

参赛密码 _____
(由组委会填写)

“华为杯”第十三届全国研究生
数学建模竞赛

学 校	上海交通大学
参赛队号	10248021
队员姓名	1.刘剑青
	2.施金晓
	3.钮敏哲

参赛密码 _____
(由组委会填写)



“华为杯”第十三届全国研究生 数学建模竞赛

题 目 军事行动避空侦察的时机和路径选择

摘 要：

本文围绕军事行动的避空侦察与路径选择问题，基于地球自转运行状态参数、侦察卫星轨道运行状态参数，结合观测站对侦察卫星的观测数据以及新疆地区城市交通路线及延伸数据，分别对卫星过顶情况、观测站监测卫星情况进行预测，并对根数未知情况下的卫星运行情况进行深入分析，在此基础上，结合新疆城市交通数据建立军队最优路径模型，最后对单卫星与组合卫星条件下的军队在特定区域的规避策略进行了探索与分析。

针对军事行动避空侦察的实际和路径选择问题，本文围绕三个问题建立了合适的优化数学模型，并进行了合理性分析、编程、计算与检验，最后得到了卫星星下点运行轨迹经纬度模型、地面观测站观测范围模型、运行卫星侦查范围模型、根数未知的卫星状态预测模型、军事行动最优路径规划模型（目标函数与约束条件）、单个卫星侦察规避模型以及组合卫星侦察规避模型。

模型 I：卫星星下点运行轨迹经纬度模型

以经纬度为坐标参量建立空间坐标系，利用根数-卫星轨道变换分析卫星运行轨迹与时间的关系，判断卫星与地球的相对运动方式，列出卫星星下点轨迹-时间函数，以此建立卫星星下点运行轨迹经纬度模型。

模型 II：地面观测站观测范围模型与运行卫星侦查范围模型

根据卫星侦察目标的区域范围,结合卫星侦察幅宽、与时间状态对应的星下点坐标与运行方向,建立运行卫星侦查范围模型,并判断相应时刻卫星是否过顶;根据地面观测站的仰角区间,结合观测站的位置坐标、与时间状态对应的卫星星下点坐标,建立地面观测站观测范围模型,并判断相应时刻地面观测站是否可以观测到卫星。

模型III: 根数未知的卫星状态预测模型

通过地面观测站的观测结果预测卫星的根数,进而利用星下点轨迹模型与观测范围与侦查范围对未来观测情况进行预测,建立根数未知的卫星状态预测模型,并对观察次数对预报精度的影响进行分析。

模型IV: 军事行动最优路径规划模型

将实际条件下的城市与公路转化为图论中的节点与边,将城市间实际距离转化为边的有效长度。找出所在目标之间有效路径,根据公路限速、最大行驶时间、最少休息时间的相关约束,列出城市节点-星下点轨迹位置关系约束,并以目标城市间的最短时间为目标,建立军事行动最优路径规划模型,列出最终的目标函数与约束条件,同时选择相关最短路径算法进行求解与分析。

模型V: 单卫星与组合卫星侦察规避模型

基于移动发射装置在指定区域的运动方式,结合卫星侦察、目标区域大小与形状、路网状况对军队规避结果产生的效果与影响,建立单卫星(组合卫星)侦察规避模型,结合概率论,列出所有目标影响因素并对其进行量化与归一,以影响因子为参数列出军队规避卫星的概率函数模型,并通过 Dijkstra 的改进 A* 算法进行模型的求解与结果分析。

最后,本文对相关模型的优缺点进行了评价与改进,并进行了推广。

关键词: 军用卫星, 运行轨道, 侦查范围, 过顶预测, 行军最优路径, 避空侦察

目录

- 1 前言 - 1 -
 - 1.1 问题重述..... - 1 -
 - 1.2 知识储备..... - 2 -
 - 1.3 问题分析..... - 2 -
 - 1.4 模型假设..... - 3 -
 - 1.5 模型符号与说明..... - 3 -
 - 1.6 本文的架构设计..... - 4 -
- 2 问题一的解答..... - 5 -
 - 2.1 问题一的分析..... - 5 -
 - 2.2 模型的建立..... - 6 -
 - 2.2.1 星下点轨迹经纬度模型..... - 6 -
 - 2.2.2 地面观察站观测范围模型..... - 9 -
 - 2.2.3 卫星坐标系转换模型..... - 10 -
 - 2.2.4 卫星过顶模型..... - 11 -
 - 2.2.5 卫星轨道根数预测模型..... - 12 -
 - 2.3 模型分析..... - 13 -
 - 2.3.1 第一小问求解分析..... - 13 -
 - 2.3.2 第二小问求解分析..... - 15 -
 - 2.3.3 第三小问求解分析..... - 17 -
- 3 问题二的解答..... - 18 -
 - 3.1 问题二的分析..... - 18 -
 - 3.2 模型的建立..... - 20 -
 - 3.2.1 军事行动最优路径规划模型..... - 21 -
 - 3.2.2 问题二最优路径规划模型算法与求解..... - 21 -
 - 3.3 模型分析..... - 22 -
- 4 问题三的解答..... - 23 -
 - 4.1 问题三的分析..... - 23 -
 - 4.2 模型的建立..... - 23 -
 - 4.2.1 卫星侦察规避模型..... - 23 -
 - 4.2.2 组合卫星侦察规避模型..... - 25 -
 - 4.2.3 问题三卫星侦察规避模型算法与求解..... - 25 -
- 5 模型评价与推广 - 27 -
- 6 参考文献 - 27 -
- 7 附录 - 28 -
 - 7.1 卫星运行轨道空间模型图 - 28 -
 - 7.2 新疆地区城市交通图..... - 28 -
 - 7.3 程序代码..... - 29 -

1 前言

1.1 问题重述

大型国防工程施工、武器装备实验或部队大规模移动的隐蔽性关系到国家安全以及战争胜败，通常采用“避、变、骗、反”四种手段对付卫星侦察。“避”，就是掌握卫星运行规律，避开卫星过顶的时间段组织行动；“变”，就是针对侦察卫星的特点，相应地改变地面部队的活动规律，减弱卫星侦察的效果；“骗”，就是将军事目标伪装成非军事目标；“反”，就是利用各种武器摧毁卫星上的设备或卫星载体。无论哪种方式，都必须准确掌握卫星的运行规律。请你们通过数学建模，解决以下问题。

问题一：

某地域（地图坐标：北纬 31.90~32.25 度；东经 118.02~118.91 度）内拟建设一大型国防工程，计划利用境外卫星过顶的间隙组织施工。该地域长期受 Q 型、L 型卫星（有关数据见附件 1）监视。附件 2-1、附件 2-2、附件 2-3 是 Q 型、L 型、K 型卫星被配置在该区域内某观察站（北纬：32.0209 度；东经：118.7681 度）观测到的情况，请你们据此完成以下任务（注：附件中数据不是附件 4 中定义的“过顶时间”，而是观察站本次最早观察到卫星的时刻、卫星与观察站距离最近的时刻和本次观察结束的时刻，但它们之间可以换算）：

1. 根据 D0、D1、D2 日 Q 型卫星被该观察站观测到的情况，请预测此后一天（D3）、此后三天（D5）的卫星被观测到的情况及过顶情况，并结合 Q 型卫星的侦察范围给出 D3、D5 两天内确保安全施工的时段。

2. L 型卫星是双星（L-1、L-2）协作工作。根据 L-1、L-2 卫星在 8 月 16 日-21 日被该观察站观测到的情况，请你们研究两星之间的相对位置的变化情况，由于 L 型卫星是雷达成像照相侦察卫星，能全天候、全天时进行侦察，并有一定的穿透能力，因而威胁比较大，请给出 8 月 23 日 L-1、L-2 卫星被观测到的情况及过顶情况和确保安全施工的时段（不考虑 Q 型卫星），并进一步寻找它们在侦察方面的薄弱环节。

3. 根据某卫星（记为 K 型）十次被该观察站观测到的情况，除此对其一无所知。请你们预测其未来三次的被观测到的情况，并说明该卫星已经被连续观察最少 n 次才能够确定下次被观测到的情况所需要的 n ，以及观察次数对预报精度的影响。

问题二：

某部需要从新疆的阿勒泰隐蔽地经喀什运动到和田并在和田执行某任务，24 小时后再隐蔽地返回阿勒泰（不必经喀什），部队可以按需要选择在高速公路（最大速度 100 公里/小时）或普速公路（除高速之外的其他公路，最大速度 50 公里）上行进，假设部队出发时（2016 年 11 月 1 日凌晨 5 时整）Q 型卫星、L-1 卫星（它们的轨道要素见附件 1，其他 L 型卫星都不考虑）均位于各自轨道的近地点。行车时车队最大长度 2 千米，部队每开进 10~12 小时可选择途经的县级以上（含县级）城市休息 10 小时以上（即连续开进时间不少于 10 小时，不多于 12 小时），请你们根据附件 3 给出的地图（必要时可借助因特网获取有关地理信息），设计合理的行军时机、路线和宿营地，避开 L-1 卫星侦察，并预测 Q 型卫星的过顶时刻，以便及时做好隐蔽工作，尽可能快地安全到达目的地。

问题三：

研究导弹发射装置的战时隐蔽问题。有专家提出，运动方式可能是移动发射装置规避卫星侦察的有效方案。请你们研究以下问题：假设某移动发射装置可在某一指定区域内自由运动，分别研究针对 Q 型、L 型（包括 L-1、L-2）、K 型卫星的侦察能够规避的可行性、条件（区域大小、形状、路网状况及其他你们认为需要的条件）和方式。欢迎进一步针对两种或三种卫星的组合侦察能够规避的可行性、条件和方式。并考虑卫星参数变化对方案的影响。

1.2 知识储备

卫星侦察是通过卫星安装的相关传感器设备，在卫星运行轨道上对地面目标惊醒监测，以此得到目标区域的相关信息，进而获取军事情况的一种监测方式。卫星环绕地球运行的轨迹称为卫星轨道，呈现封闭曲线形状，其封闭曲线形成的轨道平面经过地心，根据开普勒定律，卫星轨道是一个椭圆，地心是该椭圆的一个焦点。

本题所涉及的卫星轨道中，L 型卫星为顺行轨道，Q 型卫星为太阳同步轨道，由于它在轨道平面的进动方向与地球公转方向大致相同，进动角速度大小等于地球公转平均角速度大小的人造地球卫星轨道，短时段内卫星轨道面在太空中的变化极小，一天只随太阳转动 0.986 度，相比于地球的自转，可不必考虑地球公转和卫星轨道变化对本题模型分析结果带来的影响。

卫星轨道的长轴、短轴、交点角、近地点幅角、轨道倾角以及近地点时刻统称为卫星的根数（卫星运行空间轨道图参见附录 7.1），已知根数便可以确定卫星的运行轨道。不同的运行轨道会产生不同的星下点轨迹；由于地球自转，卫星沿自身轨道运行时，后一圈的星下点轨迹不再重复前一圈的星下点轨迹。

当地球地面观察站的天线对准卫星时，就会接收到卫星观测信号，据此可以判断出卫星的位置，进而实现对卫星的追踪。在本题中，规定卫星星下点进、出给定区域的时间区间表示为卫星的过顶时间。对于军用卫星来说，由于其根数无法获得，因此无法使用根数求取卫星轨道的方法而获取卫星过顶时刻，因此需要通过观测卫星的位置、角度数据，以对未来卫星的过顶时刻进行相关预测。

1.3 问题分析

针对问题一的前两小问，由于附件提供了 Q 型卫星与 L 型卫星的根数，因此理论上可以求出任何时刻卫星在空间的位置，即可以求出卫星的运行轨迹与时间的关系，在此基础上便能够得出卫星的星下点轨迹与时间的关系。由于卫星的侦察目标为近长方形区域，结合卫星幅宽、某一时刻的星下点坐标与运行方向，可以判断该时刻卫星是否过顶；根据题目附件可得到地面观测站的仰角区间，结合观测站的位置坐标、某一时刻卫星的星下点坐标，可以判断该时刻地面观测站是否可以观测到卫星。针对问题一的第三小问，由于 K 型卫星的根数位置，故须通过地面观测站的观测结果求出 K 型卫星的根数，进而利用前两小问的相关模型对未来观测情况进行预测，并对观察次数对预报精度的影响进行分析。

针对问题二，通过附件三以及网络搜索到的相关信息，首先整理出从阿勒泰至喀什、喀什至和田、和田至阿勒泰的所有高速公路与普速公路。根据问题一的前两问可以确定 Q 型卫星与 L-1 型卫星的轨道，以此来计算两颗卫星在整个部队转移期间在新疆地区的过顶情况。对于 L-1 型卫星，主要计算其在沿途城市的过顶情况，避免部队在城市驻扎休息时被侦察到；对于 Q 型卫星，主要计算其在

公路上的过顶情况，保证部队在行进过程中可以提前做好隐蔽反侦察工作。

针对问题三，问题研究的是军队规避卫星侦察的可行性与方式。鉴于移动发射装置可在指定区域任意运动的题目条件，结合卫星侦察、区域大小与形状、路网状况对军队规避结果产生的效果与影响，采用概率统计的方式，列出所有可能出现的影响因素并将影响因素进行量化与归一后，以影响因子为参数列出军队规避卫星的概率函数模型，并通过 Dijkstra 的相关改进算法进行模型的求解与结果分析。

1.4 模型假设

本文围绕军事行动的避空侦察与路径选择问题，基于地球自转运行状态参数、侦察卫星轨道运行状态参数，结合观测站对侦察卫星的观测数据以及新疆地区城市交通路线及延伸数据，构建相应的数学模型，针对本题题设与相关要求，提出假设前提如下（关于每一问的具体简化与假设详见后文）：

- 假设 1：附件给出的卫星数据与收集到的卫星数据真实可靠；
- 假设 2：不考虑卫星的大小与体积，将 Q 型、L 型与 K 型卫星等效为质点；
- 假设 3：本文的模型均不考虑卫星侦察方式对侦察效果的影响；
- 假设 4：本文的模型均不考虑卫星成像能力、采集能力、数据传输速度对分析结果的影响；

1.5 模型符号与说明

表 1.1 本文出现的符号及文字说明

模型符号	符号说明
ω_e	地球平均自转角速度
Ω	升交点赤经变化率
a	卫星轨道半长轴
e	卫星轨道扁心率
i	卫星轨道倾角
a_e	地球赤道半径
μ	地心引力常数
J_2	二阶引力位系数
ω'_e	卫星升交点西退速率
n	卫星平均运动角速度
ϕ'	卫星星下点地心纬度
λ	卫星星下点地心经度
f	地球扁率
ϕ	卫星星下点地表纬度
T	卫星轨道周期
W	卫星幅宽
v_n	车队停留的城市节点 n
t_i	星下点到达城市 v_i 的时间

T_i	车队停留在城市 i 的初始时刻
s_{ij}	从 v_i 到 v_j 的最优等效路径
P	军队被卫星侦察到的概率
E_i	第 i 个路况影响因素量化值
p_t	卫星分辨能力系数
p_w	导弹发射装置被识别概率
γ	目标观测能力系数
b	气象因子系数
ξ	目标形状的修正参数
L	目标几何尺寸
$f()$	估价函数
$g()$	目标移动总耗费函数
$h()$	目标预算运动耗费函数
e	运动能力影响因子
q_i	影响因素 i 的占有权值

1.6 本文的架构设计

本文的各个问题前后关联性强，循序渐进，逐步将问题引向深入。军事行动避空侦察的时机和路线选择的模型分析流程图如图 1.1 所示。

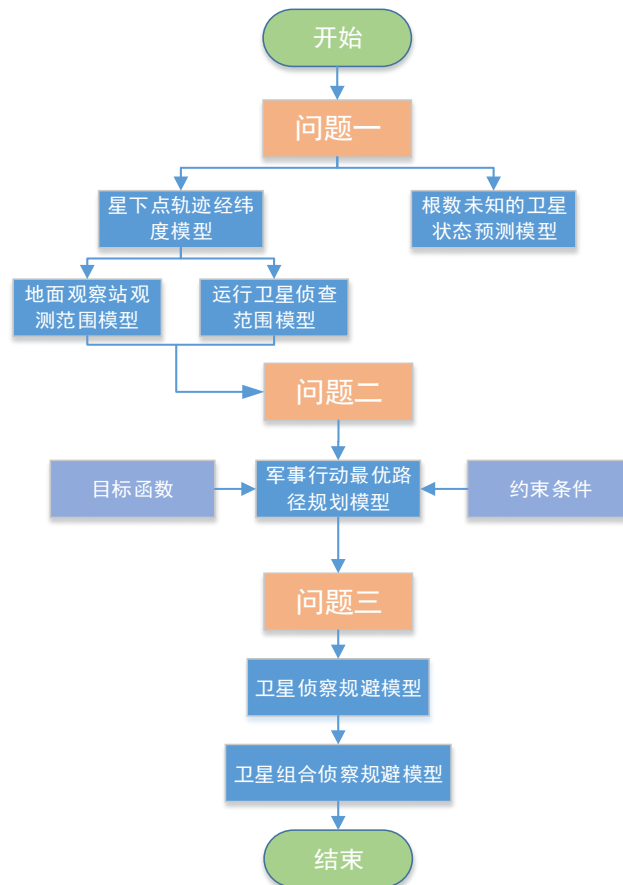


图 1.1 侦察时机与路线选择模型分析流程图

2 问题一的解答

2.1 问题一的分析

大型国防工程施工、武器装备实验或部队大规模移动的隐蔽性关系到国家安全以及战争胜败，为对付卫星侦察，需要准确掌握卫星的运行规律。问题一便是在这一背景下，要求通过数学建模方法，根据卫星轨道根数及地面观察站观测到的情况，对未来几天的卫星被观测情况、过顶情况和安全施工时段进行预测。

首先明确问题中所提供的数据之间的关系。第一组数据为卫星的轨道根数，第二组数据为卫星被观测到的情况，包括观测时间、天线的方位角度和仰角。此外还得知地面观察站的经纬度位置、目标区域的经纬度位置。综合考虑上述数据，可以发现其中的联系纽带，即卫星各个时刻星下点的经纬度位置，因此，预测卫星的星下点轨迹便成为问题的关键，同时需要对题目数据进行相应转化。

问题一共分为 3 问，其中第一问提供 Q 型卫星轨道根数和被观测情况，要求对此后一天和此后三天 Q 型卫星的被观测情况和过顶情况，进行相关预测；第二问增加为 L 型卫星的双星（L-1、L-2）协作工作；第三问只提供 K 型卫星的被观测情况，而没有相应的卫星轨道参数。问题深度呈现继承关系，而第三问则没有卫星轨道根数，故需要添加根据观测点预测卫星轨道的算法。综上所述，本

问题的解决需包含以下算法：

1. 根据卫星轨道根数，分析得出卫星星下点经纬度的变化趋势及其与时间的关系，从而形成包含时间信息的星下点轨迹。
2. 根据当前被观测到的数据，利用天线方位角和仰角等参数，转换为该时刻卫星对应的星下点经度和纬度，以此作为星下点轨迹预测的起点及验证的依据。
3. 根据地面观察站位置和天线仰角限制，建立地面观察站观测范围，对应的卫星星下点经纬度范围。
4. 根据卫星条带宽度和辐照宽度，结合目标区域的位置，建立卫星过顶情况和安全施工阶段时，对应的星下点经纬度范围。
5. 根据地面观察站的多点观测数据，建立算法，得出卫星轨道根数。

通过以上需求分析，可以确定问题一需要建立的数学模型包括：1) 星下点轨迹预测模型；2) 卫星坐标系转换模型；3) 地面观察站观测范围模型；4) 卫星过顶模型；5) 卫星轨道根数预测模型。

2.2 模型的建立

本文以实际问题为背景，建立上文所述五个数学模型。在构建模型时，在之前假设的前提下再对模型进行具体假设：

- 卫星轨道偏心率几乎为 0，远地点与近地点相差较小，认为卫星轨道为近圆形。
- 忽略了卫星运动速率的非均匀性和轨道近动率的非线性；
- 地球地面目标区域在经纬度约束下近似为平面，本题近似为长方形；
- 卫星侦察实时区域近似为平面正方形，边长为幅宽长度，卫星运动方向与正方形边的延伸方向一致；
- 为方便位置的表述，对地球的经度和纬度作如下设定：北半球纬度为正，南半球纬度为负；以东经为基准，取 0~180 度；而西经则为 180~360 度。

2.2.1 星下点轨迹经纬度模型

卫星轨道可分为顺行轨道和逆行轨道。一般情况下，顺行轨道的倾斜角为锐角，对于星下点轨迹而言，经度逐渐增加，至 360 度后转至 0 度。下面以顺行轨道卫星为例，进行分析。

先计算问题一所需的基本参数。由本文 1.5 节的符号模型符号与说明，相关常数取值如下：

$$a_e = 6378137m, \quad \mu = 3.986005 \times 10^{14} m^3 / s^2$$

$$J_2 = 1.083 \times 10^{-3}, \quad \omega_e = 7.292115 \times 10^{-5} (\text{rad/s})$$

查阅相关文献可知，地球的平均自转角速度率大小是

$$\Omega = -\frac{3}{2} J_2 \sqrt{\mu} \frac{a_e^2 \cos i}{a^{7/2} (1-e^2)^2} (\text{rad/s}) \quad (2.1)$$

根据式 (2.1)，卫星升交点关于经度零点的相对速率 ω'_e 可表示为

$$\omega'_e = \omega_e - \Omega \quad (2.2)$$

查阅相关文献，卫星平均运行角速度 n 的表达式为（问题一中也可以使用附

件一的卫星轨道运行周期进行计算)

$$n = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}} \quad (2.3)$$

图 2.1 为卫星在以地球球心为坐标原点的空间直角坐标系中的轨迹图，图中 X 轴指向国际时间机构给出的经度零点。设卫星通过升交点 Ω_0 的时间点是 t_0 ，星下点经度用 λ_0 表示。从图中可以看出，在 $\Delta t = t - t_0$ 时段后升交点以反方向运行至 Ω ，卫星运动到 S ，使得 $\Omega\Omega_0 = \omega'_e \Delta t$ ，易得弧度 ΩS 的取值为 $n\Delta t$ ，弧度 DS 的取值为 ϕ' ，那么 ϕ' 表示 t 时间卫星星下点的地心纬度。此外，卫星相对于 Ω_0 的经度差 $\Delta\lambda$ 为 $\Omega_0 D$ 。

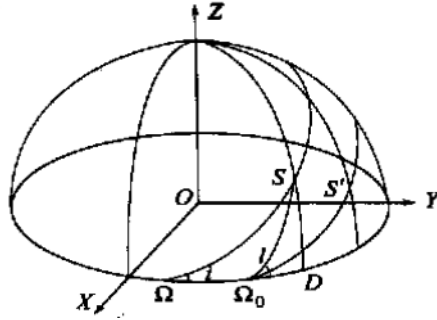


图 2.1 卫星在空间直角坐标系中的轨迹图

对于球面直角三角形 $\Delta\Omega SD$ ， $\angle S\Omega D = i$ ， i 表示卫星轨道的倾角，因此有

$$\sin SD = \sin \Omega S \cdot \sin i \quad (2.4)$$

即

$$\sin \phi' = \sin n\Delta t \cdot \sin i \quad (2.5)$$

因此

$$\phi' = \arcsin(\sin n\Delta t \cdot \sin i) \quad (2.6)$$

将地心纬度 ϕ' 变换为大地纬度 ϕ ，可以得到

$$\tan \phi = \frac{1}{(1-f)^2} \tan \phi' \quad (2.7)$$

式 (2.7) 中， $f = 1/298.257$ 表示地球扁率。设

$$\Omega_0 S = l \quad (2.8)$$

$$\angle S\Omega_0 D = \psi \quad (2.9)$$

对于球面三角形 $\Delta\Omega S\Omega_0$ ，通过余弦定理以及五元素相关公式，可以得出

$$\begin{aligned} \cos l &= \cos \omega'_e \Delta t \cdot \cos n\Delta t + \sin \omega'_e \Delta t \cdot \sin n\Delta t \cdot \cos i - \sin l \cdot \cos \psi \\ &= \sin \omega'_e \Delta t \cdot \cos n\Delta t - \cos \omega'_e \Delta t \cdot \sin n\Delta t \cdot \cos i \end{aligned} \quad (2.10)$$

对于球面直角三角形 $\Delta\Omega_0 SD$ ，可以得到

$$\cos l = \cos \Delta\lambda \cdot \cos \phi' \quad (2.11)$$

$$\sin l \cdot \cos \psi = \sin \Delta\lambda \cdot \cos \phi' \quad (2.12)$$

所以

$$\sin \Delta\lambda \cdot \cos \phi' = -\sin \omega_e' \Delta t \cdot \cos n\Delta t + \cos \omega_e' \Delta t \cdot \sin n\Delta t \cdot \cos i \quad (2.13)$$

$$\cos \Delta\lambda \cdot \cos \phi' = \cos \omega_e' \Delta t \cdot \cos n\Delta t + \sin \omega_e' \Delta t \cdot \sin n\Delta t \cdot \cos i \quad (2.14)$$

进而

$$\tan \Delta\lambda = \frac{-\sin \omega_e' \Delta t \cdot \cos n\Delta t + \cos \omega_e' \Delta t \cdot \sin n\Delta t \cdot \cos i}{\cos \omega_e' \Delta t \cdot \cos n\Delta t + \sin \omega_e' \Delta t \cdot \sin n\Delta t \cdot \cos i} \quad (2.15)$$

根据反三角函数相关性质，可知

$$\Delta\lambda = \arctan \frac{-\sin \omega_e' \Delta t \cdot \cos n\Delta t + \cos \omega_e' \Delta t \cdot \sin n\Delta t \cdot \cos i}{\cos \omega_e' \Delta t \cdot \cos n\Delta t + \sin \omega_e' \Delta t \cdot \sin n\Delta t \cdot \cos i} \quad (2.16)$$

由于地心经度与大地经度大小相等，那么时间点 t 的卫星星下点经度 λ 可用式 (2.17) 表示

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda \quad (2.17)$$

而对于逆行轨道而言，一般情况下其倾斜角为钝角，星下点的经度逐渐减少，至 0 度时转换为 360 度，与顺行轨道相反。但是同样可以用上述原理进行分析，此时需要将轨迹对称到南半球，则公式所用倾角

$$i' = \pi - i \quad (2.18)$$

卫星相对于 Ω_0 的经度变化

$$\Delta\lambda' = \Delta\lambda + 2\Omega\Omega_0 = \Delta\lambda + 2\omega_e' \Delta t \quad (2.19)$$

卫星的星下点经度

$$\lambda' = \lambda_0 - \Delta\lambda' \quad (2.20)$$

根据模型假设，上述模型忽略了 Q 型卫星运动速率的非均匀性以及轨道近动率的非线形，所以为了保证计算精度，在算法计算时星下点轨迹以赤道为起点进行外推须小于 1/4 圈， Δt 须满足

$$-T/4 < \Delta t < T/4 \quad (2.21)$$

式 (2.21) 中， T 表示轨道平周期，可计算出

$$T = 2\pi / n \quad (2.22)$$

式 (2.22) 中， n 表示卫星的平均运行角速率。因此计算时需从升交点为起点向北、向南各自外推 1/4 圈，接着转到以降交点为起点向南、向北各自外推 1/4 圈，接着再针对接下来一圈的升交点为起点向北、向南各自外推 1/4 圈，…。以此类推，计算出每圈的星下点轨迹。

根据升交点的经度 λ_0 ，当以升交点为起点沿卫星运动方向朝北外推时，令 $\Delta t = 1, 2, \dots, [T/4]$ ；当以升交点为起点逆着卫星运动方向朝南外推时，令 $\Delta t = -1, -2, \dots, -[T/4]$ ，符号“ $[\cdot]$ ”代表取整操作，它的代数符号保持不变。此外，星下点的地心纬度和地心经度可以通过上述公式计算得到。

根据降交点的经度 λ_0 ，当以降交点为起点沿卫星运行方向朝南外推时，令

$\Delta t = 1, 2, \dots, [T/4]$ ，当以降交点为起点逆着卫星运动方向朝北外推时，令 $\Delta t = -1, -2, \dots, -[T/4]$ 。此时，星下点的地心纬度公式表示为

$$\phi' = \arcsin(-\sin n\Delta t \cdot \sin i) \quad (2.23)$$

由于地心经度的计算表达式不变，计算地心纬度变换成大地纬度。以此能够得到卫星每经一时间段星下点的大地经、纬度。由此可知，降交点和升交点或者升交点和前一圈降交点的经度差值 $\Delta\lambda_0$ 可通过下式求出：

$$\Delta\lambda_0 = \pi - \frac{1}{2}\omega_e' T \quad (2.24)$$

易知， Δt 的时间步长取值越小，则星下点的轨迹越平滑，缺点是计算速度会明显降低。

通过上述分析，如果已知卫星经过的一个升交点，便可以此为起点，预测星下点的轨迹。同样地，如果通过地面站的观测数据，已知某时刻卫星对于星下点的经纬度位置，可以反推出其相邻升交点或降交点的位置和时间。

基于以上原理，我们可以建立星下点轨迹预测模型。主要分为三个部分：

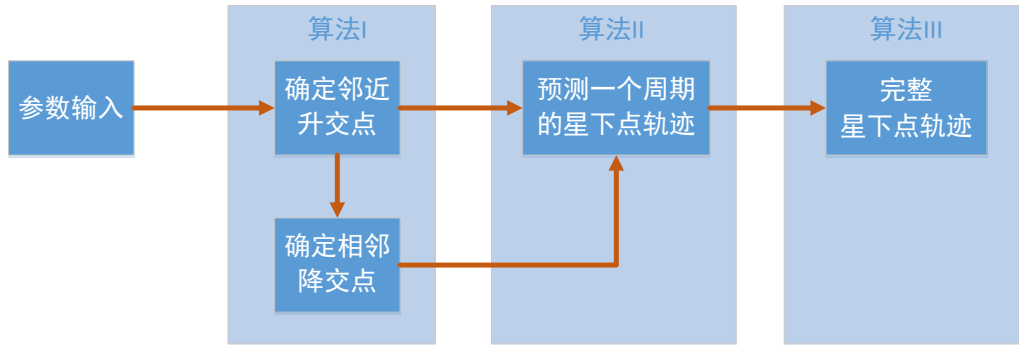


图 2.2 星下点轨迹预测模型

模型算法如下：

1. 输入参数：地球参数值、卫星轨道倾斜角和周期、观测点经纬度和时刻。
2. 根据观测点数据，确定相邻升交点的经度和时刻。以顺行轨道中，已知北半球远离赤道方向的观测点为例：
 - (1) 大地纬度转换为地心纬度： $\tan \phi' = (1-f)^2 \tan \phi$
 - (2) 升交点与观测点时间差： $\Delta t = \arcsin(\frac{\sin \phi'}{\sin i}) / n$
 - (3) 升交点与观测点经度差： $\Delta\lambda$
3. 根据升交点赤经，确定相邻的降交点赤经。以顺行轨道为例：

降交点赤经： $\Omega_1 = \Omega_0 + \pi - \frac{1}{2}\omega_e' T$
4. 根据升交点和降交点赤经，预测一个周期的星下点轨迹。从升交点和降交点各向前后推测 $T/4$ 的轨迹。
5. 以一个周期的轨迹为基础，向后预测星下点轨迹。其周期性变化累积如下：其中时间累积： $t = t + T$ ；经度累积： $\lambda = \lambda - \omega_e' T$ （注意 0 和 2π 处的转折）；纬度不变。

2.2.2 地面观察站观测范围模型

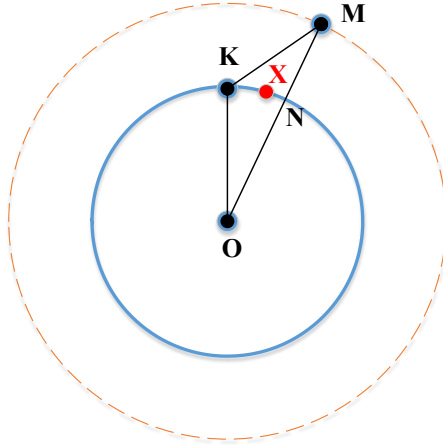


图 2.3 地面站观测范围剖面图

如图 2.3 所示为地面站观测范围剖面图,蓝色实线近圆表示地球表面剖面图,红色虚线近圆为卫星轨道平面图。K 点表示地面观察站, M 点表示观测站 K 最早发现卫星时刻的卫星位置, N 为线段 OM 与蓝色实线近圆的交点, X 点表示某时刻运行卫星的星下点。

根据附件 2-1 给出的 Q 型卫星连续三天的过顶情况可知,地面观测站最先观测与最后观察时刻的 Elv 为 10,即观测仰角最小值为 10°,所以地表观测站的仰角区间为 10°~90°,使用弧度制可知 $\angle OKM = \frac{100\pi}{180}$ 。在三角形 OKM 中,根据正弦定理可得:

$$\frac{OM}{\sin \angle OKM} = \frac{OK}{\sin \alpha} \quad (2.25)$$

$$\angle KOM = \frac{(180-100)\pi}{180} \quad (2.26)$$

根据星下点与观测点 K 之间的直线距离关系,故设星下点 X 经纬度分别为 x 、 y , 设 K 点经纬度分别为 x_0 、 y_0 , 由于 $\angle KOM$ 很小,故弧度 KX 近似等于线段 KX 。当 $KX \leq KN$, 即当它们满足式 (2.27) 时,卫星能够被观测站探测到。

$$(\cos x \cos y - \cos x_0 \cos y_0)^2 + (\cos y \sin x - \cos x_0 \sin y_0)^2 + (\sin y - \sin y_0)^2 \leq \left(2 \sin \frac{80\pi}{360}\right)^2 \quad (2.27)$$

2.2.3 卫星坐标系转换模型

在实际测量中,需要对卫星在地心参考系 O 以及观测站参考系 O'之间进行换算。地心参考系为以地心为原点,纬度 0 度,经度 0 度方向为 x 轴正方向,纬度 0°,经度 90°方向为 y 轴正方向,北纬 90°方向为 z 轴正方向建立的直角坐标系;观测站参考系为以观测站为原点,当地正北方向为 x 轴正方向,正东方向为 y 轴正方向,垂直向上方向为 z 轴正方向建立的直角坐标系。设观测站所处经纬度为 x_0 、 y_0 ,两者换算关系如下:

$$\begin{bmatrix} O_x \\ O_y \\ O_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin y_0 * \cos x_0 & -\sin x_0 & \cos y_0 * \cos x_0 \\ -\sin y_0 * \sin x_0 & \cos x_0 & \cos y_0 * \sin x_0 \\ \cos y_0 & 0 & \sin y_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O'_x \\ O'_y \\ O'_z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

8)

需要将坐标系 O 转换到 O' 时只需要将转移矩阵求逆即可获得。

在坐标系 O' 下，可以再将卫星的坐标由直角坐标系转为相应的极坐标系下的坐标，转换公式如下：

$$\text{Range} = \sqrt{O'_x{}^2 + O'_y{}^2 + O'_z{}^2} \quad (2.29)$$

$$\text{Azm} = \tan^{-1} \frac{O'_y}{O'_x} \quad (2.30)$$

$$\text{Elv} = \sin^{-1} \frac{O'_z}{\text{Range}} \quad (2.31)$$

2.2.4 卫星过顶模型

针对卫星过顶模型，本文将划分为两种情况，具体如图和图所示。

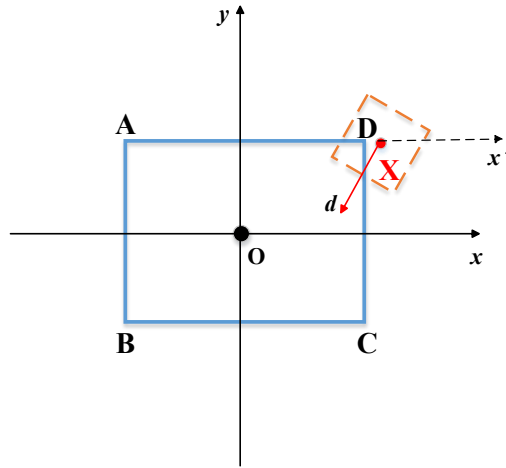


图 2.4 卫星过顶模型情况一

如图 2.4 所示为第一种卫星过顶情况，蓝色实线长方形表示地球表面的被观测区域，红色虚线正方形表示以卫星某一时刻的星下点 X 为中心，延方向 d 运行时刻的卫星观测区域，其边长即为卫星观测幅宽。以长方形中心为坐标原点建立直角坐标系， x 轴表示经度坐标， y 轴表示纬度坐标。第一种情况可以表述为：当地面长方形区域的某一点落在 t 时刻卫星的正方形监测区域中时，为卫星过顶情况一。

设卫星运行方向 d 与 x 轴的夹角为 $\theta(t)$ （由于卫星星下点运行轨道可通过星下点轨迹经纬度模型求出，进而转为关于时间 t 的函数，为节省篇幅，这里省略推导过程）。已知地面被监测区域长方形顶点分别为 (x_i, y_j) ，其中 i, j 的集合均为 $\{1, 2\}$ 。设 X 点坐标为 $(x(t), y(t))$ ，卫星幅宽用 W 表示，则红色正方形四个顶点的坐标分别为 $(x(t) \pm \sqrt{2}W \cos(\frac{5}{4}\pi - \theta(t)), y(t) \pm \sqrt{2}W \sin(\frac{5}{4}\pi - \theta(t)))$ ，分别设为 (x_A, y_A) 、 (x_B, y_B) 、 (x_C, y_C) 、 (x_D, y_D) ，根据两点式直线方程，可得直线方

程式 (2.32-2.35)，当地面长方形区域任意顶点介于两两直线之间时，卫星过顶情况一成立。

$$l_{AB} : \frac{y - y_B}{y_A - y_B} = \frac{x - x_B}{x_A - x_B} \quad (2.32)$$

$$l_{BC} : \frac{y - y_C}{y_B - y_C} = \frac{x - x_C}{x_B - x_C} \quad (2.33)$$

$$l_{CD} : \frac{y - y_D}{y_C - y_D} = \frac{x - x_D}{x_C - x_D} \quad (2.34)$$

$$l_{DA} : \frac{y - y_A}{y_D - y_A} = \frac{x - x_A}{x_D - x_A} \quad (2.35)$$

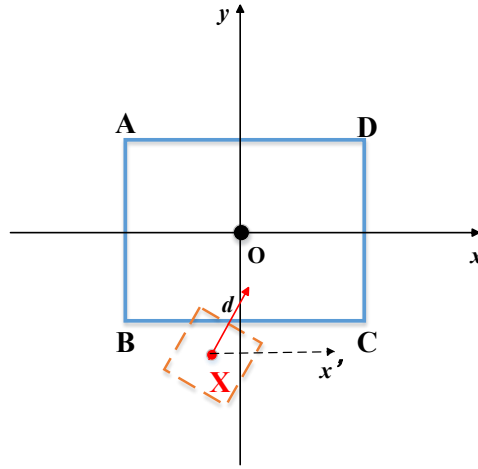


图 2.5 卫星过顶模型情况二

如图 2.5 所示为第二种卫星过顶情况，可表述为：当 t 时刻卫星的正方形监测区域某一顶点落在地面长方形区域中时，为卫星过顶情况二。

仍设卫星运行方向 d 与 x 轴的夹角为 $\theta(t)$ ，红色正方形四个顶点的坐标分别为 $(x(t) \pm \sqrt{2}W \cos(\frac{5}{4}\pi - \theta(t)), y(t) \pm \sqrt{2}W \sin(\frac{5}{4}\pi - \theta(t)))$ ，可设为 (x_m, y_m) ，其中 m 集合为 $\{1, 2, 3, 4\}$ ，当满足式 (2.36) 时，卫星过顶情况二成立。

$$\begin{cases} x_1 \leq x_m \leq x_2, m \text{ 取 } 1 \text{ 或 } 2 \\ y_1 \leq y_n \leq y_2, n \text{ 取 } 1 \text{ 或 } 2 \end{cases} \quad (2.36)$$

2.2.5 卫星轨道根数预测模型

该模型用于根据卫星观测点的数据，预测卫星的轨道根数，使得星下点轨迹预测模型在除观测点外无其他任何数据的情况下仍然适用，实现预测。对于星下点轨迹预测模型的输入参数，除了地球相关参数和卫星观测点数据外，还需要包括卫星轨道的根数，如倾斜角 i 、周期 T 、长半轴 a 和卫星平均角速度 n 。本模型根据卫星观测点数据，计算卫星轨道的根数。

首先分析所需的 4 个卫星轨道根数，由于 $n = \frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}}$ ， $n = \frac{2\pi}{T}$ ，因此周期 T 、长半轴 a 和卫星平均角速度 n 相互关联，只需确定其中之一即可，那么最终需要求解

的便是倾斜角 i 和周期 T 。如图 2.6 所示为模型流程图。



图 2.6 卫星轨道根数预测模型流程图

具体算法如下：

1. 将倾斜角 i 和周期 T 设置为自变量，利用观测点纬度，求取其与邻近升交点的时间差。
2. 根据时间差和各个观测点的时刻，得到关于倾斜角 i 和周期 T 的非线性方程组。
3. 利用最小二乘法，求取最优解。
4. 在众多局部最优解中，出去倾斜角过低导致最高纬度太小的数据。然后增加观测点数据，确定唯一的最优解。

2.3 模型分析

2.3.1 第一小问求解分析

● 星下点轨迹预测情况

Q 型卫星的轨道为逆行轨道。

利用 D2 天 23:00:50 观测点，对 D3~D5 天的星下点轨迹进行预测，如下图所示。

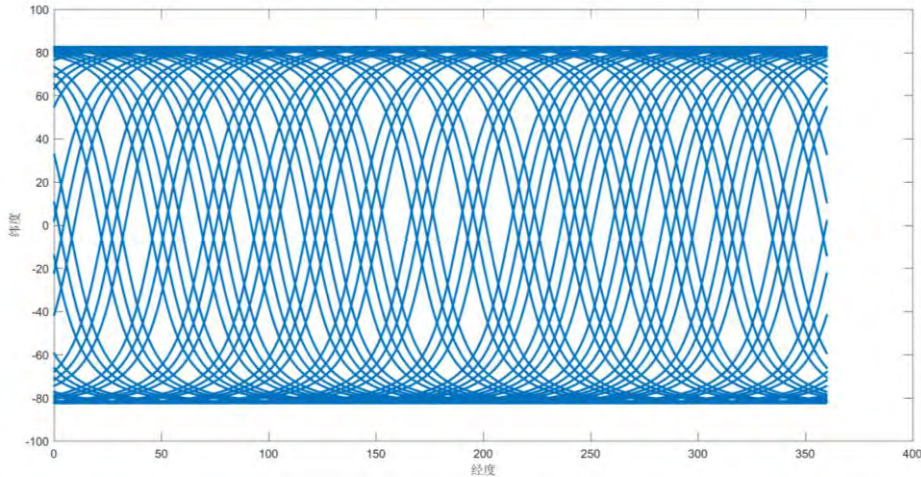


图 2.7 星下点轨迹示意图

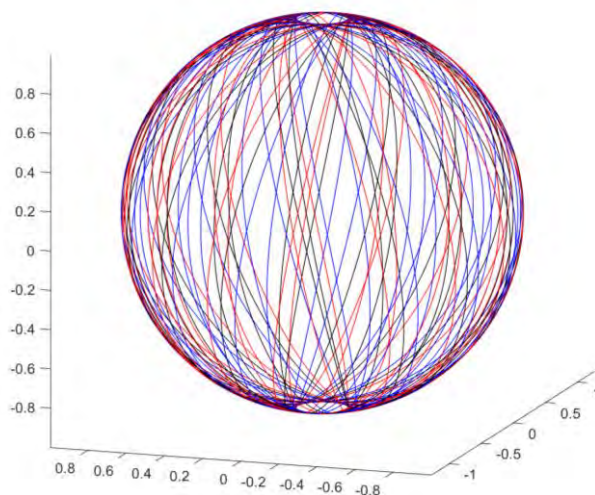


图 2.8 星下点轨迹赤道俯视图

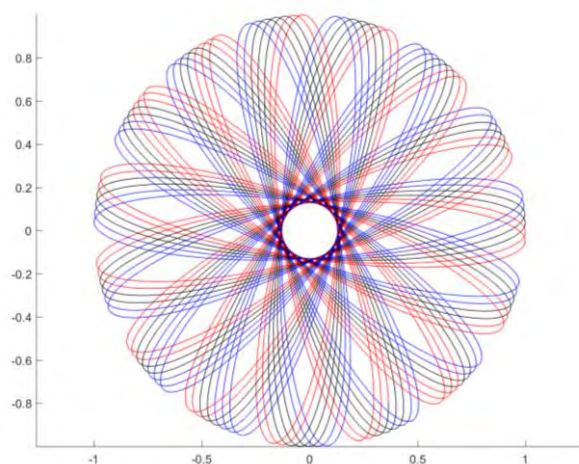


图 2.9 星下点轨迹极地俯视图

● Q 型卫星被观测情况

如下图所示，为 D3 天和 D5 天，Q 型卫星被观测到的情况。

D3天 Q型卫星被观测情况						
观测点时刻	经度	纬度	天线方位角	天线仰角	卫星与观测点距离/km	
0:30:32	112.1003693	17.20480322	203.7318994	10.09450716	1905.234235	
0:33:49	109.3468185	29.59632263	255.7738662	26.30427726	1089.720559	
0:37:40	105.3798724	44.07825303	322.8119864	10.02708833	1902.645595	
12:02:02	128.8101017	45.99697424	26.10971171	10.02339237	1902.939011	
12:05:59	124.5857196	31.14899987	98.44517084	41.47031388	758.6834038	
12:09:57	121.2428565	16.17959488	171.3470895	10.0911956	1905.497607	
13:37:14	104.2010594	43.12269918	318.1547487	10.02920786	1902.477357	
13:39:04	102.2124419	36.23305538	291.6385628	12.39388973	1719.842516	
13:40:55	100.4578512	29.26428749	264.8556283	10.02940692	1902.461557	
22:36:18	137.5452161	31.16685319	88.07828974	10.09564505	1905.143748	
22:37:43	136.1777961	36.5017413	67.90208978	11.46828536	1800.083494	
22:39:07	134.6791828	41.76423209	47.95828573	10.01581888	1903.540446	

D5天 Q型卫星被观测情况						
观测点时刻	经度	纬度	天线方位角	天线仰角	卫星与观测点距离/km	
11:16:53	136.4734648	39.05393147	58.99262117	10.09902295	1904.875166	
11:19:14	134.1676505	30.2067467	93.79085192	14.29444335	1608.124795	
11:21:34	132.1609926	21.40383947	128.3828502	10.13493053	1902.023216	
12:48:59	115.5790268	47.80633713	352.1950081	10.03268217	1902.201624	
12:52:46	111.3353077	33.59780504	286.1631696	33.29660935	889.4034191	
12:56:34	108.0287105	19.26416357	219.6784132	10.00149021	1904.679023	
23:20:11	126.6980479	17.77137198	151.4350222	10.0637369	1899.739386	
23:24:12	123.2464758	32.92512416	75.34464008	48.73315073	662.8369036	
23:28:13	118.7585812	48.0111006	359.9768836	10.07047271	1904.421739	

图 2.10 型卫星被观测情况

● Q 型卫星过顶情况

对 Q 型卫星过顶情况进行求解后发现，在 D3 天和 D5 天，均为出现过顶情况。后将星下点位置范围增大，认为处在星下点的单景内即为过顶，求解后，在 D3 天和 D5 天仍未出现过顶情况。

误差分析：由于星下点轨迹的预测忽略了卫星运动速率的非均匀性和轨道近动率的非线形，同时存在计算误差，这都将导致最终的预测轨迹存在一定偏差，并且随着预测天数的增多，误差会有一定累积。而对于过顶而言，其星下点经纬度的范围太小，预测误差对结果影响较大。

● 安全施工时段

对 Q 型卫星辐照情况进行求解后发现，在 D3 天和 D5 天 Q 型卫星的辐照均不能覆盖到目标区域，故而全天都是安全施工时段。尽管辐照的范围增大到 272km，但星下点轨迹左右增加辐照宽度后的条带，仍未覆盖目标区域。

2.3.2 第二小问求解分析

● 星下点轨迹预测情况

L-1 型和 L-2 型卫星轨道为顺行轨道。

L-1 型卫星，采用 2016-08-21 18:06:26 时的观测点，对 2016-08-23 的星下点轨迹进行预测，星下点轨迹示意图如图所示；L-2 型卫星，采用 2016-08-21 05:01:55 时的观测点，对 2016-08-23 的星下点轨迹进行预测。

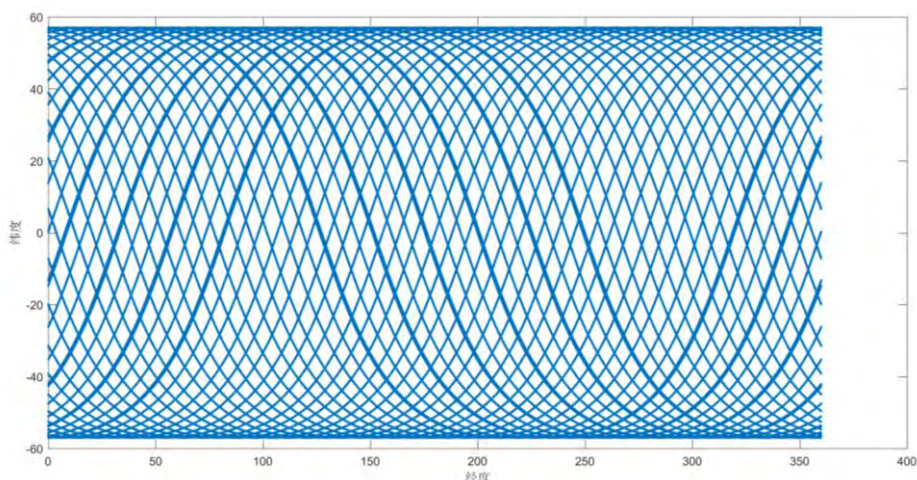


图 2.11 星下点轨迹预测情况

● L-1 型和 L-2 型卫星被观测情况

2016年8月23日 L-1型卫星被观测情况					
观测点时刻	经度	纬度	天线方位角	天线仰角	卫星与观测点距离/km
3:01:02	119.6172438	49.48995675	1.836530601	10.03744081	2069.49856
3:05:06	129.3345292	36.6492226	59.14189312	23.6791584	1238.544398
3:09:09	135.8535116	23.18431594	116.0657819	10.01732338	2071.278464
4:40:48	101.0998107	42.50643756	311.8532556	10.03714802	2069.524451
4:44:57	108.8898254	28.94272161	252.6793313	25.74721207	1152.352767
4:49:05	114.5552444	14.99638537	193.6860952	10.07291181	2066.364845
17:09:09	121.3358195	14.69516125	171.7066116	10.03384239	2069.816794
17:13:29	127.2843493	29.31445356	108.0663732	29.76857237	1024.577417
17:17:49	135.5883357	43.44111689	44.4105761	10.34825103	2068.5429
18:49:36	100.7480062	24.6259309	249.5136556	10.35119723	2068.28254
18:53:25	107.0388762	37.28435583	301.8663897	20.78795182	1356.879615
18:57:16	116.3166304	49.42403995	354.6911331	10.3713656	2071.603145

2016年8月23日 L-2型卫星被观测情况					
观测点时刻	经度	纬度	天线方位角	天线仰角	卫星与观测点距离/km
2:32:52	123.4168844	15.06561017	164.8945085	10.04234987	2069.064515
2:36:24	130.6204914	25.63745033	118.6076808	18.26998951	1486.08737
2:39:57	139.4108592	35.72429396	72.13868181	10.013709	2071.59845
4:12:50	103.1047927	21.49427358	236.8022324	10.05080948	2068.316804
4:17:35	114.3318153	35.17691719	311.7113968	43.84692833	743.5233254
4:22:21	130.3038749	47.14149765	26.89841599	10.01612198	2071.384819
11:08:29	115.1623248	49.27006366	352.1388789	10.06388888	2067.161426
11:12:06	128.9775073	40.89560322	39.83312596	18.47304774	1474.935103
11:15:44	139.2770821	31.04437489	87.75816944	10.0359756	2069.628132
12:49:05	101.5834281	43.02484378	313.9449573	10.06727018	2066.862867
12:53:54	115.5691783	30.09423959	235.7238119	55.19247945	622.7085747
12:58:44	125.8810442	15.7881824	156.6199716	10.0461916	2068.724919

图 2.12 L-1 型和 L-2 型卫星被观测情况

● L-1 型和 L-2 型卫星被观测情况

对 L-1 型和 L-2 型卫星过顶情况进行求解后发现，在 2016-08-23 全天，两颗卫星均为出现过顶情况。

由于计算过顶情况时，星下点的位置范围较小，故而受轨迹预测误差的影响较大。

● 施工安全时段

2016年8月23日 L_2型卫星辐照情况		
观测点时刻	经度	纬度
12:53:55	115.6095889	30.04657168
12:53:56	115.6499565	29.99888875
12:53:57	115.6902814	29.95119083
12:53:58	115.7305635	29.90347798
12:53:59	115.7708031	29.85575023
12:54:00	115.8110003	29.80800763
12:54:01	115.851155	29.76025022
12:54:02	115.8912676	29.71247804
12:54:03	115.931338	29.66469114
12:54:04	115.9713663	29.61688955
12:54:05	116.0113528	29.56907333
12:54:06	116.0512974	29.5212425
12:54:07	116.0912004	29.47339713

图 2.13 施工安全时段

对 L-1 型和 L-2 型卫星辐照情况进行求解后发现，在 2016-08-23 全天，L-1 型卫星未能覆盖目标区域，L-2 型卫星与 12:53:55 至 12:54:07 辐照范围覆盖目标区域，施工需避开这一时段。

2.3.3 第三小问求解分析

- 通过观察点，计算卫星轨道倾斜角 i 和周期 T 。

通过观测点数据，计算其与相邻升交点的时间差。由于经度逐渐减少，故为逆行轨道。倾斜角 i 为钝角。观测点 1 07:08:31 经度：131.767468239 纬度：20.8644125339

$$t1 = \text{asin}(3207983179991865/(9007199254740992*\sin(180-i)))/T$$

观测点 2 07:12:06 经度：129.100448285 纬度：34.0545435457

$$t2 = \text{asin}(1260967057640813/(2251799813685248*\sin(180-i)))/T$$

观测点 3 08:48:08 经度：105.554207872 纬度：30.6995345669

$$t3 = \text{asin}(4598498875437607/(9007199254740992*\sin(180-i)))/T$$

非线性方程组

$$t2 - t1 - 215 = 0$$

$$t2 - t3 + 5762 - T = 0$$

最小二乘法求解最优解

1.去除倾斜角过小的解（所能达到的最大纬度低于观测值）

2.最优解为：

倾斜角 $i = 96.7475$ 和周期 $T = 5813$

- K 型卫星被观测情况预测

K型卫星被观测情况					
观测点时刻	经度	纬度	天线方位角	天线仰角	卫星与观测点距离/km
7:48:56	121.0108796	16.17787271	172.1502972	6.728093709	1902.56579
7:53:11	117.699436	31.83755598	258.8546824	77.17621774	499.5651297
7:57:26	113.4438628	47.4411874	346.793741	6.76810758	1899.393189
19:39:06	131.6194536	44.4685816	35.19822993	6.71281392	1903.779149
19:42:49	128.0649043	30.81312029	96.20982197	23.70814805	1046.570445
19:46:32	125.1749846	17.11821942	157.2253822	6.703151327	1904.546982
21:15:42	107.6506555	45.5067633	330.6362665	6.695460731	1905.158405
21:18:30	104.8246201	35.22804624	289.2423851	13.25258607	1470.603309
21:21:19	102.4683649	24.85924671	247.5288522	6.695745999	1905.135721

图 2.14 K 型卫星被观测情况预测

● n 值分析。

当 n 最小时，需要确保的是，能够最后唯一确定最优解。根据上述所列非线性方程组可以发现，其中包含 \sin 函数和 \arcsin 函数两个周期性函数。要保证合理解唯一性，n 最小取 3。

3 问题二的解答

3.1 问题二的分析

根据新疆地区城市交通图（详见附录图 7.2），黄色线段表示城市之间的高速公路（最大速度为 100km/h），红色线段表示城市之间的普速公路（最大速度为 50km/h）。在新疆城市交通图中，以两个圆圈表示的城市为县级以上城市（含县级）。为便于问题二的模型，将城市等效为点，查询阿勒泰-喀什-和田-阿勒泰途经高速公路与普速公路沿线经过的县级以上城市，通过互联网查询相关城市的使用不同的节点编号与每个城市对应的经纬度，节点对应结果及每个城市的经纬度坐标如表 3.1 所示。

表 3.1 城市节点编号及经纬度坐标对应表

节点	城市	经度/°	纬度/°	节点	城市	经度/°	纬度/°
1	阿勒泰	88.1334	47.828	20	和田	79.9444	37.1215
2	布尔津	86.8727	47.7099	21	阿拉尔	81.2861	40.5528
3	乌尔禾	85.704	46.1046	22	沙雅	82.7845	41.229
4	白碱滩	85.1404	45.6939	23	轮台	84.2537	41.7864
5	克拉玛依	84.8878	45.585	24	库尔勒	86.1847	41.7343
6	奎屯市	84.9002	44.4293	25	乌鲁木齐	87.6049	43.8322
7	库车	82.967	41.7223	26	阜康市	87.9872	44.1631
8	新和	82.6146	41.5537	27	北屯市	87.837	47.3571
9	温宿	80.2451	41.2824	28	呼图壁	86.8961	44.1849
10	阿克苏市	80.266	41.1763	29	玛纳斯	86.2266	44.3066
11	三岔口	78.447	39.9595	30	石河子市	86.0855	44.3116
12	阿图什	76.1668	39.723	31	沙湾	85.6257	44.3324
13	喀什市	75.9957	39.4737	32	福海	87.4928	47.1186
14	疏勒	76.0539	39.406	33	托克逊	88.6615	42.7989
15	英吉沙	76.1827	38.9365	34	和硕	86.8808	42.2914

16	莎车	77.2545	38.4198	35	焉耆	86.5521	42.0666
17	泽普	77.271	38.1925	36	铁门关	86.1907	41.7852
18	叶城	77.4195	37.891	37	巴楚	78.5511	39.791
19	墨玉	79.7406	37.2704	38	麦盖提	77.6574	38.9116

使用城市节点编号对应表，将新疆阿勒泰-喀什-和田-阿勒泰的高速公路与普速公路沿线简化为点与线段的集合，如图 3.1 所示。三个红色点分别代表城市阿勒泰、喀什与和田，其他城市以蓝色点标注；蓝色线段表示相邻两个城市以普速公路相连，橙色线段表示相邻两个城市以高速公路相连。

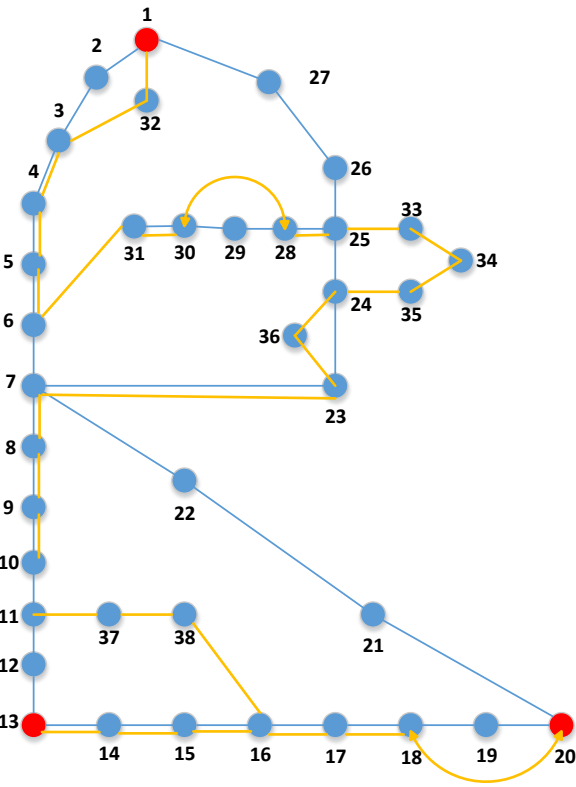


图 3.1 新疆城市交通模型简化图

使用互联网相关资源对高速公路与普速公路的相邻城市距离进行查询，其城市间距离如表 3.2 与表 3.3 所示。

表 3.2 高速公路相邻城市距离

节点	节点	节点距离 (km)	节点	节点	节点距离 (km)
1	32	128.8	36	23	131
32	3	198	23	7	99.5
3	4	60.8	7	8	50.6
4	5	28.9	8	9	210
5	6	139.8	9	10	18.5
6	31	64.5	11	37	16.7
31	30	43.9	37	38	144.7
30	28	63.6	16	15	72
28	25	58.5	16	17	24.5
25	33	146	17	18	42.3

33	34	197	18	20	258
34	35	39	16	15	111.1
35	24	55	15	14	57.1
24	36	46.6	14	13	8.9

表 3.3 普速公路相邻城市距离

节点	节点	节点距离 (km)	节点	节点	节点距离 (km)
1	2	110	17	18	37
2	3	215	18	19	253
3	4	67	19	20	26
4	5	26	20	21	440.2
5	6	156	21	22	171.7
6	7	543	22	7	63.8
7	8	43	7	23	110
8	9	212	23	24	168
9	10	12	24	25	468
10	11	211	25	28	71
11	12	210	28	29	60
12	13	46	29	30	16
13	14	10	30	31	34
14	15	59	25	26	101
15	16	123	26	27	599
16	17	27	27	1	62

考虑到两个城市间如果同时存在高速公路与普通公路，部队在高速公路的行进情况可以完全覆盖普通公路的行进情况，普通公路将没有被选择的可能性。故可以据此对城市间的交通线路进行进一步的简化，若同时存在高速公路与普通公路，只保留两个城市之间的高速公路。

根据题意，要求根据 Q 型卫星的过顶时间做好隐蔽工作，因此只要求 Q 型卫星过顶阶段车队的在公路上的运行速度为零即可；同时要求避开 L-1 型卫星侦查，即通过规划路径，使车队运行路线在地表平面上避开 L-1 型卫星的监测区域。由于需要在城市中停留 10 小时，在此期间无法通过机动躲避卫星侦查，因此必须先确定部队运动期间监测卫星过境沿途城市情况。在途径近期有卫星过顶的城市应提前或延后驻扎休息。

3.2 模型的建立

本节将新疆城市交通图简化为点与线段的数学模型。在构建模型时，在之前假设前提上再对模型进行具体假设：

- 对新疆城市交通图进行筛选，只考虑经过阿勒泰-喀什-和田-阿勒泰沿线公路的县级以上（含县级）城市；
- 将公路沿线的城市简化为点，即城市均可通过一个经纬度坐标进行定位；
- 将公路简化为线段，车辆行驶时间只与公路长度与车辆行驶速率有关，不考虑公路偏转角度等因素对车辆行驶时间的影响；
- 高速公路与普速公路均不考虑最低运行速度的限制条件；
- 在公路行驶的车队长度近似为直线段，其方向与邻近两城市的连接线方

向相同；

3.2.1 军事行动最优路径规划模型

如果相邻两城市既由高速公路连接，又由普通公路连接，因为不考虑最低运行速度的限制条件，所以车辆在高速公路上行驶的时长可拥有更大的区间，此种情况下模型的建立可以忽略普通公路的影响，进而只考虑车辆在高速公路的行驶时长。

为便于衡量与比较各公路之间的时长，考虑到高速公路限速为普通公路的两倍，可以将所有的高速公路里程缩小一半进行计算，这样所有道路限速均等效为 50km/h，在此基础上便无需考虑高速与普通公路的区别。此外，设部队行军线路中在 n 个城市停留休息，停留的城市节点分别表示为 v_1, v_2, \dots, v_n ，车队到达各停留的城市的时间可表示为 T_1, T_2, \dots, T_n ，从 v_i 到 v_j 的最优路径为 S_{ij} ，卫星 L-1 到达城市 v_i 上空时间为 t_i ，显然由定义可得

$$S_{ij} = \min \{ \text{从 } v_i \text{ 到 } v_j \text{ 所有路径的距离} \} \quad (3.1)$$

为尽快完成机动任务，根据题意需要选择长度最短的路径，因此问题二的最终目标函数如式 (3.2) 所示

$$\arg \min \sum (S_{v_1 v_2} + S_{v_2 v_3} + S_{v_3 v_4} + \dots + S_{v_{(n-1)} v_n}) \quad (3.2)$$

针对目标函数对应的约束条件，考虑到公路限速，以及部队行进过程中对休息时间的规定，对于各城市的到达时间有如下限制：

$$T_i - T_{i-1} \geq 10 + \frac{S_{v_{(i-1)} v_i}}{50} \quad (3.3)$$

$$10 \leq \frac{S_{v_{(i-1)} v_i}}{50} \leq 12 \quad (3.4)$$

由于对 Q 型卫星反侦查可以通过“骗”的方式，因此在城市停留期间主要需要注意 L-1 型卫星的过顶侦查。由于在城市停留期间无法通过机动方式躲过侦查，因此约束条件如式 (3.5) 所示

$$\{t_i < T_i\} \parallel \{t_i > T_i + 10\} \quad (3.5)$$

3.2.2 问题二最优路径规划模型算法与求解

根据公路限速、最大行驶时间、最少休息时间的约束，列出基于星下点轨迹的城市节点-星下点位置关系约束，并以目标城市间的最短时间为目标，列出最终的目标函数与约束条件。在此基础上，本题针对目标函数与约束条件设计的算法流程图如图 3.2 所示。

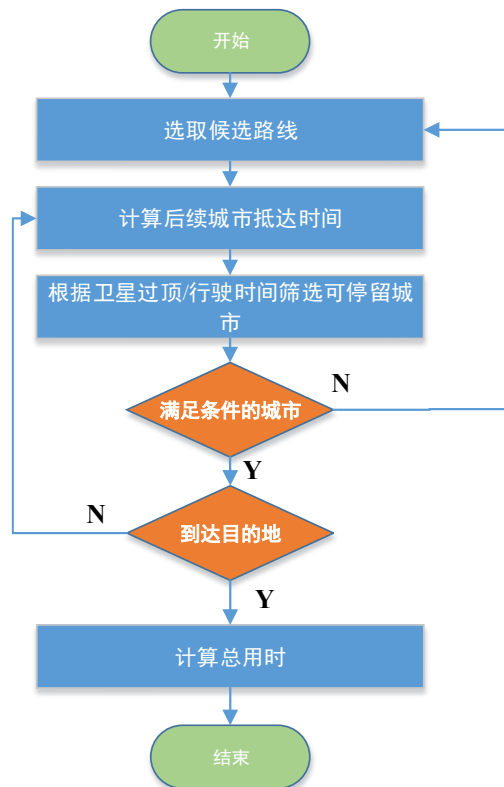


图 3.2 最优路径规划模型算法流程图

3.3 模型分析

根据附件 3 以及互联网上搜索到的资料，对本次部队转移地区经过的道路进行了分析，其中对高速公路均进行了里程减半的等效处理以方便比较。

由资料可知，城市 1 与城市 13、城市 20 之间道路均需要通过城市 7，因此可以将整个部队行进过程分为多个部分进行规划。

根据新疆城市交通模型简化图，可知城市交通路径较为简单，可将多个城市组成的路径网进行分段处理，同时保证不影响模型计算与结果分析。城市路径分段结果如下所示：

分段 1：从城市 1 到城市 7

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$

其总路径等效长度（将高速等效为普通公路里程减半）：982.75km

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 31 \rightarrow 30 \rightarrow 29 \rightarrow 28 \rightarrow 25$
 $\rightarrow 33 \rightarrow 34 \rightarrow 35 \rightarrow 24 \rightarrow 36 \rightarrow 23 \rightarrow 7$

其总路径等效长度：912.05km

$1 \rightarrow 32 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 其总路径等效长度：821.15km

$1 \rightarrow 32 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 31 \rightarrow 30 \rightarrow 29 \rightarrow 28 \rightarrow 25$
 $\rightarrow 33 \rightarrow 34 \rightarrow 35 \rightarrow 24 \rightarrow 36 \rightarrow 23 \rightarrow 7$

其总路径等效长度：750.45km

分段 2：从城市 7 到城市 13

7 → 8 → 9 → 10 → 11 → 12 → 13 其总路径等效长度: 606.55km

7 → 8 → 9 → 10 → 11 → 37 → 38 → 16 → 15 → 14 → 13
其总路径等效长度: 555.8km

分段 3: 从城市 13 到城市 20

13 → 14 → 15 → 16 → 17 → 18 → 20 其总路径等效长度: 250.95km

13 → 14 → 15 → 16 → 17 → 18 → 19 → 20 其总路径等效长度: 400.95km

分段 4: 从城市 20 到城市 7

20 → 21 → 22 → 7 其总路径等效长度: 675.7km

20 → 18 → 17 → 16 → 38 → 37 → 11 → 10 → 9 → 8 → 7

其总路径等效长度: 629.65km

根据上述分析, 估计总里程在 2300km~2500km, 大约需要 5 日才能完成整个转移过程, 因此需要对 Q 型和 L-1 型卫星进行连续 5 日的过顶预测分析。

4 问题三的解答

4.1 问题三的分析

导弹发射装置主要承担地面部队以及重点目标的对空安全等工作。鉴于其战时隐蔽性以及担负任务的特殊性, 故在战争时以此成为敌方的打击重点。导弹发射装置的运行能力是提高导弹发射装置隐蔽能力以及再次抓住战机的重要指标。

然而, 在导弹发射装置在某区域的运行过程中它的运行路线很可能有多条, 怎样隐蔽、快速并且安全的在特定区域内运动并尽可能在最短时间内到达指定目标, 是本题在选择机动运行路线时需考虑的问题。由于在导弹发射装置的运行过程中, 其影响因素很多, 本节从分析影响地空导弹部队运行因素出发, 建立卫星侦察规避模型与卫星组合侦查规避模型, 同时应用相关算法定量的给出选择导弹发射装置的最佳运行路线, 最后对结果进行分析, 以此为战时人员的辅助决策支持给出依据。

4.2 模型的建立

4.2.1 卫星侦察规避模型

针对导弹发射装置的运行路径, 重点分析路网状况带来的影响。如图 4.1 所示, 根据军队行进线路的路长、公路路况、公路沿途障碍 (比如涵洞、壕沟、桥面以及水深等)、公路隐蔽性、军队的自我保护能力以及运行时刻的气象状态等影响因素。对每个影响因素进行量化值, 用 E_{kji} 表示, 这里 k, j 代表节点编号, i 代表第 i 个影响因素 ($k=1,2,3,\dots,n-1; j=2,3,4,\dots,n; i=1,2,3,\dots,6$)。此外, 上文提到的影响因素也含有不同子因素。将不同子因素进行量化, 用 E_{kjir} 表示。整体考虑并衡量上述六个影响因素, 分析计算并最终选择出最佳的运行线路。

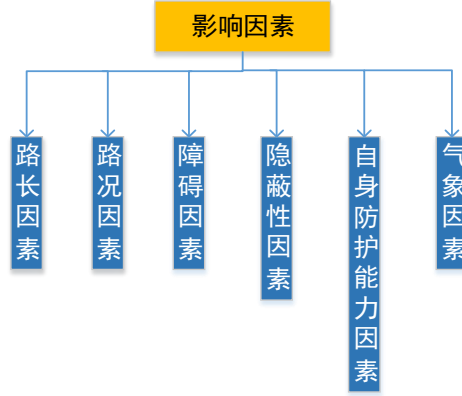


图 4.1 路网状况影响因素图

首先，针对导弹发射装置运行时刻的隐蔽性因素，在高科技侦察监测装置不断提高的环境下，尤其是卫星侦察装置，由于军队在任何行进情况下都需要尽可能地隐蔽自身防止被侦察到。因此本节主要分析遭到对方卫星发现的概率。将有关隐蔽性因素的量化值（等于不会被对方卫星侦察发现的概率）表示成 E_{kj5} 。假设它被对方卫星侦察到的概率是 P ，那么可以得到

$$P = \begin{cases} 0, & \text{没有卫星侦察} \\ 1 - (1 - p_w)^m, & \text{有单种卫星侦察} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$p_w = b \cdot \gamma \cdot e^{-(\xi \cdot p_t + L)^2} \quad (4.2)$$

$$E_{kj5} = 1 - P \quad (4.3)$$

这里， γ 表示为目标观测能力系数， b 表示气象因子系数， ξ 表示目标形状的修正参数， p_t 表示卫星分辨能力， L 表示目标几何尺寸， p_w 表示导弹发射装置被识别概率。

针对路长因素及量化，路长表示导弹发射装置所经过公路的实际长度。在地空导弹部队运行的过程中，每条道路节点之间的距离长度都是不相等的，根据上述假设，将路长因素量化值表示为 E_{kj2} 。

针对路况因素及量化，它主要指公路的公路等级、公路交通状况以及可维修性等等。例如水泥公路和泥土公路及崎岖公路上，就算他们拥有同样的距离，军队运行的历时时间也是肯定不相等的。而公路等级、公路交通状况以及可维修性需要通过评判打分的方式进而获得其量化数据，故通过上述假设路况因素，可将量化值表示为 E_{kj3} ，将各个子因子的量化值各自表示为 E_{kj31} 与 E_{kj32} ，那么

$$E_{kj3} = E_{kj31} + E_{kj32} + E_{kj33} \quad (4.4)$$

式 (4.4) 中 E_{kj31} 表示公路等级量化值， E_{kj32} 表示公路可维修性， E_{kj33} 表示公路交通情况。对于某段公路的评价可简化成（好，较好，差）三个等级，此外仍能够根据专家评判得到量化数据。

针对障碍因素，重点考虑军队运行中可能碰见的涵洞、壕沟、桥面以及水深等因素，此类影响因素重点限制了地空导弹部队的通行，比如水深较深、涵洞较矮、桥面承重较小、壕沟较宽等都无法使军队同行。此类影响因素的量化值均是 BOOL 值，即 0 或 1。可以通行表示成 1，不能通行表示成 0。通过假设，将障碍

因素的量化值表示为 E_{kj4} ，并将各子因素的量化值表示成 E_{kj41} 、 E_{kj42} 、 E_{kj43} 、 E_{kj44} ，那么

$$E_{kj4} = E_{kj41} + E_{kj42} + E_{kj43} + E_{kj44} \quad (4.5)$$

式 (4.5) 中 E_{kj41} 指壕沟是否通行， E_{kj42} 指涵洞是否穿越， E_{kj43} 指桥面承重是否达到， E_{kj44} 指水深是否超过最大涉水深度。

4.2.2 组合卫星侦察规避模型

针对组合卫星的侦察规避模型，由于其隐蔽性因素及量化需要改变，将被卫星发现的概率表示成 P ，那么有

$$P = \begin{cases} 0, & \text{没有卫星侦察} \\ 1 - (1 - p_w)^m, & \text{有单种卫星侦察} \\ 1 - (1 - p_w)^m (1 - p_v)^n, & \text{有组合卫星侦察} \end{cases} \quad (4.6)$$

$$E_{kj5} = 1 - P \quad (4.7)$$

因为每一个影响因素量化后所获取数值的量纲不同，所以必须对这些数据进行无量纲化处理。通过归一化的方法，即先把每一个影响因素针对每一个路段的量化值均归一化，接着将每个影响因素的量化值除此因素相对于该公路的量化

值的和，因此可以得到矩阵 $E_{kji}' = \frac{E_{kji}}{\sum_{k=1, j=2}^{n-1, n} E_{kji}}$ ，将无量纲化后各影响因素的量化值表达成 E_{kji} 。

4.2.3 问题三卫星侦察规避模型算法与求解

关于 A^* 算法，它是建立于 Dijkstra 算法基础上的启发式搜索算法，针对 Dijkstra 算法，在此种算法的基础上加入当下节点的估价函数 $f(n)$ 。它的关键便是建立其估价函数

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (4.8)$$

式 (4.8) 中， $f(n)$ 指从初始点经过节点 n 最终到达目标点的估价函数。 $g(n)$ 是指以初始点为起点，沿着计算得到的路径，运动到节点 n 的移动总耗费。 $h(n)$ 是指从节点 n 运动到目标点的预算运动耗费。 A^* 算法的算法实现步骤流程图如图 4.2 所示。

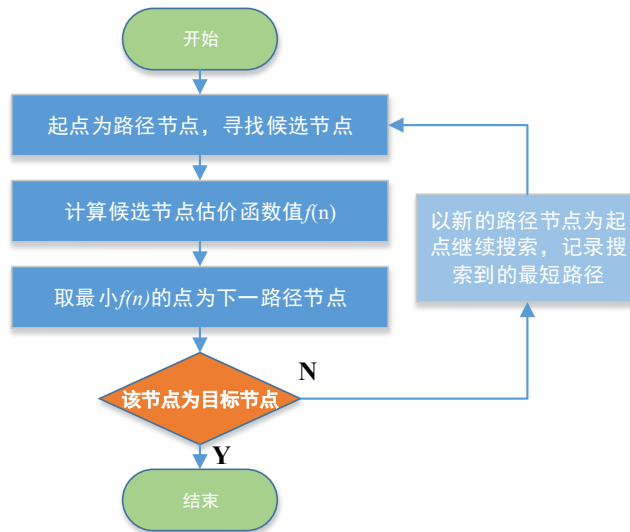


图 4.2 A*算法的算法实现步骤流程图

本模型使用改进后的 A* 算法，同时使用运动影响因子的概念，即通过将运动过程中的相关影响因素变换为权重值。接着将 $g(n)$ 的值与该权重值相乘，最终通过 A* 算法进而求解。公式如式 (4.9) 表示

$$f(n) = e \cdot g(n) + h(n) \quad (4.9)$$

e 表示每条公路的运动能力影响因子。在该算法的实现过程中，须建立两个链表，以各自存储待扩展的节点以及已经扩展的节点，将其称为 OPEN 表与 CLOSE 表。算法的实现步骤流程图如图 4.3 所示。

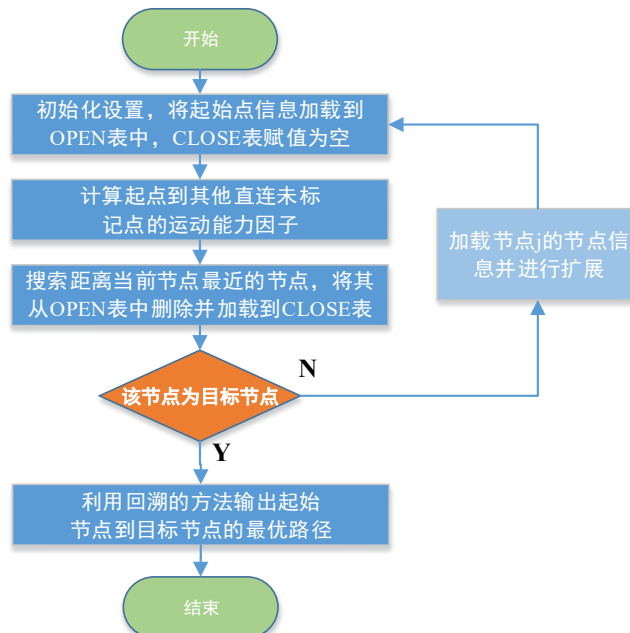


图 4.3 改进 A*算法的算法实现步骤流程图

鉴于影响导弹发射装置运动状态的因素，当确定每种影响因素的量化情况之

后, 需要建立如式 (4.10) 的计算公式, 获取在所有标记的节点 k 与其他直接连接的未被标记过的节点 j 的运动能力影响因子。

$$e_i = \sum_{i=1}^m E_{kji} \cdot q_i \quad (4.10)$$

式 (4.10) 中, E_{kji} 是指第 i 个影响因素的量化值大小; q_i 是指第 i 个影响因素所占有的权值。将计算结果代入运动能力因素计算式, 便可获得模型结果。

5 模型评价与推广

本文围绕军事行动的避空侦察与路径选择问题, 基于地球自转运行状态参数、侦察卫星轨道运行状态参数, 结合观测站对侦察卫星的观测数据以及新疆地区城市交通路线及延伸数据, 分别对卫星过顶情况、观测站监测卫星情况进行预测, 并对根数未知情况下的卫星运行情况进行深入分析, 在此基础上, 结合新疆城市交通数据建立军队最优路径模型, 最后对单卫星与组合卫星条件下的军队在特定区域的规避策略进行了深入探索。

针对题目给出的三个问题, 分别建立了合适的优化数学模型, 并进行了合理性分析、编程、计算与检验, 最后得到了卫星星下点运行轨迹经纬度模型、地面观测站观测范围模型、运行卫星侦查范围模型、根数未知的卫星状态预测模型、军事行动最优路径规划模型 (目标函数与约束条件)、单个卫星侦察规避模型以及组合卫星侦察规避模型, 较好地体现出卫星与地球相对运动产生的结果, 并结合了现实情况对军事行动下的侦察与反侦察任务 (卫星观测、最优路径规划、侦察规避等等) 进行了解与建模分析, 并最终建立相应的数学模型保证不同条件下模型的运算结果的正确性, 同时保证误差的精度在合理范围内。但是, 由于时间仓促, 本文在模型建立和数据处理上, 可能还存在一些问题。为此, 本文有以下几点可以改进:

针对问题一, 本文在建立预测模型的基础上对题目给出的观测数据进行了验证, 确定了模型及算法的正确性与有效性。改进之处在于可借助专业的轨道分系软件 (如 STK) 进行图像制作、数据验证以及误差分析, 以保证分析结果的正确性与有效性。

针对问题二, 由于本题给出的新疆城市交通图的公路数较少, 其在图论中形成的闭环较少, 因此可以通过相关分析对本文提出的模型进行了不同程度的简化, 在今后的研究中需建立针对更为复杂交通情况下的最优路径模型, 在保证结果正确的情况下尽可能简化算法步骤, 同时提高运算速度。

针对问题三, 由于时间仓促, 虽对军队在特定区域的路径规避进行了初步分析并建立了初步模型, 但仍未能建立完整的卫星侦察规避模型, 也没有找到求解所建模型的合理算法, 为此需要更为深入的研究。

对于以上问题, 有待本组进一步探讨和研究。此模型能够对军事行动避空侦察的相关专业领域方向提供借鉴性意义。

感谢专家们对本文的审阅!

6 参考文献

- [1]韩中庚.数学建模方法及其应用[M], 高等教育出版社, 2005.
- [2]姜启源等.《数学模型》(第三版)[M], 高等教育出版社, 2003.8.

- [3]刘述民. 基于网络的民用卫星过境查询系统设计与实现[D].电子科技大学, 2008.
- [4]张云彬, 张永生. 近圆轨道遥感卫星星下点轨迹的计算[J]. 测绘学院学报, 2001, 04: 257-259.
- [5]张锦绣, 曹喜滨, 林晓辉. 卫星过顶与成像区域时间的快速预报算法研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 04: 514-516+664.
- [6]王鹏, 刘海涛, 杨根庆. 一种小卫星过顶预报算法[J]. 上海航天, 2002, 05: 17-19+38.
- [7]罗伊萍, 解志刚, 陈文锋. 一种有效的卫星过顶预报方法[J]. 海洋测绘, 2006, 03: 13-16.
- [8]张晓坤. 星载轨道预报算法和轨道机动仿真研究[D].中国科学院研究生院(空间科学与应用研究中心), 2005.
- [9]关爱杰, 余达太, 王运吉, 等. 侦察卫星作战过程仿真及侦察效果评估[J]. 系统仿真学报, 2004, 10: 2261-2263.
- [10]杨铁成. 军事运输运送路径优化研究[J]. 物流工程与管理, 2010, 11: 72-73.
- [11]邱洋洋. 基于城市路网的最优路径规划算法研究[D].燕山大学, 2015.
- [12]荣玮. 基于道路网的最短路径算法的研究与实现[D].武汉理工大学, 2005.
- [13]陈宝印, 申铭, 黄横, 等. 基于 A*算法的地空导弹部队机动路线选择模型研究[J]. 舰船电子工程, 2010, 12: 75-77+177.
- [14]石理. 对某些最短路线问题的一种快速算法[J]. 西南交通大学学报, 1981, 04: 12-19.
- [15]Kaula W M. Theory of Satellite Geodesy[M]. Blaisdall Publishing Company, 1966.
- [16]Anderson A J, Cazenve A. Space geodesy and geodynamics[J]. Academic Press, 1986.
- [17]Sandwell David T, Smith Walter H F. Marine gravity anomaly from Geosat and ERS21 satellite altimetry[J]. Journal of Geophysical Research, 1997, 102 (B5): 10039-10054.

7 附录

7.1 卫星运行轨道空间模型图

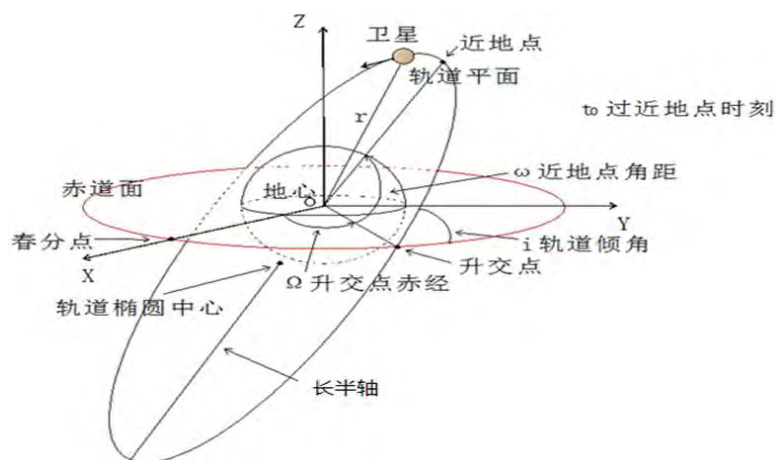


图 7.1 卫星运行轨道空间模型图

7.2 新疆地区城市交通图

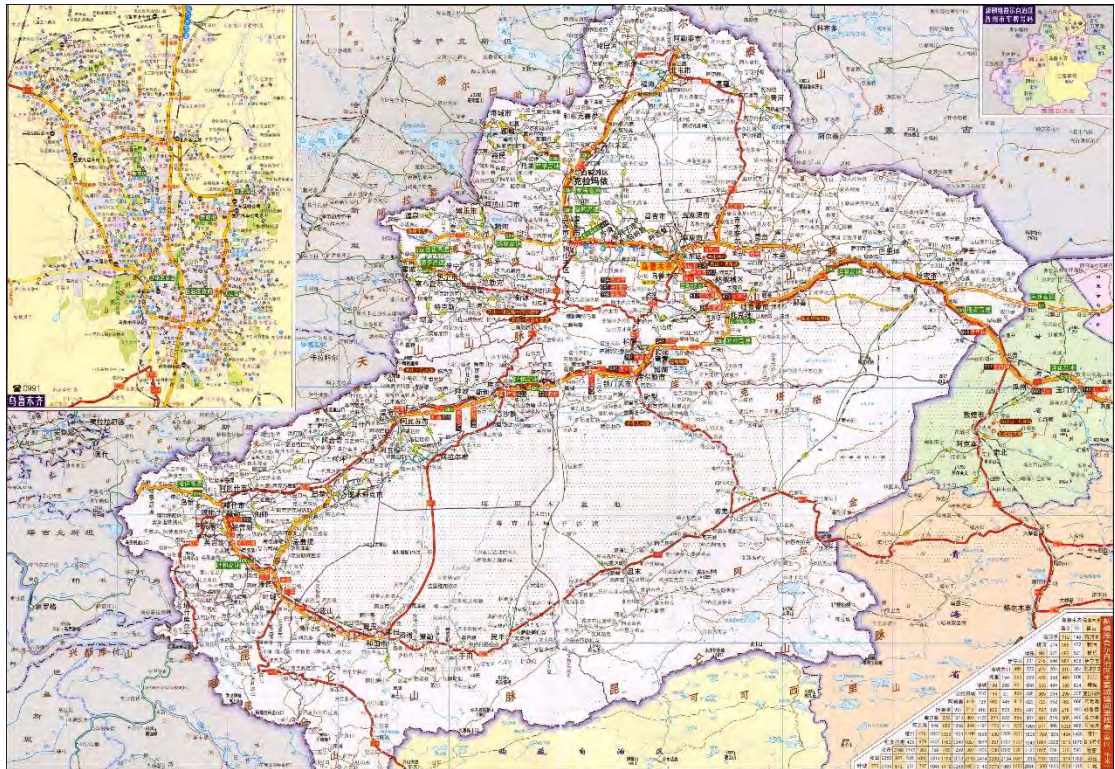


图 7.2 新疆地区城市交通图

7.3 程序代码

主函数：

```
clc
clear
close all

w_e = 7.292115*10-5;%地球平均自转角速度
u = 3.986005*1014;%地心引力常数

%% 卫星参数
% Q型卫星
% a = 6866000;%长半轴
% ii = 97.418;%倾斜角
% T = 5666;%卫星周期

% L-1卫星
% a = 7022000;%长半轴
% ii = 67.987;%倾斜角
% T = 5851;%卫星周期

% L-2卫星
% a = 7035000;%长半轴
% ii = 57.009;%倾斜角
% T = 5870;%卫星周期
```

```

% K型卫星
ii = 180-83.2525;%倾斜角
T = 5813;%卫星周期
a = ((u^(1/2))*T/2/pi)^(2/3);%长半轴
disp(a);

%% 观测点

% Q型卫星
% lambda = 114.881055092;
% latitude = 31.3704962541;
% t = 636;
% lambda = 131.655119626;
% latitude = 35.059019611;
% t = 255650;

% L-1卫星
% lambda = 115.428407704;
% latitude = 33.2849168708;
% t = 70201;
% lambda = 117.735505734;
% latitude = 32.4139792747;
% t = 497186;

% L-2卫星
% lambda = 130.614617515;
% latitude = 25.6685280589;
% t = 15693;
% lambda = 109.932413866;
% latitude = 39.2028110834;
% t = 450115;

% K型卫星
% lambda = 129.100448285;
% latitude = 34.0545435457;
% t = 25926;
lambda = 121.84892806;
latitude = 32.5121923761;
t = 200407;

%% 星下点轨迹预测
[Omega0, tt, t0] = Omega_up(a, ii, lambda, latitude, t, T);
[Omega1, t1] = Omega_down(Omega0, t0, ii, T);

```

```

[data1] = up_positive(a, ii, Omega0, t0, T);
[data2] = up_negative(a, ii, Omega0, t0, T);
[data3] = down_positive(a, ii, Omega1, t1, T);
[data4] = down_negative(a, ii, Omega1, t1, T);

data = [data2;data1;data4;data3];
% disp('data:');
% disp(data);

q = 90; %预测星下点轨迹周期数
TT = size(data,1);
data_all = zeros(TT*q,3);
data_all(1:TT,:) = data;
data_temp = data;

for i = 1:q-1
    data_temp(:,1) = data_temp(:,1) + T;
    data_temp(:,2) = data_temp(:,2) - w_e*T*180/pi;
    data_all((TT*i+1):(TT*(i+1)), :) = data_temp;
end

for j = 1:size(data_all,1)
    if data_all(j,2) >= 360
        data_all(j,2) = mod(data_all(j,2),360);
    end
    if data_all(j,2) < 0
        data_all(j,2) = mod(data_all(j,2),360);
    end
end

%% 观测、过顶、安全施工预测
[data_t] = observation(data_all);
% [data_t] = top(data_all);
% [data_t] = safety(data_all);

%% 星下点轨迹作图
figure;
% plot(data(:,2),data(:,3));
plot(data_all(:,2),data_all(:,3),'r');
xlabel('经度');
ylabel('纬度');

x = cos(data_all(:,2)/180*pi).*cos(data_all(:,3)/180*pi);

```

```

y = sin(data_all(:,2)/180*pi).*cos(data_all(:,3)/180*pi);
z = sin(data_all(:,3)/180*pi);

figure;
hold on;
x1 = x(1:floor(end/3));
x2 = x(floor(end/3)+1:floor(end/3*2));
x3 = x(floor(end/3*2)+1:end);
y1 = y(1:floor(end/3));
y2 = y(floor(end/3)+1:floor(end/3*2));
y3 = y(floor(end/3*2)+1:end);
z1 = z(1:floor(end/3));
z2 = z(floor(end/3)+1:floor(end/3*2));
z3 = z(floor(end/3*2)+1:end);
plot3(x1,y1,z1,'r');
plot3(x2,y2,z2,'k');
plot3(x3,y3,z3,'b');
axis equal

```

子函数：

```

function [Omega0, tt, t0] = Omega_up(a, ii, lambda, latitude, t, T)
% 函数用于求取升交点经度(考虑观测站地点，可以设定已知某北半球向北点。逆行轨道，纬度增加经度减少；顺行轨道，纬度增加经度增加)
% a 轨道长半轴
% ii 轨道倾斜角
% lambda 观测点经度
% latitude 观测点纬度
% t 观测点时刻 以D0天0点为第0秒
% T 卫星周期

%% 参数设置
%地球
w_e = 7.292115*10^(-5);%地球平均自转角速度
u = 3.986005*10^14;%地心引力常数
f = 1/298.257;%地球扁率

%卫星
a = 6866000;%长半轴
if ii >= 90
    i = (180 - ii)/180*pi;%倾斜角
end
if ii < 90

```

```

    i = ii/180*pi;%倾斜角
end

% n = (u^(1/2)) / (a^(3/2));%卫星平均运动角速度
% T = 5666;%卫星周期
n = 2*pi/T;

% 升交点赤经变化率
% j2 = 1.083*10^(-3);
% ae = 6378137;
% e = 0.0002;
% ww = -(3/2)*j2*(u^(1/2))*(ae^2)*cos(i)/((a^(7/2))*(1-e^2)^2);%升交点赤经变化率
% w_e = w_e - ww;

%% 观测点对应星下点经纬度
% t = 0;%观测点时刻 以D0天0点为第0秒
% lambda = 126.144973083;
% latitude = 33.5578290416;

disp('观测点对应星下点经度: ');
disp(lambda);
disp('观测点对应星下点纬度: ');
disp(latitude);

%% 算法
latitude_r = latitude/180*pi;%大地纬度
% latitude_p = atan(((1-f)^2)*tan(latitude_r));%地心纬度
latitude_p = latitude_r;%地心纬度
tt = (asin(sin(latitude_p)/sin(i)))/n;
disp('观测点距赤经点时间: ');
disp(tt);
t0 = t - tt;
disp('升交点时刻: ');
disp(t0);

tan_d_lambda = (-sin(w_e*tt)*cos(n*tt) + cos(w_e*tt)*sin(n*tt)*cos(i)) / (cos(w_e*tt)*cos(n*tt) +
sin(w_e*tt)*sin(n*tt)*cos(i));

if ii >= 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda) + 2*w_e*tt;
end
if ii < 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda);
end

```

```

% disp('变化经度: ');
% disp(d_lambda/pi*180);

if ii >= 90
    lambda_r = lambda/180*pi + d_lambda;
end
if ii < 90
    lambda_r = lambda/180*pi - d_lambda;
end

lambda0 = lambda_r/pi*180;
Omega0 = lambda0;

if Omega0 >= 360
    Omega0 = Omega0 - 360;
end
if Omega0 < 0
    Omega0 = Omega0 + 360;
end

disp('升交点赤经: ');
disp(Omega0);
end

function [Omega0, tt, t0] = Omega_up_1(a, ii, lambda, latitude, t, T)
%% 函数用于求取升交点经度(已知某南半球向北点。逆行轨道，纬度减少经度减少；顺行轨道，纬度减少经度增加)
% a 轨道长半轴
% ii 轨道倾斜角
% lambda 观测点经度
% latitude 观测点纬度
% t 观测点时刻 以D0天0点为第0秒
% T 卫星周期

%% 参数设置
%地球
w_e = 7.292115*10^(-5);%地球平均自转角速度
u = 3.986005*10^14;%地心引力常数
% f = 1/298.257;%地球扁率

%卫星
% a = 6866000;%长半轴
if ii >= 90
    i = (180 - ii)/180*pi;%倾斜角

```

```

end

if ii < 90
    i = ii/180*pi;%倾斜角
end

% n = (u^(1/2)) / (a^(3/2));%卫星平均运动角速度
% T = 5666;%卫星周期
n = 2*pi/T;

% 升交点赤经变化率
% j2 = 1.083*10^(-3);
% ae = 6378137;
% e = 0.0002;
% ww = -(3/2)*j2*(u^(1/2))*(ae^2)*cos(i)/((a^(7/2))*(1-e^2)^2);%升交点赤经变化率
% w_e = w_e - ww;

%% 观测点对应星下点经纬度
% t = 0;%观测点时刻 以D0天0点为第0秒
% lambda = 126.144973083;
% latitude = 33.5578290416;

disp(' 观测点对应星下点经度: ');
disp(lambda);
disp(' 观测点对应星下点纬度: ');
disp(latitude);

%% 算法
latitude_r = latitude/180*pi;%大地纬度
% latitude_p = atan(((1-f)^2)*tan(latitude_r));%地心纬度
latitude_p = latitude_r;%地心纬度
tt = (asin(sin(latitude_p)/sin(i)))/n;
disp(' 观测点距赤经点时间: ');
disp(tt);
t0 = t + tt;
disp(' 升交点时刻: ');
disp(t0);

tan_d_lambda = (-sin(w_e*tt)*cos(n*tt) + cos(w_e*tt)*sin(n*tt)*cos(i)) / (cos(w_e*tt)*cos(n*tt) +
sin(w_e*tt)*sin(n*tt)*cos(i));

if ii >= 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda) + 2*w_e*tt;
end

if ii < 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda);

```

```

end

% disp('变化经度: ');
% disp(d_lambda/pi*180);

if ii >= 90
    lambda_r = lambda/180*pi - d_lambda;
end
if ii < 90
    lambda_r = lambda/180*pi + d_lambda;
end

lambda0 = lambda_r/pi*180;
Omega0 = lambda0;

if Omega0 >= 360
    Omega0 = Omega0 - 360;
end
if Omega0 < 0
    Omega0 = Omega0 + 360;
end

disp('升交点赤经: ');
disp(Omega0);
end

function [Omega1, t1] = Omega_down(Omega0, t0, ii, T)
%% 升交点后的相邻降交点

w_e = 7.292115*10^(-5); %地球平均自转角速度
% T = 5666; %卫星周期

Omega0_r = Omega0/180*pi;

if ii >= 90
    Omega1_r = Omega0_r - pi - (1/2)*w_e*T;
end
if ii < 90
    Omega1_r = Omega0_r + pi - (1/2)*w_e*T;
end

Omega1 = Omega1_r/pi*180;

```



```

if Omega1 >= 360
    Omega1 = Omega1 - 360;
end
if Omega1 < 0
    Omega1 = Omega1 + 360;
end

disp(' 降交点赤经: ');
disp(Omega1);

t1 = t0 + T/2;

disp(' 降交点时刻: ');
disp(t1);
end

function [data1] = up_positive(a, ii, Omega0, t0, T)
%% 函数用于求取升交点后T/4
% a 轨道长半轴
% ii 轨道倾斜角
% Omega0 升交点赤经
% t0 升交点时刻
% tt 轨道步长
% T 卫星周期

%% 参数设置
%地球
w_e = 7.292115*10-5;%地球平均自转角速度
u = 3.986005*1014;%地心引力常数
% f = 1/298.257;%地球扁率

%卫星
% a = 6866000;%长半轴
if ii >= 90
    i = (180 - ii)/180*pi;%倾斜角
end
if ii < 90
    i = ii/180*pi;%倾斜角
end

% n = (u1/2) / (a3/2);%卫星平均运动角速度
% T = 5666;%卫星周期
n = 2*pi/T;

```

```

%% 赤交点
Omega0 = Omega0/180*pi;%赤交点经度
lambda0 = Omega0;%初始经度

%% 算法
temp = 1-t0 + floor(t0);
tt = temp:1:(temp+floor(T/4)-1);
tt = [0, tt, T/4];    %tt<T/4
% disp(tt);
t = t0 + tt;%时刻
% disp(' 时间: ');
% disp(t);

Omega = Omega0 - w_e*tt;

latitude_p = asin(sin(n*tt).*sin(i));%地心纬度
latitude_r = latitude_p;%大地纬度
latitude = latitude_r/pi*180;

for j = 1:size(latitude,2)
    if latitude(j) > 90
        latitude(j) = 180 - latitude(j);
    end
    if latitude(j) < -90
        latitude(j) = -(latitude(j) + 180);
    end
end

% disp(' 纬度: ');
% disp(latitude);

tan_d_lambda = (-sin(w_e*tt).*cos(n*tt) + cos(w_e*tt).*sin(n*tt).*cos(i)) ./ (cos(w_e*tt).*cos(n*tt) +
sin(w_e*tt).*sin(n*tt).*cos(i));

if ii >= 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda) + 2*w_e*tt;
end
if ii < 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda);
end

% disp(' 变化经度: ');
% disp(d_lambda/pi*180);

```

```

if ii >= 90
    lambda_r = lambda0 - d_lambda;
end
if ii < 90
    lambda_r = lambda0 + d_lambda;
end

lambda = lambda_r/pi*180;

for i = 1:size(lambda,2)
    if lambda(i) >= 360
        lambda(i) = lambda(i) - 360;
    end
    if lambda(i) < 0
        lambda(i) = lambda(i) + 360;
    end
end

% disp(' 经度');
% disp(lambda);

data1 = [t',lambda',latitude'];
% disp(' data1:');
% disp(data1);

% figure;
% plot(data1(:,2),data1(:,3));
% xlabel(' 经度');
% ylabel(' 纬度');
end

function [data2] = up_negative(a, ii, Omega0, t0, T)
%% 函数用于求取升交点前T/4
% a 轨道长半轴
% ii 轨道倾斜角
% Omega0 升交点赤经
% t0 升交点时刻
% tt 轨道步长
% T 卫星周期

%% 参数设置
%地球

```

```

w_e = 7.292115*10^(-5);%地球平均自转角速度
u = 3.986005*10^14;%地心引力常数
% f = 1/298.257;%地球扁率

%卫星
% a = 6866000;%长半轴
if ii >= 90
    i = (180 - ii)/180*pi;%倾斜角
end
if ii < 90
    i = ii/180*pi;%倾斜角
end
% n = (u^(1/2)) / (a^(3/2));%卫星平均运动角速度
% T = 5666;%卫星周期
n = 2*pi/T;

%% 赤交点
Omega0 = Omega0/180*pi;%赤交点经度
lambda0 = Omega0;%初始经度

%% 算法
temp = t0 - floor(t0);
tt = (temp+floor(T/4)-1):-1:temp;
tt = [T/4, tt];    %tt<T/4
% disp(tt);
t = t0 - tt;%时刻
% disp('时间: ');
% disp(t);

Omega = Omega0 - w_e*tt;

latitude_p = -asin(sin(n*tt).*sin(i));%地心纬度
latitude_r = latitude_p;%大地纬度
latitude = latitude_r/pi*180;

for j = 1:size(latitude,2)
    if latitude(j) > 90
        latitude(j) = 180 - latitude(j);
    end
    if latitude(j) < -90
        latitude(j) = -(latitude(j) + 180);
    end
end

```

```

% disp(' 纬度: ');
% disp(latitude);

tan_d_lambda = (-sin(w_e*tt).*cos(n*tt) + cos(w_e*tt).*sin(n*tt).*cos(i)) ./ (cos(w_e*tt).*cos(n*tt) +
sin(w_e*tt).*sin(n*tt).*cos(i));

if ii >= 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda) + 2*w_e*tt;
end
if ii < 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda);
end

% disp(' 变化经度: ');
% disp(d_lambda/pi*180);

if ii >= 90
    lambda_r = lambda0 + d_lambda;
end
if ii < 90
    lambda_r = lambda0 - d_lambda;
end

lambda = lambda_r/pi*180;

for i = 1:size(lambda,2)
    if lambda(i) >= 360
        lambda(i) = lambda(i) - 360;
    end
    if lambda(i) < 0
        lambda(i) = lambda(i) + 360;
    end
end

% disp(' 经度');
% disp(lambda);

data2 = [t',lambda',latitude'];
% disp(' data2:');
% disp(data2);

% figure;
% plot(data2(:,2),data2(:,3));
% xlabel(' 经度');

```

```

% ylabel('纬度');
end

function [data3] = down_positive(a, ii, Omega1, t1, T)
%% 函数用于求取降交点后T/4
% a 轨道长半轴
% ii 轨道倾斜角
% Omega1 降交点赤经
% t1 降交点时刻
% tt 轨道步长
% T 卫星周期

%% 参数设置
%地球
w_e = 7.292115*10^(-5);%地球平均自转角速度
u = 3.986005*10^14;%地心引力常数
% f = 1/298.257;%地球扁率

%卫星
% a = 6866000;%长半轴
if ii >= 90
    i = (180 - ii)/180*pi;%倾斜角
end
if ii < 90
    i = ii/180*pi;%倾斜角
end

% n = (u^(1/2)) / (a^(3/2));%卫星平均运动角速度
% T = 5666;%卫星周期
n = 2*pi/T;

%% 赤交点
Omega1 = Omega1/180*pi;%赤交点经度
lambda1 = Omega1;%初始经度

%% 算法
temp = 1-t1 + floor(t1);
tt = temp:1:(temp+floor(T/4)-1);
tt = [0, tt, T/4]; %tt<T/4
% disp(tt);
t = t1 + tt;%时刻
% disp('时间: ');
% disp(t);

```

```

Omega = Omegal - w_e*tt;

latitude_p = -asin(sin(n*tt).*sin(i));%地心纬度
latitude_r = latitude_p;%大地纬度
latitude = latitude_r/pi*180;

for j = 1:size(latitude,2)
    if latitude(j) > 90
        latitude(j) = 180 - latitude(j);
    end
    if latitude(j) < -90
        latitude(j) = -(latitude(j) + 180);
    end
end

% disp(' 纬度: ');
% disp(latitude);

tan_d_lambda = (-sin(w_e*tt).*cos(n*tt) + cos(w_e*tt).*sin(n*tt).*cos(i)) ./ (cos(w_e*tt).*cos(n*tt) +
sin(w_e*tt).*sin(n*tt).*cos(i));

if ii >= 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda) + 2*w_e*tt;
end
if ii < 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda);
end

% disp(' 变化经度: ');
% disp(d_lambda/pi*180);

if ii >= 90
    lambda_r = lambda1 - d_lambda;
end
if ii < 90
    lambda_r = lambda1 + d_lambda;
end

lambda = lambda_r/pi*180;

for i = 1:size(lambda,2)
    if lambda(i) >= 360
        lambda(i) = lambda(i) - 360;
    end
end

```

```

        if lambda(i) < 0
            lambda(i) = lambda(i) + 360;
        end
    end

    % disp(' 经度');
    % disp(lambda);

    data3 = [t',lambda',latitude'];
    % disp(' data3:');
    % disp(data3);

    % figure;
    % plot(t,d_lambda);
    % plot(data3(:,2),data3(:,3));
    % xlabel(' 经度');
    % ylabel(' 纬度');
end

function [data4] = down_negative(a, ii, Omega1, t1, T)
%% 函数用于求取降交点前T/4
% a 轨道长半轴
% ii 轨道倾斜角
% Omega1 降交点赤经
% t1 降交点时刻
% tt 轨道步长
% T 卫星周期

%% 参数设置
%地球
w_e = 7.292115*10-5;%地球平均自转角速度
u = 3.986005*1014;%地心引力常数
f = 1/298.257;%地球扁率

%卫星
% a = 6866000;%长半轴
if ii >= 90
    i = (180 - ii)/180*pi;%倾斜角
end
if ii < 90
    i = ii/180*pi;%倾斜角
end
% n = (u1/2) / (a3/2);%卫星平均运动角速度

```



```

% T = 5666;%卫星周期
n = 2*pi/T;

%% 赤交点
Omega1 = Omega1/180*pi;%赤交点经度
lambda1 = Omega1;%初始经度

%% 算法
temp = t1 - floor(t1);
tt = (temp+floor(T/4)-1):-1:temp;
tt = [T/4, tt]; %tt<T/4
% disp(tt);
t = t1 - tt;%时刻
% disp('时间: ');
% disp(t);

Omega = Omega1 - w_e*tt;

latitude_p = asin(sin(n*tt).*sin(i));%地心纬度
latitude_r = latitude_p;%大地纬度
latitude = latitude_r/pi*180;

for j = 1:size(latitude,2)
    if latitude(j) > 90
        latitude(j) = 180 - latitude(j);
    end
    if latitude(j) < -90
        latitude(j) = -(latitude(j) + 180);
    end
end

% disp('纬度: ');
% disp(latitude);

tan_d_lambda = (-sin(w_e*tt).*cos(n*tt) + cos(w_e*tt).*sin(n*tt).*cos(i)) ./ (cos(w_e*tt).*cos(n*tt) +
sin(w_e*tt).*sin(n*tt).*cos(i));

if ii >= 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda) + 2*w_e*tt;
end
if ii < 90
    d_lambda = atan(tan_d_lambda);
end

```

```

% disp('变化经度: ');
% disp(d_lambda/pi*180);

if ii >= 90
    lambda_r = lambda1 + d_lambda;
end
if ii < 90
    lambda_r = lambda1 - d_lambda;
end

lambda = lambda_r/pi*180;

for i = 1:size(lambda,2)
    if lambda(i) >= 360
        lambda(i) = lambda(i) - 360;
    end
    if lambda(i) < 0
        lambda(i) = lambda(i) + 360;
    end
end

% disp('经度');
% disp(lambda);

data4 = [t',lambda',latitude'];
% disp('data4:');
% disp(data4);

% figure;
% plot(t,d_lambda);
% plot(data4(:,2),data4(:,3));
% xlabel('经度');
% ylabel('纬度');
end

function [data_t] = observation(data_all)
%% 用于计算某天卫星被观测到的时间点
% data_all 星下点轨迹预测数据

% time = [1,86399]; %D0
% time = [86400,172799]; %D1 8.17
% time = [172800,259199]; %D2

```

```

% time = [259200,345599];      %D3
% time = [345600,431999];      %D4
% time = [432000,518399];      %D5

% time = [604800,691199];      %8.23

% time = [25711,345599];       %K型卫星
time = [248977,345599];        %K型卫星

r1 = find(data_all(:,1) == time(1));
r2 = find(data_all(:,1) == time(2));
disp(r1);
disp(r2);

data = data_all(r1:r2,:);

% save('data_D3','data');
% xlswrite('data_D3.xlsx',data);
% save('data_823_L2','data');
% xlswrite('data_823_L2.xlsx',data);
% save('data_K','data');
% xlswrite('data_K.xlsx',data);

t_temp = zeros(size(data,1),1);

for i = 1:size(data,1)
    flag = (cos(data(i,2)/180*pi)*cos(data(i,3)/180*pi) - cos(118.7681/180*pi)*cos(32.0209/180*pi))^2 +
    (sin(data(i,2)/180*pi)*cos(data(i,3)/180*pi) - sin(118.7681/180*pi)*cos(32.0209/180*pi))^2 +
    (sin(data(i,3)/180*pi) - sin(32.0209/180*pi))^2 <= 4*(sin(16/2/180*pi))^2;
    % flag = (cos(data(i,2)/180*pi)*cos(data(i,3)/180*pi) - cos(118.7681/180*pi)*cos(32.0209/180*pi))^2 +
    (sin(data(i,2)/180*pi)*cos(data(i,3)/180*pi) - sin(118.7681/180*pi)*cos(32.0209/180*pi))^2 +
    (sin(data(i,3)/180*pi) - sin(32.0209/180*pi))^2 <= 4*(sin(17.5/2/180*pi))^2;
    if flag
        t_temp(i) = 1;
    end
end
% disp(t_temp);

j = find(t_temp);
% disp('j:');
% disp(j);
data_t = data(j,:);

% save('data_D3_observation','data_t');

```

```

% xlswrite('data_D3_observation.xlsx',data_t);
% save('data_823_L2_observation','data_t');
% xlswrite('data_823_L2_observation.xlsx',data_t);
% save('data_K_observation','data_t');
% xlswrite('data_K_observation.xlsx',data_t);

% disp('data_t:');
% disp(data_t);
end

function [data_t] = top(data_all)
%% 用于计算某天卫星被观测到的时间点
% data_all 星下点轨迹预测数据

% time = [1,86399];          %D0
% time = [86400,172799];     %D1  8.17
% time = [172800,259199];    %D2
% time = [259200,345599];    %D3
% time = [345600,431999];    %D4
% time = [432000,518399];    %D5

time = [604800,691199];      %8.23

r1 = find(data_all(:,1) == time(1));
r2 = find(data_all(:,1) == time(2));
disp(r1);
disp(r2);

data = data_all(r1:r2,:);
% save('data_D5','data');
% xlswrite('data_D5.xlsx',data);
t_temp = zeros(size(data,1),1);

for i = 1:size(data,1)
    if (data(i,2) <= 118.91+0.07419) && (data(i,2) >= 118.02-0.07419) && (data(i,3) <= 32.25+0.07419) &&
(data(i,3) >= 31.90-0.07419)
        t_temp(i) = 1;
    end
end
% disp(t_temp);

j = find(t_temp);
disp('j:');

```

```

disp(j);
data_t = data(j',:);
% save('data_D5_top','data_t');
% xlswrite('data_D5_top.xlsx',data_t);
% disp('data_t:');
% disp(data_t);
end

function [data_t] = safety(data_all)
%% 用于计算某天卫星被观测到的时间点
% data_all 星下点轨迹预测数据

% time = [1,86399];          %D0
% time = [86400,172799];      %D1 8.17
% time = [172800,259199];     %D2
% time = [259200,345599];     %D3
% time = [345600,431999];     %D4
% time = [432000,518399];     %D5

time = [604800,691199];      %8.23

r1 = find(data_all(:,1) == time(1));
r2 = find(data_all(:,1) == time(2));
disp(r1);
disp(r2);
% r1 = 1;
% r2 = size(data_all,1);

data = data_all(r1:r2,:);
% save('data_D5','data');
% xlswrite('data_D5.xlsx',data);
t_temp = zeros(size(data,1),1);
L = 272;

for i = 1:size(data,1)
    if (data(i,2) <= 118.91+L/6371.393/pi*180) && (data(i,2) >= 118.02-L/6371.393/pi*180) && (data(i,3) <=
32.25+L/6371.393/pi*180) && (data(i,3) >= 31.90-L/6371.393/pi*180)
        t_temp(i) = 1;
    end
end
% disp(t_temp);

j = find(t_temp);

```

```

disp(' j:');
disp(j);
data_t = data(j',:);
% save('data_823_L2_safety','data_t');
% xlswrite('data_823_L2_safety.xlsx',data_t);
% disp('data_t:');
% disp(data_t);
end

```

问题一第 3 问

%% 利用观测点，求取卫星从该点距升交点的时间，用轨道倾斜角或其补角 x 和卫星平均角速度 n 表示

```

w_e = 7.292115*10^(-5);%地球平均自转角速度
u = 3.986005*10^14;%地心引力常数
% f = 1/298.257;%地球扁率

% lambda = 131.767468239;
% latitude = 20.8644125339;
% t = 25711;

lambda = 129.100448285;
latitude = 34.0545435457;
t = 25926;

% lambda = 105.554207872;
% latitude = 30.6995345669;
% t = 31688;

syms x n                                % x 轨道倾斜角or其补角（取决于顺行轨道或者逆行轨道）    n卫星平均角速度

latitude_r = latitude/180*pi;%大地纬度
% latitude_p = atan(((1-f)^2)*tan(latitude_r));%地心纬度
latitude_p = latitude_r;%地心纬度
tt = (asin(sin(latitude_p)/sin(x)))/n;
disp('观测点距赤经点时间: ');
disp(tt);

clc
clear

```

```

data = zeros(4,20000);           %储存计算结果
i = 1;
for x = 83:0.001:85
    T = 5813;
    n = 2*pi/T;
    t1 = asin(3207983179991865/(9007199254740992*sin(x)))/n;
    t2 = asin(1260967057640813/(2251799813685248*sin(x)))/n;
    %    t3 = asin(3308901540906929/(4503599627370496*sin(x)))/n;
    t3 = asin(4598498875437607/(9007199254740992*sin(x)))/n;

    y = t2 - t1 -215;
    z = t2 - t3 + 5762 - T;

    data(1,i) = x;
    data(2,i) = T;
    data(3,i) = y;
    data(4,i) = z;
    i = i + 1;
end
data = data';
disp(data);
% xlswrite('result.xlsx',data);

datt = zeros(10000,5);          %储存最优解附近详细数据
m = 1;
for i = 1:size(data,1)
    if abs(data(i,3)) <= 5 && abs(data(i,4)) <= 5
        datt(m,1:4) = data(i,:);
        m = m + 1;
    end
end

datt(:,5) = datt(:,3).^2 + datt(:,4).^2;

```