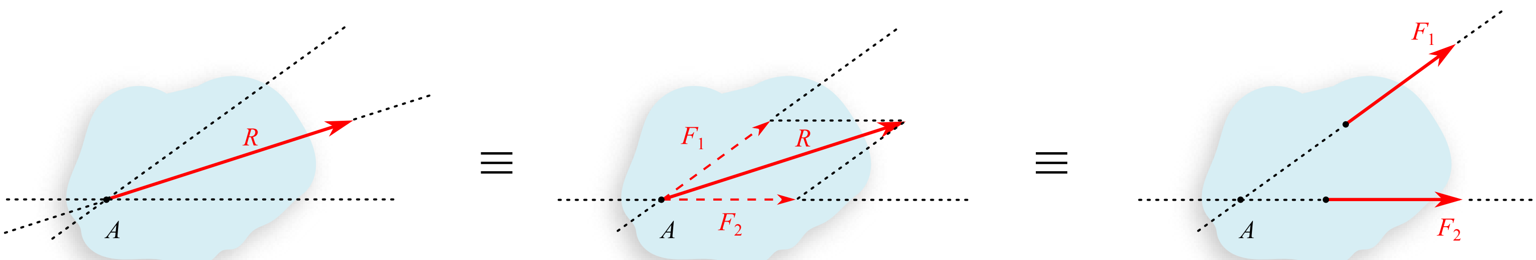
$$\vec{R} \neq \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



$$\vec{F}_1 \searrow \vec{R} \qquad \vec{F}_2 \nearrow$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R}$$

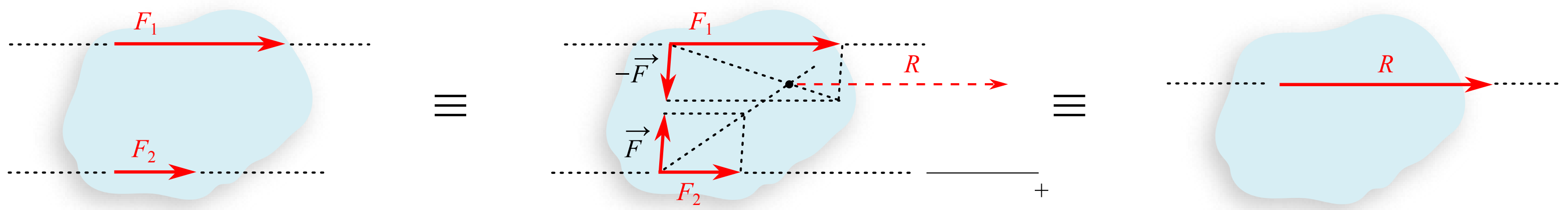
Bileşkenin tesir çizgisi, bileşenlerin tesir çizgilerinin kesişme noktasından geçer.



$$\vec{R} \nearrow \vec{F}_1 \qquad \searrow \vec{F}_2$$

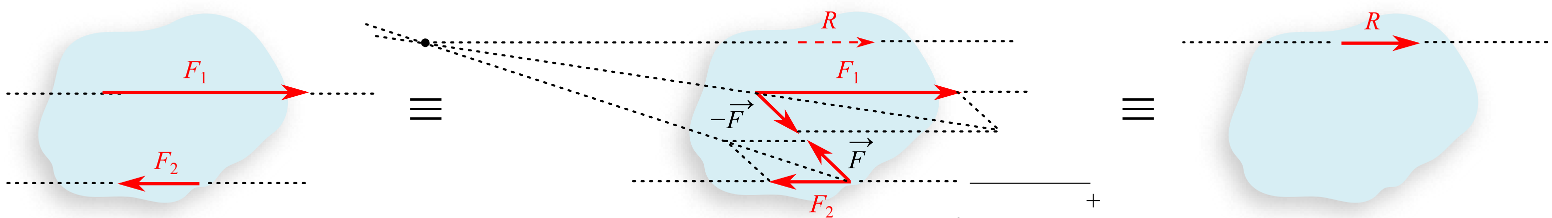
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Aynı yönde olan paralel iki kuvvetin bileşkesi onlara paraleldir, tesir çizgisi bileşenlerin arasındadır ve büyük bileşene yakındır.



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R} \qquad F_1 + F_2 = R$$

Zıt yönde olan paralel iki kuvvetin bileşkesi de onlara paraleldir, tesir çizgisi dışarıdadır ve yine büyük bileşene yakındır.



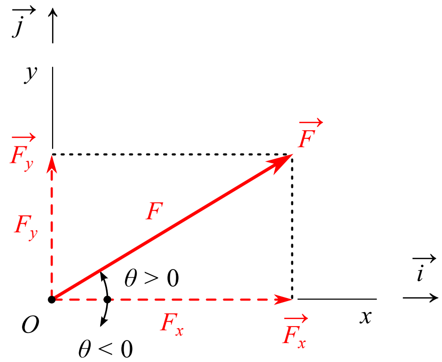
$$F_2 < 0$$

$$\downarrow$$

$$|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2| \qquad \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R} \qquad F_1 + F_2 = R$$

Özel durum: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| \quad \rightarrow \quad R = 0$

Dik Bileşenler



$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

$$\vec{F} = F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j}$$

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$F_x = F\cos\theta$$

$$F_y = F\sin\theta$$

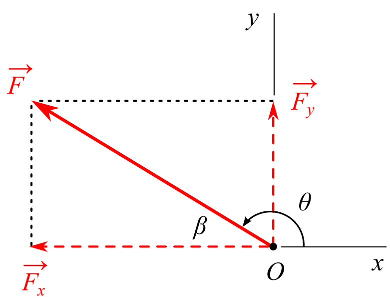
$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x}$$

F_x ve F_y pozitif veya negatif olabilir.

Ama F daima pozitiftir.

θ açısı yönlü bir açıdır.

Pozitif yönü şekilde gösterilmiştir.



$F_x < 0$

$F_y > 0$

$F_x = F\cos\theta$ $\rightarrow$ $\cos\theta < 0$ olduğundan dolayı kendiliğinden $F_x < 0$ olur.

$F_y = F\sin\theta$

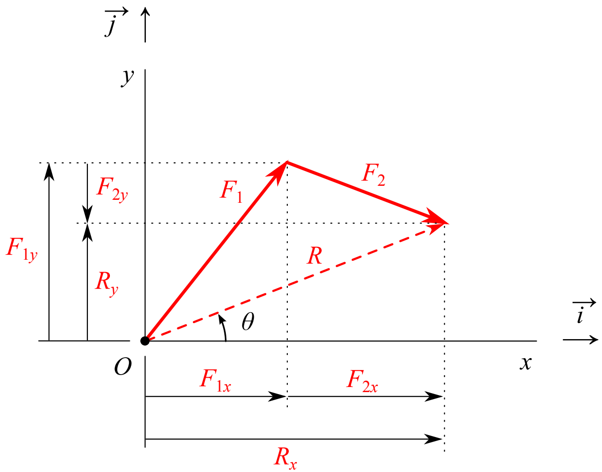
veya

$F_x = -F\cos\beta$

$F_y = F\sin\beta$

$F_x < 0$ olabilmesi için bu işareti biz yerleştirmeliyiz.

İki kuvvetin bileşkesinin dik bileşenler kullanılarak bulunması



$$\vec{F_1} = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{1y} \qquad \vec{F_2} = \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{1y} \qquad \vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$$

$$\vec{F_1} = F_{1x}\,\vec{i} + F_{1y}\,\vec{j} \qquad \vec{F_2} = F_{2x}\,\vec{i} + F_{2y}\,\vec{j} \qquad \vec{R} = R_x\,\vec{i} + R_y\,\vec{j}$$

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$R_x\,\vec{i} + R_y\,\vec{j} = (F_{1x}\,\vec{i} + F_{1y}\,\vec{j}) + (F_{2x}\,\vec{i} + F_{2y}\,\vec{j})$$

$$R_x\,\vec{i} + R_y\,\vec{j} = \underbrace{(F_{1x} + F_{2x})}_{=\Sigma F_x}\vec{i} + \underbrace{(F_{1y} + F_{2y})}_{=\Sigma F_y}\vec{j}$$

Bileşkenin yönünü ve şiddetini bulmak için:

$$R_x = \Sigma F_x$$

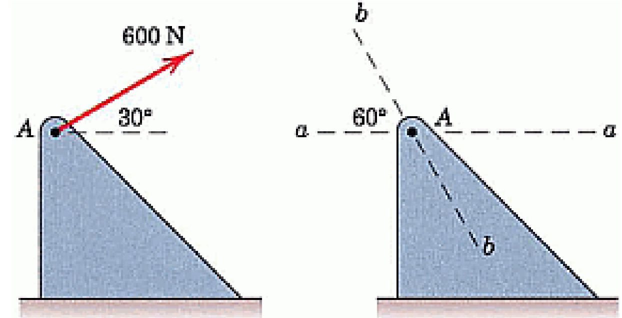
$$R_y = \Sigma F_y$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

Örnek Problem 2/1

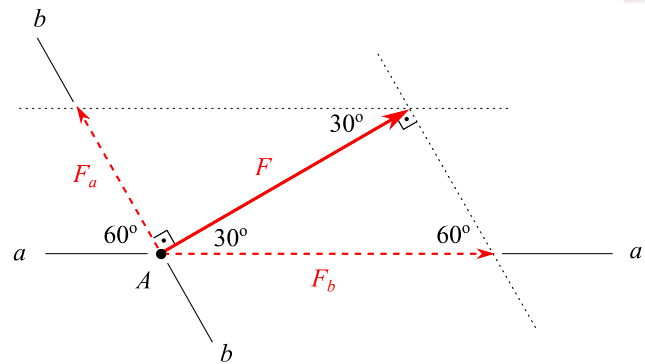
Şekildeki mesnede A noktasından uygulanan 600 N luk kuvvetin yerine geçecek iki tane kuvvet yerleştirilecektir. Bu iki kuvvetten F_a nın tesir çizgisi a-a doğrultusu ve F_b nin tesir çizgisi b-b doğrultusu olacaktır. F_a yı ve F_b yi bulunuz.



Verilenler:

$F = 600$ N

Çözüm



İstenenler:

$F_a = ?$

$F_b = ?$

$$\vec{F} = \vec{F_a} + \vec{F_b}$$

$$\tan 30^{\circ} = \frac{F_a}{F}$$

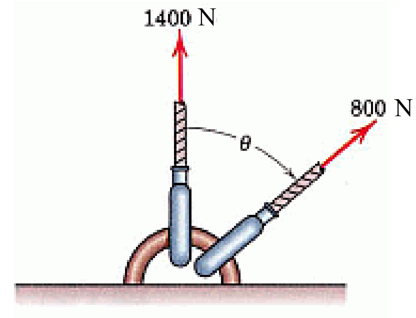
$F_a = 693$ N

$$\cos 30^{\circ} = \frac{F}{F_b}$$

$F_b = 346$ N

Örnek Problem 2/2

Şekildeki iki kuvvetin bileşkesinin şiddetinin 2000 N olması için 800 N luk kuvvetin açısı θ ne olmalıdır? Bu şartlarda R ile düşey doğrultu arasındaki açı β yı bulunuz.



Verilenler:

$F_1 = 1400$ N

$F_2 = 800$ N

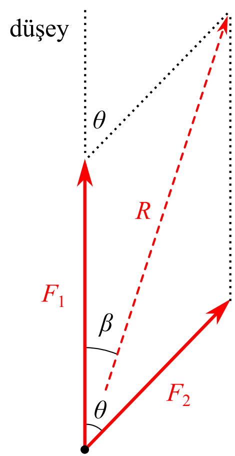
$R = 2000$ N

İstenenler:

$\theta = ?$

$\beta = ?$

Çözüm



$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\, F_1\, F_2 \cos\theta$$

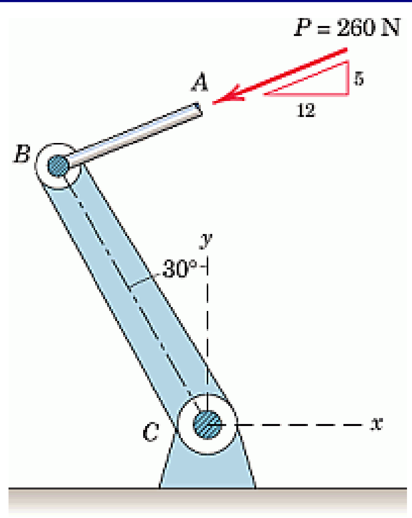
$\theta = 51.3^\circ$

$$F_2^2 = R^2 + F_1^2 - 2\, R\, F_1 \cos\beta$$

$\beta = 18.2^\circ$

Örnek Problem 2/3

Şekildeki mekanizmanın AB koluna etki eden P kuvvetinin x ve y bileşenlerini bulunuz.



Verilenler:

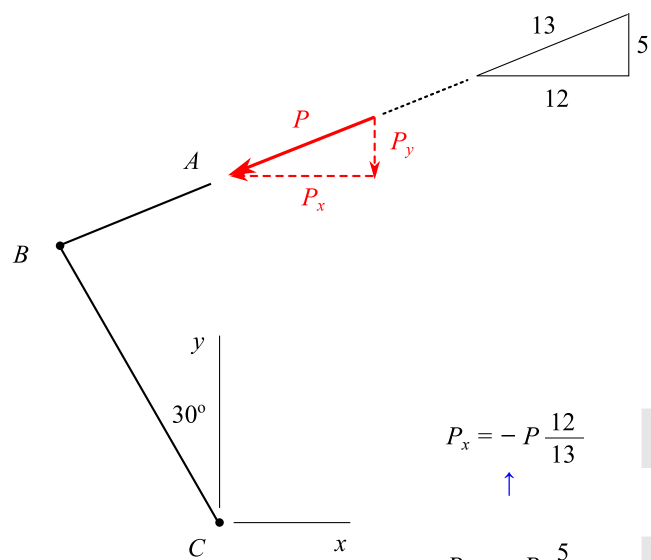
$P = 260$ N

İstenenler:

$P_x = ?$

$P_y = ?$

Çözüm



$$P_x = -P\,\frac{12}{13}$$

$$\boxed{P_x = -\,240 \text{ N}}$$

$$P_y = -P\,\frac{5}{13}$$

$$\boxed{P_y = -\,100 \text{ N}}$$

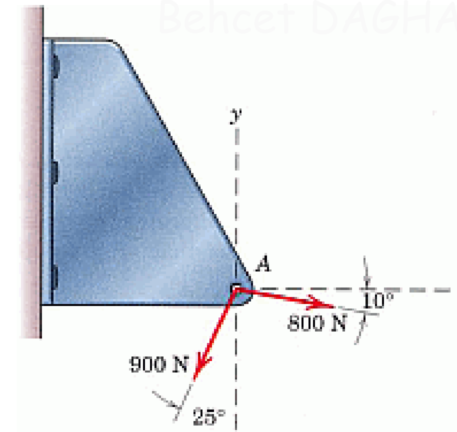
Bu işaretleri biz yerleştirmeliyiz.

Veya üçgenlerin benzerliğinden:

$$\frac{|P_x|}{12} = \frac{P}{13} = \frac{|P_y|}{5}$$

Örnek Problem 2/4

Şekildeki mesnedin *A* noktasına uygulanmış olan iki kuvvetin bileşkesinin yönünü ve şiddetini bulunuz.



Verilenler:

$F_1 = 800$ N

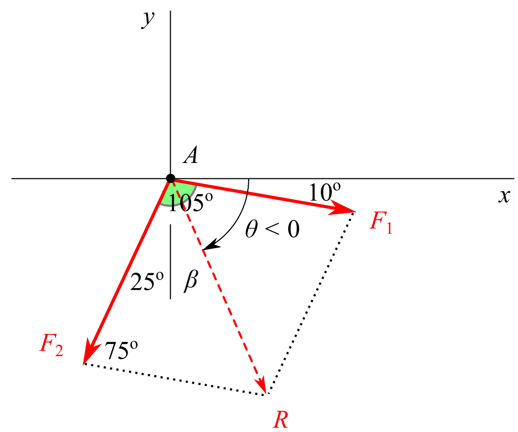
$F_2 = 900$ N

İstenenler:

$R = ?$

$\theta = ?$

Çözüm



$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1\,F_2 \cos 105^\circ$$

$$\boxed{R = 1038 \text{ N}}$$

$$\frac{\sin(25^\circ + \beta)}{F_1} = \frac{\sin 75^\circ}{R}$$

$$\boxed{\beta = 23.1^\circ}$$

$$R_x = \Sigma F_x$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos 10^\circ - F_2 \sin 25^\circ$$

$$R_x = 407 \text{ N}$$

$$R_y = \Sigma F_y$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = -\,F_1 \sin 10^\circ - F_2 \cos 25^\circ$$

$$R_y = -\,954 \text{ N}$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 \qquad \boxed{R = 1038 \text{ N}}$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} \qquad \boxed{\theta = -\,66.9^\circ}$$

Moment

Moment, bir kuvvetin herhangi bir eksene göre döndürme etkisidir.

Bir kuvvetin kendi tesir çizgisi ile kesişen bir eksene göre momenti yoktur,

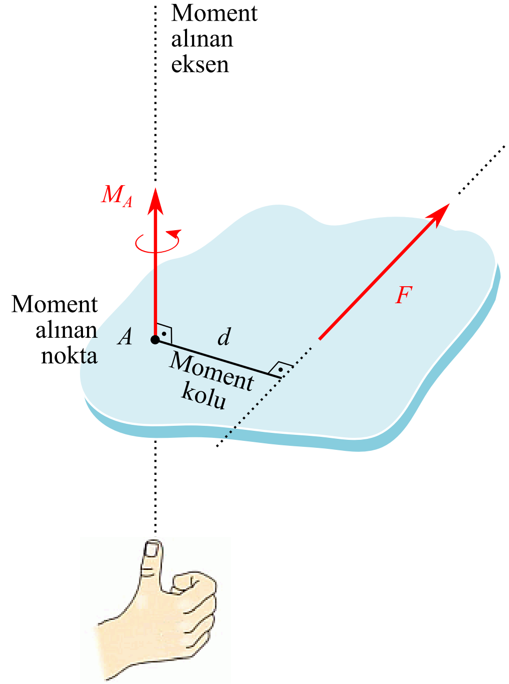
tesir çizgisine paralel olan bir eksene göre de momenti yoktur.

Moment vektörel bir büyüklüktür.

Moment vektörünü $\vec{M}$ ile göstereceğiz.

Moment vektörünün yönü sağ el kuralı ile bulunur.

Sağ elimizin dört parmağını kuvvet yönünde tutup avucumuzun içini moment alınan eksene döndürüp avucumuzu kapattığımız zaman baş parmağımız moment vektörünün yönünü gösterir.



Bir noktaya göre moment

Bir kuvvetin bir noktaya göre momenti, kuvvet ile noktanın içinde bulunduğu düzleme dik olan ve moment alınan noktadan geçen bir eksene göre döndürme etkisidir.

Herhangi bir A noktasına göre alınan momentin şiddeti:

$$M_A = F\,d$$

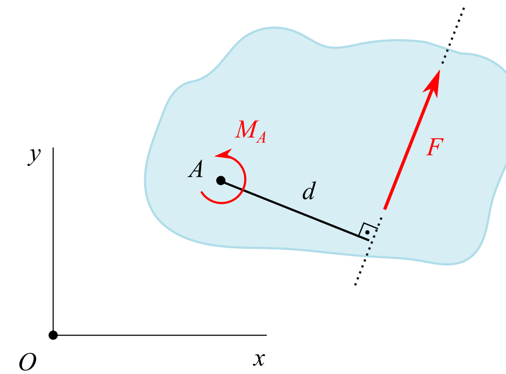
İki boyutlu kuvvet sistemini oluşturan kuvvetlerin, içinde bulundukları düzlemde yer alan bir noktaya göre momentleri düzleme diktir.

Eğer kuvvetlerin içinde bulunduğu düzlem *x-y* düzlemi ile çakıştırılırsa, moment vektörleri de düzleme dik olan *z*-eksenine paralel olur. $\vec{M} = \vec{M}_z$

Moment vektörlerinin tamamı birbirine paralel olduğu için sadece şiddetleri ile ilgilenmek yeterli olur.

Yönlerini belirtmek için de şiddetleri pozitif veya negatif alınır.

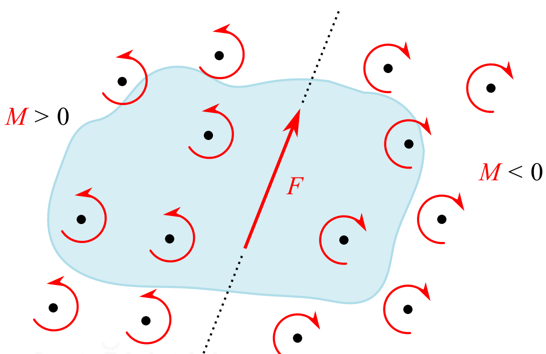
Saat ibrelerinin dönme yönünün tersi pozitif yön olarak alınacaktır.



 $M > 0$ → pozitif z-yönünde

 $M < 0$ → negatif z-yönünde

$M = -\ 12$ N·m
↑
Yön belirtir



Herhangi bir kuvvetin, kendi tesir çizgisi üzerindeki noktalar hariç, bütün noktalara göre döndürme etkisi vardır.

Bu momentlerin bir kısmı pozitif, bir kısmı da negatif yöndedir.

Bu momentler, kuvvet uygulandığı zaman ortaya çıkan döndürme etkileridir.
Yani kuvvetin yanında ayrıca uygulanmış değillerdir.

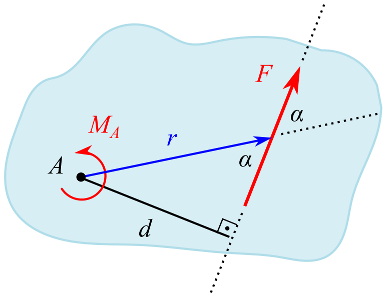
Bir noktaya göre momentin vektörel çarpımla bulunması

$$\boxed{\vec{M}_A = \vec{r} \times \vec{F}}$$

$$M_A = r\,F\,\sin\alpha$$

$$d = r\sin\alpha$$

$$M_A = F\,r\,\sin\alpha \quad \rightarrow \quad M_A = F\,d$$



$$\vec{M}_A \neq \vec{F} \times \vec{r}$$

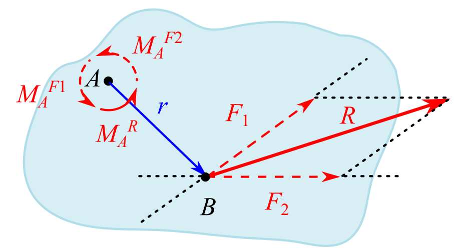
r vektörü, moment alınan noktadan başlar,
kuvvetin tesir çizgisi üzerinde herhangi bir noktada biter.

Varignon Teoremi

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{r} \times \vec{R} = \vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2$$

İki boyutlu kuvvet sisteminde moment vektörlerinin hepsi birbirine paralel olduğu için bu eşitlik skaler olarak da geçerlidir.



$$\vec{M}_A{}^R = \vec{r} \times \vec{R}$$

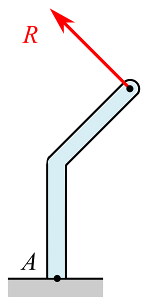
$$\vec{M}_A{}^{F1} = \vec{r} \times \vec{F}_1$$

$$\vec{M}_A{}^{F2} = \vec{r} \times \vec{F}_2$$

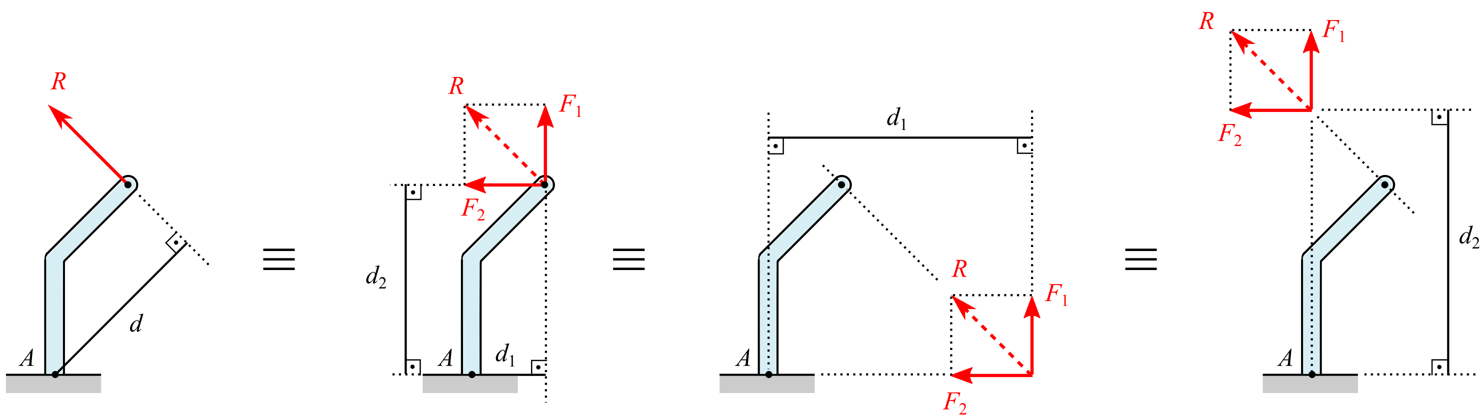
$$\vec{M}_A{}^R = \vec{M}_A{}^{F1} + \vec{M}_A{}^{F2} \quad \longleftrightarrow \quad \boxed{M_A{}^R = M_A{}^{F1} + M_A{}^{F2}}$$

Bileşkenin bir noktaya göre momenti, bileşenlerinin o noktaya göre momentleri toplamına eşittir.

Bir kuvvetin bir noktaya göre momenti alınırken takip edilebilecek yollar:



$M_A^{\,R} = ?$



$M_A^{\,R} = R\,d$

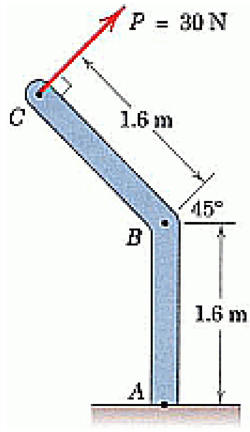
$M_A^{\,R} = F_1\,d_1 + F_2\,d_2$

$M_A^{\,R} = F_1\,d_1 + 0$

$M_A^{\,R} = 0 + F_2\,d_2$

Örnek Problem 2/5

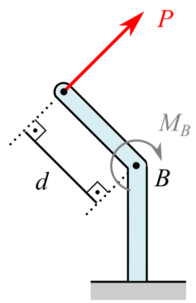
30 N luk *P* kuvveti şekildeki çubuğun *BC* kısmına dik olarak uygulanmıştır. *P* nin *B* noktasına ve *A* noktasına göre momentini bulunuz.

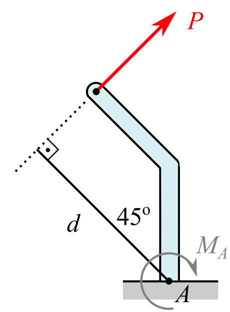


Verilenler:

$P = 30$ N

Çözüm





$d = 1.6$ m

$d = 1.6 + 1.6\cos 45^o$

$M_B = P\,d$

$M_A = P\,d$

$M_B = 48$ N·m

$M_B = 81.9$ N·m

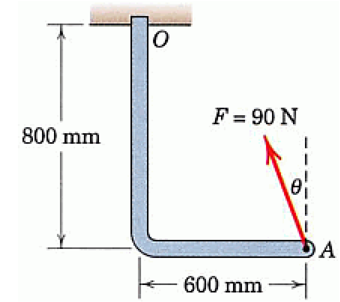
İstenenler:

$M_B = ?$

$M_A = ?$

Örnek Problem 2/6

(a) $\theta = 15^o$ ise 90 N luk kuvvetin O noktasına göre momentini hesaplayınız. Ayrıca O ya göre momenti (b) sıfır ve (c) maksimum yapan θ değerlerini bulunuz.

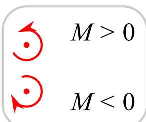


Verilenler:

$F = 90$ N

$d_1 = 800$ mm

$d_2 = 600$ mm



İstenenler:

$\theta = 15^o$ ise:

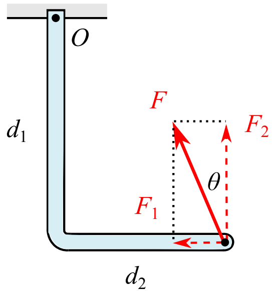
$M_O = ?$

$M_O = 0$ ise:

$\theta = ?$

$M_O = M_{Omax}$ ise:

$\theta = ?$



Varignon teoreminden:

$$M_O = -F_1\, d_1 + F_2\, d_2$$

$$M_O = -F\sin\theta\, d_1 + F\cos\theta\, d_2$$

(a)

$\theta = 15^o$ ise:

$$\boxed{M_O = 33.5\ \text{N·m}}$$

Çözüm

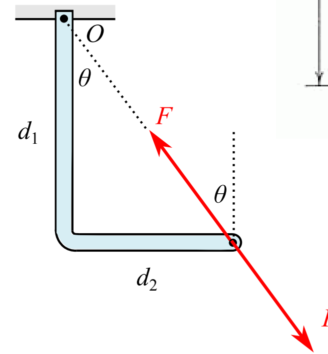
(b)

$M_O = 0$ ise:

$$0 = -\overset{1}{\cancel{F}}\sin\theta\, d_1 + \overset{1}{\cancel{F}}\cos\theta\, d_2$$

$$\boxed{\theta = 36.9^o}$$

veya $\theta + 180^o$



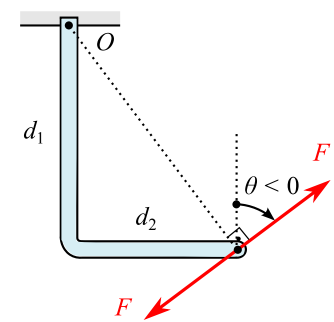
(c)

$M_O = M_{Omax}$ ise:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{dM_O}{d\theta} = 0 \\ \dfrac{dM_O}{d\theta} = F\,(-\cos\theta\, d_1 - \sin\theta\, d_2) \end{array}\right\}$$

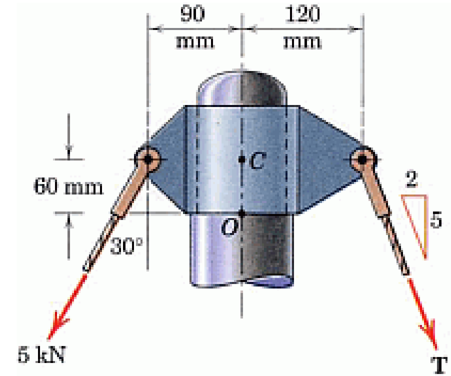
$$\boxed{\theta = -53.1^o}$$

veya $\theta + 180^o$



Örnek Problem 2/7

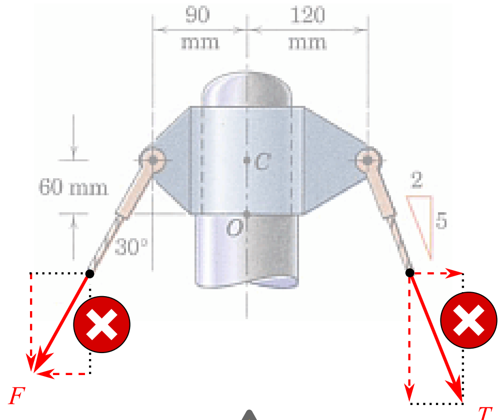
Bir direk ucu bağlantı parçası, iki tane kuvveti şekildeki gibi taşımaktadır. Bu iki kuvvetin O noktasına göre momentleri toplamının sıfır olabilmesi için $\vec{T}$ nin şiddeti ne olmalıdır?



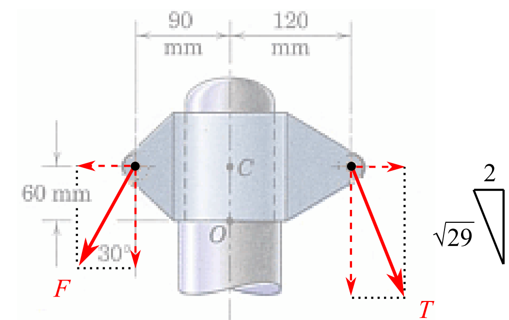
Verilenler:

$F = 5$ kN

Çözüm



Moment alırken,
bir kuvveti bu şekilde bileşenlere ayırmak tavsiye edilmez.
Çünkü bileşenlerin tesir çizgilerinin
nereden geçtiği açıkça belli olmalıdır.
Kuvveti, tesir çizgisi üzerinde
uygun bir yere kaydırdıktan sonra
bileşenlere ayırmak gerekir.



İstenenler:

$M_O = 0$ ise:

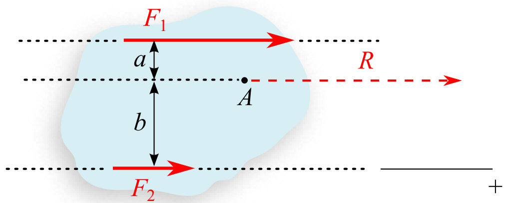
$T = ?$

Varignon teoreminden:

$$M_O = F\cos 30^\circ\,(90) + F\sin 30^\circ\,(60) - T\frac{5}{\sqrt{29}}\,(120) - T\frac{2}{\sqrt{29}}\,(60) = 0$$

$T = 4.04$ kN

Paralel iki kuvvetin bileşkesinin tesir çizgisinin yerinin varignon teoremi yardımıyla bulunması



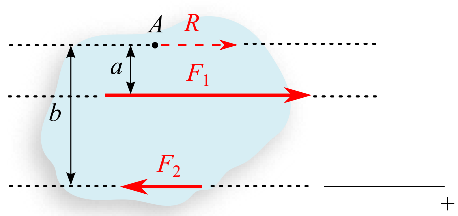
$$M_A^R = M_A^{F1} + M_A^{F2}$$

$$R\,(0) = -\,F_1\,(a) + F_2\,(b)$$

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{a}{b}}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R} \qquad F_1 + F_2 = R$$

Özel durum: $F_1 = F_2 \rightarrow a = b$



$$M_A^R = M_A^{F1} + M_A^{F2}$$

$$R\,(0) = F_1\,(a) - F_2\,(b)$$

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{a}{b}}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R} \qquad F_1 + F_2 = R$$

$$\uparrow$$

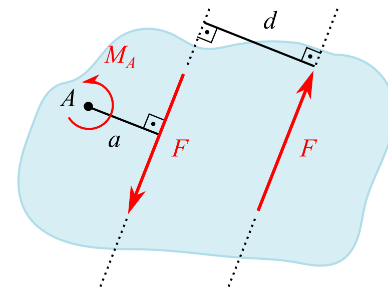
$$F_2 < 0$$

$$|\,\vec{F}_1\,| > |\,\vec{F}_2\,|$$

Özel durum: $|\,\vec{F}_1\,| = |\,\vec{F}_2\,| \rightarrow R = 0$

Kuvvet çifti

Kuvvet çifti, birbirine paralel, eşit şiddette ve zıt yönde olan iki kuvvetten oluşan bir sistemdir ($d \neq 0$).



Bu kuvvetlerden birisine $\vec{F}$ dersek diğeri de $-\vec{F}$ olur.

$$\vec{R} = \vec{F} + (-\vec{F})$$

$$\vec{R} = \vec{0}$$

Kuvvet çiftinin bileşkesi sıfırdır.

Kuvvet çiftinin sadece döndürme etkisi vardır.

Kuvvet çiftinin herhangi bir A noktasına göre momentini alalım.

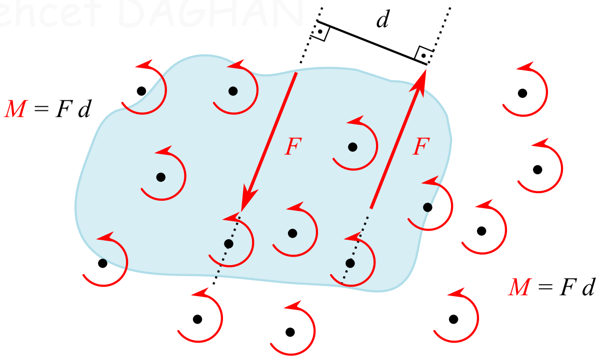
$$M_A = F\,(a + d) - F\,a = F\,d$$

$$M = F\,d$$

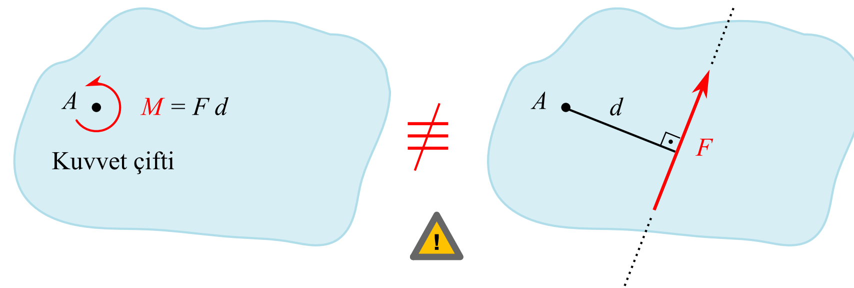
Elde edilen sonuç göstermektedir ki, kuvvet çiftinin momenti, moment alınan noktadan bağımsızdır.

Kuvvet çiftinin momenti serbest vektördür.

Kuvvet çiftinin nereye uygulandığı önemli değildir.

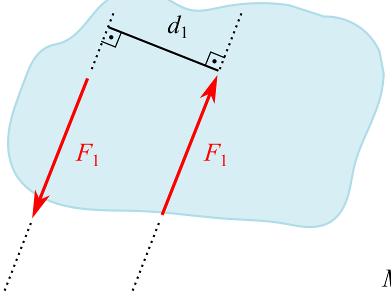


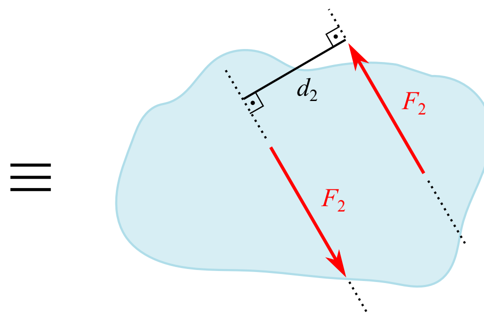
Kuvvet çiftinin bütün noktalara göre döndürme etkisi aynıdır.



Bir tek kuvvet, kuvvet çiftinin yerine geçmez.

Kuvvet çiftini oluşturan kuvvetler veya aralarındaki uzaklık tek başına önemli değildir. Önemli olan kuvvet çiftinin momentidir.



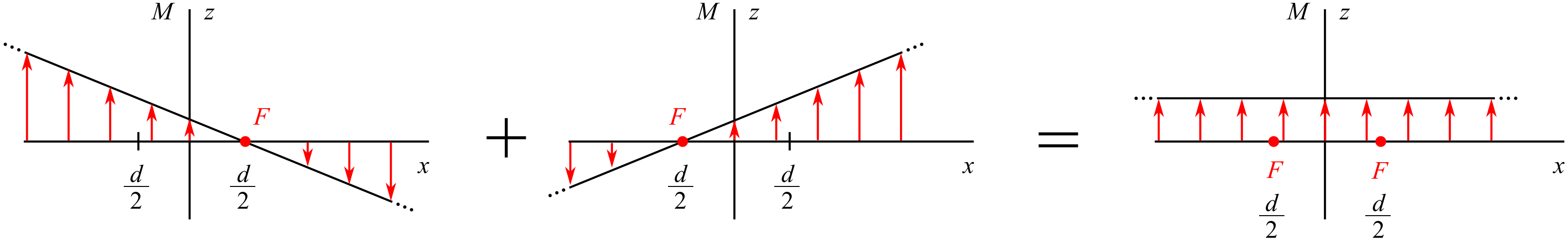


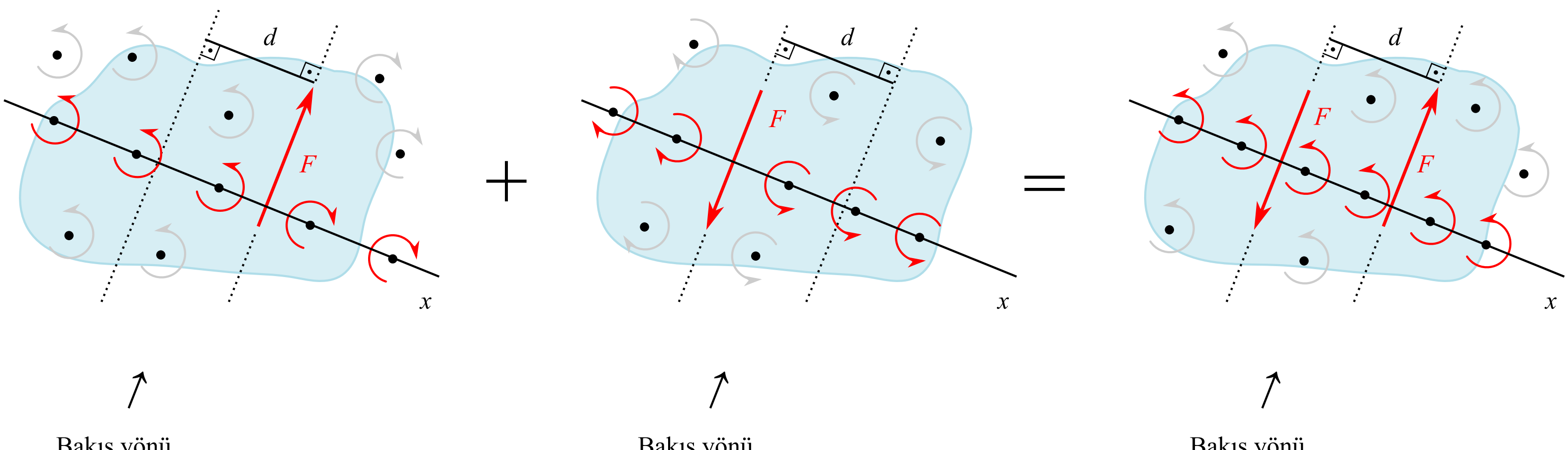
$$M = F_1\,d_1 = F_2\,d_2$$

Momenti eşit olan bütün kuvvet çiftleri denktir.

Kuvvet çiftini sadece bu işaret ile de gösteririz.

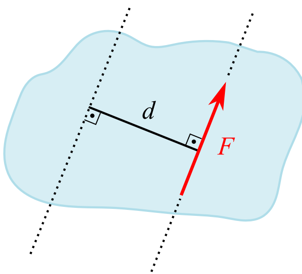
Kuvvet çiftinin bütün noktalara göre momentinin aynı olduğunun bir açıklaması



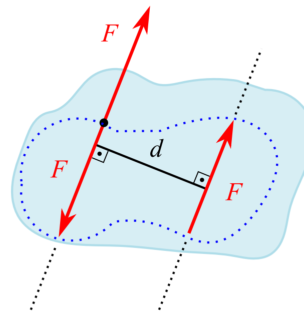


Bir kuvvetin tesir çizgisinin değiştirilmesi

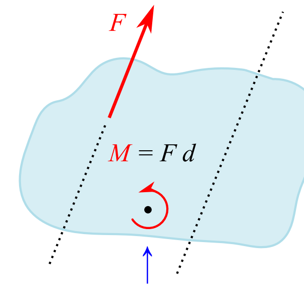
Bir kuvvet, tesir çizgisi üzerinde kaydırıldığı zaman etkisi değişmez. Ama tesir çizgisinin dışına çıkarılırsa etkisi değişir.
Kuvvetin tesir çizgisini değiştirmek istediğimiz zaman, etkisinin değişmemesi için kuvvete ilaveten bir de kuvvet çifti uygulamamız gerekir.



$\equiv$



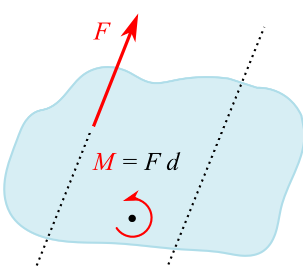
$\equiv$



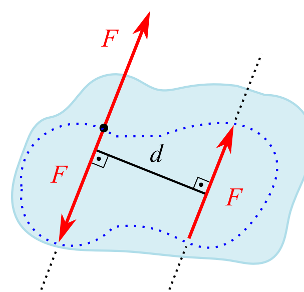
Bu moment, kuvvetin momenti değildir.
Kuvvete ilaveten dışarıdan uygulanan bir kuvvet çiftidir.

Bir kuvveti, başka bir tesir çizgisine taşırken kuvvetin yönünü ve şiddetini bozmadan aynen taşırız.
Ayrıca yanına bir de kuvvet çifti ilave etmemiz gerekir.
Bu kuvvet çiftinin momenti, kuvvetin, yeni tesir çizgisi üzerindeki herhangi bir noktaya göre momentine eşittir.

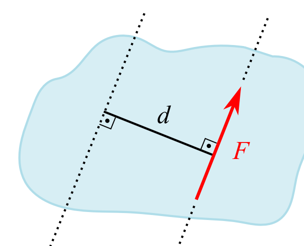
Bazen de bir kuvvet ile kuvvet çiftinden oluşan bir sistemin yerine geçecek bir tek kuvvet yerleştiririz.



$\equiv$

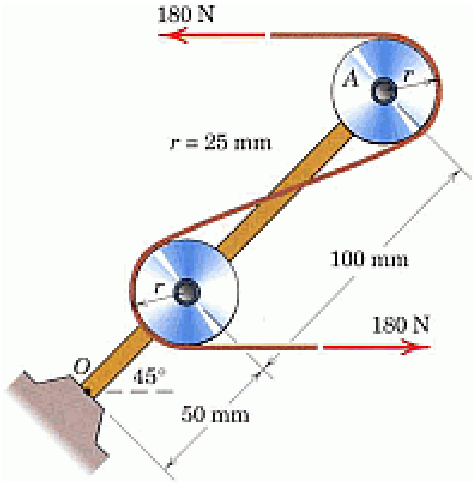


$\equiv$



Örnek Problem 2/8

OA çubuğu, iki makara ve ince bir bandın bir bölümünden oluşan sisteme şekildeki gibi 180 N luk iki kuvvet uygulanmıştır. Bu kuvvetlerin (*a*) *A* noktasına göre ve (*b*) *O* noktasına göre momentleri toplamını bulunuz.



Verilenler:

$F = 180$ N

$r = 25$ mm

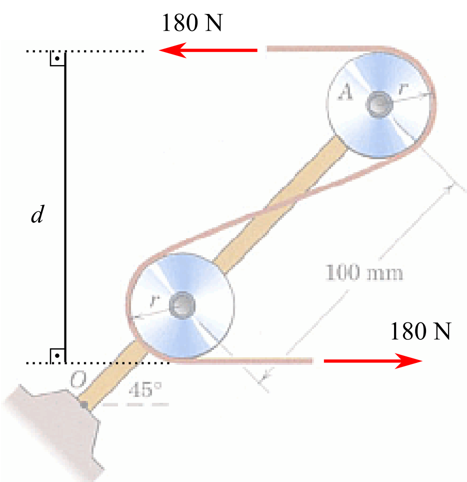
İstenenler:

$M_A = ?$

$M_O = ?$

Çözüm

Bu kuvvet sistemi, eşit şiddette, zıt yönde ve birbirine paralel iki kuvvetten oluşan bir sistem olduğu için kuvvet çiftidir.



Kuvvet çiftinin bütün noktalara göre momenti aynıdır.

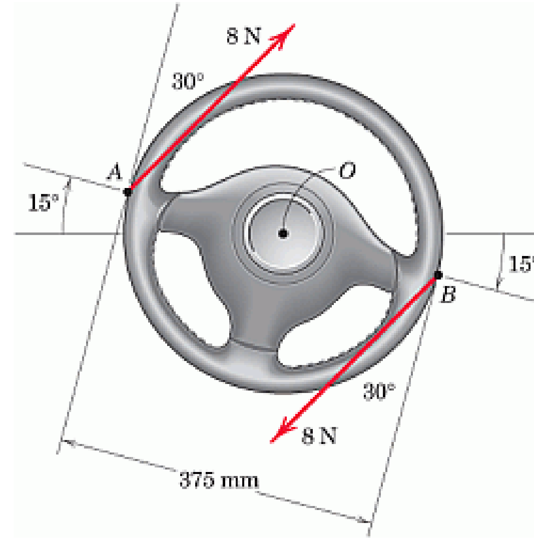
$$\left.\begin{aligned} M_A = M_O = M = F\,d \\ d = 100 \sin 45^\circ + 2\,r \end{aligned}\right\}$$

$M = 180\,(120.7)$

$\boxed{M = 21\,728 \text{ N·mm}} = 21.7$ N·m

Örnek Problem 2/9

Bir sürücü sağa dönerken otomobilin direksiyonuna şekildeki gibi 8 N luk iki kuvvet uygulamaktadır. Bu kuvvetlerin oluşturduğu momenti hesaplayınız.



Verilenler:

$F = 8$ N

İstenenler:

$M = ?$

Çözüm

Bu kuvvet sistemi, eşit şiddette, zıt yönde ve birbirine paralel iki kuvvetten oluşan bir sistem olduğu için kuvvet çiftidir.

Kuvvet çiftinin bütün noktalara göre momenti aynıdır.

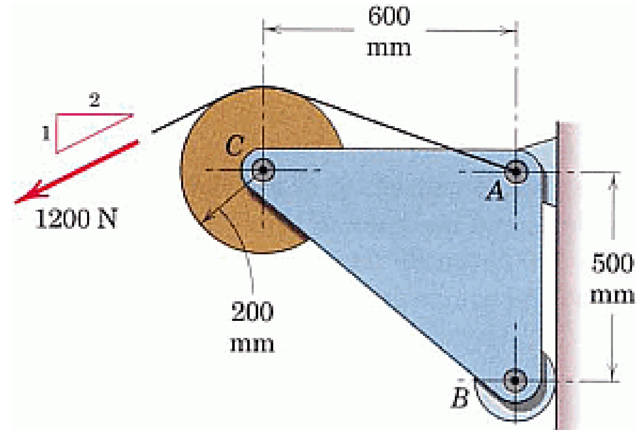
$$M = M_O = -2\,F \cos 30^\circ\ \ (375/2)$$

$$\boxed{M = -\,2598\ \text{N·mm}}$$

Yön belirtir
Saat ibrelerinin dönme yönündedir.

Örnek Problem 2/10

Şekildeki 1200 N luk kuvvetin, dirseğin *A* pimine göre momentini hesaplayınız.
Bunu yaparken, kuvveti önce *C* noktasından geçen bir tesir çizgisine taşıyınız.



Verilenler:

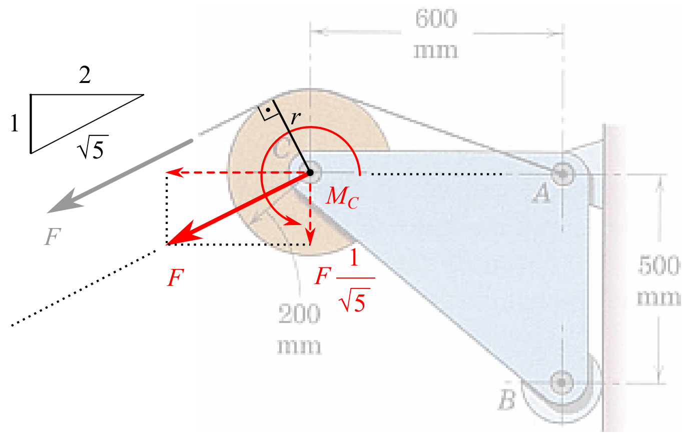
$F = 1200$ N

$r = 200$ mm

İstenenler:

$M_A = ?$

Çözüm



$$M_C = F\, r$$

Kuvveti önce *C* noktasına taşımak
A noktasına göre moment almayı kolaylaştırır.

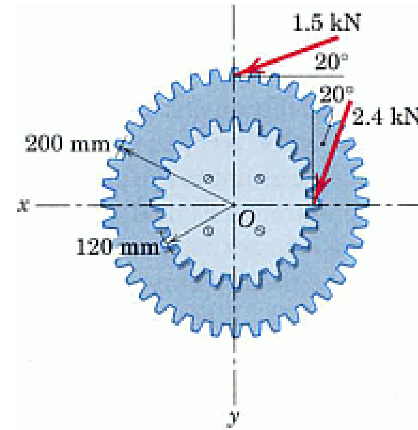
$$M_A = M_C + F \frac{1}{\sqrt{5}} 600$$

$$M_A = 1200\,(200 + \frac{1}{\sqrt{5}} 600)$$

$$\boxed{M_A = 562 \text{ N·m}}$$

Örnek Problem 2/11

Birbirine tutturulmuş olan iki dişliye gelen iki kuvvet şekilde gösterilmiştir. Bu iki kuvveti O noktasına taşıyıp bir R kuvvetine ve bir M kuvvet çiftine indirgeyiniz ve şiddetlerini bulunuz.

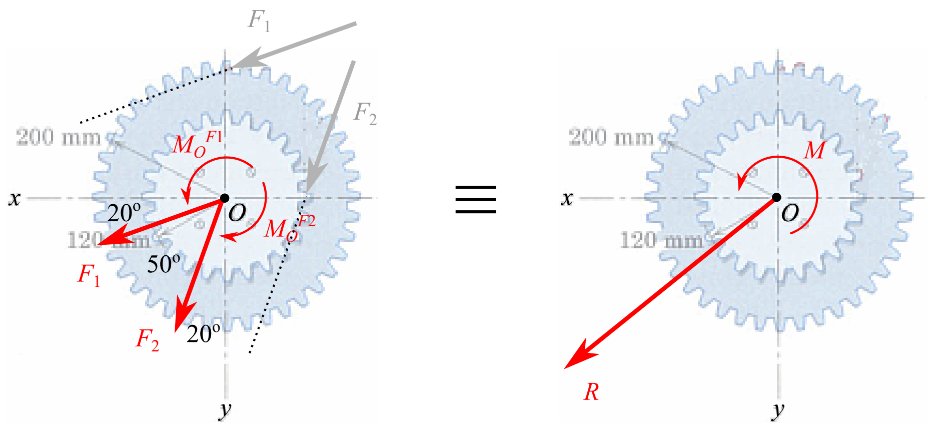


Çözüm

Verilenler:

$F_1 = 1.5$ kN

$F_2 = 2.4$ kN



$R_x = \Sigma F_x$

$R_x = F_{1x} + F_{2x}$

$R_x = F_1 \cos 20^\circ + F_2 \sin 20^\circ$

$R_x = 2.23$ kN

$R_y = \Sigma F_y$

$R_y = F_{1y} + F_{2y}$

$R_y = F_1 \sin 20^\circ + F_2 \cos 20^\circ$

$R_y = 2.77$ kN

$R^2 = R_x^2 + R_y^2$

$\boxed{R = 3.56 \text{ kN}}$ ←

veya

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\, F_1\, F_2 \cos 50^\circ$

$M_O^{F1} = F_1 \cos 20^\circ\ (200)$

$M_O^{F1} = 282$ N·m

$M_O^{F2} = -\, F_2 \cos 20^\circ\ (120)$

$M_O^{F2} = -\ 271$ N·m

Yön belirten bu işareti biz yerleştirmeliyiz.

$M_O = M_O^{F1} + M_O^{F2}$

$\boxed{M = 11.3 \text{ N·m}}$

İstenenler:

$R = ?$

$M_O = M = ?$

İki boyutlu bir kuvvet sisteminin bileşkesi

Bazen göz önüne alınan kuvvet sisteminin yerine geçecek bir tek kuvvet aranır.

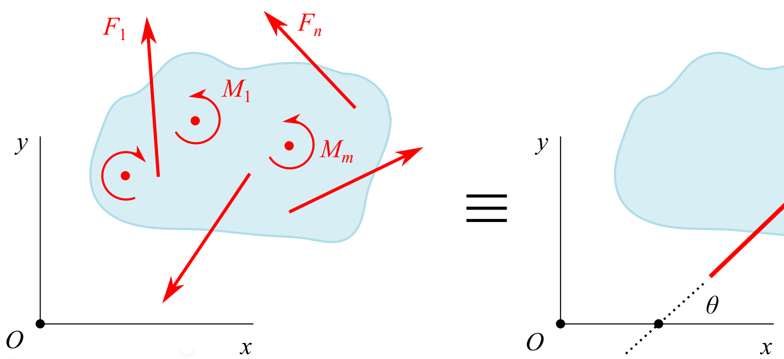
Bu bileşke kuvvetin yönü, şiddeti ve tesir çizgisinin nereden geçtiği bulunmalıdır.

Kuvvetlerin içinde bulunduğu düzlemi *x-y* düzlemi ile çakıştıralım.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$R_x \vec{i} + R_y \vec{j} = (F_{1x} \vec{i} + F_{1y} \vec{j}) + \cdots + (F_{nx} \vec{i} + F_{ny} \vec{j})$$

$$R_x \vec{i} + R_y \vec{j} = \underbrace{(F_{1x} + \cdots + F_{nx})}_{= \Sigma F_x} \vec{i} + \underbrace{(F_{1y} + \cdots + F_{ny})}_{= \Sigma F_y} \vec{j}$$



Bileşkenin yönünü ve şiddetini bulmak için:

$$R_x = \Sigma F_x$$

$$R_y = \Sigma F_y$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

Kuvvet çiftleri,
bileşkenin yönünü ve şiddetini etkilemez.
Sadece tesir çizgisinin yerini etkiler.

Bileşkenin tesir çizgisinin geçtiği yeri bulmak için:

Genelleştirilmiş Varignon Teoremi

Bileşkenin herhangi bir noktaya göre momenti, kuvvet sistemini oluşturan kuvvetlerin o noktaya göre momentleri toplamına eşittir.

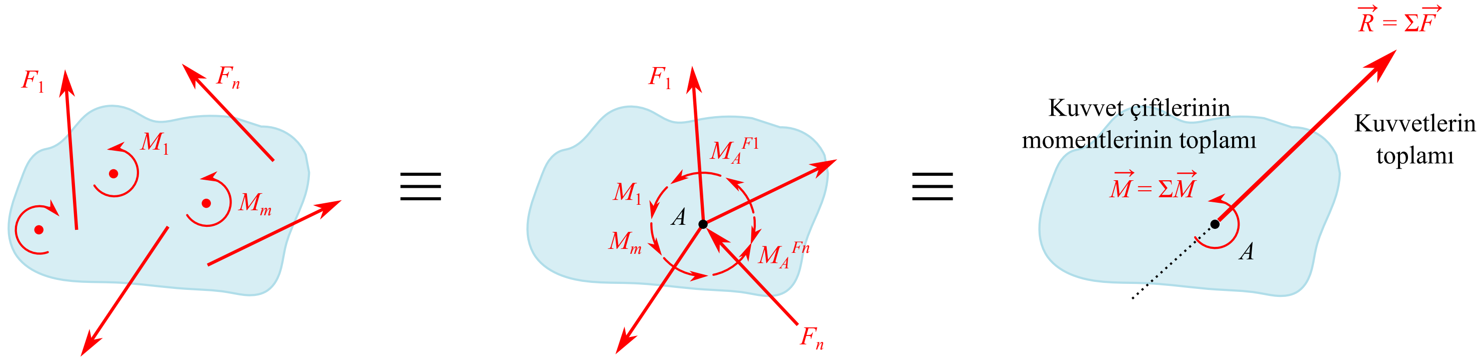
$$M_A^R = \Sigma M_A$$

Bir kuvvet sisteminin keyfi olarak seçilen bir noktaya indirgenmesi

Bir kuvvet sistemini herhangi bir noktaya indirgemek istediğimiz zaman bütün kuvvetleri o noktaya taşırız.

Kuvvetleri taşırken de sisteme ilave etmemiz gereken kuvvet çiftlerini ilave ederiz.

Bu kuvvet çiftlerinin momentleri, taşıdığımız kuvvetlerin o noktaya göre momentlerine eşittir.

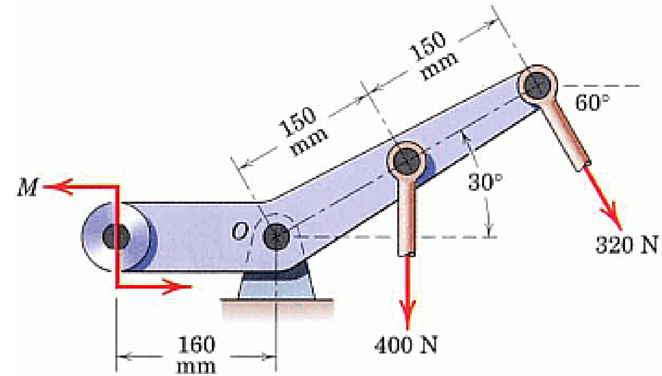


$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$\Sigma\vec{M} = \vec{M}_1 + \ldots + \vec{M}_m + \vec{M}_A^{F1} + \ldots + \vec{M}_A^{Fn}$$

Örnek Problem 2/12

İki kuvvetten ve bir kuvvet çiftinden oluşan şekildeki kuvvet sisteminin bileşkesi O noktasından geçiyorsa kuvvet çiftinin şiddeti M nedir?



Verilenler:

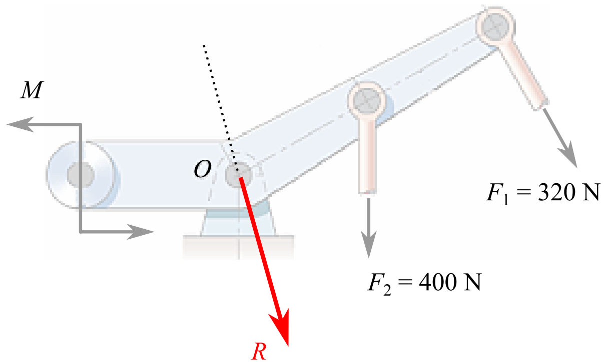
$F_1 = 320$ N

$F_2 = 400$ N

İstenenler:

$M = ?$

Çözüm



Varignon teoreminden:

Bileşkenin tesir çizgisi O noktasından geçmektedir.

$$M_O^R = \Sigma M_O \quad \rightarrow \quad \overset{0}{\cancel{M_O^R}} = \Sigma M_O$$

$$\Sigma M_O = 0$$

$$M + M_O^{F1} + M_O^{F2} = 0 \quad \rightarrow \quad M - 400\,(150 \cos 30^\circ) - 320\,(150 + 150) = 0$$

Kuvvet çiftinin bütün noktalara göre döndürme etkisi aynıdır.

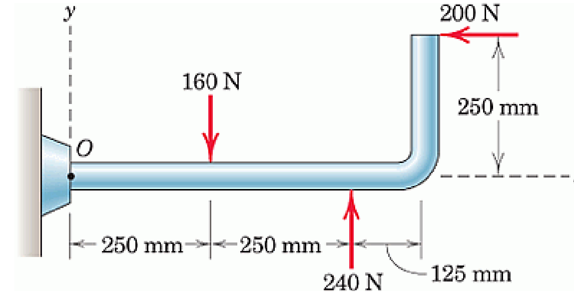
$M > 0$

$M < 0$

$$\boxed{M = 148 \text{ N·m}}$$

Örnek Problem 2/13

Şekildeki üç kuvvetten oluşan sistemin yerine geçecek R kuvvetinin x ve y-bileşenlerini ve tesir çizgisinin x-eksenini kestiği yerin O noktasına uzaklığını bulunuz.



Verilenler:

$F_1 = 160$ N

$F_2 = 240$ N

$F_3 = 200$ N

$M > 0$

$M < 0$

İstenenler:

$R_x = ?$

$R_y = ?$

$x = ?$

Çözüm

$$\vec{R} = \vec{R_x} + \vec{R_y} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$$

$R_x = \Sigma F_x$

$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$

$R_x = 0 + 0 - F_3$

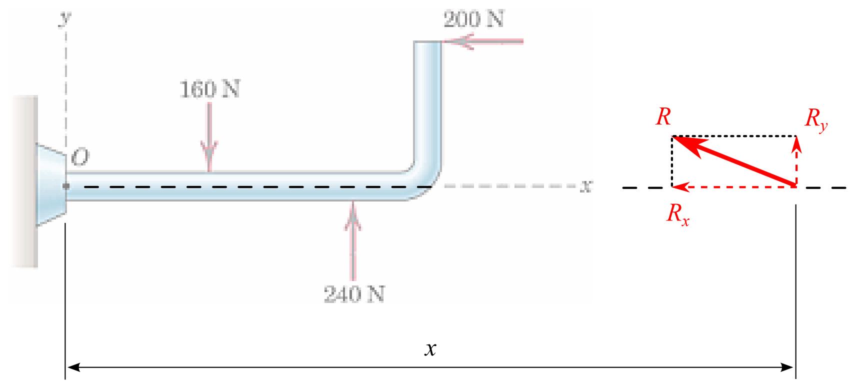
$R_x = -200$ N

$R_y = \Sigma F_y$

$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$

$R_y = -F_1 + F_2 + 0$

$R_y = 80$ N



Varignon teoreminden:

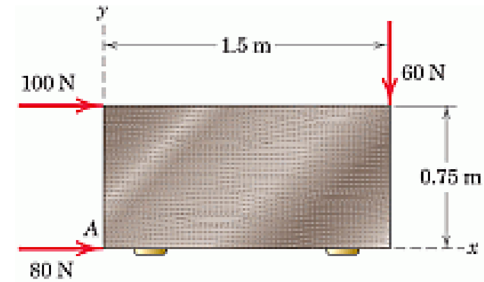
$M_O{}^R = \Sigma M_O$

$$\left.\begin{array}{l} R\,d = R_x\,(0) + 80\,(x) \\ R\,d = -160\,(250) + 240\,(250+250) + 200\,(250) \end{array}\right\}$$

$x = 1625$ mm

Örnek Problem 2/14

Şekildeki üç kuvvetin oluşturduğu sistemin bileşkesini $\vec{i}$ ve $\vec{j}$ birim vektörleri cinsinden ifade ediniz. Bileşkeyi *A* noktasına taşıyıp, *A* noktasına taşırken sisteme ilave edilmesi gereken kuvvet çiftini bulunuz. Ayrıca bileşkeyi *A* noktasına taşıdıktan sonra tesir çizgisinin denklemini yazınız.



Verilenler:

$F_1 = 80$ N

$F_2 = 60$ N

$F_3 = 100$ N

$M > 0$

$M < 0$

İstenenler:

$\vec{R} = ?$

$M = ?$

$y = f(x) = ?$

Çözüm

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$R_x = \Sigma F_x$

$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$

$R_x = F_1 + 0 + F_3$

$R_x = 80 + 0 + 100$

$R_x = 180$ N

$R_y = \Sigma F_y$

$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$

$R_y = 0 - F_2 + 0$

$R_y = 0 - 60 + 0$

$R_y = -60$ N

$$\boxed{\vec{R} = 180\,\vec{i} - 60\,\vec{j} \text{ N}}$$

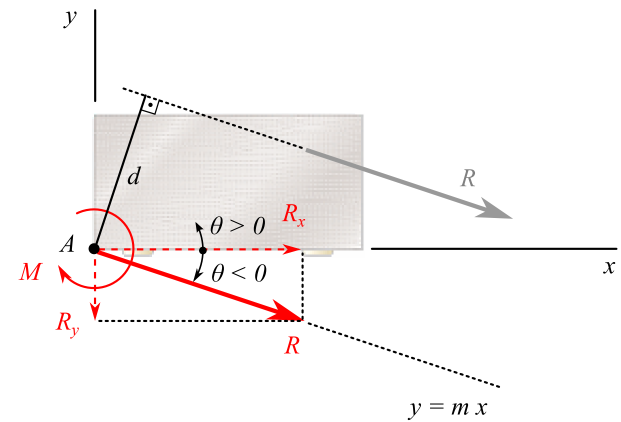
Varignon teoreminden:

$$M_A^R = \Sigma M_A$$

$$-R\,d = \Sigma M_A = F_1\,(0) - F_2\,(1.5) - F_3\,(0.75)$$

$$\Sigma M_A = 80\,(0) - 60\,(1.5) - 100\,(0.75)$$

$$M_A^R = \boxed{M = -165 \text{ N·m}}$$



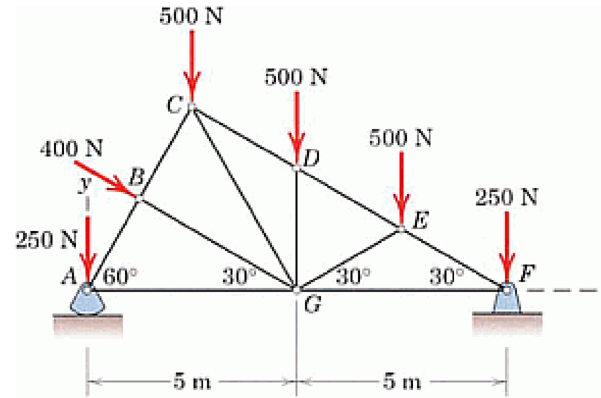
$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

$$m = \tan\theta$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{3}x}$$

Örnek Problem 2/15

Şekildeki kuvvet sisteminin bileşkesinin tesir çizgisinin x-eksenini kestiği yerin x-koordinatını bulunuz.



Verilenler:

$F_1 = 250$ N

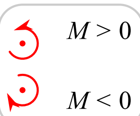
$F_2 = 400$ N

$F_3 = 500$ N

$F_4 = 500$ N

$F_5 = 500$ N

$F_6 = 250$ N



İstenenler:

$x = ?$

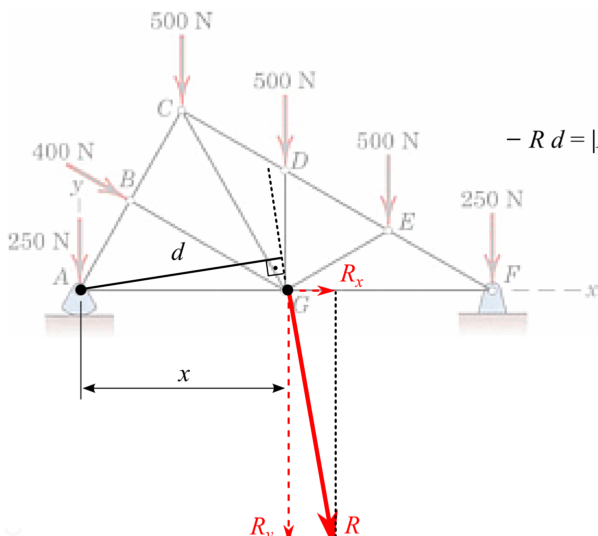
Çözüm

$$\vec{R} = \vec{R_x} + \vec{R_y} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} + \vec{F_5} + \vec{F_6}$$

$R_x = \Sigma F_x$ $\qquad$ $R_y = \Sigma F_y$

$R_x = 400 \cos30^o$ $\qquad$ $R_y = -\,250 - 400 \sin30^o - 500 - 500 - 500 - 250$

$R_x = 346$ N $\qquad$ $R_y = -\,2200$ N



Varignon teoreminden:

$$M_A^R = \Sigma M_A$$

$$-\,R\,d = |R_x|\,(0) - |R_y|\,x = -\,400 \sin30^o\,(5) - 500\,(2.5) - 500\,(5) - 500\,(7.5) - 250\,(10)$$

↑

Momentin işaretini bozmaması için
R_x ve R_y nin işaretini atmalıyız.

$$x = 5 \text{ m}$$

Bileşkenin tesir çizgisi x-eksenini G noktasında keser.