

参赛密码 _____
(由组委会填写)

全国第八届研究生数学建模竞赛

学 校	东南大学
--------	------

参赛队号	10286016
------	----------

队员姓名	1.桑青华
	2.徐千州
	3.尹斌

参赛密码 _____
(由组委会填写)

全国第八届研究生数学建模竞赛



题 目 小麦发育后期茎秆抗倒性的数学模型

摘 要：

本文针对小麦发育后期茎秆抗倒性的数学模型建立的问题，先利用已有的经验公式和实验数据，从统计的角度，运用回归分析方法，建立了基于机械强度的统计学模型。在此基础上，再运用相关分析法，通过分析与抗倒性相关的各形态参数，改进得到了更加广泛的统计学模型。进而运用黄金分割数列和欧氏距离的方法找到了特定情况下的理想株型。在运用平衡理论、挠曲线近似与最小势能原理、弯矩平衡原理，从平衡理论角度与弹性理论角度建立了小麦茎秆抗倒性的力学模型，并通过现有数据对模型进行了验证。

针对问题 1，由已有的关于小麦的机械强度、重心高度、茎秆鲜重和抗倒指数的经验公式和通过实验测定的小麦的形态参数入手，假设机械强度与小麦的其他易测定的参数之间存在统计关系，建立了基于机械强度的统计学模型。并从此模型出发，分别使用非线性回归和线性回归的方法，找到了与实验测定数据比较稳合的、可以表述小麦机械强度与小麦基部第二节参数关系的回归函数，并由此推广至与其他易测定参数的关系，从而分别求出了不同品种小麦的倒伏指数的公式。

针对问题 2，在已经建立的统计模型的基础上，先根据已有数据的特点，通过逐步回归分析的方法从众多影响小麦倒伏指数的因素中挑选出贡献最大的变量，在它们和间接实验测定的倒伏指数的基础上，建立了能够直接表述倒伏指数和其他易测定的形态参数关系的最优的回归方程。再通过相关分析方法，分析了倒伏指数与其他株型结构参数以及各个株型结构参数之间的相关性，发现了对倒伏指数影响较大的主要有茎秆密度和茎秆各节间长度比，并通过样本节间长度比与标准节间长度比的欧式距离的大小来衡量茎秆各节间长度比与理想株型结构的相似程度，并主要通过这两种指标以及株高、壁厚四个方面解释了 2008 年某些品种倒伏的原因。

针对问题 3，利用已有文献中穗长与穗鲜重正相关的结论，拟合出了穗长与穗鲜重之间的关系，根据问题 2 中发现的理想结构所满足的株型结构的黄金

分割比例，可以求出理想株型的各节长度，再根据问题 2 中得到的小麦倒伏性与其他株型结构参数之间的关系，令其倒伏指数为 0，可以得到其它参数所满足的条件，从而可以求出理想株型结构。

针对问题 4，由小麦的形态结构，忽略叶片的影响，假设小麦茎秆重力均匀分布，将茎秆看作一端固定、一端自由的均长细杆，建立了小麦截面变刚度杆模型。并由该模型出发，利用平衡理论，建立了小麦仅在自重作用下的抗倒伏力学简化模型，并利用势能驻值原理对简化模型进行力学分析，推导得出了小麦茎秆临界力与茎秆的高度、弹性模量、截面惯性矩、茎秆单位长度自重、茎秆外径与壁厚的表达式关系。利用挠曲线近似与最小势能原理，推导出了风载单独作用下单一植株弯折时所需最大力。设风力仅对单穗穗头起作用，忽略风力对小麦茎秆作用，综合考虑风载和自重的共同作用，利用弹性理论中的弯矩平衡原理，对整株上每个截面的弯矩积分，求出了整株小麦的弯矩，得出了小麦发生茎状倒伏时弯矩的表达式。建立了不同情况下小麦茎秆抗倒伏的数学模型，将小麦的倒伏指数重新定义为 $[0, 1]$ 间的一个小数，数值越大，越容易发生倒伏。

针对问题 5，假设小麦种植的比较稀疏，引起小麦倒伏的外部因素只有小麦自重和风载作用，不考虑已倒伏小麦对未倒伏小麦的压力而引起倒伏的多米若骨牌效应。以麦穗自重下和风载作用下的模型为前提，根据统计规律、经验知识对公式中的参数进行合理假设或理论推导，对参数进行处理后得出了可以直接带入公式的数据，并根据这些数据计算了 2007 年数据中腊熟期各品种的抗倒伏风速。结果表明腊熟期“周麦 18”品种的抗倒伏风速为 14.93m/s ，“新麦 208”品种的抗倒伏风速为 $v = 13.20\text{m/s}$ ，“矮抗 58”品种的抗倒伏风速为 $v = 16.9214\text{m/s}$ 。结果表明用本文建立的模型，可以得出“矮抗 58”的抗倒性高于“周麦 18”，这与 2008 年的统计结论完全吻合，表明了本文提出的模型具有一定的实际意义。

针对问题 6，将现有的数据与模型预测的数据作比较，评价模型得出结果与实际结果间的差别，并给出小麦抗倒性研究过程中发现很少有人研究但有一定意义的问题。最后根据建立的模型设计一个实验，通过此实验与所建立的力学模型结合，能测量出 2012 年各品种小麦茎秆的抗倒性，并通过倒伏指数的结果，选择抗倒伏性能较强的小麦品种进行育种，同时给出杂交育种的建议。

目录

一、	问题重述.....	- 5 -
二、	问题分析.....	- 6 -
三、	模型假设.....	- 7 -
四、	符号说明.....	- 7 -
五、	模型的建立与解答.....	- 10 -
5.1	问题 1.....	- 10 -
5.1.1	理论分析.....	- 10 -
5.1.2	基于机械强度的初略统计学模型.....	- 10 -
5.1.3	各品种倒伏指数公式.....	- 14 -
5.2	问题 2.....	- 19 -
5.2.1	理论分析.....	- 19 -
5.2.2	倒伏指数与茎秆外部形态特征之间的关系.....	- 20 -
5.2.3	小麦茎秆性状各个因素之间的相关性分析.....	- 22 -
5.2.4	国信 1 号及才智 9998 品种的小麦发生倒伏的原因.....	- 28 -
5.3	问题 3.....	- 32 -
5.3.1	理论分析.....	- 32 -
5.3.2	问题求解.....	- 32 -
5.4	问题 4.....	- 33 -
5.4.1	理论分析.....	- 33 -
5.4.2	小麦仅在自重作用下的抗倒伏力学简化模型.....	- 33 -
5.4.3	风载单独作用下植株临界力.....	- 35 -
5.4.4	风载和自重共同作用下的茎部弯折分析.....	- 36 -
5.4.5	其它生物力学的指标.....	- 38 -
5.4.6	小结.....	- 39 -
5.5	问题 5.....	- 39 -
5.5.1	问题分析.....	- 39 -
5.5.2	参数处理.....	- 40 -
5.5.3	2007 年数据中腊熟期各品种的抗倒伏风速计算.....	- 43 -
5.5.4	小结.....	- 45 -
5.6	问题 6.....	- 45 -
5.6.1	模型评价.....	- 45 -
5.6.2	建模结果分析.....	- 46 -
5.6.3	值得考虑的问题.....	- 46 -
5.6.4	2012 年实验方案与数据分析.....	- 47 -
5.6.5	育种建议.....	- 47 -
5.6.6	小结.....	- 48 -
	参考文献.....	- 48 -
	附录 I 各品种小麦的节间长与粗的相关系数.....	- 49 -
	附录 II 五节结构小麦品种的节间结构指数累积频率分布.....	- 50 -
	附录 III 五节结构小麦品种的节间长度比累积频率分布.....	- 51 -

一、问题重述

小麦高产、超高产的研究始终是小麦育种家关注的热点问题。随着产量的增加，小麦的单茎穗重不断增加。但穗重的增加同时使茎秆的负荷增大，导致容易倒伏。倒伏不但造成小麦减产，而且影响小麦的籽粒品质。因此要实现小麦高产优质的跨越，就必须解决或尽量减少小麦的倒伏问题。

小麦倒伏从形式上可分为“根倒”和“茎倒”，“茎倒”是高产小麦倒伏的主要形式，尤其是发生时间较早的“茎倒”，往往造成大幅度的减产。“茎倒”的原因是茎秆与穗的自重和风载作用的迭加超过了小麦茎秆的承受能力。针对不同的产量，寻找小麦抗倒伏能力最佳的茎秆性状（包括株高、茎长、各节间长、各节茎外径、壁厚、茎秆自重、穗长、穗重等）是解决倒伏问题的一种思路。通过物理学原理，建立小麦抗倒伏性的数学模型，根据模型可对小麦抗倒伏能力进行综合评价，对解决小麦的倒伏问题提供参考。

因此，本文需要完成以下几个问题：

- 1、依据判断茎秆抗倒性的抗倒伏公式，对提供的数据，建立各品种小麦的茎秆抗倒指数公式。对于缺乏有关参数的年份，可进行合理的假设；
- 2、研究倒伏指数与茎秆外部形态特征之间的关系。给出倒伏指数与各形态特征在最易引起倒伏期的相关性指标，并判断各个因素之间是否有相关性。判断 2008 年国信 1 号与智 9998 品种的小麦都发生倒伏，其他品种没有发生倒伏的原因；
- 3、探讨单穗重分别是 1.19g, 2.06g, 2.46g, 2.56g, 2.75g, 2.92g 时小麦的理想株型结构；
- 4、将茎秆按刚/弹性材料处理，研究小麦茎秆在麦穗自重和风载作用下应力的基本规律，引用、修改附件三文献中力学公式或自己另行推导，建立小麦茎秆抗倒伏的数学模型；
- 5、应用 4 中力学模型中的抗弯刚度 EI ，麦穗自重下和风载作用下的公式计算在 2007 年数据中腊熟期各品种的抗倒伏风速，有些参数可依据需要作某些假设；
- 6、总结所建模型及分析结果，提出值得考虑的问题。同时请你为 2012 年制定完整的试验方案及数据分析方法。并给小麦育种家在育种实践中提出合理的建议。

二、问题分析

倒伏会严重影响小麦等农作物的产量，在超高产小麦品种的育种中，一个重要的育种目标就是提高小麦发育后期茎秆的抗倒性。目前主要通过建立小麦茎秆抗倒性的数学模型，从而分析小麦抗倒伏能力与茎秆物理性质之间的关系。

需要考虑的问题如下：

1 建立统计学的模型

对于给定的大量的实验测定数据，可以通过统计的方法进行建模，从而找到其中蕴含的规律。对于这一条件下建立统计学模型，需要给出符合某些统计学原理的假设，从而可以更好地应用统计知识来分析数据，找出与机械强度相关的参数。并利用现有的经验公式，得出倒伏指数。

2. 对数据进行相关分析

可以继续在上面提出的统计模型中继续改进，通过对众多株型结构参数进行逐步回归分析得到相应的倒伏指数影响巨大的某些参数。并通过对倒伏指数和株型结构参数、以及各株型结构参数之间的相关分析，进一步寻找影响抗倒伏性的因素，由此对易倒伏的品种进行解释。

3. 求解特定参数下的理想株型结构

从上面两问的结论出发，寻找各个参数下对应的抗倒伏指数的函数，通过求解函数极值的方式来寻找理想株型结构。或者，可以通过上面的模型，求解出理想结构所满足的株型结构比例，然后再按照某一参量值按比例缩放。

4 建立力学模型

利用力学原理建模，要对研究对象进行相应的受力分析，所以应先对模型做出简化，利用力学中的能量或力矩的基本原理进行力的平衡分析，从中找出关系表达式。可以将小麦茎秆看为各项同性的自由端的弹性梁或载荷柱，利用材料力学与弹性力学中的势能驻值原理、最小势能原理、弯矩平衡原理进行分析。

5 计算腊熟期各品种的抗倒伏风速

将各品种的性状数据带入建立的力学模型中，即可得到抗倒伏风速。但测量的性状数据并不完全，需要根据统计规律或经验知识对其中的参数进行合理假设与推导。可以利用统计规律分析已知性状与未知性状的关系，或对一些性状做出粗略的估计，也可以根据前人的研究成果做出类似的估计。最后计算临界倒伏状态下的风速，即为抗倒伏风速。

6 模型评价、展望与实验方案设计及育种建议

将现有的数据与模型预测的数据作比较，评价模型得出结果与实际结果间的差别，从模型在实际情况下得到更好使用的情况出发，并给出小麦抗倒性研究过程中发现很少有人研究但有一定意义的问题。最后根据建立的模型设计一个实验，让该实验能利用已建立的模型进行参数分析，从而为实际育种提供合理的建议。

三、模型假设

- 假设一：样本中的数据真实，来源可靠，能够作为检验模型准确性的样本；
- 假设二：样本具有普遍性，能够用于建立小麦发育后期茎秆抗倒性的数学模型；
- 假设三：样本所采集的数据中，所有的样本的每种参数都在其同类样本参数中满足正态分布；
- 假设四：在所采集小麦样本中，如果是最末节整节缺失数据的，则认为是该小麦没有这一节；
- 假设五：同一种小麦的外形性状参数（不包含产量）在近 3 年内不会发生剧烈变化；
- 假设六：小麦种植的比较稀疏，引起小麦倒伏的外部因素只有小麦自重和风载作用，不考虑已倒伏小麦对未倒伏小麦的压力而引起倒伏的多米若骨牌效应；
- 假设七：小麦茎秆材料在各个方向上的力学性能和物理性能指标都相同的特性，即满足各项同性。

四、符号说明

符号	说明
K	倒伏指数
H_A	小麦植株茎秆重心高度
m_A	茎秆鲜重
S	机械强度
L_2	基部第二节的长
L_3	基部第 3 节的长
C_2	基部第二节的粗
B_2	基部第二节壁厚
S_2	基部第二节的机械强度
b_0, b_1, \dots, b_m	所得回归函数中的常数系数
S_{2i}	第 i 个样本中基部第二节实验测定的机械强度
\hat{S}_{2i}	通过寻找到的回归函数带入相应的参数求得的机械强度

R^2	判定系数
S_2'	2011 年给出的矮抗 58 的穗下第四节拉力
m_s	小麦的穗鲜重（未烘干的穗头重量）
L_s	麦穗长度
m_G	麦秆鲜重（不包含麦穗重量）
h_G	麦秆的重心高度
H_A	麦秆和麦穗整体的重心高度
g	重力加速度
m_{SW}	某一品种在蜡熟期的穗鲜重
m_{SD}	某一品种在蜡熟期的单穗干重
m_{LW}	某一品种在蜡熟期的单茎鲜重
m_{LD}	该品种在这个时期的单茎干重
m_{Gj}	基部第 i 节麦秆的鲜重，
L_{Gi}	基部第 i 节麦秆的长
m_A	小麦麦穗和麦秆的鲜重
m_{LDj}	基部第 i 节麦秆在蜡熟期的单茎干重
η_{23}	基部第 2 节与基部第 3 节的节间长度比
B_3	基部第 3 节的壁厚
D_j	第 j 节茎的抗弯刚度
E_l	穗长
h_p	外力作用点距地面的高度
h_t	茎顶端距地面的高度
N	茎节总数

P	外力
W	穗重
x_p	外力作用点处茎偏离 y 轴的距离
x_t	茎端部偏离 y 轴的距离
θ_t	在外力作用下茎的倾斜角
q_{cr}	临界状态时茎秆单位长度的自重
p_{cr}	临界状态时的穗重
l	株高
δ	位移参数，表示茎秆顶端处的水平位移
L	茎秆的高度
x	截面位置
v	挠度，表示 x 截面处的水平位移
E	弹性模量，Pa
I	截面的惯性矩， cm^4
λ	茎秆系数
D	茎秆外径
t	茎秆壁厚
a_l	距固定端距离 l 处的挠度
U	弯曲变形能
V	外力势能
Π	总势能
q	单一植株弯折时所需最大力
a_l	植株弯折时的弯折长度
M_s	茎秆的失效弯矩
M_R	根部锚固弯矩
$M(x)$	茎秆某一位置处承受弯矩
ρ	$\rho = 1.25kg / m^3$ 为标准的空气密度
v	风速
A	麦穗受风面积
C_d	风阻，一般取 0.3

y	变形扰度曲线
I	截面惯性矩
EI	抗弯刚度

五、模型的建立与解答

5.1 问题 1

5.1.1 理论分析

随着科学技术的发展，从数学角度看，对非确定性量的研究技术已经非常成熟，用离散的观测数据去寻求事物的内在规律性已经显得尤为必要。目前主要有三种方法：模糊数学、灰色系统理论、概率论和数理统计。模糊数学着重研究“认知不确定问题”，其研究对象具有“内涵明确，外延不明确”的特点，主要是凭借经验借助隶属度函数研究概念的量化；灰色系统理论主要研究“小样本、少信息、内涵不明确”的对象，通过信息覆盖，通过序列生成，寻求现实规律；概率论和数理统计主要研究在某种分布下，内涵信息蕴藏于大量的统计信息中，且内涵信息具有可知性，但带有一定的随机干扰信息的问题，通过数理统计获得的事物的规律一般具有稳定性和普遍性。

虽然小麦的参数一般一年只有一次，但是由于农学研究的特殊性，采集样本时候需要兼顾不同品种、不同生长时期、不同植株等多种影响因素的限定问题，这样对于单种限定条件的少量数据综合起来实际上可以构成一个较大的样本集合，因此小麦样本参数实际是一个“不确定、广泛、随机”的样本。并且由文献[1]可知，植物形态性状在一定范围内呈正态分布，它们的形态性状中包含了大量的内在统计规律，因而，我们可以通过用统计学的方法来研究小麦抗倒伏性的影响因素，获取一个具有广泛意义上的各品种的小麦倒伏指数公式。

5.1.2 基于机械强度的初略统计学模型

正如文献[2]中提及的，小麦之所以能够承受内力(植株自身的重量使植株产生向下弯曲的力量)和外力(包括风、雨等外界施加的力)的共同作用，是因为小麦的茎秆具有弹性和硬性，我们把这两种属性用机械强度的概念来表征。

很多学者通过大量的实验数据得到，小麦的倒伏指数 K 与小麦植株茎秆重心高度 H_A 和茎秆鲜重 m_A 以及其机械强度 S 在统计上存在以下关系^[3]:

$$K = \frac{m_A \times H_A}{S} \quad (5.1.1)$$

若该品种小麦的某一时期的倒伏指数越小，则表示该小麦抗倒伏能力越强，不易发生倒伏；反之，则其抗倒伏能力越差，越容易倒伏。

由于小麦的倒伏大多发生在茎秆基部(或者称之为“茎倒”),所以基部节间的机械强度决定了茎秆的抗倒伏能力。因此我们也打算先从基部第二节间的机械强度入手,对小麦的抗倒伏性进行建模。

2007 年的数据中,已经通过实验手段测量出了基部第二节的机械强度,这为我们探寻机械强度与小麦形态性状提供了有力的实验依据。并且在文献[3]中已经提及几乎所有的外形性状都是是与倒伏指数相关的。因此,我们利用已有的 2007 年矮抗 58、新麦 208、周麦 18 在不同时期测定的机械强度 S 为因变量,各个品种基部第二节的长 L_2 、基部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 建立

线性或非线性的关系模型,寻找线性或非线性回归函数 $f(b_0, b_1, \dots, b_m; L_2, C_2, B_2)$,

使得基部第二节的测定的机械强度样本数据与估计的基部第二节的机械强度的误差的平方和最小。

据此,可以得到关于机械强度的初略统计学模型为:

$$\begin{cases} S_2 = f(b_0, b_1, \dots, b_m; L_2, C_2, B_2) + \varepsilon \\ E(\varepsilon) = 0 \end{cases} \quad (5.1.2)$$

$$s.t. \begin{cases} \min R^2(b_0, b_1, \dots, b_m) = \sum_{i=1}^n (S_{2i} - \hat{S}_{2i})^2 \\ \hat{S}_i = f(b_0, b_1, \dots, b_m; L_{2i}, C_{2i}, B_{2i}) \quad i = 1, 2, \dots, n \\ m < n - 1 \\ b_0, b_1, \dots, b_m, f(b_0, b_1, \dots, b_m; L_{2i}, C_{2i}, B_{2i}) \in R \end{cases} \quad (5.1.3)$$

其中, S_2 表示基部第二节的机械强度, b_0, b_1, \dots, b_m 表示所得回归函数中的常数系数, S_{2i} 表示第 i 个样本中基部第二节实验测定的机械强度, \hat{S}_{2i} 通过寻找到的回归函数带入相应的参数求得的机械强度。

5.1.2.1 关于机械强度的非线性回归

在此模型中,假设 2007 年所提供的关于基部第二节的长 L_2 、基部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 对于 S_2 的影响是相互独立的,从而可以先分别找出它们与 S_2 之间的函数关系,之后再进行择优选择,利用已有数据“训练”出最优的非线性函数。

为了验证所得非线性回归函数的稳合程度,我们打算以如下方法选取输入样本:将 2007 年的数据中同一品种同一成长阶段的样本作为同一样本单元,我们将每一个样本单元中前一半的数据作为训练数据,整个 2007 年的所有数据作为测试数据,其中每个样本单元中的非训练数据在评价得到的非线性回归函数的稳合程度时,更具有说服力。

基于上述选择的数据,利用 SPSS19.0 软件分别把基部第二节的长 L_2 、基

部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 作为自变量,把基部第二节的机械强度 S_2 作为因变量,采用多种不同形式的函数(线性函数、对数函数、倒数函数、二次函数、三次函数、幂函数、指数函数)进行单独拟合,根据它们的判定系数 R^2 的大小,择优选择的非线性回归函数组合形式为(统一长度单位为 cm,机械强度单位为 kg):

$$S_2 = 0.017(-0.356 + 0.305L_2 - 0.22L_2^2) + 0.885 \times 0.149e^{4.524C_2} + 0.717 \times (-0.182 + 19.054B_2 - 161.413B_2^2 + 719.309B_2^3) \quad (5.1.4)$$

按照求出的非线性回归函数计算 2007 年中所有的样本单元中的机械强度,然后可以选出其中某一品种中,对测定倒伏指数比较重要的腊熟期和乳熟期的机械强度实验测定值和非线性回归函数计算值进行对比。图 5.1.1 中给出了,2007 年矮抗 58 在腊熟期和乳熟期的机械强度实验测定值和非线性回归函数计算值的对比图。

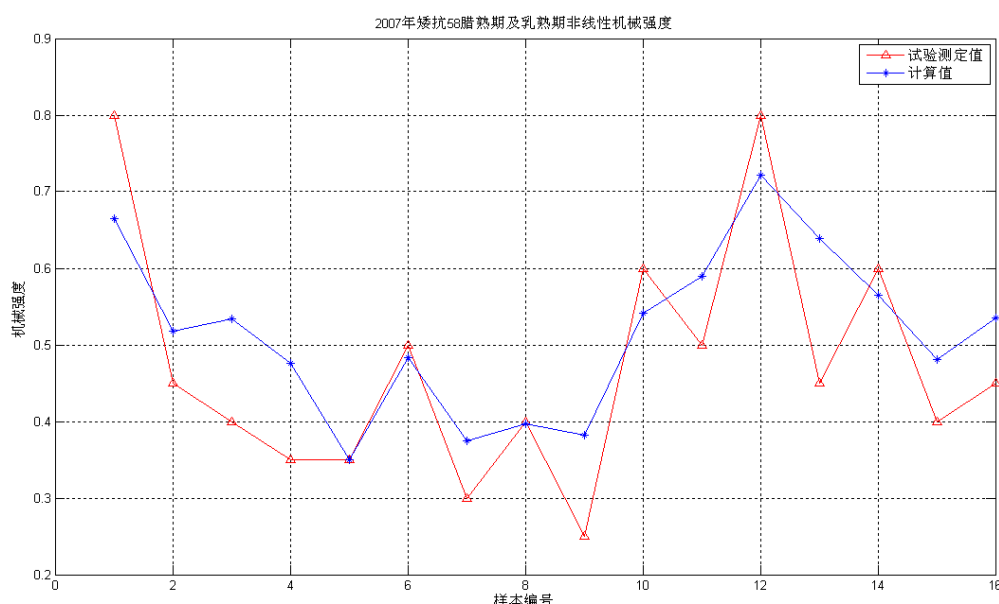


图 5.1.1 2007 年矮抗 58 在腊熟期及乳熟期的机械强度实验测定值和计算值的对比

从图(5.1.1)上可以看出,实验测定值与利用非线性回归函数计算的机械强度拟合比较好,即使是在测试样本上的拟合效果也是非常显著的,那么可以认为式(5.1.4)是可以很好地反映基部第二节的长 L_2 、基部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 和基部第二节的机械强度 S_2 之间关系的非线性回归函数。

5.1.2.2 关于机械强度的线性回归

针对 2007 年数据中给出的几种品种的基部第二节的长 L_2 、基部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 和基部第二节的机械强度 S_2 的数值,利用 SPSS 软

件对以上各量进行回归分析，按照 5.1.2.1 中给出的选取输入样本的方法，同样选取每个样本单元的前一半样本，拟合出的基部第二节的机械强度 S_2 与这三种指标的回归方程为（统一长度单位为 cm，机械强度单位为 kg）：

$$S_2 = 0.439 - 0.078L_2 + 1.959C_2 + 5.044B_2 \quad (5.1.5)$$

通过对给定的 2007 年各个品种的实验机械强度和利用式 (5.1.5) 计算得出的各个不同时期样本的理论机械强度进行比较，就可以判断这样的线性回归函数是否满足要求。现取 2007 年新麦 208 蜡熟期和乳熟期的实验机械强度和理论机械强度比较如下图：

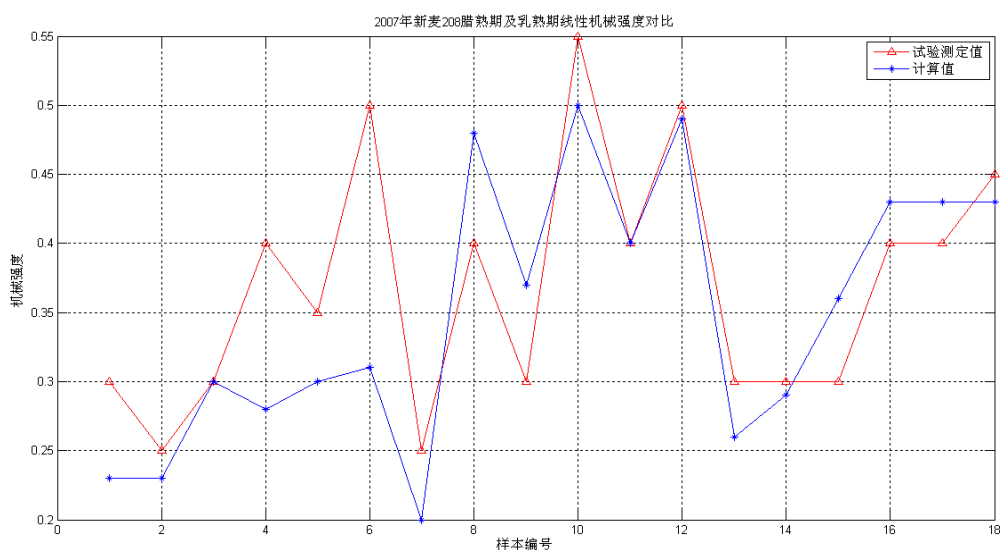


图 5.1.2 2007 年新麦 208 蜡熟期及乳熟期的机械强度实验测定值和计算值的对比图

从图 (5.1.2) 中可以看出，式 (5.1.5) 对于各个品种的基部第二节的长 L_2 、基部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 和基部第二节的机械强度 S_2 之间的关系拟合比较好，故也可以认为，式 (5.1.5) 是以上各个变量的一个较好的线性回归函数。

5.1.2.3 关于机械强度的非线性回归和线性回归比较

根据给定的 2007 年多个品种多个生长阶段的样本数据，分别进行了非线性回归和线性回归，现将两者的计算结果及其评价指标进行对比：

- 1) 判定系数 R^2 值比较：两种方法的判定系数 R^2 都接近于 1，回归效果均较好，无法明确判定哪一种方法优异。
- 2) 可区分度比较：观察有以上两种回归函数计算得到的基部第二节的机械强度与实际测定的机械强度的曲线对比，可以发现线性回归函数在可区分度上优于非线性函数，即对于样本 A 和样本 B，若 A 的实际测定的机械强度大于 B 的测定的机械强度，则通过线性回归计算出的机械强度值也比非线性回归计算出的机械强度值更好地反映这样的信息。

- 3) 预计值误差的比较：根据由以上两种回归函数计算得到的基部第二节的机械强度与实际测定的机械强度的误差如图（5.1.3）所示(为了便于观测，图中只选取了 2007 年新麦 208 在腊熟期和乳熟期的使用线性回归和非线性回归的机械强度误差)。从类似的其他样本单元的数据也可以看出，非线性回归的均方根误差远大于线性回归的均方根误差。从而可以认为，线性回归所计算出的机械强度值更加符合真实的数据。

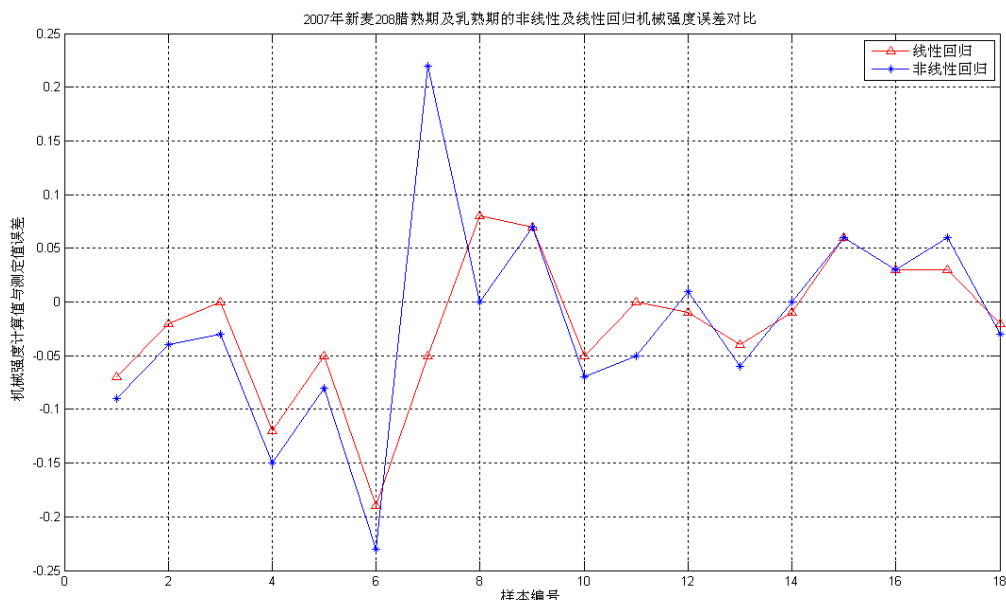


图 5.1.3 2007 年新麦 208 腊熟期及乳熟期的非线性及线性回归机械强度误差对比

由类似图（5.1.3）的非线性及线性回归机械强度误差对比可以看出，以 2007 年各个品种的基部第二节的参数分析其基部第二节的机械强度 S_2 和基部第二节的长 L_2 、基部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 之间的关系时候，线性回归比非线性回归效果更加优异，故此，以下运用该关于机械强度的初略统计学模型时，采用线性回归函数表述它们之间的关系。

5.1.3 各品种倒伏指数公式

5.1.3.1 根据 2007 年数据可计算的品种的倒伏指数公式

由于 2007 年给出了式（5.1.1）中求解所需要的各个条件，故可以根据式（5.1.1）直接计算矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 的倒伏指数：

$$\begin{aligned}
K_{AK58} &= \frac{m_{A(AK58)} \times H_{A(AK58)}}{S_{(AK58)}} \\
K_{SM208} &= \frac{m_{A(SM208)} \times H_{A(SM208)}}{S_{(SM208)}} \\
K_{ZM18} &= \frac{m_{A(ZM18)} \times H_{A(ZK18)}}{S_{(ZK18)}}
\end{aligned} \tag{5.1.6}$$

其中, K_{AK58} 、 K_{SM208} 、 K_{ZM18} 分别表示矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 的倒伏指数, $m_{A(AK58)}$ 、 $m_{A(SM208)}$ 、 $m_{A(ZM18)}$ 分别表示矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 的茎秆鲜重, $H_{A(AK58)}$ 、 $H_{A(SM208)}$ 、 $H_{A(ZK18)}$ 分别表示矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 的植株茎秆重心高度, $S_{(AK58)}$ 、 $S_{(SM208)}$ 、 $S_{(ZK18)}$ 分别表示矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 的机械强度。

或者, 也可以代入式 (5.1.5), 得到关于小麦的倒伏指数 K 与小麦植株茎秆重心高度 H_A 、茎秆鲜重 m_A 、基部第二节的长 L_2 、基部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 之间的关系:

$$\begin{aligned}
K_{AK58} &= \frac{m_{A(AK58)} \times H_{A(AK58)}}{0.439 - 0.078L_{2(AK58)} + 1.959C_{2(AK58)} + 5.044B_{2(AK58)}} \\
K_{SM208} &= \frac{m_{A(SM208)} \times H_{A(SM208)}}{0.439 - 0.078L_{2(SM208)} + 1.959C_{2(SM208)} + 5.044B_{2(SM208)}} \\
K_{ZM18} &= \frac{m_{A(ZM18)} \times H_{A(ZK18)}}{0.439 - 0.078L_{2(ZM18)} + 1.959C_{2(ZM18)} + 5.044B_{2(ZM18)}}
\end{aligned} \tag{5.1.7}$$

其中, $L_{2(AK58)}$ 、 $L_{2(SM208)}$ 、 $L_{2(ZM18)}$ 分别表示矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 的基部第二节的长, $C_{2(AK58)}$ 、 $C_{2(SM208)}$ 、 $C_{2(ZM18)}$ 分别表示矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 的基部第二节的粗, $B_{2(AK58)}$ 、 $B_{2(SM208)}$ 、 $B_{2(ZM18)}$ 分别表示矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 的基部第二节壁厚。

5.1.3.2 根据 2011 年数据可计算的品种的倒伏指数公式

1) 矮抗 58 的倒伏指数公式

此品种的小麦与 2007 给出的矮抗 58 是属于同一品种, 但是可能两个数据是来自于不同的研究团队, 因而会在测量手法等等上面存在一定的偏差, 从而造成了数据甚至在量级上的不一致。根据假设五, 同一种小麦的外形性状参数在近 3 年内不会发生剧烈变化, 我们恰好可以通过这一品种已知参数的不一致

性来找到它们之间的关系，从而统一这两个研究团队的对于计算倒伏指数需要的中间变量的测量尺度不一致性。

我们将 2011 年矮抗 58 样本的基部第二节的长 L_2 、基部第二节的粗 C_2 以及基部第二节壁厚 B_2 代入式 (5.1.5) 中，计算出小麦的机械强度。进而与 2011 年矮抗 58 样本给出的穗下第四节（也即基部第二节）的穗下第四节拉力（根据 2007 年的测量方法，可以认为与机械强度等效）进行比较，在 SPSS19 软件中用回归方法进行曲线估计，可以得到如下关系（判定系数 $R^2 = 0.873$ ）：

$$S_2' = 1.475 S_2 - 0.957 \quad (5.1.8)$$

其中， S_2' 表示 2011 年给出的矮抗 58 的穗下第四节拉力， S_2 表示将各参数代入式 (5.1.5) 得出的机械强度值，则可以据此将 2011 年该团队测量数据中的矮抗 58 的倒伏指数修正为下式（长度单位都统一为 cm）：

$$K_{AK58} = \frac{m_{A(AK58)} \times H_{A(AK58)}}{0.6475 - 0.1151L_{2(AK58)} + 0.2890C_{2(AK58)} + 7.440B_{2(AK58)}} \quad (5.1.9)$$

2) 平安 6 号的倒伏指数公式

该品种的信息与 2011 年矮抗 58 一致，故可以使用修正公式，即

$$K_{PA6} = \frac{m_{A(PA6)} \times H_{A(PA6)}}{0.6475 - 0.1151L_{2(PA6)} + 0.2890C_{2(PA6)} + 7.440B_{2(PA6)}} \quad (5.1.10)$$

式中 K_{PA6} 表示平安 6 号的倒伏指数， $m_{A(PA6)}$ 表示平安 6 号的茎秆鲜重， $H_{A(PA6)}$ 表示平安 6 号的植株茎秆重心高度， $L_{2(PA6)}$ 、 $C_{2(PA6)}$ 、 $B_{2(PA6)}$ 分别表示平安 6 号的基部第二节的长、基部第二节的粗和基部第二节壁厚。

3) 温麦 6 号的倒伏指数公式

假设麦秆与麦穗均是直立状的，则可以将麦子简化为如图 5.1.3 所示的简易模型。

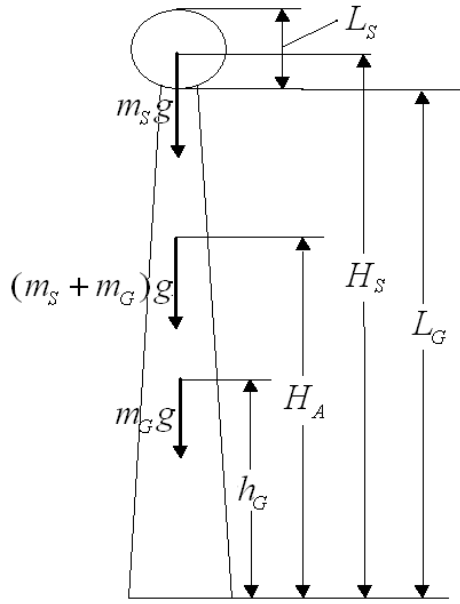


图 5.1.3 麦子各部分重心的一种简化模型

设 m_S 表示小麦的穗鲜重（未烘干的穗头重量）， L_S 表示麦穗长度， m_G 表示麦秆鲜重（不包含麦穗重量）， h_G 表示麦秆的重心高度， H_A 表示麦秆和麦穗整体的重心高度。假设麦穗是匀质的，其重心就是其几何中心，则根据其重力势能守恒，可以得到如下的公式

$$m_S g \left(\frac{1}{2} L_S + L_G \right) + m_G g h_G = (m_S + m_G) g H_A \quad (5.1.11)$$

其中 g 表示重力加速度。从而可以得到麦穗的重量

$$m_S = \frac{m_G (H_A - h_G)}{\frac{1}{2} L_S + L_G - H_A} \quad (5.1.12)$$

又有

$$K = \frac{m_A \times H_A}{S} = \frac{(m_G + m_S) \times H_A}{S} \quad (5.1.13)$$

将式（5.1.5）和式（5.1.12）代入到式子（5.1.13）中可得

$$K = \frac{m_S h_A}{0.6475 - 0.1151 L_2 + 0.2890 C_2 + 7.440 B_2} \times \frac{L_S + 2L_G - 2h_G}{L_S + 2L_G - H_A} \quad (5.1.14)$$

则对于 2011 年数据中给出的温麦 6 号的倒伏指数公式即为

$$K_{WM6} = \frac{m_{S(WM6)} h_{A(WM6)}}{0.6475 - 0.1151 L_{2(WM6)} + 0.2890 C_{2(WM6)} + 7.440 B_{2(WM6)}} \times \frac{L_{S(WM6)} + 2L_{G(WM6)} - 2h_{G(WM6)}}{L_{S(WM6)} + 2L_{G(WM6)} - H_{A(WM6)}} \quad (5.1.15)$$

4)其余品种倒伏指数公式的计算

2011 年其余的品种可以根据其给定的数据，类比以上的 3 个品种的计算方式，得到各自的倒伏指数公式，结果如下：

$$\begin{aligned}
 K_{ZM9023} &= \frac{m_{A(ZM9023)} \times H_{A(ZM9023)}}{0.6475 - 0.1151L_{2(ZM9023)} + 0.2890C_{2(ZM9023)} + 7.440B_{2(ZM9023)}} \\
 K_{ZM18} &= \frac{m_{A(ZM18)} \times H_{A(ZM18)}}{0.6475 - 0.1151L_{2(ZM18)} + 0.2890C_{2(ZM18)} + 7.440B_{2(ZM18)}} \\
 K_{ZM22} &= \frac{m_{A(ZM22)} \times H_{A(ZM22)}}{0.6475 - 0.1151L_{2(ZM22)} + 0.2890C_{2(ZM22)} + 7.440B_{2(ZM22)}} \\
 K_{YM18} &= \frac{m_{A(YM18)} \times H_{A(YM18)}}{0.6475 - 0.1151L_{2(YM18)} + 0.2890C_{2(YM18)} + 7.440B_{2(YM18)}}
 \end{aligned} \tag{5.1.16}$$

其中 K_{ZM9023} 、 K_{ZM18} 、 K_{ZM22} 、 K_{YM18} 分别表示郑麦 9023、周麦 18、周麦 22 和豫麦 18 的倒伏指数。

5.1.3.3 根据 2008 年数据可计算的品种的倒伏指数公式

从所有给定的数据都可以观察得知，在成熟前，籽粒的单穗干重是一直增加的，即在成熟前，同一植株的单穗干重关于穗鲜重的函数是单调增的。观察给定的 2008 年的单穗籽粒重，再与 2011 年的数据相比，可以知道 2008 年测定的数据几乎与 2011 年 5 月 28 日左右相当，而这一时期正处于蜡熟期。按照生活经验，我们可以认为，在同一生长时期小麦籽粒的单穗干重与其穗鲜重必然存在某种关系，于是我们可以使用不同函数（包括线性函数、对数函数、倒数函数、二次函数、三次函数、幂函数、指数函数）来对 2011 年的所有小麦的蜡熟期的单穗干重和穗鲜重进行拟合，发现可近似得到如下关系（判定系数 $R^2 = 0.688$ ）：

$$m_{SW} = 0.807e^{0.812m_{SD}} \tag{5.1.17}$$

其中， m_{SW} 表示某一品种在蜡熟期的穗鲜重， m_{SD} 表示该品种在这个时期的单穗干重，因此我们可以假设，在 2008 年的数据中，得到的麦穗的单穗干重与其穗鲜重的关系满足式（5.1.17）。

同理，由 2011 年各种小麦在蜡熟期的单茎鲜重与单茎干重之间的关系，可以大致推算出 2008 年小麦在蜡熟期的单茎鲜重与单茎干重之间的关系。对 2011 年各种小麦在蜡熟期的单茎鲜重与单茎干重的数据对也用不同函数进行拟合，可以近似得到下面的函数（判定系数 $R^2 = 0.803$ ）：

$$m_{LW} = 4.16 - 10.8m_{LD}^2 + 15.5m_{LD}^3 \tag{5.1.18}$$

其中， m_{LW} 表示某一品种在蜡熟期的单茎鲜重， m_{LD} 表示该品种在这个时期的单茎干重。即可认为在 2008 年的数据中，小麦的单茎鲜重与单茎干重满足这样的函数关系。

类比于图 5.5.3，可以用 6 级圆柱加麦穗的模型来求的整体麦株的重心。根据重力势能守恒原理，可以得到

$$(m_s + \sum_{i=1}^6 m_i)gH_A = m_s g(\frac{1}{2}L_s + \sum_{i=1}^6 L_i) + g \sum_{j=1}^6 m_j (\sum_{i=1}^{j-1} L_i + \frac{1}{2}L_j) \quad (5.1.19)$$

其中 m_s 表示小麦的穗鲜重， L_s 表示麦穗长度， m_{G_i} 表示基部第 i 节麦秆的鲜重， h_G 表示麦秆的重心高度， H_A 表示麦秆和麦穗整体的重心高度， L_{G_i} 表示基部第 i 节麦秆的长， g 表示重力加速度。化简为

$$m_A H_A = (m_s + \sum_{i=1}^6 m_i) H_A = m_s (\frac{1}{2}L_s + \sum_{i=1}^6 L_i) + \sum_{j=1}^6 m_j (\sum_{i=1}^{j-1} L_i + \frac{1}{2}L_j) \quad (5.1.20)$$

其中 m_A 表示小麦麦穗和麦秆的鲜重， H_A 表示麦穗和麦秆的鲜重共同的重心。将式 (5.1.20) 和式 (5.1.5) 代入式 (5.1.1) 可得：

$$K = \frac{m_A H_A}{S} = \frac{m_s (\frac{1}{2}L_s + \sum_{i=1}^6 L_i) + \sum_{j=1}^6 m_j (\sum_{i=1}^{j-1} L_i + \frac{1}{2}L_j)}{0.439 - 0.078L_{G2} + 1.959C_2 + 5.044B_2} \quad (5.1.21)$$

将式 (5.1.18) 和式 (5.1.19) 代入式 (5.1.21) 可得

$$K = \frac{0.807e^{0.812m_{SD}} (\frac{1}{2}L_s + \sum_{i=1}^6 L_i) + \sum_{j=1}^6 (4.16 - 10.8m_{LDj}^2 + 15.5m_{LDj}^3) (\sum_{i=1}^{j-1} L_i + \frac{1}{2}L_j)}{0.439 - 0.078L_{G2} + 1.959C_2 + 5.044B_2} \quad (5.1.22)$$

其中 m_{LDj} 表示基部第 i 节麦秆在蜡熟期的单茎干重。

式 (5.1.22) 可以作为 2008 年的矮抗 58、周 18、国信 1 号、智 9998 早、联丰 85 和 TM 的倒伏指数的通用公式。

5.2 问题 2

5.2.1 理论分析

问题 1 中所建立的基于机械强度的初略统计学模型实际上是在前人通过大量的实验总结出的经验公式的基础上提出的，是一种通过事物的结果去定向地寻找事物的规律的方法。而且，我们仅仅是由已有的文献定性地说明了所涉及的外形性状与倒伏指数的，对于是不是满足回归分析的条件我们并没有加以详细地说明。

在问题 2 中，我们对可能是引起小麦倒伏的因素的各个变量做了定量的相

关分析，并完善了问题 1 中所提出的初略的统计学模型，从大量的相关的信息中运用回归分析法去寻找各个这些信息与小麦倒伏指数之间的定量关系。

相关系数可以用来反映变量之间的相关关系的密切程度。因此我们采用相关系数来表示小麦茎秆性状的各个因素之间的相关性。受自然界中大量存在的黄金分割比现象的启发，我们对小麦节间构成指数及茎秆节间长度进行累计频率统计，对比他们与斐波那契数列（黄金分割数列）及黄金分割率的关系，运用欧式距离表示茎秆节间构成指数与理想株型结构的匹配程度。

5.2.2 倒伏指数与茎秆外部形态特征之间的关系

逐步回归分析可以有效地从众多影响因变量的因素中挑选出贡献最大的变量，并在它们和因变量的观测数据基础上建立最优的回归方程。

鉴于 2007 年测定的数据比较完整地给出了由实验测定的机械强度，进而由经验公式 (5.1.1) 可以求的小麦的倒伏指数，因此可以认为 2007 年的倒伏指数是由实验间接测定，因而具有较高的参考价值，所以我们先选取 2007 年的数据作为研究倒伏指数与茎秆外部形态特征之间的关系的的基础。针对 2007 年提供的各种小麦的茎重心、各节长、各节粗、壁厚、各节间长度比、各节间粗细比等数据以及间接测定的小麦抗倒伏系数等数据，利用 SPSS 软件中的逐步回归功能进行分析，得到了影响小麦倒伏指数的较大的指标依次为：茎重心 H_A 、基部

第 2 节长 L_2 、基部第 2 节的壁厚 B_2 、基部第 2 节的鲜重 m_{GW2} 、穗鲜重 m_{SW} 、基部第 2 节与基部第 3 节的节间长度比 η_{23} 、基部第 2 节的粗 C_2 、基部第 3 节的长 L_3 、基部第 3 节的壁厚 B_3 。

5.2.2.1 关于倒伏指数与其他因素的非线性回归

这里仍然需要假设 2007 年所提供的关于茎重心 H_A 、基部第 2 节长 L_2 、基部第 2 节的壁厚 B_2 、基部第 2 节的粗 C_2 、基部第 2 节的鲜重 m_{GW2} 、基部第 3 节的长 L_3 、基部第 3 节的壁厚 B_3 、基部第 2 节与基部第 3 节的节间长度比 η_{23} 对于倒伏指数 K 的影响是相互独立的，从而可以先分别找出它们与 K 之间的函数关系，之后再择优选择，从而得到出最优的非线性函数。

基于 2007 年 3 种品种的数据，利用 SPSS19.0 软件分别把茎重心 H_A 、基部第 2 节长 L_2 、基部第 2 节的壁厚 B_2 、基部第 2 节的鲜重 m_{GW2} 、基部第 2 节与基部第 3 节的节间长度比 η_{23} 、基部第 2 节的粗 C_2 、基部第 3 节的长 L_3 、基部第 3 节的壁厚 B_3 作为自变量，把由式 (5.1.1) 算出的倒伏指数 K 作为因变量，采用多种不同形式的函数（线性函数、对数函数、倒数函数、二次函数、三次

函数、幂函数、指数函数) 进行单独拟合, 根据它们的判定系数 R^2 的大小, 择优选择的非线性回归函数组合形式为 (统一长度单位为 cm, 机械强度单位为 kg):

$$\begin{aligned}
 S = & 1.227 \times 0.127 e^{3.457 H_A} \\
 & + 0.114(-0.125 - 1.322 L_2 + 0.443 L_2^2) \\
 & + 0.551 \times (-0.331 + 6.437 B_2 - 21.442 B_2^2 + 6.213 B_2^3) \\
 & + 0.172 \times m_{GW2}^{2.132} \\
 & + 3.380 \times (4.301 + 3.784 \ln \eta_{23}) \\
 & + 3.131 \times (0.173 - 0.643 C_2) \\
 & + 0.223 \times L_3^{1.653} \\
 & + 0.045 \times (5.761 + 12.854 B_3)
 \end{aligned} \tag{5.2.2.1}$$

5.2.2.2 关于倒伏指数与其他因素的线性回归

针对 2007 年数据中给出的几种品种的茎重心 H_A 、基部第 2 节长 L_2 、基部第 2 节的壁厚 B_2 、基部第 2 节的鲜重 m_{GW2} 、基部第 2 节与基部第 3 节的节间长度比 η_{23} 、基部第 2 节的粗 C_2 、基部第 3 节的长 L_3 、基部第 3 节的壁厚 B_3 的数值跟用式 (5.1.1) 计算出的间接实验测得的小麦抗倒指数 S , 利用 SPSS 软件对以上各量进行回归分析, 拟合出的小麦抗倒指数 S 与这三种指标的回归方程为 (统一长度单位为 cm, 机械强度单位为 kg):

$$\begin{aligned}
 S = & 1.562 + 1.032 H_A - 2.331 L_2 - 2.431 B_2 - 1.321 m_{GW2} \\
 & + 2.653 \eta_{23} + 0.768 C_2 - 1.192 L_3 + 2.145 B_3
 \end{aligned} \tag{5.2.2.2}$$

5.2.2.3 关于倒伏指数与其他因素的非线性回归和线性回归比较

根据给定的 2007 年三个品种多个生长阶段的样本数据, 分别进行了非线性回归和线性回归, 现将两者的计算结果及其评价指标进行对比:

- 1) 判定系数 R^2 值比较: 两种方法的判定系数 R^2 都比较小 1, 回归效果尚有待加强, 从这一指标无法断定哪个方程比较好。
- 2) 预计值误差的比较: 根据由以上两种回归函数计算得到的倒伏指数与实际测定的倒伏指数的误差如图 (5.2.1) 所示 (为了便于观测, 图中只选取了 2007 年周麦 18 在腊熟期和乳熟期的使用线性回归和非线性回归的倒伏指数误差)。从类似的其他样本单元的数据也可以计算出, 两者的差距并不是十分明显, 但是非线性回归的均方根误差远大于线性回归的均方根误差。从而可以认为, 线性回归所计算出的倒伏指数值比非线性回归所计算出的稍微符合真实的数据。

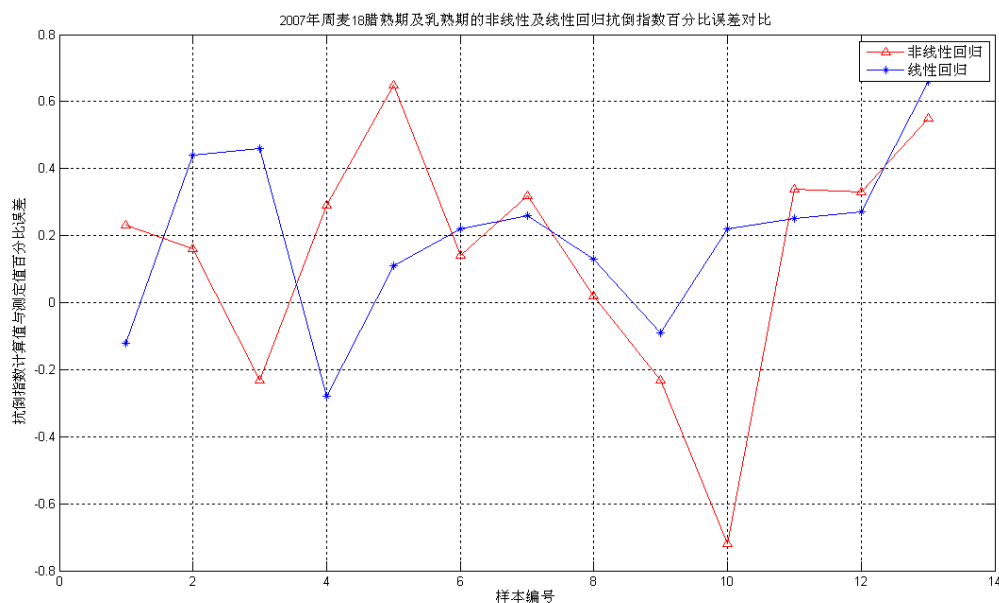


图 5.2.1 2007 年周麦 18 腊熟期及乳熟期的非线性及线性回归倒伏指数误差对比

因此在计算倒伏指数 S 与茎重心 H_A 、基部第 2 节长 L_2 、基部第 2 节的壁厚 B_2 、基部第 2 节的鲜重 m_{GW2} 、基部第 2 节与基部第 3 节的节间长度比 η_{23} 、基部第 2 节的粗 C_2 、基部第 3 节的长 L_3 、基部第 3 节的壁厚 B_3 之间的关系的时候，线性回归得出的方程要优越些。

5.2.3 小麦茎秆性状各个因素之间的相关性分析

5.2.3.1 相关系数

相关系数是由著名统计学家卡尔·皮尔逊提出的一种统计指标，用以反应变量之间相关关系的密切程度。相关系数是按积差方法计算，以两变量与各自平均值的离差为基础，通过两个离差相乘来反映两变量之间相关程度。

相关关系是一种非确定性的关系，相关系数是研究变量之间线性相关程度的量。由于研究对象的不同，相关系数有如下几种定义方式。

简单相关系数：又叫相关系数或线性相关系数，一般用字母 ρ 表示，是用来度量变量间的线性关系的量。

复相关系数：又叫多重相关系数。复相关是指因变量与多个自变量之间的相关关系。例如，某种商品的季节性需求量与其价格水平、职工收入水平等现象之间呈现复相关关系。

典型相关系数：是先对原来各组变量进行主成分分析，得到新的线性关系的综合指标，再通过综合指标之间的线性相关系数来研究原各组变量间相关关系。

相关系数的计算方法如下：

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (5.2.3.1)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma^2_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n} \quad (5.2.3.2)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \quad (5.2.3.3)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}} \quad (5.2.3.4)$$

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} \quad (5.2.3.5)$$

5.2.3.2 斐波那契数列与黄金分割比

斐波纳契数列 (Fibonacci Sequence), 又称黄金分割数列。在数学上, 斐波纳契数列以如下被以递归的方法定义: $F_0=0, F_1=1, F_n=F(n-1)+F(n-2) (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$ 。在现代物理、准晶体结构、化学等领域, 斐波纳契数列都有直接的应用。随着数列的增加, 前一项与后一项之比越来越逼近黄金分割的数值 0.618。众所周知, 黄金分割又称黄金律, 是指事物各部分间一定的数学比例关系, 即将整体一分为二, 较大部分与较小部分之比等于整体与较大部分之比, 其比值为 1:0.618 或 1.618:1, 即长段为全段的 0.618。0.618 被公认为最具有审美意义的比例数字。斐波纳契数列也是大自然中的一种编号方式, 斐波纳契数列和黄金分割率的规律在大自然中几乎无处不在。从植物到动物, 从微观到宏观处处都充满着神奇的斐波纳契数列模式和黄金分割率。

5.2.3.3 小麦茎秆重心、基部各节长度及各节粗之间的相关性

对于每年的数据, 剔除一些粗大性误差数据 (下同) 后, 我们对年所有品种的茎秆重心、茎秆各节长度及各节粗的相关系数进行了计算, 计算结果显示小麦茎秆各节的长度与节粗无明显相关性, 而每节的粗与其下一节的粗有显著相关性。以矮抗 58 为例, 相关性分析结果见表 5.2.1, 其中 x1 表示茎重心, x2、x3 表述基部第五节的长和粗, x4、x5 分别表示基部第四节的长与粗, x6、x7 分别表示基部第三节的长与粗, x8、x9 分别表示基部第二节的长与粗。从表中可以看出, 每一节的长与本节的粗相关性极小 (分别为 0.171、-0.124、0.057、0.149)。基部第四节长度与基部第三节长度间呈极显著正相关 (0.891), 基部第三节与基部第二节长度之间呈显著正相关 (相关系数分别为 0.450)。茎秆各节与其下一节的粗之间呈显著正相关 (相关系数分别为 0.493、0.760、0.766)。其他各品种的节间长度与节间粗的相关性分析结果也表明同样结论, 详见附录 I。

表 5.2.1 矮抗 58 各节间长度与节间粗的相关性分析结果 (以 2007 年为例)

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
x1	1.000	0.057	0.295	-0.144	0.163	-0.118	0.025	0.308	-0.032
x2		1.000	0.171	-0.089	0.066	-0.109	-0.068	-0.113	-0.070
x3			1.000	-0.185	0.493	-0.110	0.347	-0.189	0.186
x4				1.000	-0.124	0.891	-0.021	0.449	-0.001
x5					1.000	-0.062	0.760	-0.205	0.588

x6	1.000	0.057	0.450	0.003
x7		1.000	0.040	0.766
x8			1.000	0.149
x9				1.000

5.2.3.4 穗鲜重与穗下各节粗的相关性分析结果

对不同品种在蜡熟期的穗鲜重与穗下各节粗做相关性分析,结果见表 5.2.2。从表中可以看出,所有品种的穗鲜重与穗下各节粗都成极显著正相关。

表 5.2.2 不同品种的穗鲜重与穗下各节粗的相关系数

	穗下第五节	穗下第四节	穗下第三节	穗下第二节
矮抗 58	0.431	0.679	0.706	0.61
新麦 208	0.621	0.821	0.722	0.784
周麦 18	0.496	0.818	0.808	0.753
豫麦 18	0.473	0.407	0.536	0.374
周麦 22	0.678	0.664	0.624	0.466
郑麦 9023	0.606	0.586	0.375	0.572

5.2.3.5 节间构成指数反映的相关性

文献[4]提出了小麦节间构成指数的概念,其定义为:小麦构成指数为任一节间长度与该节间加下一节间长度之和的比值 In 即为节间构成指数。

$$In = \frac{L_n}{L_n + L_{n+1}} \quad (5.2.3.6)$$

L_n 为第 n 节间长度, n 为自上而下的节位,穗下第一节间为 1,依次类推。

对五节结构品种矮抗 58、才智 9998 和联丰 85 及六节结构品种周麦 18、国信、TM 的节间构成指数进行了计算,并统计其累积分布频率。统计结果发现,小麦的节间构成指数都在 1 附近。以三种六节结构品种为例,五节结构小麦品种的节间构成指数分布图见附录 II。

表 5.2.3 I_L 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
0.60	1	0.83%
0.70	0	0.83%
0.80	3	3.31%
0.90	11	12.40%
1.00	27	34.71%
1.10	30	59.50%
1.20	34	87.60%
1.30	11	96.69%
其他	4	100.00%

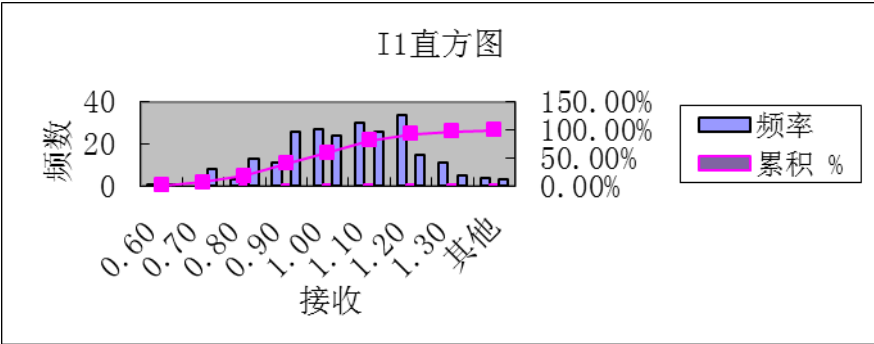


表 5.2.4 I_2 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
0.60	1	0.83%
0.70	8	7.44%
0.80	13	18.18%
0.90	26	39.67%
1.00	24	59.50%
1.10	26	80.99%
1.20	15	93.39%
1.30	5	97.52%
其他	3	100.00%

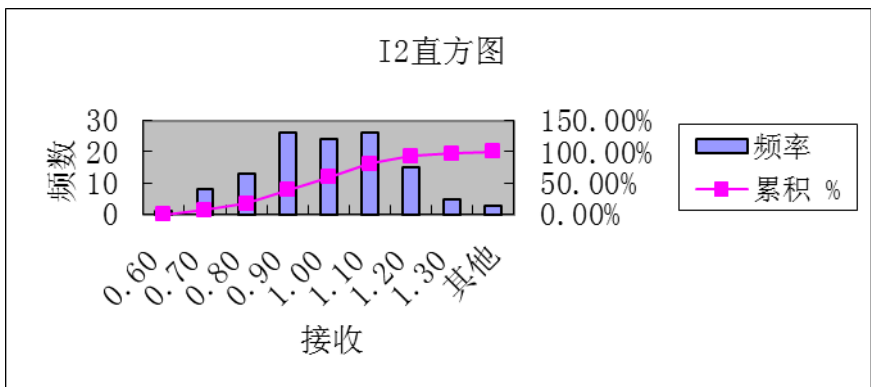
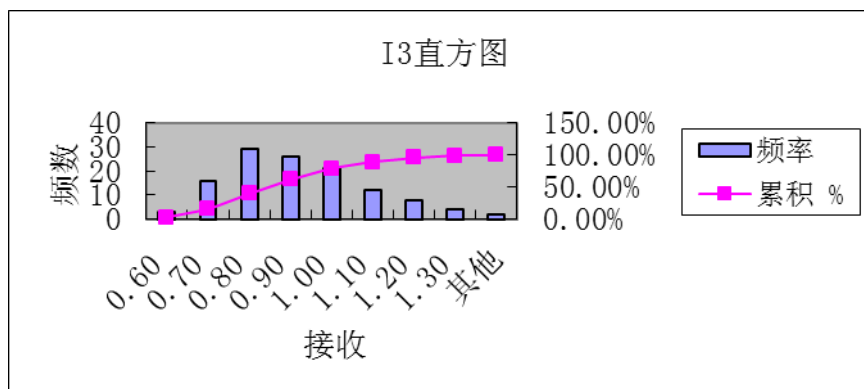


表 5.2.4 I_3 的累积频数分布

接收	数	累积 %
0.60	3	2.48%
0.70	16	15.70%
0.80	29	39.67%
0.90	26	61.16%
1.00	21	78.51%
1.10	12	88.43%
1.20	8	95.04%
1.30	4	98.35%
其他	2	100.00%



从上述图表分析可知观察这些比值我们发现它们大都在数字 1 的附近，并且从穗下第一节到基部的节间构成指数的峰值呈现出从右到从左的偏移，与斐波那契数列的性质相似。I1 指数在区间[0.8 1.30]的频数占总株数的 95.04%，I2 指数在区间[0.7 1.20]的频数占总株数的 85.95%，I3 指数在区间[0.6 1.2]的频数为 92.56%。

5.2.3.6 节间长度比所反映的茎秆性状间的相关性

由上一小节内容知，茎秆性状中节间长度基本负荷斐波那契数列。在此分别对五节结构和六节结构的小麦品种的各节长度与其下一节的节间长度比的值进行统计分析。结果显示，小麦茎秆的相邻两节的长度之比基本符合黄金分割比。以六节小麦的节间长度比为例，五节小麦的节间长度比的统计规律见附录 III。

表 5.2.5 L1/L2 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
1.20	1	0.83%
1.40	9	8.26%
1.60	33	35.54%
1.80	32	61.98%
2.00	24	81.82%
2.20	19	97.52%
2.40	3	100.00%
2.60	0	100.00%
其他	0	100.00%

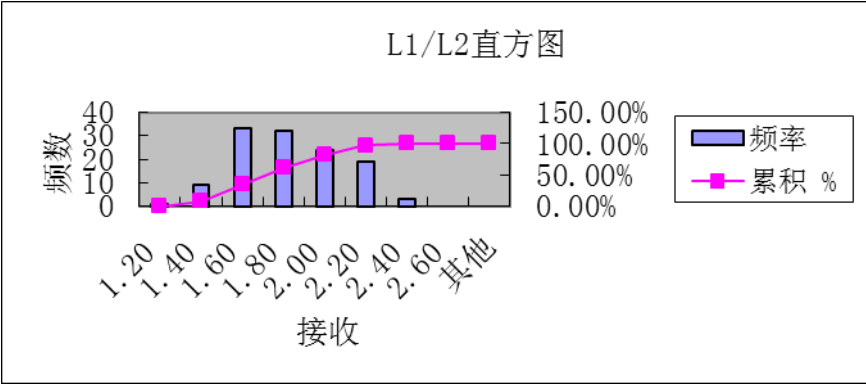


表 5.2.6 L2/L3 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
1.20	9	7.44%
1.40	19	23.14%
1.60	34	51.24%
1.80	30	76.03%
2.00	15	88.43%
2.20	9	95.87%
2.40	4	99.17%
2.60	1	100.00%
其他	0	100.00%

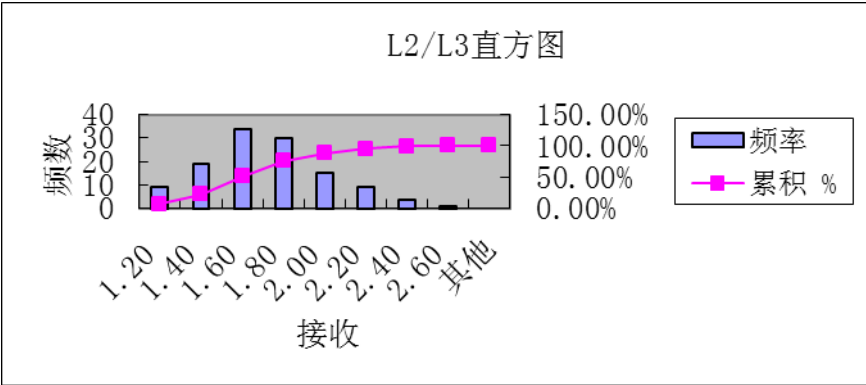


表 5.2.7 L3/L4 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
1.20	15	12.40%
1.40	41	46.28%
1.60	25	66.94%
1.80	24	86.78%
2.00	6	91.74%
2.20	4	95.04%
2.40	2	96.69%
2.60	2	98.35%
其他	2	100.00%

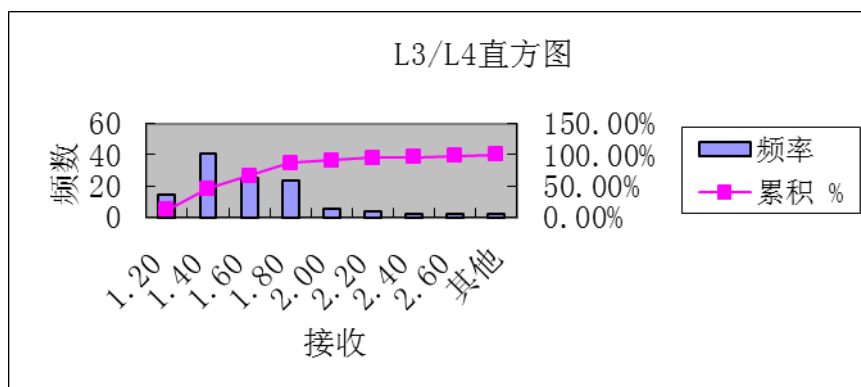
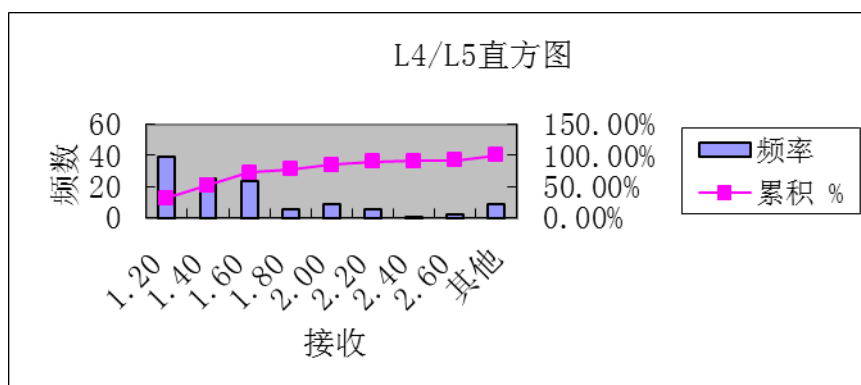


表 5.2.8 L4/L5 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
1.20	39	32.23%
1.40	25	52.89%
1.60	24	72.73%
1.80	6	77.69%
2.00	9	85.12%
2.20	6	90.08%
2.40	1	90.91%
2.60	2	92.56%
其他	9	100.00%



与节间结构指数相似，可以发现节间长度 1.6 的附近，并且从穗下第一节到基部的峰值呈现出从右到从左的偏移。

5.2.4 国信 1 号及才智 9998 品种的小麦发生倒伏的原因

由前述分析知小麦的倒伏指数与小麦株高、茎重心、壁厚、各节长等茎秆性状有关。小麦茎秆性状的各个因素具有一定的相关性，如茎秆各节粗与其相邻节的粗呈极显著正相关，茎秆各节长度与其相邻节长度的符合黄金分割比等。

因此我们从株高、各节密度、以及各个品种的茎秆各节长度与黄金分割数列的欧式距离的角度来分析国信一号及才智 9998 品种的小麦倒伏原因。

5.2.4.1 从株高角度分析

对 2008 年所给数据中五节结构及六节结构的小麦品种分别计算其株高(五节结构品种用穗下第一节到第五节长度之和近似代替,六节结构品种用穗下第一节到第六节的长度之和代替),结果如表 5.2.9 所示。从表中可以看出,在五节结构的品种中,才智 9998 的平均株高明显高于矮抗 58 及联丰 85;六节结构的品种中,国信小麦的平均株高也明显高于周麦和 TM 的平均株高。小麦的倒伏指数与株高极显著正相关,所以国信和才智 9998 品种易发生倒伏。

表 5.2.9 2008 年各品种株高比较(五节结构与六节结构分别比较)

五节结构品种	平均株高	六节结构品种	平均高
矮抗 58	58.37	周麦 18	66.74
才智 9998	66.69	国信	82.89
联丰 85	61.651	TM	75.79

5.2.4.2 从各节密度的角度分析

假设茎秆各节为密度均匀的空心圆柱结构,根据 2008 所给数据可以计算出小麦的各节的等效密度,见表 5.2.10。由表中数据可以看出,国信品种小麦的穗下第一节平均密度值明显大于其穗下第三四五节的平均密度,才智 9998 的穗下第二节平均密度也明显大于其穗下第三四五节的平均密度。其他品种小麦的平均节间密度相对较均匀,且离穗近的茎秆平均密度小于离基部近的茎秆密度。因小麦穗下第一二节的密度越高,其茎秆重心就会越高,而小麦的倒伏指数与其茎秆中心呈正相关,所以国信和才智 9998 两种小麦更易发生倒伏。

表 5.2.10 2008 年各品种茎秆节间平均密度

	穗下第一节	穗下第二节	穗下第三节	穗下第四节	穗下第五节
矮抗 58	0.485	0.435	0.504	0.493	0.464
周 18	0.489	0.392	0.492	0.592	0.570
国信	0.757	0.622	0.578	0.639	0.484
智 9998	0.531	0.716	0.546	0.642	0.657
联丰 85	0.476	0.480	0.461	0.450	0.543
TM	0.607	0.450	0.510	0.648	0.602

5.2.4.3 从壁厚角度分析

根据所给原始数据,画出各不同品种小麦的各节壁厚的分布图,如图 5.2.2 所示。从图中可以看出,国信和才智小麦的各节壁厚明显低于其他品种小麦的平均壁厚。而小麦的倒伏指数与其各节壁厚成负相关,所以国信和才智 9998 两个品种的小麦更易发生倒伏。

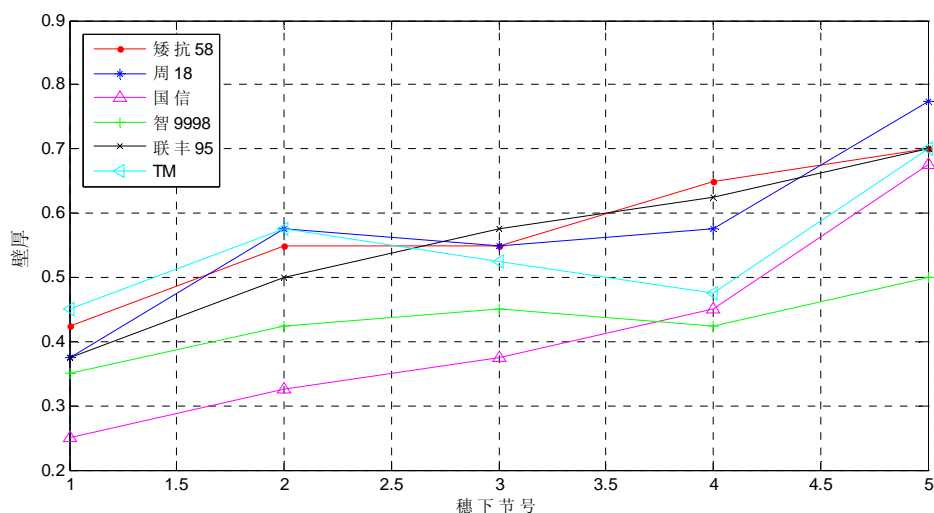


图 5.2.2 各品种小麦的壁厚关系图

5.2.4.4 从茎秆各节长度关系的角度分析

1) 数据预处理

由 08 年实测数据中各品种小麦的倒伏情况数据,可以研究倒伏小麦与易倒伏小麦在植株结构上的不同。为了便于统一研究,对 08 年数据做如下的处理:

(1) 对缺失部分数据的样本,直接剔除该组样本;

(2) 仅对穗下第一节~穗下第五节长度进行分析,不考虑穗下第六节的长度。

对处理后的数据,计算各品种穗下各节平均长度,见表 5.2.11。

表 5.2.11 不同品种小麦的茎秆平均长度 (单位 cm)

	穗下第一节	穗下第二节	穗下第三节	穗下第四节	穗下第五节
矮抗 58	22.69	15.36	8.51	7.41	4.55
周 18	26.12	16.2	9.37	6.44	3.89
国信	32.37	19.40	11.27	6.93	5.83
智 9998 早	25.92	15.63	10.58	7.67	6.90
聯豐 85	25.88	13.67	8.64	7.24	6.15
TM	29.88	16.03	11.98	8.61	5.91

由前面分析的小麦茎秆性状各个因素之间的关系知,小麦理想株型结构中各节长度应符合黄金分割率。为了便于统一处理,消除数据大小对数据间内在关系的影响,对表中各个品种的长度进行归一化,将各个品种的长度归一化为[1,8]。

$$y(i) = 1 + \frac{x(i) - \min(x(n))}{\max(x(n)) - \min(x(n))} \times 7, i = 1, 2, \dots, 5 \quad (5.2.4.1)$$

式中 $x(i)$ 为各品种小麦穗下第 i 节的长度, $y(i)$ 表示归一化后的长度。归一化后的长度见表 5.2.12。

表 5.2.12 归一化后的不同品种小麦的茎秆穗下平均长度（单位 cm）

	穗下第一节	穗下第二节	穗下第三节	穗下第四节	穗下第五节
矮抗 58	8	5.171	2.528	2.103	1
周 18	8	4.876	2.725	1.802	1
國信	8	4.579	2.434	1.290	1
智 9998 早	8	4.212	2.354	1.283	1
聯豐 85	8	3.668	1.883	1.386	1
TM	8	3.955	2.772	1.788	1

2) 计算各品种的节间长度分布与黄金分割数列的欧式距离

根据相关理论，只要满足非负性、自反性、对称性和三角不等式的度量，都能用于表示距离^[5]。常用的有 Minkowski 距离、欧几里得距离、Mahalanobis 距离、Tanimoto 距离和切空间距离，范数也用于距离度量。本文选取 d 维空间的欧几里得距离作为距离度量，欧几里得距离的计算公式见式（2）。

$$D(a,b) = \sqrt{\sum_{k=1}^d (a_k - b_k)^2} \quad (5.2.4.2)$$

其中 a 表示待分析数据的特征， b 表示理想序列，式中 d 为特征维数，本文中 d 为 5。

计算得到的各品种与理想序列间的欧式距离见图 5.2.3。

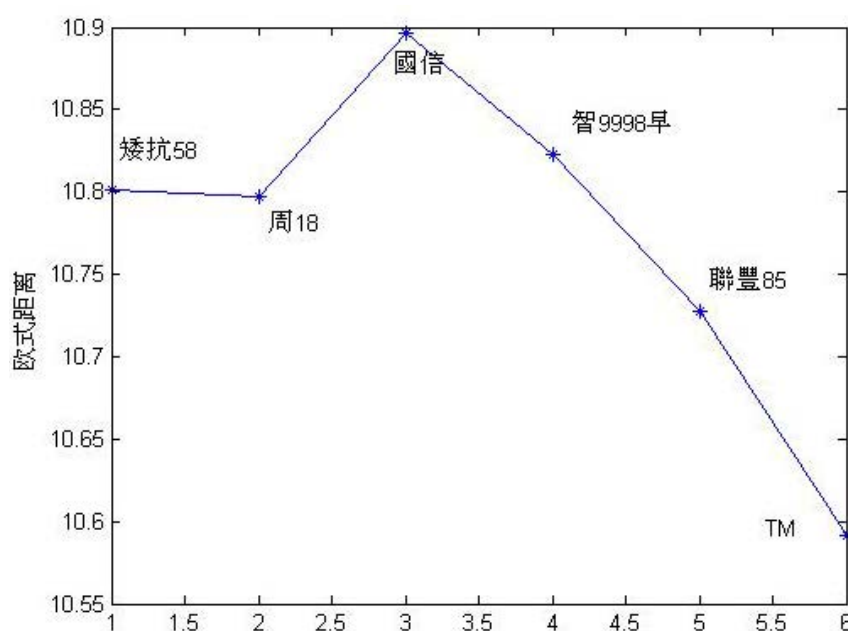


图 5.2.3 各品种与理想序列间的欧式距离

由图可知，2008 年国信 1 号与智 9998 品种的小麦茎秆长度与理想序列间的欧式距离最大，均大于其它品种与理想序列间的欧式距离。2008 年国信 1 号与智 9998 品种的小麦茎秆长度是该年数据中最不符合黄金分割数列的两个品种。因此这两种小麦更易倒伏。

5.3 问题 3

5.3.1 理论分析

由已有的数据分析可以知道，穗鲜重与株高正相关，那么我们可以利用已有的穗鲜重与株高的数据，拟合出穗鲜重与株高之间的函数关系。再根据问题 2 中发现的理想结构所满足的株型结构的黄金分割比例，可以求出理想株型的各节长度。这样可以求出这个植株的穗子和具体每一节的长度。最后可以利用问题 2 中得到的小麦倒伏性与其他株型结构参数之间的关系，另其倒伏指数为 0，可以得到其它参数所满足的条件。

5.3.2 问题求解

5.3.2.1 拟合穗鲜重与株高的关系

选取 2007 年的矮抗 58 的部分数据，将穗鲜重与株高拟合为如下的关系：

$$L_A = 10.256e^{1.345m_{SW}} \quad (5.3.1)$$

其中 L_A 为株高， m_{SW} 为穗鲜重。

又根据问题 2 中可以知道，理想结构所满足的株型结构的黄金分割比例，即有

$$\frac{L_n}{L_{n+1}} \approx \frac{L_n + L_{n+1}}{L_n} \quad (5.3.2)$$

再与式 (5.2.2.2) 联立可得

$$\left\{ \begin{array}{l} S = 1.562 + 1.032H_A - 2.331L_2 - 2.431B_2 + 2.804m_{SW} - 1.321m_{GW2} \\ \quad + 2.653\eta_{23} + 0.768C_2 - 1.192L_3 + 2.145B_3 \\ \frac{L_n}{L_{n+1}} \approx \frac{L_n + L_{n+1}}{L_n} \\ S = 0, \quad m_{SW} = 1.19, 2.06... \\ L_A = 10.256e^{1.345m_{SW}} \end{array} \right. \quad (5.3.3)$$

上式即为理想株型结构所满足的等式，即已知单穗重的植株代入 m_{SW} 即可得知其他的限定条件。

5.4 问题 4

5.4.1 理论分析

在对小麦进行建模时，可通过小麦形态结构建立物理模型。考虑风力和小麦茎、穗的重力，从小麦实际形态结构简化到物理模型的过程见图 5.4.1^[6]。

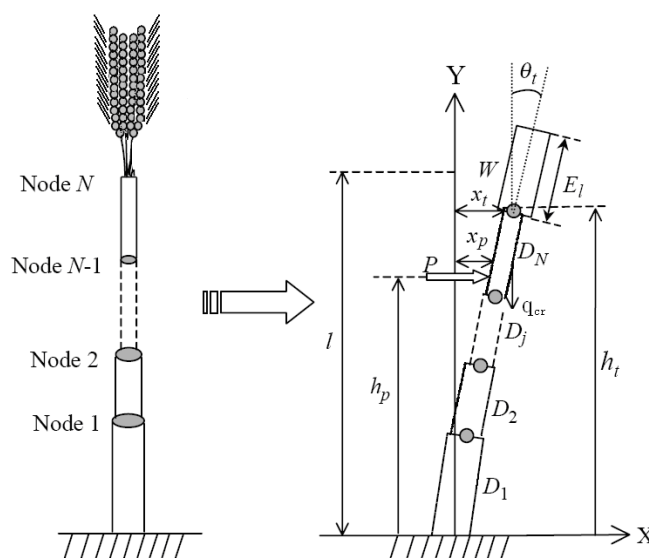


图 5.4.1 考虑风力和小麦自身重力情况下的小麦物理模型

小麦茎秆承受自重及穗重，并承受风载等外力。由于实验研究发现茎秆的截面尺寸、长度、弹性模量等值在不同的生长期及不同节间会发生改，所以可以把茎秆简化成变截面变刚度杆模型^[7]。

该模型将每节茎秆的重量假设为均匀分布，认为每节茎都由同心空心秆组成。模型中的参数 D_j 表示第 j 节茎的抗弯刚度， E_l 表示穗长， h_p 表示外力作用点距地面的高度， h_t 表示茎顶端距地面的高度， N 表示茎节总数， P 表示风载作用外力， W 表示穗重， x_p 表示外力作用点处茎偏离 y 轴的距离， x_t 表示茎端部偏离 y 轴的距离， θ_t 表示在外力作用下茎的倾斜角。

该模型可以用于研究不同的问题，适应性很强。但根据这个模型进行力学分析却较为麻烦，所以下面针对不同的应用环境，对该变截面变刚度杆模型进行进一步的简化，以期能用于实际情况中解决实际问题。

5.4.2 小麦仅在自重作用下的抗倒伏力学简化模型

(1) 简化模型的建立

小麦的穗长与其株高比相比很小，在进行茎秆抗倒伏力学分析时，可以把穗重量看作集中力作用在作物茎秆上；茎秆重力均匀分布， q_{cr} 为茎秆单位长度的自重；作物茎秆看作一端固定、一端自由的均长细杆^[8]。本文还将小麦茎秆截面看为空心圆形截面。小麦茎秆力学简化模型见图 5.4.2，其中 L 为株高， W 为穗重。

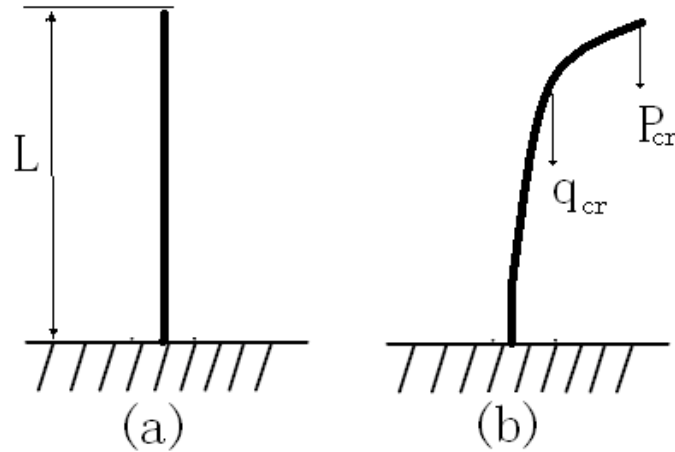


图 5.4.2 (a) 茎秆简化模型；(b) 临界简化平衡状态

作物茎秆通常可视为直线生长，当重力较小时，横向作用力(如风雨等)使茎秆发生弯曲，作用力消失后，恢复直线生长状态；随着植株重力的增加，横向作用力虽消失，但茎秆仍保持弯曲的形状，而不能再恢复其原有的直线状态，使稳定平衡变为不稳定平衡，即进入倒伏的临界平衡状态^[8]。

如图 5.4.2 (b) 为小麦倒伏的临界平衡状态。 q_{cr} 为临界状态时茎秆单位长度的自重， p_{cr} 为临界状态时的穗重。下面根据文献[8]中的方法进行力学分析与推导。

(2) 模型受力分析

茎秆在临界力 q_{cr}, P_{cr} 作用下，在微弯状态下处于不稳定平衡，其挠曲线近似方程为

$$v = \frac{\delta}{2L^3} (3Lx^2 - x^3) \quad (5.4.1)$$

其中 δ 为位移参数，它表示茎秆顶端处的水平位移； L 为茎秆的高度； x 为截面位置； v 为挠度，表示 x 截面处的水平位移； L, δ, x, v 的单位为 cm。

考虑茎秆势能

$$\Pi = \frac{3EI\delta^2}{2L^3} - \frac{3}{16} q_{cr} \delta^2 - \frac{9\delta^2}{8L^6} \left(\frac{4}{3} L^2 h^3 - Lh^4 + \frac{1}{5} h^5 \right) P_{cr} \quad (5.4.2)$$

其中 E 为茎秆的弹性模量, Pa; I 为截面的惯性矩, cm^4 。

由势能驻值原理 $\frac{\partial \Pi}{\partial \delta} = 0$ 可得

$$q_{cr} + \frac{6P_{cr}}{L^6} \left(\frac{4}{3} L^2 h^3 - Lh^4 + \frac{1}{5} h^5 \right) = \frac{8EI}{L^3} \quad (5.4.3)$$

令 $Q = q_{cr}L$, Q 为在临界平衡状态时的茎秆自重,

$$b = 6a^3 \left(\frac{4}{3} - a + \frac{1}{5} a^2 \right), a = \frac{h}{L}. \quad h \text{ 为穗位高。代入可得}$$

$$P_{cr} = \frac{8EI}{bL^2} - \frac{Q}{b} \quad (5.4.4)$$

本文中 $h=L$ 。引入茎秆系数 $\lambda, \lambda^2 = \frac{bL^2}{I}$, 单位 cm^{-1} 。茎秆系数 λ 与秆长, 穗位,

截面尺寸和形状等茎秆性状有关。可得小麦茎秆临界力的表达式

$$P_{cr} = \frac{8E}{\lambda^2} - \frac{Q}{b} \quad (5.4.5)$$

即

$$p_{cr} = \frac{8EI}{3.2L^2} - \frac{q_{cr}L}{3.2} \quad (5.4.6)$$

其中惯性矩为

$$I = \frac{\pi}{64} [D^4 - (D - 2t)^4] \quad (5.4.7)$$

式中 D 为茎秆外径, t 为茎秆壁厚。综上, 小麦茎秆临界力的表达式最终为

$$p_{cr} = \frac{EI\pi}{25.6L^2} [D^4 - (D - 2t)^4] - \frac{q_{cr}L}{3.2} \quad (5.4.8)$$

(3) 模型说明

该模型简化了小麦的形态结构, 更加便于分析小麦的抗倒伏情况。根据临界力的大小就可判断倒伏的强弱, 临界力越大, 抗倒伏能力越强^[8]。在简化模型中, 不考虑风载因素的作用, 当穗重超过临界力, 即发生倒伏。

5.4.3 风载单独作用下植株临界力

茎秆在临界力 q_{cr} 作用下处于不稳定, 其挠曲线近似方程可按下式来表达^[9]。

挠曲线近似

$$\sigma = \frac{M}{W}, \quad v(x) = a_l \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right) \quad (5.4.9)$$

其中, l 表示茎秆长度(不包括穗头长度); a_l 表示距固定端距离 l 处的挠度; x 表示作用力距固定端的距离。

由最小势能原理 $\delta\Pi = 0$ 可得:

弯曲变形能

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{EI}{2} a_l^2 \left(\frac{\pi}{2l} \right)^2 \int_0^l \frac{\pi x}{2l} dx = \frac{EI\pi^4 a_l^2}{64l^3} \quad (5.4.10)$$

外力势能

$$V = qa_l, \quad (x=l) \quad (5.4.11)$$

总势能

$$\Pi = U - V = \frac{EI\pi^4 a_l^2}{64l^3} - qa_l \quad (5.4.12)$$

即

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_l} = \frac{EI\pi^4 a_l}{32l^3} - q = 0 \quad (5.4.13)$$

可求得单一植株弯折时所需最大力

$$q = \frac{EI\pi^4 a_l}{32l^3} \quad (5.4.14)$$

其中 a_l 可按植株弯折时的弯折长度取值。

5.4.4 风载和自重共同作用下的茎部弯折分析

在外力和自重作用下, 小麦茎秆发生弯曲变形, 如果根土系统足够牢固, 当茎秆某一横截面处的弯矩达到它能够承受的临界值时, 小麦就会发生弯折现象^[9]。

设茎秆的失效弯矩为 M_s , 根部锚固弯矩为 M_R , 茎秆某一位置 x 处承受弯矩为 $M(x)$, 发生茎部倒伏的条件可表达为 $M_s < M < M_R$ ^[9]。

考虑茎秆的重量, 设重量沿茎秆均匀分布, 秆件自由端用作用有水平力 P (风载)、铅垂力 W (穗重), 秆件变形如图 5.4.3 所示。

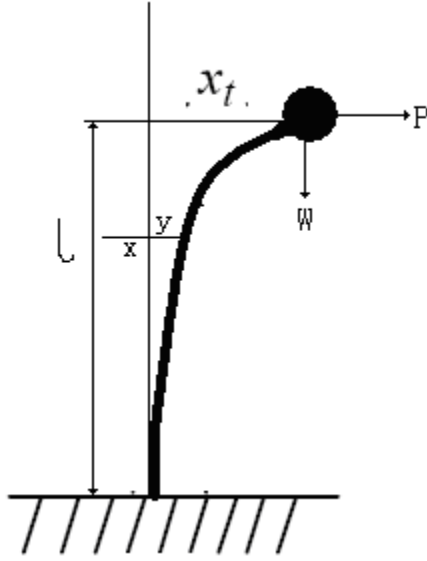


图 5.4.3 风载和重力共同作用下的平衡状态

根据茎秆的受力情况，可求得某一截面的弯矩为：

$$M(x) = W(x_t - y) + P(l - x) + \int_0^l q(\eta - y) d\xi \quad (5.4.15)$$

其中 P 为风载，其计算公式为

$$P = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_d \quad (5.4.16)$$

其中 ρ 为空气密度， v 为风速， A 为麦穗受风面积， C_d 为风阻，一般取 0.3。

设变形扰度曲线为^[9]：

$$y = x_t (1 - \cos \frac{\pi x}{2l}) \quad (5.4.17)$$

带入 $M(x)$ 式中，可得

$$M(x) = P(l - x) + x_t \cos \frac{\pi x}{2l} (W + q(l - x)) - x_t q \frac{2l}{\pi} (1 - \sin \frac{\pi x}{2l}) \quad (5.4.18)$$

小麦在风载及自重作用时，茎秆会发生偏心弯曲，植株基部要承受较大的弯矩，当弯矩达到一定值时，在最大弯矩截面位置发生破坏，出现茎部弯折。

所以，对整株上每个截面的弯矩积分，可得

$$\begin{aligned} M &= \int_0^l M(x) dx \\ &= \int_0^l P(l - x) + x_t \cos \frac{\pi x}{2l} (W + q(l - x)) - x_t q \frac{2l}{\pi} (1 - \sin \frac{\pi x}{2l}) dx \\ &= \frac{1}{2} P l^2 + x_t q \frac{2l^2}{\pi^2} (4 - \pi) + x_t W \frac{2l}{\pi} \end{aligned} \quad (5.4.19)$$

考虑到

$$q = \frac{EI\pi^4 a_l}{32l^3} \quad (5.4.20)$$

$$P = \frac{1}{2} \rho v^2 AC_d \quad (5.4.21)$$

所以

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} Pl^2 + x_t q \frac{2l^2}{\pi^2} (4 - \pi) + x_t W \frac{2l}{\pi} \\ &= \frac{1}{4} \rho v^2 AC_d l^2 + x_t \frac{EI\pi^2 a_l}{16l} (4 - \pi) + x_t W \frac{2l}{\pi} \end{aligned} \quad (5.4.22)$$

Bkaer、Berry 等人^[11]认为茎秆的屈服是由弯曲时受拉一侧的拉应力达到强度极限而引起的破坏，他们用弯曲正应力计算公式推导屈服弯矩：

$$\sigma = \frac{M_s D}{I} \quad (5.4.23)$$

其中 σ 为茎秆弯曲时受拉一侧的强度极限， D 为植株茎秆外径， I 为截面惯性矩。

同心空心秆的惯性矩为：

$$I = \frac{\pi}{64} [D^4 - (D - 2t)^4] \quad (5.4.24)$$

可得茎秆基部屈服弯矩为：

$$M_s = \frac{\sigma \pi D^3}{4} [1 - (\frac{D - t}{D})^4] \quad (5.4.25)$$

当 $M > M_s$ ，小麦发生茎状倒伏。所以 $\frac{M}{M_s}$ 越大，越易发生倒伏，当 $\frac{M}{M_s} > 1$ 时，

小麦发生茎状倒伏。可将 $\frac{M}{M_s}$ 作为小麦的倒伏指数，即：

$$S = \frac{M}{M_s} = \frac{\frac{1}{4} \rho v^2 AC_d l^2 + x_t \frac{EI\pi^2 a_l}{16l} (4 - \pi) + x_t W \frac{2l}{\pi}}{\frac{\sigma \pi D^3}{4} [1 - (\frac{D - t}{D})^4]} \quad (5.4.26)$$

5.4.5 其它生物力学的指标

弹性模量 E 根据材料力学知识，有如下公式：

$$E = \frac{Pl^3}{48yI}, \quad I = \frac{\pi}{64} [D^4 - (D - 2t)^4].$$

其中, E 表示茎秆弹性模量(GPa), y 表示弯曲挠度(mm), P 表示载荷(N), l 表示跨度(mm), D 表示茎秆外茎, t 表示茎秆壁厚(mm), I 表示茎秆截面惯性矩(mm^4)。

抗弯刚度: 常用弹性模量与惯性矩的乘积 EI 来表示。 EI 越大, 梁轴线变形后的曲率越小。

抗弯强度: 材料弯曲至破坏时所能承受的最大弯曲正应力 σ :

$$\sigma = \frac{M}{W}, \quad M = \frac{Pl}{4}, \quad W = \frac{\pi}{32D} [D^4 - (D-2t)^4].$$

其中, M 表示最大弯矩(N.mm); W 表示试样抗弯截面系数(mm^3)

5.4.6 小结

由小麦的形态结构, 忽略叶片的影响, 假设小麦茎秆重力均匀分布, 将茎秆看作一端固定、一端自由的均长细秆, 建立了小麦截面变刚度杆模型。并由该模型出发, 利用平衡理论, 建立了小麦仅在自重作用下的抗倒伏力学简化模型, 并利用势能驻值原理对简化模型进行力学分析, 推导得出了小麦茎秆临界力与茎秆的高度、弹性模量、截面惯性矩、茎秆单位长度自重、茎秆外径与壁厚的表达式关系。利用挠曲线近似与最小势能原理, 推导出了风载单独作用下单一植株弯折时所需最大力。设风力仅对单穗穗头起作用, 忽略风力对小麦茎秆作用, 综合考虑风载和自重的共同作用, 利用弹性理论中的弯矩平衡原理, 对整株上每个截面的弯矩积分, 求出了整株小麦的弯矩, 得出了小麦发生茎状倒伏时弯矩的表达式。建立了不同情况下小麦茎秆抗倒伏的数学模型, 将小麦的倒伏指数重新定义为 $[0, 1]$ 间的一个小数, 数值越大, 越容易发生倒伏。

5.5 问题 5

5.5.1 问题分析

题目要求根据麦穗自重下和风载作用下的公式对 2007 年腊熟期各品种数据进行计算在 2007 年数据中腊熟期各品种的抗倒伏风速。可以用小麦抗倒性数学模型式 5.4.26 来进行计算, 式中的常量 $\rho = 1.25kg/m^3$, $C_d = 0.3$ 。但模型中仍存在一些未知的参数, 所以在进行计算前先要根据统计规律或经验知识对其中的参数进行合理假设或推导。

5.5.2 参数处理

(1) 株高 l ，茎秆的高度 L 与茎端部偏离 y 轴的距离 x_t 的关系

我国对水稻倒伏性记载标准中规定^[13]，茎秆倾角大于 45° ，即认为水稻状态为“倒”。借鉴这里的规定，设小麦茎秆在麦穗自重和风载作用下临界倒伏状态如图 5.5.1。

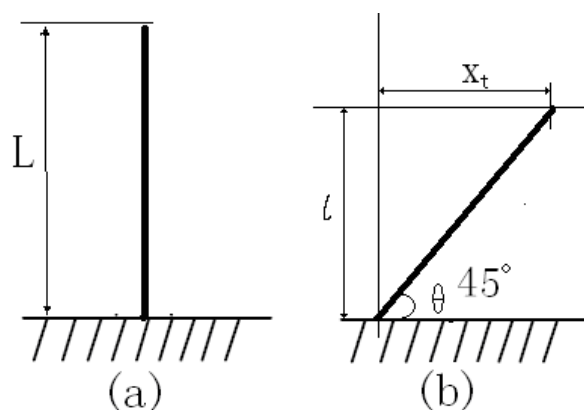


图 5.5.1 小麦茎秆在麦穗自重和风载作用下临界倒伏状态

假设小麦的倾倒状态为直线倾斜，忽略折弯部分的影响，设临界状态时茎秆倾角正好为 45° ，可得：

$$l = x_t = \frac{L}{\sqrt{2}} \quad (5.5.1)$$

(2) 小麦穗重 W 与受风面积 A 的关系

根据题目数据说明中的提示，在腊熟期，小麦穗头迎风面积与穗重有一定关系。可假定单穗鲜重与穗头迎风面积的关系为：穗头迎风面积= $a+b$ *单穗鲜重，其中 a, b 为转换系数， $a=0.4841$ ， $b=0.2238$ 。面积单位为 cm^2 ，单穗鲜重的单位为 g 。所以：

$$A = 0.4841 + 0.2238W \quad (5.5.2)$$

(3) 植株弯折时的弯折长度 a_l 的计算

假设小麦发生茎状倒伏时，都在茎秆基部第二节中部发生折断，则从折断部位到茎秆端部的长度就记为植株弯折时的弯折长度 a_l 。

(4) 基部第一节数据的补全

2007年数据中并未给出基部第一节的长度，这对计算茎秆的高度 L 带来了

困难。这里根据前面的推理，假设不同品种的小麦各节茎秆长度间都符合黄金分割数列，则基部第一节长度为基部第三节长度与基部第二节长度之差。

(5) 倒伏指数的确定

由第(1)问中的线性回归模型，可得出2007年不同品种小麦的倒伏指数平均值见表5.5.1。

表5.5.1 2007年不同品种小麦的倒伏指数平均值

	周麦18	新麦208	矮抗58
倒伏指数	966	1202	768

根据2008年的数据，可知品种“周麦18”的抗倒性在2008年样本的数据中较为适中，所以假设其归一化后的倒伏指数为0.5。根据“周麦18”归一化前与归一化后的倒伏指数关系，可得2007年不同品种小麦归一化后的倒伏指数见表5.5.2。

表5.5.2 2007年不同品种小麦归一化后的倒伏指数

	周麦18	新麦208	矮抗58
倒伏指数	0.5	0.62	0.4

归一化后的倒伏指数可直接带入式(5.4.26)中进行计算。

(6) 各品种弹性模量的确定

小麦的倒伏模型为茎秆重力均匀分布的均匀细杆，所以用每一节茎秆弹性模量平均值表示整株小麦茎秆的弹性模量。引用“07 数据说明”中的数据，见表5.5.3。

表 5.5.3 弹性测定值（表中空白处表示测量样品茎秆没有这一节）

品种	基部第一节	基部第二节	基部第三节	基部第四节	基部第五节	基部第六节
58-1	0.908	0.877	0.961	0.906	0.961	
58-2	0.911	0.981	0.966	0.949	0.964	
周 18	0.966	0.928	0.933	0.961	0.958	0.946
新 19	0.761	0.912	0.924	0.988	0.913	
温 6	0.982	0.826	0.909	0.891	0.959	0.957

可假定弹性测定值和弹性模量值为线性关系。以腊熟期计，由弹性测定值的最小 0.761 至最大 0.988 可对应于弹性模量值的最小 355 至最大 1443，其节与节之间的弹性测定值、弹性模量值以线性关系大小对应。

使用线性对应关系，令 $(x_0, y_0) = (0.761, 355)$ ， $(x_1, y_1) = (0.988, 1443)$ ，建立线性方程，可得

$$y = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0) \quad (5.5.3)$$

其中 x 为各品种的弹性测定值， y 为弹性测定值 x 对应的弹性模量。

将 (x_0, y_0) 与 (x_1, y_1) 带入，得

$$y = 4793x - 3292 \quad (5.5.4)$$

利用该线性转换，可得各品种的弹性模量见表 5.5.4。

表 5.5.4 弹性模量值（表中空白处表示测量样品茎秆没有这一节）

品种	基部第一节	基部第二节	基部第三节	基部第四节	基部第五节	基部第六节
58-1	1060.044	911.461	1314.073	1050.458	1314.073	
58-2	1074.423	1409.933	1338.038	1256.557	1328.452	
周 18	1338.038	1155.904	1179.869	1314.073	1299.694	1242.178
新 19	355.473	1079.216	1136.732	1443.484	1084.009	
温 6	1414.726	667.018	1064.837	978.563	1304.487	1294.901

而茎秆弹性测定是在腊熟期进行的，所以周麦 18 在腊熟期平均长，平均粗（单位均为 cm），平均壁厚与弹性模量的数据见表 5.5.5。

表 5.5.5 周麦 18 腊熟期各性状间的关系

	基部第五節	基部第四節	基部第三節	基部第二節
平均長	29.77	17.35	10.58	8.95
平均粗	0.15	0.24	0.24	0.23
平均壁厚	0.04	0.04	0.04	0.04
弹性模量	1299.694	1314.073	1179.869	1155.904

根据文献[9]，可知茎秆的外径（粗）与壁厚之比对小麦的抗压强度有较大的影响。所以这里猜想小麦的弹性模量与 “ $\frac{\text{长} \times \text{粗}}{\text{厚}}$ ” 的值成正相关。利用 SPSS

软件，设小麦的弹性模量为因变量 y ，各节的 $\frac{\text{长} \times \text{粗}}{\text{厚}}$ 为自变量 x ，进行对数曲线拟合可得：

$$y = 315.736 + 211.266 \times \ln x \quad (5.5.5)$$

拟合所得曲线与实际值之间的区别见图 5.5.2。

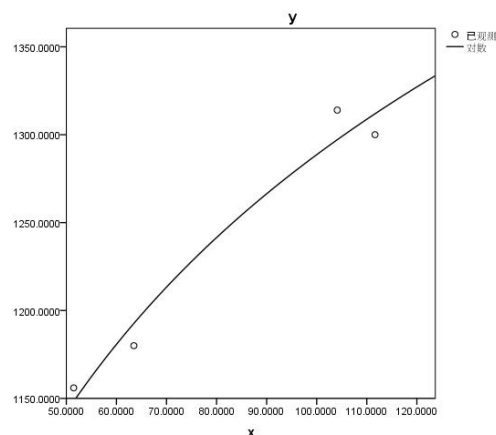


图5.5.2 拟合曲线与真值间的关系

根据拟合所得的公式，对2007年“新麦208”与“矮抗58”进行计算，可得其弹性模量见表5.5.6与表5.5.7。

表 5.5.6 新麦 208 腊熟期各性状间的关系

	基部第五節	基部第四節	基部第三節	基部第二節
平均長	25.0	17.44	11.35	9.16
平均粗	0.14	0.25	0.27	0.24
平均壁厚	0.03	0.03	0.03	0.03
弹性模量	1321.2	1367.6	1293.1	1223

表 5.5.7 矮抗 58 熟期各性状间的关系

	基部第五節	基部第四節	基部第三節	基部第二節
平均長	25.73	14.10	9.47	9.05
平均粗	0.16	0.28	0.29	0.29
平均壁厚	0.052	0.052	0.052	0.052
弹性模量	1239.3	1230.5	1153.8	1142.2

综上，对各品种每节茎秆的弹性模量取平均，作为该物种的弹性模量值，可得表5.5.8。

表5.5.8 各品种平均弹性模量

	周麦18	新麦208	矮抗58
弹性模量	1555	1301.225	1191.45

5.5.3 2007 年数据中腊熟期各品种的抗倒伏风速计算

计算思路：

首先假设在腊熟期测量各品种倒伏特性时的风速为5级风速， $v = 10\text{m/s}$ 。然后根据表5.5.2中的倒伏指数，将各个参量带入式（5.4.26）中，可得到 M_s 。

假设抗倒伏风速下，小麦发生临界倒伏，即倒伏指数 $S=1$ ，所以由 $M=M_s$ ，即可得各品种的抗倒伏风速。

(1) “周麦18” 抗倒伏风速计算

由表5.5.8，可得其弹性模量 $E=1555Pa$ ；

由表5.5.2，可得其倒伏指数 $S=0.5$ ；

常量 $\rho=1.25kg/m^3$ ， $C_d=0.3$ ；

风速 $v=10m/s$ ；

由表5.5.5，可得 $L=29.77+17.35+10.85+8.95+(10.85-8.95)=68.82cm$ ；

$$l=x_t=\frac{1}{\sqrt{2}}L=48.66cm；$$

由2007年原始数据，单穗鲜重 $W=6.74g$ ；

$$A=0.4841+0.2238W=2cm^2；$$

$$\text{由式5.4.7，可得惯性矩 } I=\frac{\pi}{64}[D^4-(D-2t)^4]=9.6\times 10^{-5}；$$

由5.5.2节提到的关系，弯折长度 $a_l=29.77+17.35+10.85+8.95/2=62.45cm$ ；

综上，将这些参数带入式 (5.4.26)，可得 $M=54561$ ， $M_s=2M=109120$ 。

假设抗倒伏风速下，小麦发生临界倒伏，即倒伏指数 $S=1$ ，所以由 $M=M_s$ ，即可得各品种的抗倒伏风速 $v=14.93m/s$ 。

即腊熟期“周麦18”品种的抗倒伏风速为 $14.93m/s$ ，属于7级风。

(2) “新麦208” 抗倒伏风速计算

同理，经计算可得

$$E=1301Pa，S=0.62，\rho=1.25kg/m^3，C_d=0.3，v=10m/s，L=65.14cm，$$

$$l=x_t=46.06cm，A=2.1917，I=8.94\times 10^{-5}，W=7.63g，a_l=58.37cm。$$

将这些参数带入式 (5.4.26)，可得 $M=53900$ ， $M_s=M/0.62=86936$

假设抗倒伏风速下，小麦发生临界倒伏，即倒伏指数 $S=1$ ，所以由 $M=M_s$ ，即可得各品种的抗倒伏风速 $v=13.20m/s$ 。

即腊熟期“新麦208”品种的抗倒伏风速为 $v=13.20m/s$ ，属于6级风。

(3) “矮抗58” 抗倒伏风速计算

同理，经计算可得

$$E = 1191.45 \text{ Pa}, S = 0.4, \rho = 1.25 \text{ kg/m}^3, C_d = 0.3, v = 10 \text{ m/s}, L = 41.56 \text{ cm},$$

$$l = x_l = 41.56 \text{ cm}, A = 2.395, I = 1.2419 \times 10^{-4}, W = 8.54 \text{ g}, a_l = 53.83 \text{ cm}。$$

将这些参数带入式 (5.4.26)，可得 $M = 48177$ ， $M_s = M / 0.4 = 120440$

假设抗倒伏风速下，小麦发生临界倒伏，即倒伏指数 $S = 1$ ，所以由 $M = M_s$ 即可得各品种的抗倒伏风速 $v = 16.9214 \text{ m/s}$ 。

即腊熟期“矮抗58”品种的抗倒伏风速为 $v = 16.9214 \text{ m/s}$ ，属于7级风。

根据2008年的数据表明“矮抗58”的抗倒性高于“周麦18”。用本文建立的模型得出的抗倒伏风速也表明“矮抗58”的抗倒性高于“周麦18”，与实际情况完全吻合，说明了本文的模型具有一定的实际意义。

5.5.4 小结

针对麦穗自重下和风载作用下的公式，根据统计规律、经验知识对公式中的参数进行合理假设或理论推导，对参数进行处理后得出了可以直接带入公式的数据，并根据这些数据计算了2007年数据中腊熟期各品种的抗倒伏风速。结果表明腊熟期“周麦18”品种的抗倒伏风速为 14.93 m/s ，“新麦208”品种的抗倒伏风速为 $v = 13.20 \text{ m/s}$ ，“矮抗58”品种的抗倒伏风速为 $v = 16.9214 \text{ m/s}$ 。结果表明用本文建立的模型，可以得出“矮抗58”的抗倒性高于“周麦18”，这与2008年的数据结论完全吻合，表明了本文提出的模型具有一定的实际意义。

5.6 问题6

5.6.1 模型评价

1 不同品种的小麦某些参数符合统计规律的模型

可以利用已有的大量的数据来推算未知的信息，这样简化了不同品种的小麦之间某些数据信息无法共享的弊端，且由统计得出的结论往往具有很强的广泛适用性。

2 小麦是匀质直立刚体的模型

利用此模型在已知各级质量和长度求重心时非常有效，将整体重心简化为集中于其中轴线上，且每节重心位于其几何重心上。

3 小麦仅在自重作用下的抗倒伏力学模型

在进行茎秆抗倒伏力学分析时，可以把穗重量看作集中力作用在作物茎秆上。该模型简化了小麦的形态结构，更加便于分析小麦的抗倒伏情况。根据临

界力的大小就可判断倒伏的强弱，临界力越大，抗倒伏能力越强。在简化模型中，不考虑风载因素的作用，当穗重超过临界力，即发生倒伏。只需要测量很少的性状参数，就能利用该模型推导小麦的抗倒伏能力。

4 风载单独作用下抗倒伏力学模型

该模型直接根据最小势能原理推导而来，模型简单明了，只需要测量很少的小麦性状参数，即可求得单一植株弯折时所需最大力。

5 风载和自重共同作用下的抗倒伏力学模型

该模型综合考虑风载和自重共同作用下小麦茎秆的受力情况，并将小麦的倒伏指数重新定义为 $[0, 1]$ 间的一个小数，数值越大，越容易发生倒伏。模型可用于分析风载和自重共同作用时小麦的倒伏情况。

5.6.2 建模结果分析

利用本文基于机械强度的统计模型以及现有的不同品种的株型结构参数，拟合出了具有广泛性的机械强度的公式，并与已有的机械强度进行了比较，取得了较好的拟合效果，并借助此求出了不同年份的不同品种的小麦的倒伏指数。根据该模型的结果，寻找了倒伏指数与其他株型结构之间以及同一植株不同株型结构参数之间的关系，从而得出了理想株型结构的通式，并借助此解释了易倒伏品种存在的原因。

利用本文建立的风载和自重共同作用下的抗倒伏力学模型，计算了2007年数据中腊熟期各品种的抗倒伏风速。结果表明腊熟期“周麦18”品种的抗倒伏风速为 14.93m/s ，“新麦208”品种的抗倒伏风速为 $v = 13.20\text{m/s}$ ，“矮抗58”品种的抗倒伏风速为 $v = 16.9214\text{m/s}$ 。模型得出的风速都具有一定的合理性，且本文建立的模型得出的抗倒伏风速表明“矮抗58”的抗倒性高于“周麦18”，与2008年统计数据中的实际情况完全吻合，说明了本文的模型对农业生产和活动的指导具有一定的意义。

5.6.3 值得考虑的问题

在建模过程中，我们发现了一些在小麦茎秆抗倒性研究中尚未解决的问题，其中有些问题很少或几乎没有学者研究过，但这些问题的解决却能够给小麦抗倒性研究带来很大的便利。

1、新闻报道中的小麦倒伏多见于风雨/雪/冰雹交加的情况，所以在建立小麦抗倒伏过模型时，应该考虑雨/雪/冰雹对小麦本体的冲击力与对土壤强度的破坏情况，这样建立起来的模型才更能复合实际情况；

2、考虑小麦种植密度对小麦种群抗倒性的影响，以期发现最佳的小麦种植密度；

3、研究小麦的水肥管理对小麦倒伏情况造成的影响，从而寻求最佳的小麦水肥管理办法，提高小麦栽培的经济效益；

4、建立完善的各个品种小麦的茎秆性状、产量、倒伏情况的数据库，便于开展研究，也便于从各个方面检验所建模型的正确性；

5、研究小麦的外部特性（如茎秆长度、壁厚、粗）与生物力学特性（如弹性模量、弯曲强度、抗弯强度、惯性矩）间的定量关系，从而建立更方便应用的力学模型；

6、从细胞生物学的微观水平上研究小麦茎秆抗倒伏的本质因素。

5.6.4 2012 年实验方案与数据分析

（1）实验方案

采集各个品种小麦在腊熟期的植株样本，挑选完好的茎秆，选出分蘖主茎（去叶鞘），将同一品种小麦样本分为两部分，一部分用三点法测量弹性模量 $E^{[7]}$ 与小麦的外部特性（如茎秆长度、壁厚、粗等形状）。另一部分用于测量参数 x_l ， l ，测量方法如图 5.6.1。

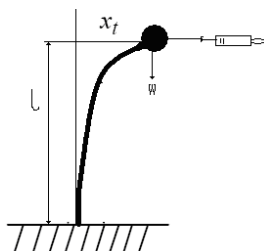


图5.6.1 模拟临界倒伏状态

固定小麦根部，在麦穗自重作用下，用弹簧测力计模拟风载作用，记录小麦茎秆折断瞬间的参数 x_l 与 l 。同时也需要记录没有施加外力的 x_l 与 l 的数值。

（2）数据分析

1) 求各品种的强度极限 σ

临界状态下小麦的倒伏指数为1，即式 (5.4.26) 中 $S=1$ ，将试验中测得的临界状态下 x_l 与 l 的数据，与弹性模量 E 的值带入式 (5.4.26)，即可得到不同品种茎秆弯曲时受拉一侧的强度极限 σ 。

2) 求各品种的倒伏指数 S

根据1) 中求取的不同品种的茎秆弯曲时受拉一侧的强度极限 σ 与没有施加外力的 x_l 与 l 的数值，及弹性模量 E 的值带入式 (5.4.26)，即可得到不同品种的倒伏指数。

3) 选取倒伏指数最小的品种，用于研究培育抗倒伏小麦优选种。

5.6.5 育种建议

1、直接选用倒伏指数较低的小麦品种进行育种，观察其下几代的抗倒伏性

能, 从中发现抗倒伏基因的遗传规律;

2、将不同品种的抗倒伏小麦间进行杂交授粉, 以期培育出具有高抗倒伏能力的新品种小麦;

3、适当喷洒控长药, 降低株高

4、在小麦分蘖后期合理施肥, 增强小麦基部茎秆的粗度。

5.6.6 小结

将现有的数据与模型预测的数据作比较, 评价模型得出结果与实际结果间的差别, 并给出小麦抗倒性研究过程中发现很少有人研究但有一定意义的问题。最后根据建立的模型设计一个实验, 通过此实验与所建立的力学模型结合, 能测量出2012年各品种小麦茎秆的抗倒性, 并通过倒伏指数的结果, 选择抗倒伏性能较强的小麦品种进行育种, 同时给出杂交育种的建议。

参考文献

- [1] 杨在中, 郝敦元, 杨持. 植物群落种群分布格局研究的新方法[J]. 生态学报, 1984, 4(03):237-247.
- [2] 田保明, 杨光圣, 曹刚强, 等. 农作物倒伏及其影响因素分析[J]. 中国农学通报, 2006, 22(04):163-167.
- [3] 王勇, 李晴棋. 小麦品种抗倒性评价方法的研究[J]. 华北农学报, 1995, 10(3):84-88.
- [4] 魏燮中, 吴兆苏. 小麦植株高度的结构分析[J]. 南京农学院学报, 1983(1):14-21.
- [5] DUDA R O. 模式分类[M]. 李宏东, 姚天翔, 译. 北京:机械工业出版社, 2003.
- [6] Hirai Y, Inove E, Mori K, et al. Investigation of mechanical interaction between a combine harvester reel and crop stalk[J]. Bio systems Engineering, 2002, 83(3):307~317.
- [7] 李红波, 郭玉明. 麦类作物茎秆力学模型分析及其临界载荷研究[J]. 纪念中国农业工程学会成立30周年暨中国农业工程学会2009年学术年会(CSAE 2009)论文集.
- [8] 袁志华, 冯宝萍, 赵安庆, 等. 作物茎秆抗倒伏的力学分析及综合评价探讨[J]. 农业工程学报, 2002, 18(6):30~31.
- [9] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 高等教育出版社, 1992.
- [10] 李红波. 小麦茎秆力学特性的实验研究[D]. 太原:太原理工大学理学院, 2005.
- [11] C. J. Bkae, r. PM. Berry etc. A method for the assessment of the risk of wheat lodging, J. Theor. Biol. 1998, 194:587-603.
- [12] 袁红梅. 小麦茎秆生物力学性能试验与抗倒伏力学评价分析[D]. 山西:山西农业大学工程技术学院, 2005.
- [13] 傅志强, 黄璜, 李小平. 水稻抗倒伏模型研究进展[J]. 作物研究, 2009, 23(1):60-62.
- [14] 王健, 朱锦懋, 林青青, 等. 小麦茎秆结构和细胞壁化学成分对抗压强度的影响[J]. 科学通报, 2006, 51(6):679-685.

附录 I 各品种小麦的节间长与粗的相关系数

2007 年新麦 208 茎秆性状的各个因素之间相关性

	基五长	基五粗	基四长	基四粗	基三长	基三粗	基二长	基二粗
基五长	1.000	0.427	0.222	0.549	0.001	0.559	-0.209	0.494
基五粗		1.000	0.390	0.635	0.120	0.373	-0.039	0.381
基四长			1.000	0.403	0.613	0.452	0.232	0.132
基四粗				1.000	0.148	0.661	-0.037	0.627
基三长					1.000	0.332	0.513	0.000
基三粗						1.000	0.190	0.743
基二长							1.000	0.097
基二粗								1.000

2007 年周麦 18 茎秆性状的各个因素之间相关性:

	基五长	基五粗	基四长	基四粗	基三长	基三粗	基二长	基二粗
基五长	1.000	-0.286	0.429	-0.157	0.158	-0.087	0.634	0.110
基五粗		1.000	-0.156	0.600	0.083	0.442	-0.159	0.340
基四长			1.000	0.096	0.855	0.144	0.476	0.299
基四粗				1.000	0.238	0.840	-0.082	0.739
基三长					1.000	0.252	0.434	0.389
基三粗						1.000	-0.047	0.803
基二长							1.000	0.367
基二粗								1.000

平安 6 号茎秆穗下节的长与粗的相关系数

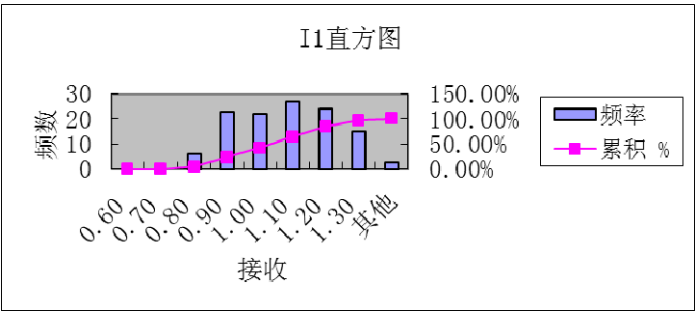
	一长	一粗	二长	二粗	三长	三粗	四长	四粗
一长	1.000	0.499	0.023	0.251	-0.288	-0.012	-0.279	-0.005
一粗		1.000	-0.282	0.301	-0.586	-0.425	0.056	-0.083
二长			1.000	0.084	0.759	0.225	-0.527	-0.403
二粗				1.000	0.129	0.423	0.295	0.402

三长	1.000	0.622	-0.184	-0.148
三粗		1.000	-0.069	0.450
四长			1.000	0.388
四粗				1.000

附录 II 五节结构小麦品种的节间结构指数累积频率分布

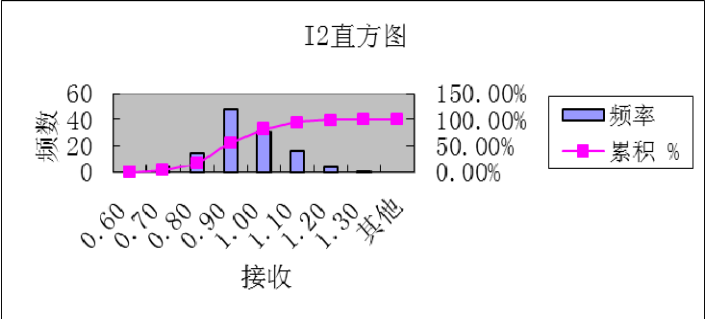
I1 指数累积频数分布

接收	频数	累积 %
0.60	0	0.00%
0.70	0	0.00%
0.80	6	5.00%
0.90	23	24.17%
1.00	22	42.50%
1.10	27	65.00%
1.20	24	85.00%
1.30	15	97.50%
其他	3	100.00%



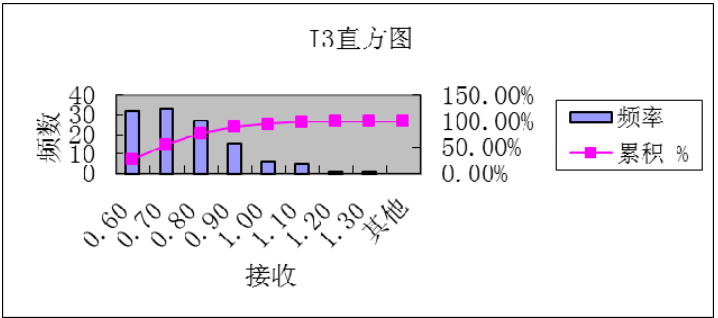
I2 指数累积频数分布

接收	频数	累积 %
0.60	0	0.00%
0.70	5	4.17%
0.80	15	16.67%
0.90	48	56.67%
1.00	31	82.50%
1.10	16	95.83%
1.20	4	99.17%
1.30	1	100.00%
其他	0	100.00%



I2 指数累积频数分布

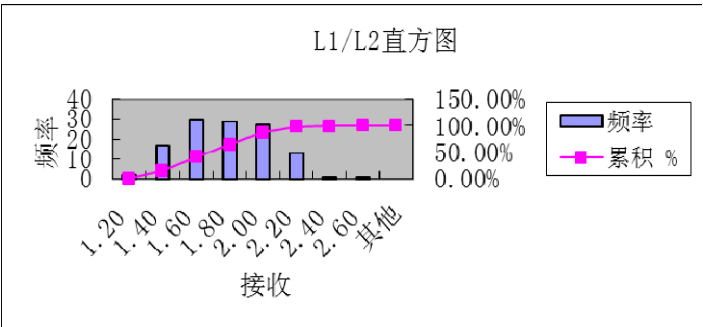
接收	频数	累积 %
0.60	32	26.67%
0.70	33	54.17%
0.80	27	76.67%
0.90	15	89.17%
1.00	6	94.17%
1.10	5	98.33%
1.20	1	99.17%
1.30	1	100.00%
其他	0	100.00%



附录Ⅲ 五节结构小麦品种的节间长度比累积频率分布

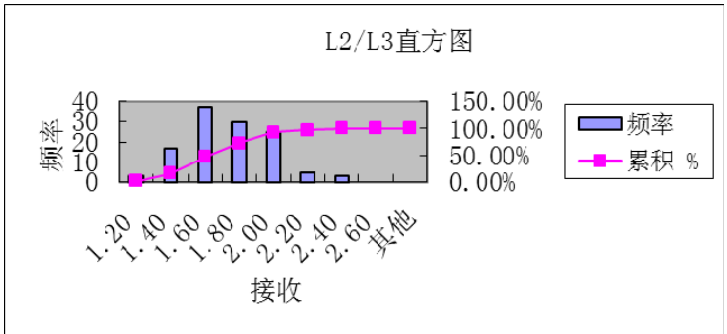
L1/L2 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
1.20	2	1.67%
1.40	17	15.83%
1.60	30	40.83%
1.80	29	65.00%
2.00	27	87.50%
2.20	13	98.33%
2.40	1	99.17%
2.60	1	100.00%
其他	0	100.00%



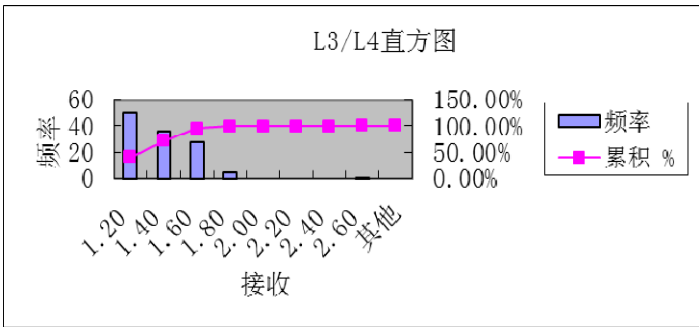
L2/L3 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
1.20	3	2.50%
1.40	17	16.67%
1.60	37	47.50%
1.80	30	72.50%
2.00	25	93.33%
2.20	5	97.50%
2.40	3	100.00%
2.60	0	100.00%
其他	0	100.00%



L3/L4 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
1.20	50	41.67%
1.40	36	71.67%
1.60	28	95.00%
1.80	5	99.17%
2.00	0	99.17%
2.20	0	99.17%
2.40	0	99.17%
2.60	1	100.00%
其他	0	100.00%



L4/L5 的累积频数分布

接收	频数	累积 %
1.20	60	50.00%
1.40	13	60.83%
1.60	9	68.33%
1.80	14	80.00%
2.00	10	88.33%
2.20	1	89.17%
2.40	2	90.83%
2.60	1	91.67%
其他	10	100.00%

