

MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ

STATİK

Behcet DAĞHAN

STATİK

İÇİNDEKİLER

1• GİRİŞ

- Skalerler ve Vektörler
- Newton Kanunları

2• KUVVET SİSTEMLERİ

- İki Boyutlu Kuvvet Sistemleri
- Üç Boyutlu Kuvvet Sistemleri

3• DENGİ

- Düzlemde Denge
- Üç Boyutta Denge

4• YAPILAR

- Düzlem Kafes Sistemler
- Çerçeveler ve Makinalar

5• SÜRTÜNME

6• KÜTLE MERKEZLERİ ve GEOMETRİK MERKEZLER



STATİK

3

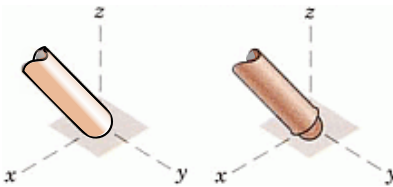
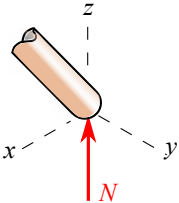
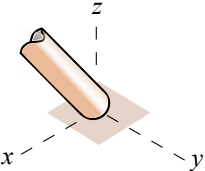
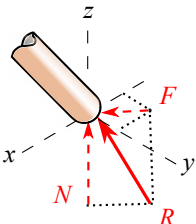
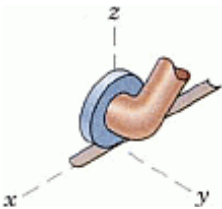
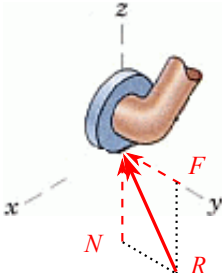
DENGE

STATİK

3.2

Üç Boyutta Denge

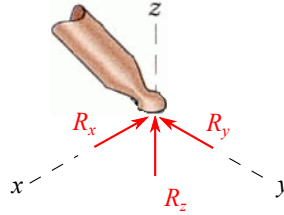
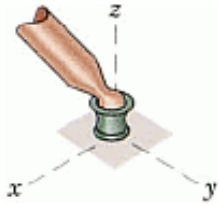
Üç boyutta denge problemlerini çözerken de yapılacak ilk iş serbest cisim diyagramını çizmektir.

Temas cinsi ve kuvvet kaynağı	İncelenecek cisme etkisi
<p>1. Sürtünmesiz yüzeyler veya bilya mesnetli</p> 	 <p>Diğer cisim incelediğimiz cisme bir N kuvveti uygulayabilir. Bu kuvvet daima itme kuvvetidir ve temas noktasında dayanma yüzeyine diktir.</p>
<p>2. Sürtünmeli yüzeyler</p> 	 <p>Diğer cisim incelediğimiz cisme bir R kuvveti uygulayabilir. Bu kuvvet daima itme kuvvetidir.</p> $R^2 = F^2 + N^2$ <p>F : Teğetsel bileşen, sürtünme kuvveti, dayanma yüzeyine paralel N : Normal bileşen, dayanma yüzeyine dik</p> <p>Sürtünme kuvveti daima kaymayı önleyici yöndedir.</p>
<p>3. Yanal yönde hareketi engellenmiş tekerlekli mesnet</p> 	 <p>Diğer cisim incelediğimiz cisme bir R kuvveti uygulayabilir. Bu kuvvet daima itme kuvvetidir.</p> $R^2 = F^2 + N^2$ <p>F : Yanal kuvvet N : Normal bileşen, dayanma yüzeyine dik</p>

Temas cinsi ve kuvvet kaynağı

İncelenecek cisme etkisi

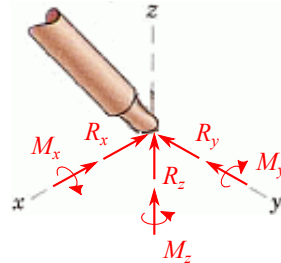
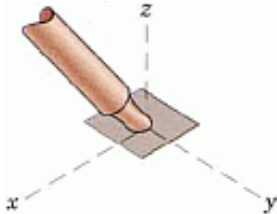
4. Küresel mafsal



Diğer cisim incelediğimiz cisme bir R kuvveti uygulayabilir. Fakat dönmeye izin verdiği için moment uygulayamaz.

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2$$

5. Ankastre mesnet

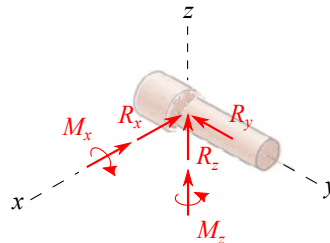
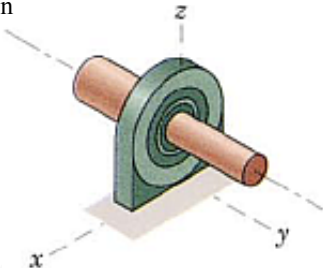


Diğer cisim incelediğimiz cisme bir R kuvveti ve bir M momenti uygulayabilir.

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2$$

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2$$

6. Eksenel yük taşıyabilen rulmanlı yatak



Diğer cisim incelediğimiz cisme bir R kuvveti ve bir M momenti uygulayabilir.

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2$$

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2$$

Dönme eksenini doğrultusunda moment uygulayamaz.

Üç boyutta denge denklemleri

Dengedeki bir cisme etki eden kuvvetlerin toplamı ve kuvvet çiftlerinin momentlerinin toplamı sıfırdır.

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad : \text{Ötelenme ile ilgili denge şartı}$$

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n = \Sigma \vec{M} = \vec{0} \quad : \text{Dönme ile ilgili denge şartı}$$

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

$$\Sigma \vec{M} = \vec{0}$$

Kuvvetlerin de kuvvet çiftlerinin de üç dik bileşeni olabilir.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma M_x = 0$$

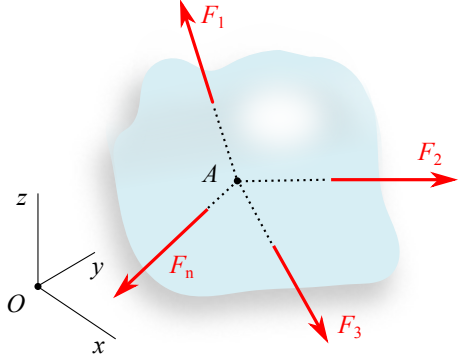
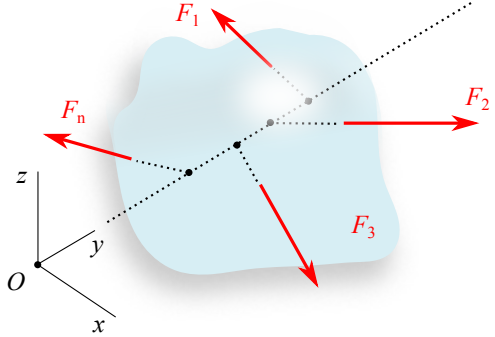
$$\Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 \quad \Sigma M_z = 0$$

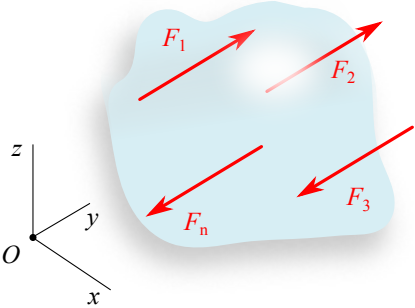
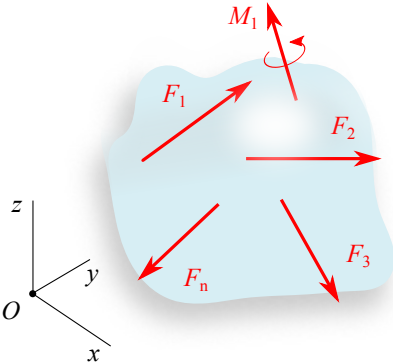
Üç boyutlu kuvvet sistemi etkisindeki bir cismin dengesini inceleyerek 6 tane bağımsız denklem elde edilebilir.

Dolayısı ile bir cismin dengesini inceleyerek en fazla 6 bilinmeyen bulunabilir.

ÜÇ BOYUTTA DENGİ KATEGORİLERİ

Kuvvet Sistemi	Serbest Cisim Diyagramı	Bağımsız Denklemler
1. Bir noktada kesişen		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma F_z = 0$ $\Sigma M_x = 0$ $\Sigma M_y = 0$ $\Sigma M_z = 0$ $0 = 0$ $0 = 0$ $0 = 0$
2. Aynı çizgi ile kesişen		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma F_z = 0$ $\Sigma M_x = 0$ $\Sigma M_y = 0$ $\Sigma M_z = 0$ $0 = 0$

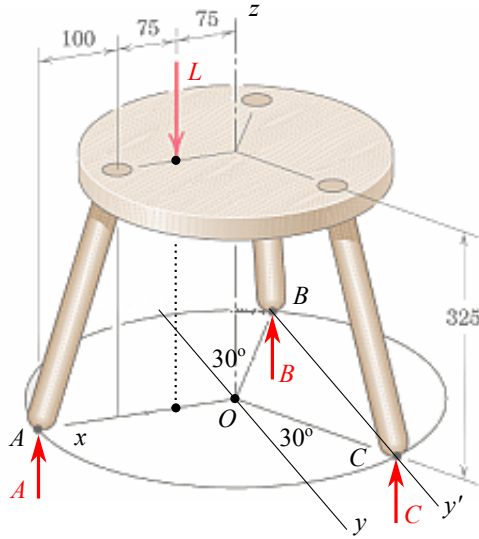
ÜÇ BOYUTTA DENGİ KATEGORİLERİ

Kuvvet Sistemi	Serbest Cisim Diyagramı	Bağımsız Denklemler
3. Paralel		$\begin{array}{ll} \cancel{\Sigma F_x = 0} & 0 = 0 \\ \Sigma F_y = 0 & 0 = 0 \\ \cancel{\Sigma F_z = 0} & 0 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \Sigma M_x = 0 \\ \cancel{\Sigma M_y = 0} \\ \Sigma M_z = 0 \end{array}$
4. Genel		$\begin{array}{ll} \Sigma F_x = 0 & \Sigma M_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 & \Sigma M_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 & \Sigma M_z = 0 \end{array}$

Örnek Problem 3/6

Üç ayaklı bir tabure şeklindeki gibi bir L yükünü taşımaktadır. Her bir ayağın altındaki düşey tepki kuvvetini bulunuz. Taburenin ağırlığını ihmal ediniz.

Verilenler:

 L 

$$r = \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 250 \text{ mm}$$

İstenenler:

$$A = f(L) = ?$$

$$B = f(L) = ?$$

$$C = f(L) = ?$$

$$\Sigma M_{y'} = 0$$

$$L(75 + 250 \sin 30^\circ) - A(250 + 250 \sin 30^\circ) = 0$$

→

$$A = \frac{8}{15} L$$

Çözüm

$$\Sigma M_x = 0$$

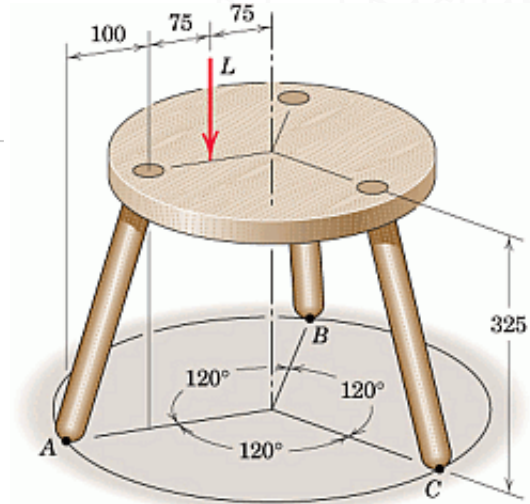
$$C(r \cos 30^\circ) - B(r \cos 30^\circ) = 0$$

$$C = B$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$A + B + C - L = 0$$

$$B = \frac{7}{30} L$$



Boyutlar milimetre cinsindendir.

Örnek Problem 3/7

Şekildeki gibi yüklenmiş olan dirseğin dengede kalabilmesi için O noktasındaki civate bağlantısının dirseğe uygulaması gereken kuvvet R nin ve kuvvet çifti M nin şiddetini bulunuz.

Verilenler:

$$T_1 = 1.6 \text{ kN}$$

$$T_2 = 2.4 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_x + T_1 \cos 50^\circ = 0$$

$$R_x = -1.03 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$R_z - T_2 \sin 30^\circ = 0$$

$$R_z = 1.2 \text{ kN}$$

$$T_1 = 1.6 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

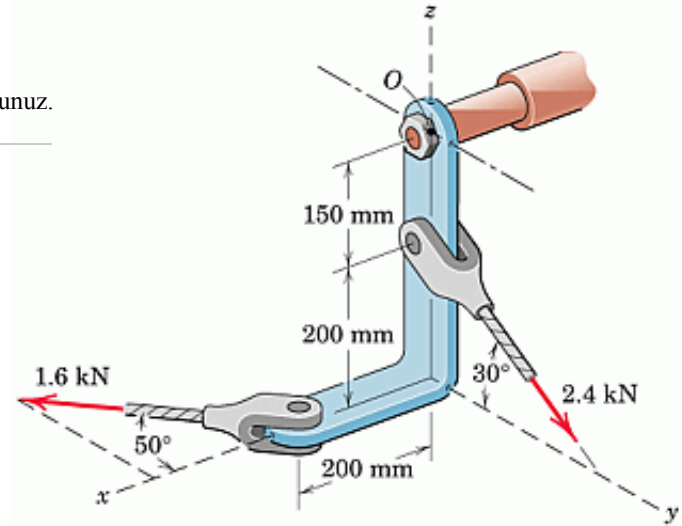
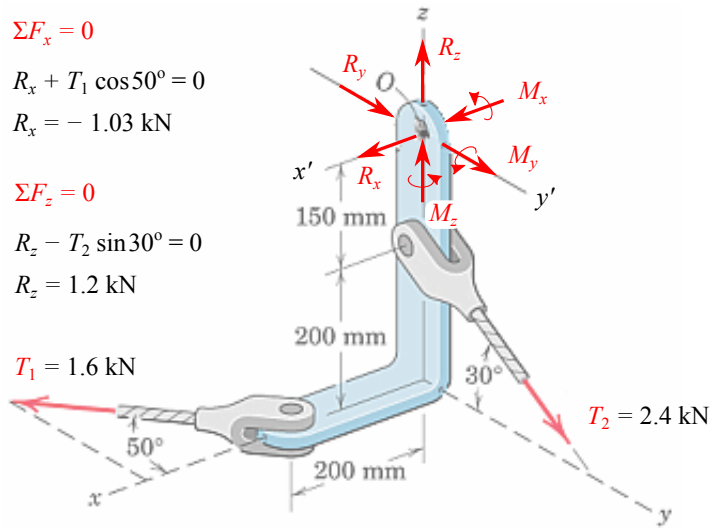
$$R_y - T_1 \sin 50^\circ + T_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$R_y = -0.85 \text{ kN}$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 \rightarrow$$

$$R = 1.8 \text{ kN}$$

1. Çözüm



$$\Sigma M_{x'} = 0$$

$$M_x - T_1 \sin 50^\circ (350) + T_2 \cos 30^\circ (150) = 0 \rightarrow M_x = 117 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\Sigma M_{y'} = 0$$

$$M_y - T_1 \cos 50^\circ (350) = 0 \rightarrow M_y = 360 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\Sigma M_z = 0$$

$$M_z - T_1 \sin 50^\circ (200) = 0 \rightarrow M_z = 245 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 \rightarrow$$

$$M = 451 \text{ N}\cdot\text{m}$$

İstenenler:

$$R = ?$$

$$M = ?$$

Örnek Problem 3/7

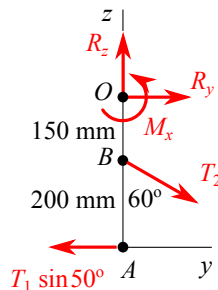
Şekildeki gibi yüklenmiş olan dirseğin dengede kalabilmesi için O noktasındaki civata bağlantısının dirseğe uygulaması gereken kuvvet R nin ve kuvvet çifti M nin şiddetini bulunuz.

Verilenler:

$$T_1 = 1.6 \text{ kN}$$

$$T_2 = 2.4 \text{ kN}$$

y-z düzlemi



2. Çözüm

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_y - T_1 \sin 50^\circ + T_2 \sin 60^\circ = 0$$

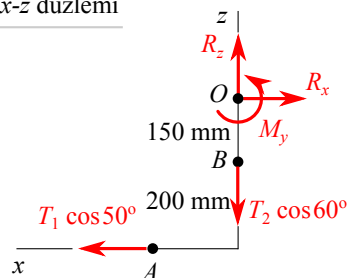
$$R_y = -0.85 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_O = 0$$

$$M_x - T_1 \sin 50^\circ (350) + T_2 \sin 60^\circ (150) = 0$$

$$M_x = 117 \text{ N}\cdot\text{m}$$

x-z düzlemi



$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_x + T_1 \cos 50^\circ = 0$$

$$R_x = -1.03 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$R_z - T_2 \cos 60^\circ = 0$$

$$R_z = 1.2 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_O = 0$$

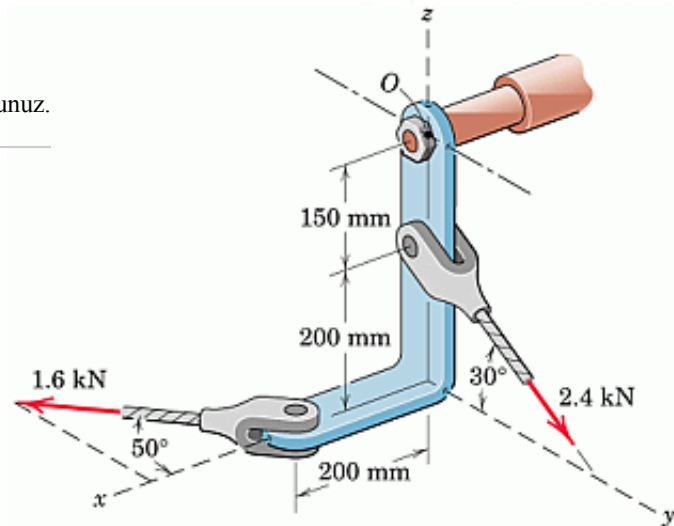
$$M_y - T_1 \cos 50^\circ (350) = 0$$

$$M_y = 360 \text{ N}\cdot\text{m}$$

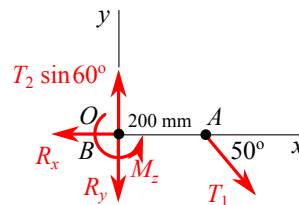
İstenenler:

$$R = ?$$

$$M = ?$$



x-y düzlemi



$$\Sigma M_O = 0$$

$$M_z - T_1 \sin 50^\circ (200) = 0$$

$$M_z = 245 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 \rightarrow$$

$$R = 1.8 \text{ kN}$$

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 \rightarrow$$

$$M = 451 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Örnek Problem 3/7

Şekildeki gibi yüklenmiş olan dirseğin dengede kalabilmesi için O noktasındaki civate bağlantısının dirseğe uygulaması gereken kuvvet R nin ve kuvvet çifti M nin şiddetini bulunuz.

Verilenler:

$$T_1 = 1.6 \text{ kN}$$

$$T_2 = 2.4 \text{ kN}$$

İstenenler:

$$R = ?$$

$$M = ?$$

3. Çözüm

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}$$

$$\vec{T}_1 = T_1 \cos 50^\circ \vec{i} - T_1 \sin 50^\circ \vec{j}$$

$$\vec{T}_2 = T_2 \cos 30^\circ \vec{j} - T_2 \sin 30^\circ \vec{k}$$

$$\Sigma \vec{M}_O = \vec{0}$$

$$\Sigma \vec{M}_O = \vec{M} + \vec{M}_O^R + \vec{M}_O^{T1} + \vec{M}_O^{T2} = \vec{0}$$

$$\vec{M} = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k}$$

$$\vec{M}_O^R = \vec{0}$$

$$\vec{M}_O^{T1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 200 & 0 & -350 \\ T_1 \cos 50^\circ & -T_1 \sin 50^\circ & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_O^{T2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -150 \\ 0 & T_2 \cos 30^\circ & -T_2 \sin 30^\circ \end{vmatrix}$$

$$R_x = -1.03 \text{ kN}$$

$$R_y = -0.85 \text{ kN}$$

$$R_z = 1.2 \text{ kN}$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2$$

$$R = 1.8 \text{ kN}$$

Bu vektörel denklemleri yazıp düzenledikten sonra \vec{i} , \vec{j} ve \vec{k} nin katsayılarını sıfıra eşitleyerek elde edilen denklemlerin çözümünden aranan sonuçlar bulunur.

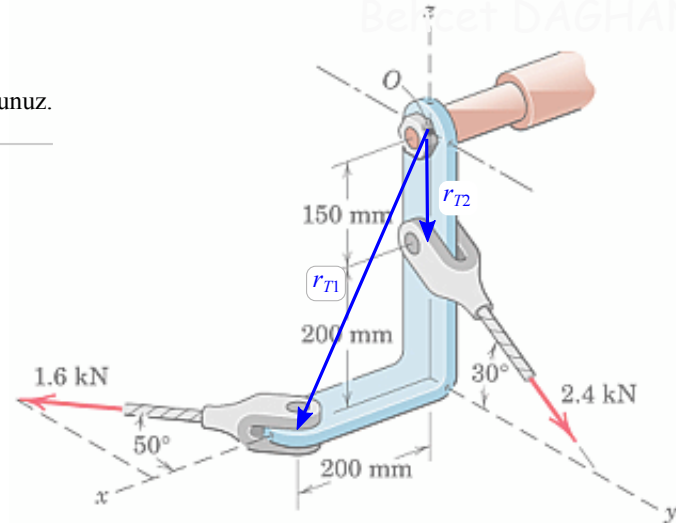
$$M_x = 117 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_y = 360 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_z = 245 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2$$

$$M = 451 \text{ N}\cdot\text{m}$$



Örnek Problem 3/8

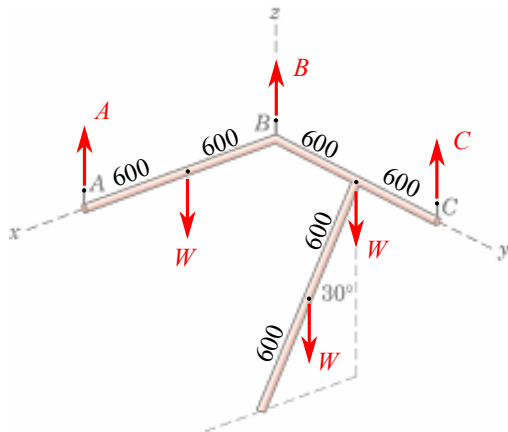
Her birinin boyu 1200 mm ve kütlesi 20 kg olan üç tane üniform çubuk birbirine kaynatılmış ve şekildeki gibi üç tane düşey kablo ile tavana asılmıştır. AB ve BC çubukları yatay olan x - y düzleminde yer almaktadır. Üçüncü çubuk ise x - z düzlemine paraleldir. Her bir kablodaki çekme kuvvetini hesaplayınız.

Verilenler:

$$m = 20 \text{ kg}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Çözüm



$$W = mg$$

$$\Sigma M_x = 0$$

$$C(1200) + W(600) + W(600) = 0$$

$$C = 196 \text{ N}$$

$$\Sigma M_y = 0$$

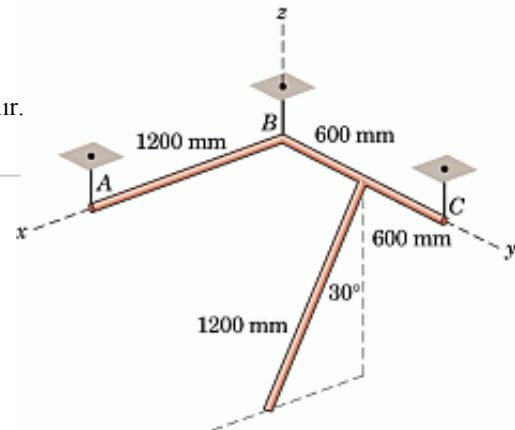
$$-A(1200) + W(600) + W(600 \sin 30^\circ) = 0$$

$$A = 147 \text{ N}$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$A + B + C - 3W = 0$$

$$B = 245 \text{ N}$$



İstenenler:

$$A = ?$$

$$B = ?$$

$$C = ?$$

Örnek Problem 3/9

O ve A noktalarındaki pim bağlantıları üç koordinat doğrultusunda kuvvet ve x - ile z -ekseni etrafında moment taşıyabilmektedir. OA kolunun kütlesi 2 kg , AB kolununki 2.5 kg ve C tablasının ki ise 4 kg dır. Şekildeki durumda O mesnedindeki tepkileri bulunuz.

Verilenler:

$$m_{OA} = 2\text{ kg}$$

$$m_{AB} = 2.5\text{ kg}$$

$$m_C = 4\text{ kg}$$

$$g = 9.81\text{ m/s}^2$$

İstenenler:

$$R_x = ?$$

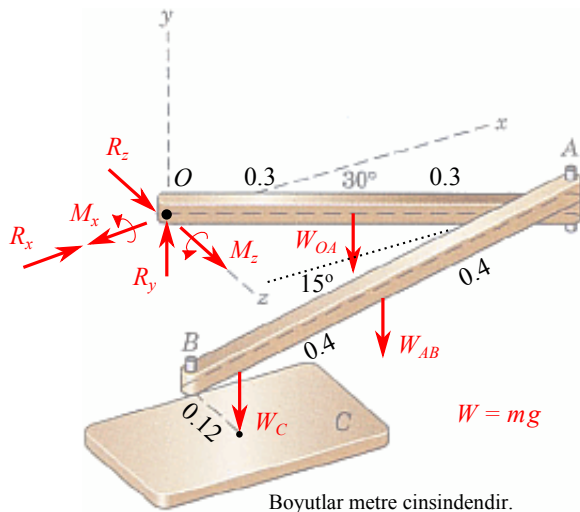
$$R_y = ?$$

$$R_z = ?$$

$$M_x = ?$$

$$M_z = ?$$

Çözüm



Boyutlar metre cinsindendir.

$$\Sigma F_x = 0$$

$$R_x = 0$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$R_z = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_y - W_{OA} - W_{AB} - W_C = 0$$

$$R_y = 83\text{ N}$$

$$\Sigma M_x = 0$$

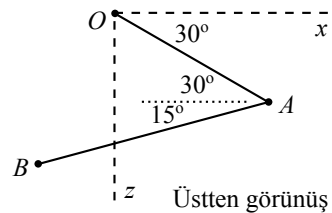
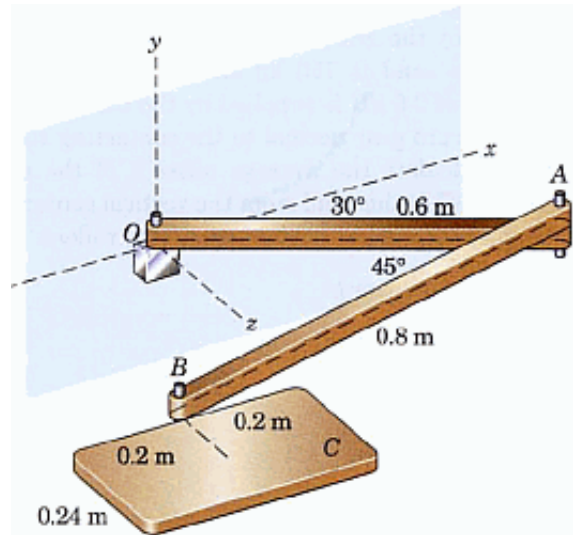
$$M_x + W_{OA}(0.3 \sin 30^\circ) + W_{AB}(0.6 \sin 30^\circ + 0.4 \sin 15^\circ) + W_C(0.6 \sin 30^\circ + 0.8 \sin 15^\circ + 0.12) = 0 \rightarrow$$

$$M_x = -37.4\text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\Sigma M_z = 0$$

$$M_z - W_{OA}(0.3 \cos 30^\circ) - W_{AB}(0.6 \cos 30^\circ - 0.4 \cos 15^\circ) + W_C(0.8 \cos 15^\circ - 0.6 \cos 30^\circ) = 0 \rightarrow$$

$$M_z = -1.6\text{ N}\cdot\text{m}$$



Üstten görünüş