

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校 青岛科技大学

参赛队号 10426016

1.樊明灿

队员姓名 2.冯振华

3.秦娜

参赛密码 _____

(由组委会填写)



第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 人体营养健康角度的中国果蔬发展战略研究

摘 要：

本文主要研究中国果蔬发展问题。在广泛收集各种数据并对其统计分析的基础上，综合运用了聚类分析、单因素方差分析、线性规划等知识建立了相关问题的数学模型，并利用 *Matlab* 等软件得出了比较合理的结论。

在筛选主要的水果和蔬菜时，首先建立了 *R* 型聚类分析模型，根据各种果蔬中矿物质、维生素、膳食纤维的含量分别将水果、蔬菜分为了 8 类和 4 类（见表 3、5），然后以总产量最大为原则，在上述分类中选出了 14 种水果（见表 4）和 10 种蔬菜（见表 6）。在对主要水果和蔬菜消费量进行估计和预测时，采用了两种方法进行求解。方法一：首先根据损耗率和查找的果蔬生产量估计出了当前果蔬消费量，然后建立了灰色系统的 *GM*(1,1) 模型，得到了至 2020 年果蔬消费量

的预测值；方法二：首先收集了近 8 年来我国果蔬进出口资料，估计出了近 8 年来我国果蔬消费量数据，然后建立了曲线拟合模型，同样得出了至 2020 年果蔬消费量预测值。最后，对两种模型进行了比较分析。

在评价居民营养素年摄入水平时，首先将所有居民分为了三个年龄段并且根据附件 4 分别求出了每个年龄段对应的营养素标准摄入量；其次在广泛收集数据的基础上求出了现阶段营养素摄入量；然后建立了单因素方差分析模型，通过对营养素标准摄入量和现阶段营养素摄入量进行分析比较，得到居民目前营养素年摄入水平合理。利用问题一预测出的至 2020 年有关数据重复上述过程，可判断出至 2020 年中国居民的人体营养健康趋于恶化。

在研究如何以较低的购买成本满足营养健康需要时，分别选取了我国北方和南方的四个季节进行研究。首先将水果和蔬菜混合在一起进行 *R* 型聚类，找出了每一类中价格最便宜的果蔬；其次在广泛收集数据的基础上求出了人体从果蔬中摄入的营养素；然后建立单目标线性规划模型，该模型以人均购买果蔬成本为目标函数，以实际营养素摄入量大于人体从果蔬中摄入营养素标准量为约束条

件；最后得出了 8 种情况下的合理人均消费量（见表 30），并对模型进行了灵敏度分析。

若再考虑出口贸易、土地面积等因素，我们建立了多目标线性规划模型。该模型以人均购买果蔬成本最低为第一目标函数，以种植者获利最大为第二目标函数；约束条件考虑到了营养元素的摄入量、现阶段果蔬的固有种植结构、可变种植结构、种植面积以及人均摄入量与种植面积的关系，最后求出了 2020 年果蔬生产的调整战略（见表 33）。

最后根据研究结论给相关部门提供了合理的建议。

关键词 R 型聚类分析； $GM(1,1)$ ；单因素方差分析；多目标线性规划模型

一、问题重述

人体需要的营养素主要有蛋白质、脂肪、维生素、矿物质、糖和水。其中维生素对于维持人体新陈代谢的生理功能是不可或缺的，多达 30 余种，分为脂溶性维生素和水溶性维生素。矿物质无机盐等亦是构成人体的重要成分，约占人体体重的 5%，主要有钙、钾、硫等以及微量元素铁、锌等。另外适量地补充膳食纤维对促进良好的消化和排泄固体废物有着举足轻重的作用。水果和蔬菜是重要的农产品，主要为人体提供矿物质、维生素、膳食纤维。多数中国居民喜食、饱食、偏食、忽视人体健康所需的营养均衡的传统饮食习惯尚未根本扭转，这就使得我国的果蔬消费在满足居民身体健康所需均衡营养的意义下，近乎盲目无序，进而影响到果蔬生产。请完成以下几项任务：

第一，科学决策的基础是比较准确地掌握情况。但我国蔬菜和水果品种繁多，无论是中国官方公布的数据还是世界粮农组织、美国农业部等发布的数据均不完整，缺失较为普遍，而且品种、口径不一。我们既不可能也没有必要了解全部数据，对这样的宏观问题，恰当的方法是选取主要的水果和蔬菜品种进行研究。因此，要求主要的水果、蔬菜品种不仅总计产量应分别超过它们各自总产量的 90%，而且这部分品种所蕴含营养素无论在成分上还是在含量上都满足研究的需要。运用数学手段从附件表格中筛选出主要的水果和蔬菜品种，并尝试用多种方法建立数学模型对其消费量进行估计，研究其发展趋势。

第二、摸清我国居民矿物质、维生素、膳食纤维等营养素摄入现状。请结合为保障人体健康所需要的各种营养成分的范围和前面预测的人均消费结果，评价中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平是否合理。按照水果和蔬菜近期的消费趋势，至 2020 年，中国居民的人体营养健康状况是趋于好转还是恶化并给出支持结论的充分依据。

第三，不同的蔬菜、水果尽管各种营养素含量各不相同，但营养素的种类大致相近，存在着食用功能的相似性。所以，水果与水果之间、蔬菜与蔬菜之间、水果与蔬菜之间从营养学角度在一定程度上可以相互替代、相互补充。由于每种蔬菜、水果所含有的维生素、矿物质、膳食纤维成分、含量不尽相同，价格也有差异，因而在保证营养均衡满足健康需要条件下，如何选择消费产品是个普遍的问题。请你们为当今中国居民（可以分区域分季节）提供主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，使人们能够以较低的购买成本（假定各品种价格按照原有趋势合理变动）满足自身的营养健康需要。

第四，为实现人体营养均衡满足健康需要，国家可能需要对水果和蔬菜各品种的生产规模做出战略性调整。一方面国家要考虑到居民人体的营养均衡，并使营养摄入量尽量在合理范围内；另一方面也要顾及居民的购买成本，使其购买成本尽可能的低；同时还要使种植者能够尽量获得较大收益；而且，作为国家宏观战略，还要考虑进出口贸易、土地面积等其他因素。基于上述考虑，建立数学模型重新计算中国居民主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，并给出到 2020 年我国水果和蔬菜产品生产的调整战略。

第五，结合前面的研究结论，给相关部门提供 1000 字左右的政策建议。

二、模型假设

- (1) 假设查找所得数据具有一定的可信性与合理性;
- (2) 假设全国果蔬年消费量中的可食用部分都被食用;
- (3) 假设处于同一年龄段的人体质相当;
- (4) 假设常见水果蔬菜的营养素含量情况能够反映总体水平;
- (5) 假设在所研究的时间内, 国家对果蔬市场不进行宏观调控。

三、符号说明

序号	符号	说明
1	n_i	第 i 种水果或蔬菜的人均每日消耗质量(以100g 为单位)
2	a_i	第 i 种水果或蔬菜中维生素 A 的含量(以100g 为单位)
3	b_i	第 i 种水果或蔬菜中维生素 B1 的含量(以100g 为单位)
4	c_i	第 i 种水果或蔬菜中维生素 B2 的含量(以100g 为单位)
5	d_i	第 i 种水果或蔬菜中维生素 C 的含量(以100g 为单位)
6	e_i	第 i 种水果或蔬菜中钙的含量(以100g 为单位)
7	f_i	第 i 种水果或蔬菜中铁的含量(以100g 为单位)
8	g_i	第 i 种水果或蔬菜中钠的含量(以100g 为单位)

四、问题一:模型的建立与求解

4.1 问题分析

问题一要求从附件表格中筛选出主要的水果和蔬菜品种, 并尝试用多种方法建立数学模型对其消费量进行估计, 研究其发展趋势。

为了使模型指标体系全面地反映出模型的性能, 尽可能地做到科学合理, 且符合实际情况, 所以必须认真分析问题的组成和建模目标。从所给信息来看, 由于数据中存在个别数值异常、单位不统一等特点, 必须首先对数据进行剔除补全和标准化处理。考虑到本题所给数据比较少不利于对问题的求解等局限性, 拟查找更多的数据来充实该题目。

欲筛选主要的水果和蔬菜品种, 考虑到水果和蔬菜主要是为人体提供矿物质、维生素、膳食纤维, 所以首先应该根据各水果(或蔬菜)中这三大营养成分含量将它们进行分类, 然后再从每一类中选出具有代表性的水果(或蔬菜)进行分析, 解决此过程打算建立 R 型聚类分析模型, 利用聚类图将水果(或蔬菜)的分类情况直观地呈现出来。

在对主要水果和蔬菜消费量进行估计和预测时, 我们打算采用两种方法分别进行求

解。方法一：打算根据损耗率和果蔬产量（需查找资料得到）来估计出当前果蔬消费量，然后拟对至 2020 年果蔬消费量进行预测，解决此步骤可以建立时间序列模型或者灰色预测模型，考虑到灰色模型具有计算工作量小预测准确性高等优势，拟采用灰色预测模型来解决此问题。欲建立此模型，我们需要明确本题中的灰色量并以灰色系统理论中的 $GM(1,1)$ 模型进行处理。最后我们可利用前期数据计算预测值与实际值的相对误差对模型进行检验，若都处于合理范围内则说明预测有效。方法二：拟查找有关我国果蔬进出口资料，估计出当前果蔬消费量数据，然后打算利用曲线拟合来再次进行预测，由于该方法具有计算简便、便于实现等优点，所以也应该能够得到合理的结论。

在操作过程中，合理的查找、整理数据和建立正确的数学模型是解决该问题的关键。

4.2 数据处理

本题要求从附件表格中筛选出主要的水果和蔬菜品种，并尝试用多种方法建立数学模型对其消费量进行估计，研究其发展趋势。首先我们应该明确出所研究水果和蔬菜的范围。附件一中给出了水果营养成分报表、常见水果的营养成分表、蔬菜营养成分报表、常见蔬菜营养成分报表，考虑到人们生活中接触到的大都是常见水果和常见蔬菜，所以仅对常见水果和常见蔬菜的品种进行研究。

4.2.1 数据的剔除与补全

对常见水果营养成分表中每一列数据进行查找，找出与其他数据明显不一样的数据（即含有粗大误差的数据）。以常见水果营养成分表中第一列数据为例，绘制出维生素 A 含量直方图如下：

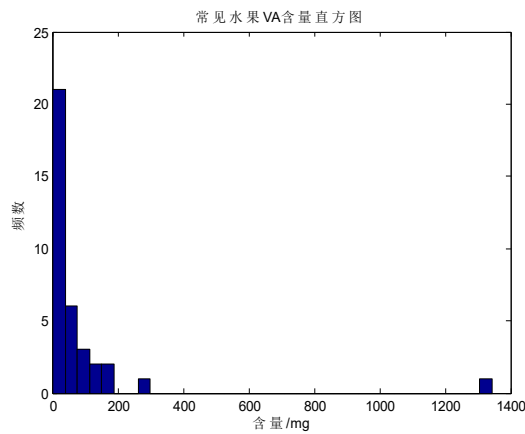


图 1 常见水果中维生素 A 含量直方图

由图 1 的偏离程度可明显看出维生素 A 数据中含有可疑数据。进一步确定出可疑数据为芒果的维生素 A 含量 1342 毫克，为了验证此数据的可靠性，我们通过查找附件所给的中国食物成分表，确定该数据真实有效。

对常见水果营养成分表中剩余列数据进行相同处理，最终确定该表中不存在含有粗大误差的数据，即常见水果营养成分表中所有数据真实有效。

同理，我们对蔬菜营养成分表进行处理，得到一个含有粗大误差的数据为茄子的维生素 E 含量 1013 毫克，通过查证得到该数据无效，应该更正 0.42 毫克，其余数据均真实可靠。

4.2.2 数据的无量纲化处理

常见水果营养成分表和常见蔬菜营养成分表中的数据单位不统一，为了消除这一影响，我们对所有数据进行标准化处理，处理方法如下：

$$X^* = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (1)$$

其中 X^* 为标准化处理后的数据， x_i 为常见水果营养成分表和常见蔬菜营养成分表中营养素含量数据， \bar{x} 为常见水果营养成分表和常见蔬菜营养成分表中营养素含量数据的均值， σ 为常见水果营养成分表和常见蔬菜营养成分表中的营养素含量数据的标准差。

4.2.3 数据的扩充

在对水果、蔬菜消费量进行估计和预测时，由于题目中没有给出有关水果、蔬菜生产量的数据，所以在国家统计局上查得 2006 年至 2010 年主要水果的生产量（见表 1），从国家农业种植司上查得 2003 年至 2006 年主要蔬菜生产量（见表 2）。

表 1 查找所得主要水果产量表^[1]

种类	2006 年 产量(吨)	2007 年 产量(吨)	2008 年 产量(吨)	2009 年 产量(吨)	2010 年 产量(吨)
苹果	26059300	27859940	29846610	31680790	33263290
梨	11986080	12895010	13538140	14262980	15057080
桃	8214700	9051774	9534351	10040200	10456020
葡萄	6270756	6696814	7151484	7940612	8548946
香蕉	6901249	7796656	7834672	8833904	9560522
草莓	187.42	187.18	200.04	220.6	233
柑橘	17898330	20582710	23312580	25211020	26452450
西瓜	6,184.52	6,203.62	6,282.17	6,478.47	6,818.10
柿子	2320346	2574143	2710998	2834165	2834165
红枣	3052860	3030623	3634071	4247773	4468335

荔枝	1507978	1707697	1507266	1695586	1773945
龙眼	1107707	1169740	1270585	1259799	1312119
猕猴桃	523190	578469	673977	875125	1069794
菠萝	890701	905090	933633	1042563	1076042
水果	95992250	105203200	113389200	122463900	128652300

表 2 查找所得主要蔬菜产量表^[2]

种类	2003 年 产量(吨)	2004 年 产量(吨)	2005 年 产量(吨)	2006 年 产量(吨)
萝卜	38809000	38328000	39352000	40030000
胡萝卜	13124000	13299000	13314000	14430000
土豆	14444000	14444000	14444000	14444000
大蒜	15556000	15666000	16541000	18320000
茄子	21192000	22192000	22634000	22470000
辣椒	8215000	7830000	7820000	7810000
黄瓜	35513000	36553000	38171000	40400000
大白菜	101974000	103463000	103083000	105060000
甘蓝	28752000	28458000	29858000	30767000
芹菜	17955000	19187000	19513000	20680000
菠菜	15739000	15674000	16179000	16270000
蔬菜	540323000	550647000	564514900	583255400

4.3 模型建立与求解

解决此问题，可以分成两步。第一步：我们应该建立 R 型聚类分析模型将水果和蔬菜进行分类，然后再通过对每一类水果和蔬菜进行分析从而筛选出主要的水果和蔬菜。第二步：使用两种方法对水果和蔬菜消费量进行估计，研究其发展趋势。

4.3.1 利用 R 型聚类筛选主要水果、蔬菜种类

(1) 利用 R 型聚类筛选主要水果种类

在常见水果营养成分表，令每一种水果为一个样本，每一种水果所含的营养素（主要考虑矿物质、维生素、膳食纤维）为该样本的数据，所有水果构成的常见水果营养成分表即为样本空间。 x_i 为第 i 种水果的营养素含量， x_j 为第 j 种水果的营养素含量， f_i 为

样本 i （即第 i 种水果所有营养素含量）， f_j 样本 j （即第 j 种水果所有营养素含量），

$d(f_i, f_j)$ 为样本 i 和样本 j 之间的欧式距离。

下面对样本进行聚类，步骤如下：

Step1：计算两两样本的距离，这里采用常见的欧氏距离。欧氏距离表述为：

$$d(f_i, f_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (f_{ik} - f_{jk})^2} \quad (2)$$

Step2：构造 m 个类，每一个类中只包含一个样本点，每一类的平台高度均为零。

Step3：计算样本与各类的距离，可以采用类平均法：设任意两类 G_1 ， G_2 类间距表示为：

$$D(G_1, G_2) = \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{x_i \in G_1} \sum_{x_j \in G_2} d(x_i, x_j) \quad (3)$$

Step4：合并距离最近的两类为新类，并且以这两类间的距离值作为聚类图中的平台高度。

Step5：计算新类与当前各类的距离，若类的个数已经等于1，转入 *Step6*，否则，回到 *Step3*；

Step6：绘制出聚类图。

Step7：决定类的个数和类。

对于本题可以采用 8 类划分，依次记为 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 、 H 类。上述描述数据处理及聚类分析均可由 *Matlab* 实现，得到的聚类图如下：

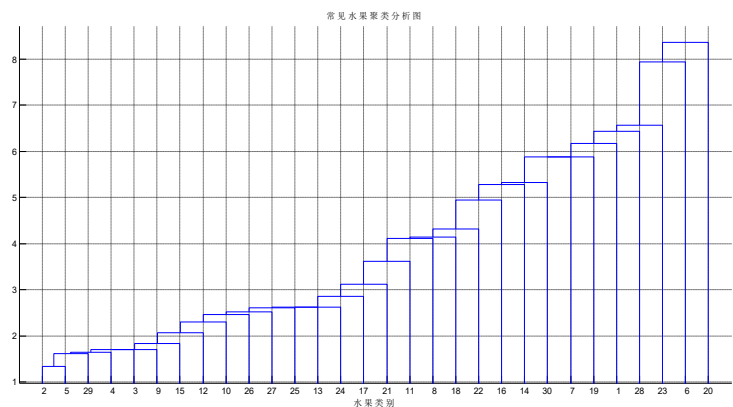


图 2 常见水果聚类图

从图 2 可以看出 6 号水果（即葡萄）被单独分为一类，20 号水果（即猕猴桃）被单独分为一类，这种分类很好的体现出了水果营养素含量这一特征。具体分类情况见表 3。

表 3 常见水果分类情况表

种类	水果
A	梨、李子、杨桃、杏子、桃子、橙子、柿子、西瓜
B	橘子、枇杷、无花果、木瓜、哈密瓜、柠檬、荔枝
C	菠萝、柚子
D	草莓、龙眼、山楂
E	大枣、桑葚、樱桃、芒果
F	香蕉、苹果、杨梅、椰子
G	葡萄
H	猕猴桃

表 3 直观地反映了常见水果的分类情况，A 类、B 类分别含有 8 种、7 种水果，而 G 类、H 类都含有 1 种水果，这在一定情况下反映出了分类的不均匀性，进而反映出各种水果之间的差异性，符合实际情况。

由于水果的主要功能是供人们食用，产量越多的水果越能发挥各其作用。所以从水果产量出发，从每一类中选取一种年产量多的水果来代表该类所有水果。考虑到主要水果总计产量应超过总产量的 90%这一限制条件，所以在种类 A、B 中分别选择三种水果，在种类 F 中选择两种水果。最终筛选出的主要水果见表 4。

表 4 主要水果品种表

苹果	梨	桃	葡萄	香蕉	荔枝	龙眼
----	---	---	----	----	----	----

草莓	柑橘类	西瓜	柿子	红枣	猕猴桃	菠萝
----	-----	----	----	----	-----	----

表 4 给出了筛选后的主要水果种类，有苹果、梨、西瓜、桃、香蕉、草莓等，全部是我们日常生活中接触到的水果。这 14 种水果在一定程度上反映出了所有水果所具有的营养素，在我们的研究中很具有代表性。

这 14 种主要水果总产量为 86739569 吨，所有水果总产量为 95992250 吨，则主要水果产量占有所有水果产量的 90.36%，满足要求。进一步证明了此结果的合理性。

(2) 利用 R 型聚类筛选主要蔬菜种类

同样采用聚类分析法得到了蔬菜的聚类图见图 3。

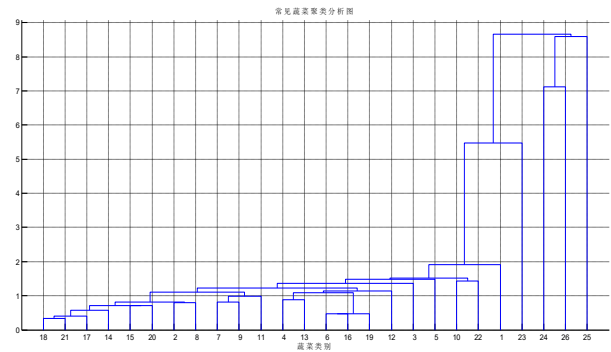


图 3 常见蔬菜聚类图

对于本题可以采用 4 类划分，依次记为 *I*、*J*、*K*、*L* 类，得到如表 5 所示的分类结果。

表 5 常见蔬菜分类情况表。

种类	蔬菜
<i>I</i>	黄瓜、丝瓜、茄子、菜花、青椒、生菜
<i>J</i>	冬瓜、西红柿、南瓜、萝卜、芹菜、韭菜、大白菜、圆白菜
<i>K</i>	小白菜、油菜、竹笋、菠菜、蒜苗、土豆、胡萝卜
<i>L</i>	榨菜、蘑菇、木耳、香菇

由表 5 可以看出，蔬菜品种的分类情况很均匀，不存在个别蔬菜独自分成一类的情况。这个表充分反映了蔬菜之间在营养素方面的关联性。处于同一类的蔬菜各种营养素含量相当，可作为替代食品来食用。不处于同一类的蔬菜各种营养素含量不相同，所以食用各类蔬菜才能达到合理膳食的效果。

同样从蔬菜产量出发，从每一类中选取年产量多的水果来代表该类所有蔬菜，最终筛选出的 10 类主要蔬菜（见表 6）。

表 6 主要蔬菜品种表

萝卜	茄子	土豆	黄瓜	菠菜
胡萝卜	辣椒	大蒜	大白菜	芹菜

表 6 给出了筛选后的主要蔬菜种类，有萝卜、茄子、西胡萝卜、芹菜、大白菜、土豆等，全部是我们日常生活中所食用蔬菜。这 10 种蔬菜在一定程度上能够反映出了所有蔬菜所具有的营养素，在我们的研究中很具有代表性

4.3.2 估计并预测主要水果、蔬菜的消费量

在对主要水果和蔬菜消费量进行估计和预测时，我们采用两种方法进行求解：

方法一：首先根据损耗率和查找的果蔬生产量估计出了当前果蔬消费量，然后建立了灰色系统的 $GM(1,1)$ 模型，得到至 2020 年果蔬消费量的预测值。

方法二：首先收集了近 8 年来我国果蔬进出口资料，估计出了近 8 年来我国果蔬消费量数据，然后建立了三次曲线回归模型，同样得出了至 2020 年果蔬消费量预测值。

(1) 利用方法一求解

➤ 根据损耗率估计当前果蔬消费量

通过对数据的搜集，我们找出了 2006 年到 2010 年主要水果的产量（见表 1）和 2003 年到 2006 年主要蔬菜的产量（见表 2）。由于本题要求对主要水果和蔬菜的消费量进行估计，所以我们要根据所查果蔬产量来通过损耗率估计出当前消费量（以水果为例）。

设田间地头到大市场损耗率为 X_1 ，大市场到零售市场损耗率为 X_2 ，零售市场到餐桌的损耗率为 X_3 ，第 i 种水果的生产量为 S_i ，第 i 种水果的消费量为 C_i 。假设消费量为生产量减去损耗量，则水果的消费量为：

$$C_i = S_i(1 - X_1)(1 - X_2)(1 - X_3) \quad (4)$$

我们将表 1 和表 2 中的生产量数据代入公式(4) 估计出了当前主要蔬菜和水果的消费量数据如下（在此只给出苹果消费量估计值数据）

表 7 苹果三年消费量估计值

年份/年	苹果消费量估计值/吨
2011	33671924.5304
2012	35705915.2987
2013	35705915.2987

➤ 建立灰色预测模型预测至 2020 年的消费量

为了能够对主要水果和蔬菜消费量进行估计并研究其发展趋势，我们需要根据题目所给条件和计算所得数据建立灰色预测模型。模型建立求解的具体步骤如下（以苹果为例）：

定义 $n=1, 2, 3, 4, 5$ 其中 1 代表 2006 年, 2 代表 2007 年, 3 代表 2008 年, 4 代表 2009 年, 5 代表 2010 年。

第一步：级比检验

建立苹果年产量时间序列如下：

$$x^{(0)} = (24774498.33, 26486361.38, 28375082.59, 30118832.01, 31623310.01)$$

求苹果年产量的级比

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}, \quad k = 2, 3, 4, 5$$

$$\lambda = (\lambda(2), \lambda(3), \lambda(4), \lambda(5)) = (0.9354, 0.9334, 0.9421, 0.9524)$$

对苹果年产量的级比判断

由于所有的 $\lambda(k) \in [0.8984, 0.9994]$, $k = 2, 3, 4, 5$, 故可以用作 $GM(1,1)$ 满意的建模。

第二步：GM(1,1)模型的建立

对原始数据 $x^{(0)}$ （即苹果 5 次统计量）作一次累加, 即

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(5)) \\ &= (26486361, 99097993, 105945446, 85125248, 60237664) \end{aligned}$$

构造数据矩阵 B 及数据向量 Y

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(5) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(5) \end{bmatrix}$$

$$\hat{u} = (a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{pmatrix} -0.0586519 \\ 24404076.4289 \end{pmatrix}$$

于是得 $a = 0.0586519$, $b = 24404076.4289$ 。

将 a , b 值代入 相应的白化微分方程

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \quad (5)$$

求的值代入公式解得

$$x^{(1)}(k+1) = 440857244e^{0.05865198k} - 416082744$$

求生成数列预测值 $\hat{x}^{(1)}(k+1)$ 及模型还原值 $\hat{x}^{(0)}(k+1)$ ：

令 $k=1, 2, 3, 4, 5$ ，由上面的时间相应函数可算得 $\hat{x}^{(1)}$ ，其中

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k-1), \quad k=2, 3, 4, 5$$

得

$$\hat{x}^{(0)} = (\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(10)) = (91911255.18, 10323369.97, \dots, 12325858.74)$$

第三步：模型检验

综合利用残差检验和级比偏差检验对所建模型进行检验。各种检验指标值的计算具体结果见表 8。

表 8 $GM(1, 1)$ 模型检验表

序 号	年份 /年	原始值	模型值	残差	相对 误差	级比 偏差
1	2006	24774498.33	24774498.33	0.0000	0.0000	
2	2007	26486361.38	26630481.26	-144119.8866	0.0054	0.0081
3	2008	28375082.59	28239125.67	135956.9160	0.0048	0.0102
4	2009	30118832.01	29944942.07	173889.9443	0.0058	0.0010
5	2010	31623310.01	31753800.23	-130490.2212	0.0041	-0.0100

从表 8 我们可以清楚地看到原始值与模型值差别不是很大，通过对残差、相对误差、级比偏差的判断与验证，该模型的精度较高，可进行预测。

为了能够研究出苹果消费量发展趋势，我们根据此模型预测出 2014 年到 2020 年的苹果消费量（见表 9）。

表 9 未来 7 年苹果消费量的预测值

年份/年	苹果消费量预测值/吨
2014	40149915.2198
2015	42575216.3585
2016	45147020.5616
2017	47874177.5126
2018	50766071.4706
2019	53832653.5610
2020	57084476.0185

由表 9 我们可以看出苹果消费量在未来 7 年呈现出上升趋势，在预测的范围，到达 2020 年时苹果消费量达到最大为 57088476.0185 吨。造成消费量上升的因素可能有 3 供求关系、政治局势变化、自然灾害、环境变化等，但至于哪种因素起主导作用，我们还需要进行更深一步的调查研究。

同理，也可得到其他水果消费量的预测值（见附录）和蔬菜消费量的预测值（见附录）。

(2) 利用方法二进行求解

➤ 根据果蔬进出口资料估计消费量数据

首先我们从世界粮农组织数据库查得从 2004 年至 2011 年我国主要水果蔬菜产量、进口量、出口量、浪费量等有关数据，在此只给出有关于苹果的数据信息见表 10。

表 10 苹果的相关数据量^[3]

苹果/吨	2004 年	2005 年	2006 年	2007 年
生产	23682000	24017000	26065000	27866000
进口	288000	308000	547000	361000
出口	1513000	1787000	2187000	3395000
浪费	2387000	2420000	2623000	2805000
其他	2000	2000	2000	2000
消费量	20068000	20116000	21800000	22025000
苹果/吨	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年
生产	29851000	31684000	33265000	35987000
进口	843000	371000	698000	411000
出口	3544000	2475000	2972000	1995000
浪费	4502000	4779000	5019000	5426000
其他	2000	3000	3000	2000
消费量	22646000	24798000	25969000	28975000

其中，第 i 种水果或蔬菜的消费量 C_i ，产量 S_i ，进口量 I_i 出口量 E_i ，浪费量 W_i 其他 O_i 则

第 i 种水果或蔬菜的消费量满足以下关系式

$$C_i = S_i + I_i - E_i - W_i - O_i \quad (6)$$

代入公式(6)，我们得到 2012 年、2013 年、2014 年这三年的果蔬消费量估计值（在此仅给出有关苹果数据）。

表 11 苹果三年消费量估计值

年份/年	苹果消费量估计值/吨
2012	32344571.62
2013	36817238.81
2014	42455168.25

➤ 建立曲线拟合模型对消费量进行预测

为了能够对主要水果和蔬菜消费量进行预测，我们需要用拟合的方法来定量分析求解（同样以苹果消费量为例）。

首先绘制出苹果年消费量与时间（年份）之间的拟合图，如下：

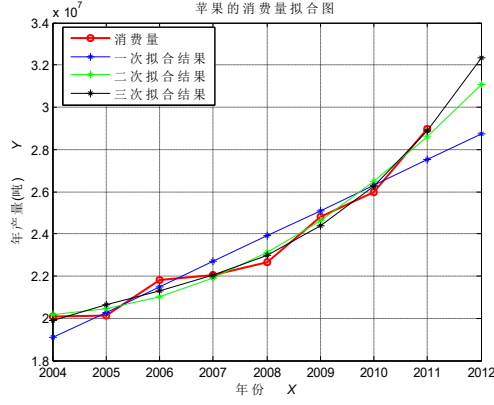


图 4 苹果的消费量拟合图

由图 4 可以看出，在 2007 年到 2010 年内，苹果年消费量呈现增长的趋势。可以用拟合模型对苹果年消费量与年份之间的对应关系，为了确定二者较为准确的关系，本文进行了一次，二次，三次拟合并通过误差分析确定出较为理想的拟合。

一次拟合模型：

$$Y_1 = a_1 x + a_0 \quad (7)$$

根据附录中的数据，通过 *Matlab* 拟合得到回归方程为：

$$Y_1 = 1205107.14x - 2395952964.28 \quad (8)$$

二次拟合模型：

$$Y_2 = a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (9)$$

根据附录中的数据，通过 *Matlab* 拟合得到回归方程为：

$$Y_2 = 156172.62x^2 - 625827958.31x + 626987666580.04 \quad (10)$$

三次拟合模型：

$$Y_3 = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (11)$$

根据附录中的数据，通过 *Matlab* 拟合得到回归方程为：

$$Y_3 = 25845.97x^3 - 155501174.91x^2 + 311856058156.78x - 208475154512695 \quad (12)$$

为了比较这两种回归的优劣，取 $m=1, 2, 3$ 三种曲线类型，以便观测 m 取值不同时，多项式程度的好坏，从而选取一条拟合误差较小的曲线。对于每一种进行试算的曲线类型计算它的剩余标准差：

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (H_i - \hat{h}_i)^2} \quad (13)$$

其中 \hat{h}_i 为拟合值， $H_i - \hat{h}_i$ 为拟合离差， S 取值越小，曲线的拟合度越好，相应的曲线即为所要选定的形式。除剩余标准偏差 S 外，拟合优度 R 也是衡量所配曲线拟合原始数据效果好坏的指标，拟合优度：

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (H_i - \hat{h}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (H_i - \bar{h}_i)^2}} \quad (14)$$

其中，拟合优度越接近 1 时所配曲线拟合效果越好，综合考虑剩余标准偏差 S 与拟合优度 R 来选取较为理想的曲线类型。通过计算可得：

表 12 三个模型剩余标准差、拟合优度表

	一次拟合	二次拟合	三次拟合
S	8.8352e+05	4.4188e+05	3.7225e+05
R	0.9580	0.9897	0.9927

通过上述表格可知，三次拟合的标准差最小，拟合优度最贴近于 1，所以我们采用三次拟合模型，其函数表达式为

$$Y_3 = 25845.97x^3 - 155501174.91x^2 + 311856058156.78x - 208475154512695 \quad (15)$$

我们以 2012,2013,2014 年的估计量为新增已知数据，对苹果消费量重新进行拟合预测，结果见下表：

表 13 未来 7 年苹果消费量的预测值

年份/年	苹果消费量预测值/吨
2014	42455168
2015	49413436
2016	57847117
2017	67911288
2018	79761024
2019	93551402
2020	1.09E+08

(3) 对方法一和方法二进行比较

为了能够研究出苹果消费量发展趋势，我们根据上述两种方法分别预测出 2014 年到 2020 年的苹果消费量，并作出两种预测结果的对比图如下：

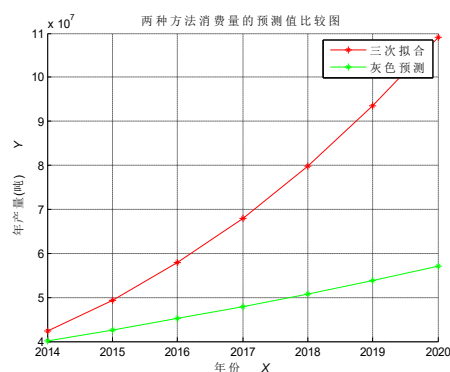


图 5 两种方法消费量的预测值比较图

由图 5 我们可以看出苹果消费量在未来 7 年呈现出上升趋势,在灰色预测到达 2020 年时苹果消费量达到最大为 57088476.0.185 吨,而三次拟合达到 2020 年时苹果消费量 110000000 吨。考虑到实际情况,我们仅仅对于果蔬消费量进行短时期的预测,对本问题的求解并无实质上的影响。

五、问题二:模型的建立与求解

5.1 问题分析

问题二要求首先评价中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平是否合理,其次判断出至 2020 年中国居民的人体营养健康是趋于好转还是恶化。

针对评价年摄入水平是否合理的问题,打算分为三步进行解决。第一步将所有居民分为三个年龄段并且根据附件 4 分别求解每个年龄段对应的营养素标准摄入量,第二步通过广泛收集数据,来求现阶段营养素摄入量,第三步拟建立单因素方差分析模型,通过对营养素标准摄入量和现阶段营养素摄入量进行分析比较,评价居民目前营养素年摄入水平是否合理。考虑到精确的问题,在评价过程中主要研究居民的营养素日摄入量情况,进而通过营养素日摄入量情况来反映出营养素年摄入水平。操作过程中,合理的查找、整理数据是解决该问题的关键。在判断至 2020 年中国居民的人体营养健康是趋于好转还是恶化时,我们打算采用和上一问相同的解决方法,只是中间数据发生了变化。

本题打算对大量数据进行处理,拟使用单因素方差分析的知识,同时进行综合比较分析,应该能够得出比较合理的结论。

5.2 模型准备

对问题一求得的 2010 年到 2014 年各水果的年消费量取平均,作为全国现阶段各种水果的实际年消费量(见表 14)。同理,可求得全国现阶段各种蔬菜的实际年消费量(见表 15)。

表 14 全国各种水果现阶段实际的年消费量

水果种类	年消费量/吨	水果种类	年消费量/吨
苹果	35802767.33	西瓜	5673.71
梨	14479264.66	柿子	2381746.70
桃子	10013589.12	大枣	5440850.03
葡萄	6375017.11	荔枝	1325210.46
香蕉	7018683.48	龙眼	1000351.82
草莓	168.97	猕猴桃	1238793.99

橘子	25708272.64	菠萝	1112569.26
----	-------------	----	------------

表 15 全国各种蔬菜现阶段实际的年消费量

编号	蔬菜种类	年消费量/吨
1	胡萝卜	15819875.81
2	土豆	13038338.81
3	大蒜	23082614.91
4	茄子	20136825.98
5	辣椒	6790494.507
6	黄瓜	47380082.01
7	大白菜	76491336.21
8	芹菜	19142415.03
9	菠菜	12196306.07

5.3 模型建立与求解

5.3.1 评价目前居民营养素年摄入水平是否合理

在评价中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平是否合理时，由于这三种营养素包括种类太多不便于一一分析，所以在此主要对维生素 A、维生素 B1、维生素 B2、维生素 C、钠元素、铁元素、钙元素这 7 种营养素进行研究分析。

(1) 营养素标准日摄入量的求解

附件 4 中给出了各个年龄段的营养素日摄入量，为了简化表格所给信息，我们按照年龄将中国居民分为了 3 类：第一类是年龄在 0~14 的居民，第二类是年龄在 15~64 的居民，第三类是年龄在 65 以上的居民。

➤ 求出每一类居民的平均营养素日摄入量（以维生素 A 为例）

为了能够直观地描述每一类居民营养素日摄入量的平均水平，我们求出每一类居民营养素日摄入量的平均值（以维生素 A 为例）。

$$\overline{D_j} = \frac{\sum_{i=1}^n D_{ij}}{n} \quad j=1, 2, 3 \quad (17)$$

其中， $\overline{D_j}$ 为每一类居民维生素 A 日摄入量的平均值， j 为把居民分为的类编号， i 为按照附件 4 中的顺序每个年龄居民的编号， n 为每一类居民中年龄的个数， D_{ij} 为第 j 类居民第 i 个维生素 A 的日摄入量。

将附件有关维生素 A 数据带入得到各年龄段维生素 A 平均日摄入量表：

表 16 各年龄段维生素 A 平均日摄入量表

0~14年龄段	15~64年龄段	65以上年龄段
612 μg	780.952 μg	750 μg

➤ 求出每种营养素标准日摄入量（以维生素 A 为例）

对于维生素 A，取三个年龄段的平均日摄入量的平均值作为维生素 A 的标准日摄入量。

$$\overline{D} = \frac{\overline{D_1} + \overline{D_2} + \overline{D_3}}{3} \quad (18)$$

其中， \overline{D} 为维生素 A 的标准日摄入量， $\overline{D_1}$ 为 0~14 年龄段维生素 A 平均日摄入量， $\overline{D_2}$ 为 15~64 年龄段维生素 A 平均日摄入量， $\overline{D_3}$ 为 65 以上年龄段维生素 A 平均日摄入量。

代入数据得维生素 A 的标准日摄入量为 720 μg 。由此，将 720 μg 作为衡量人体维生素 A 日摄入量的标准，如果人体一天内摄入维生素 A 的量越接近标准值，则该居民摄入维生素 A 的水平越合理。

同理，可得其他营养素在每个年龄段的合理日摄入量和标准日摄入量（见表 17）

表 17 营养素人均标准日摄入量表

元素/年龄段	0-14 平均 日摄入量	15-64 平均 日摄入量	>65 平均 日摄入量	标准 日摄入量
维生素 A / μg	612	780.952	750	720
维生 B1 / mg	0.82	1.3857	1.35	1.20
维生 B2 / mg	0.9	1.36	1.3	1.2
维生 C / mg	73.75	108	100	90.6
钠 / mg	960	2200	1680	1515

钙/mg	756	883	1000	844
铁/mg	13	15.83	15	14.35

表 17 直观地反映出了每一种营养素标准日摄入量和每一个年龄段应该摄入的每种营养素的量。

(2) 现阶段营养素实际日摄入量求解

人们日常生活中所摄入的营养素主要来源于水果和蔬菜，但是还有一部分来源于其他食物例如：粮食、肉食、奶类等，所以在求解实际居民营养素摄入量时应该将所有食物所含营养素都考虑进来，这样能够尽可能的减少误差，从而能够使得评价更加合理。虽然问题一已经求出了有关水果和蔬菜营养素含量的信息，但是我们还需收集资料，找出人们日常饮食情况以及除了果蔬以外的食物所含营养素的资料。查找有关文献^[4]得到人们日常饮食习惯：中科院推荐的“六两粮食四两肉，六两蔬菜一两油，一两鸡蛋一两鱼，半斤水果一斤奶”“中国人均每天营养标准的参考值是：营养供应 3300 大卡，其中，植物营养 2300 大卡、动物营养 1000 大卡，动物营养占 30%；蛋白质 100 克、脂肪 150 克；粮食 300 克、蔬菜 300 克、水果 250 克、植物油 50 克；肉食 200 克、奶类 500 克、鱼类 100 克、蛋类 50 克。为了能够去直观地反映出每位居民每日所吃食物组成，绘制出表格如下：

表 18 人日均所食食物标准表

150 克米饭	30 克豆油	100 克鲤鱼	250 克水果
150 克馒头	20 克花生油	25 克红皮鸡蛋	500 克牛奶
300 克蔬菜	200 克瘦猪肉	25 克白皮鸡蛋	

由表 18 可以看出，人体实际所摄入的营养素来源于 11 种食物，所以应该求出每一种食物所提供的营养素含量，然后求和得到实际居民营养素日摄入量，再和标准居民营养素日摄入量比较，从而得出合理的结论。

➤ 求解从水果、蔬菜中摄入的各营养素（以维生素 A 为例）

在问题一中我们已经求出几年内主要水果和主要蔬菜的消费量，取各种水果、蔬菜 2010 年到 2014 年这 5 年的平均消费量作为现阶段实际的消费量。

以维生素 A 为例，我们计算出从水果（蔬菜）中所摄入的维生素 A 总量为：

$$W = \sum_{i=1}^n 10000 C_i \times P_i \times w_i \quad (19)$$

其中，W 代表从所有水果（蔬菜）中获取的维生素 A 的量， C_i 为第 i 种水果或蔬菜

的总消费量, P_i 第 i 种水果或蔬菜的可食用部分比例, i 为主要水果或蔬菜的编号, w_i 为附件一中每一种水果 (或蔬菜) 的维生素 A 的含量百分比。

将已知数据代入式(19)中, 可得全国每年从水果中摄入的维生素 A 含量为 $9.91 \times 10^{13} \mu g$, 全国每年从蔬菜中摄入的维生素 A 含量为 $1.96 \times 10^{14} \mu g$ 。考虑到我国实际人口 13.5 亿, 一年 365 天, 将全国每年从水果 (蔬菜) 摄入的维生素 A 含量转化为每人每日从水果摄入的维生素 A 含量为 $201.1162 \mu g$, 从蔬菜摄入的维生素 A 含量为 $397.7676 \mu g$ 。

同理可得从水果和蔬菜中获取的其他营养素含量见表 19。

表 19 人日均实际从果蔬中摄入的营养素

营养成分	水果日人均摄入	蔬菜日人均摄入
维生素 A / μg	201.1162	397.7676
维生素 B1 / mg	0.05033	0.198884
维生素 B2 / mg	0.061289	0.241502
维生素 C / mg	65.95637	117.7067
钠 / mg	2.333841	198.4779
钙 / mg	29.83257	181.2278
铁 / mg	0.549975	3.226788

➤ 求解从其它食物中摄入的各营养素 (以维生素 A 为例)

日常生活中, 我们所摄入的营养素还来源于除了水果和蔬菜以外的食物, 我们还从附件一中查找出了米饭、馒头、豆油等我们需要研究的食物的有关资料。

每人每日只需要摄入 150 克米饭、30 克豆油、100 克鲤鱼、150 克馒头、20 克花生油、25 克红皮鸡蛋、200 克瘦猪肉、25 克白皮鸡蛋、500 克牛奶。每人每日从这 9 种食物中获取的维生素 A 总量为:

$$V = \sum_{i=1}^9 \frac{R_i}{100} S_i \quad i=1, 2, 3, \dots, 9 \quad (20)$$

其中, V 是每人每日从这 9 种食物中获取的维生素 A 总量, i 为这 9 种食品的编号, R_i 为附件一中中国食物成分表中第 i 种食物所对应的维生素 A 的含量, S_i 为每人每日所需第 i 种食物的质

量。

将附件一中数据代入式(20)中，我们可以得到每人每日从其它食物所摄入的维生素 A 总量 $V = 359\mu g$ 。

同理，从这 9 种食物摄入的其它维生素总量也可求得见表 20。

表 20 人日均从其他食物摄入营养素含量表

维生素 A / μg	维生素 B1 / mg	维生素 B2 / mg	维生素 C / mg
359	1.42	1.297	0
钠 / mg	钙 / mg	铁 / mg	
662.32	647.3	14.05	

➤ 对从水果、蔬菜、其它食物摄入的营养素求和（以维生素 A 为例）

将从水果、蔬菜、其他 9 种食物中所摄入的维生素 A 进行加和处理，

$$E = W + V \quad (21)$$

其中， E 代表实际每人每日所摄入的维生素 A 总量， W 代表从所有水果（蔬菜）中获取的维生素 A 的量， V 是每人每日从 9 种食物中获取的维生素 A 总量。

将表 19 和表 20 中数据代入公式(21), 得到每人每日摄入维生素 A 总量为 $957.81\mu g$ 。

同理，可得实际每人每日其他营养素摄入量如下：

表 21 人日均实际营养素摄入量表

维生素 A / μg	维生素 B1 / mg	维生素 B2 / mg	维生素 C / mg
957.81	1.67	1.62	183.67
钠 / mg	钙 / mg	铁 / mg	
863.1	858.4	17.8	

(3) 评价目前营养素年摄入量水平是否合理

在步骤(1)中，我们已经求解出了 0~14 年龄段、15~64 年龄段、65 以上年龄段的各营养素标准摄入量和平均各营养素标准摄入量。在步骤(2)中，我们求出了目前各营养素实际摄入量。将以上数据绘制成表格为：

表 22 各营养素标准摄入量和现阶段实际摄入量表

元素/年龄段	0-14 标准	15-64 标准	>65 标准	平均	现阶段
--------	------------	-------------	-----------	----	-----

	摄入	摄入	摄入	标准摄入	实际摄入
维生素 A / μg	612	780.952	750	720	957.81
维生素 B1 / mg	0.82	1.3857	1.35	1.20	1.67
维生素 B2 / mg	0.9	1.36	1.3	1.2	1.62
维生素 C / mg	73.75	108	100	90.6	183.67
钠 / mg	960	2200	1680	1515	863.1
钙 / mg	756	883	1000	844	858.4
铁 / mg	13	15.83	15	14.35	17.8

从表 22 可以看出三个年龄段的各营养素标准摄入量、平均营养素标准摄入量、现阶段营养素实际摄入量。现阶段实际摄入的维生素 A 要明显高于标准值，而实际摄入的钠元素要明显低于标准值。造成这种现象的因素可能是人们生活饮食不规律。

为了能够更直观地描述实际摄入量与标准摄入量之间的关系，我们将根据表 22 中的数据绘制出折线图如下：

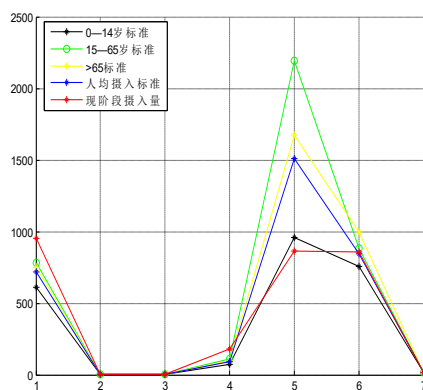


图 6 现阶段实际摄入量与标准摄入量折线图

其中，横轴 1, 2, ..., 7 分别代表维生素 A、维生素 B1、维生素 B2、维生素 C、钠元素、铁元素、钙元素。

从图 6 可以看出，钠元素的实际摄入量偏低。考虑到实际生活中，人们所食各种饭菜中都放有盐（含有钠元素）作为调味剂，而在本文计算中没有考虑这一影响因素，所以图中钠元素实际摄入量偏低是正常现象。在接下来的研究中，我们将不再考虑钠元素的影响。

为了能够定量的评价出目前居民营养素年摄入量水平是否合理，可对标准营养素

摄入量与实际营养素摄入量进行方差分析^[5]，从而建立了单因素方差分析模型。模型建立求解的具体步骤如下：

➤ 单因素方差模型建立

设 K 取 2，即标准摄入与实际摄入两种水平 K_1, K_2 。在水平 K_i 下营养元素总体 x_i 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ， $i=1, 2, \dots, 7$ ，分别代表维生素 A、维生素 B1、维生素 B2、维生素 C、钠元素、铁元素、钙元素。这里 μ_i, σ^2 未知， μ_i 可以互不相同，但假定 x_i 有相同的方差。又设在每个摄入条件 K_i 下做了 n_i 次独立实验，即从中抽取容量为 n_i 的样本，记作 x_{ij} ， $j=1, \dots, 7$ 。 x_{ij} 服从 $N(\mu, \sigma^2)$ ， $i=1, 2, \dots, 7$ ， $j=1, \dots, 7$ 且相互独立。

判断标准摄入与实际摄入对营养物质摄入量有无显著影响，相当于要作以下假设检验

$$H_0: \mu_1 = \mu_2; \quad H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad (22)$$

其中 $\mu_1 = \mu_2$ 表示两种摄入条件下，人体内营养物质摄入量无显著性差异，即营养物质的实际摄入情况较为合理； $\mu_1 \neq \mu_2$ 则表示两种摄入条件下，人体内营养物质摄入量有显著性差异，即营养物质的实际摄入情况不合理。

由于 x_{ij} 的取值既受不同摄入条件 K_i 的影响，又受 K_i 固定下随机因素的影响，所以将它分解为

$$x_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}, i=1, 2, j=1, 2, \dots, 7 \quad (23)$$

其中 $\varepsilon_{ij} \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，且相互独立。记

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^2 10\mu_i, \alpha_i = \mu_i - \mu, i=1, 2 \quad (24)$$

μ 为均值， α_i 是水平对指标的效应。由(1)、(2)模型可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{ij} = \mu_i + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \\ \sum_{i=1}^{10} \alpha_i = 0 \\ \varepsilon_{ij} \sim N(\mu, \sigma^2), i=1, 2, \dots, 7, j=1, \dots, 7 \end{array} \right. \quad (25)$$

➤ 单因素方差模型求解（程序见附录）

利用 *Matlab* 求出现阶段营养素实际摄入量与 0~14、15~64、64 以上年龄段以及平均年龄段营养素之间的 p_1 p_2 p_3 p_4 （见表 23）。

表 23 单因素方差显著性差异 p 值表

p_1	p_2	p_3	p_4
0.6928	0.8810	0.9231	0.8158

取 $\alpha = 0.05$ ，若有 $p > 0.05$ ，即接受 H_0 ，说明两组数据之间无显著性差异。由于所求 p_1 p_2 p_3 p_4 均大于 0.05，所以可得目前居民营养素日摄入量数据与标准摄入量数据之间没有显著性差异，也就是说在一定程度上，评价中国居民目前矿物质、维生素、膳食纤维等营养的年摄入水平是合理的。

5.3.2 判断 2020 年居民的人体营养健康状况

在判断 2020 年居民的人体营养健康状况时，采用的解决方法与前一小问（评价居民目前营养素的年摄入水平是否合理）的解决方法一样，只是在处理数据时有点差异，从而导致不一样的结果。在上一小问中，现阶段营养素的实际摄入量是采用的几年摄入量的平均值，而在此问题中，我们只能用 2020 年的摄入量数据。另外不同之处是由中国统计局预测到 2020 年全国人口为 15 亿。

针对该问题，同样分为三步进行解决（由于具体步骤和上一小问一样，所以不再重复，只写出与上一小问不同之处）。

第一步，拟对附件 4（中国居民膳食营养素参考日摄入量表）中数据进行处理从而得到标准居民营养素日摄入量。

第二步，确定出 2020 年实际居民营养素日摄入量如：

表 24 各营养素标准摄入量和 2020 年实际摄入量表

元素/年龄段	0-14 标准 摄入	15-64 标准 摄入	>65 标准 摄入	平均 标准摄入	2020 年 摄入总量
维生素 A / μg	612	780.952	750	720	1166.3
维生素 B1 / mg	0.82	1.3857	1.35	1.20	1.745
维生素 B2 / mg	0.9	1.36	1.3	1.2	1.676
维生素 C / mg	73.75	108	100	90.6	301.36

钠/mg	960	2200	1680	1515	878.52
钙/mg	756	883	1000	844	901
铁/mg	13	15.83	15	14.35	18.915

由表 24，可以看出 2020 年营养素实际摄入量发生了变化，但是对整个求解过程无任何影响。

第三步，打算建立单因素方差分析模型，通过比较标准居民营养素日摄入量和 2020 年实际居民营养素日摄入量之间的差异来判断 2020 年居民的人体营养健康状况。经计算得 $p_1' = 0.5294$ ， $p_2' = 0.6987$ ， $p_3' = 0.8249$ ， $p_4' = 0.7955$ 。

我们发现 $p_1' < p_1$ ， $p_2' < p_2$ ， $p_3' < p_3$ ， $p_4' < p_4$ ，2020 年实际居民营养素日摄入量与标准值之间的相关系数变小，也就是说，至 2020 年中国居民的人体营养健康状况是趋于恶化。

对这一结果进行分析：随着社会的不断发展，人们的生活节奏不断加快，生活方式也在发生着变化。到 2020 年时，人们可能会整天忙于工作而忽视合理膳食等问题，从而导致自己的健康状况趋于恶化。在此，呼吁所有人应该重视自己营养健康状况，调节好自己的饮食习惯从而拥有一个健康的体魄来面对生活。

六、问题三：模型的建立与求解

6.1 问题分析

对于问题三，为使人们能够以较低的购买成本满足自身的营养健康需要，我们应该尽可能地购买一些价格比较便宜的水果或者蔬菜，尽可能地使购买的水果或者蔬菜能够满足人们所需的营养素。很明显，我们需要建立线性约束规划模型来进行求解。

考虑到在营养角度上水果、蔬菜可以互为替代品，打算根据所含营养素情况将主要水果和蔬菜进行聚类分析，从而找出属于同一类的果蔬。考虑到受地域和季节的影响，每种水果和蔬菜价格会出现明显的波动情况，故打算针对北方的四个季节、南方的四个季节分别进行研究求解。考虑到人体中营养素含量不仅仅来源于水果和蔬菜，所以约束条件中果蔬提供的营养素要小于人体所需营养素含量。最后打算对该模型进行灵敏度分析。

6.2 数据处理

6.2.1 数据的整理

首先我们应该查找出常见水果与常见蔬菜的有关维生素 A、维生素 B1、维生素 B2、维生素 C、钠元素、钙元素、铁元素信息，然后通过合并表格等操作，绘制出常见水果、蔬菜与上述 7 种营养素的关系表（见附录表??）从而方便下一步聚类的操作。

6.2.2 数据的无量纲化处理

由于附件 4 所给数据单位不统一，为了消除这一影响，我们对所有数据进行标准化处理，处理方法如下：

$$X^* = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (26)$$

其中 X^* 为标准化处理后的数据， x_i 为附录 4 中每一果蔬营养素含量， \bar{x} 为附录 4 中每一果蔬营养素含量的均值， σ 为附录 4 中各种营养素的标准差。

6.2.3 数据的查找

我们从中国蔬菜网和中国水果网中查找到了北方春天时主要果蔬价格数据如下（其余数据见附录）。

表 25 北方夏季主要果蔬价格数据表^{[6][7]}

主要果蔬	大白菜	西瓜	西红柿	冬瓜	南瓜	木耳	土豆	苹果
维生素 A / μg	42	180	92	13	148	17	5	100
维生素 B1 / mg	0.06	0.03	0.03	0.01	0.03	0.17	0.08	0.01
维生素 B2 / mg	0.07	0.04	0.03	0.01	0.04	0.44	0.04	0.03
维生素 C / mg	47	10	19	18	8	0	27	8
钠 / mg	69	13	10	19	16	247	8	11
钙 / mg	0.5	0.2	0.4	0.2	0.4	97	0.8	0.1
铁 / mg	89.3	2.3	5	1.8	0.8	48.5	2.7	0.9
不溶性纤维 / g	0.6	0.3	0.5	0.7	0.8	29.9	0.7	1.2
价格 / 元每千克	1.2	1.6	2.43	1.5	2.79	3.67	2.26	3.6

6.3 模型建立与求解

考虑到受地域和季节的影响，每种水果和蔬菜价格会出现明显的波动情况，故打算对春节北方、夏季北方、秋季北方、冬季北方、春季南方、夏季南方、秋季南方、冬季南方这 8 种情况分别研究求解。

首先以夏季北方为例，对此问题进行求解，具体步骤如下：

(1) 将水果和蔬菜混合在一块聚类

同样利用聚类分析方法（具体操作见问题一），将常见水果和蔬菜混合在一块进行聚类。对于本题可以采用 8 类划分。由 *Matlab* 实现得到聚类图如下：

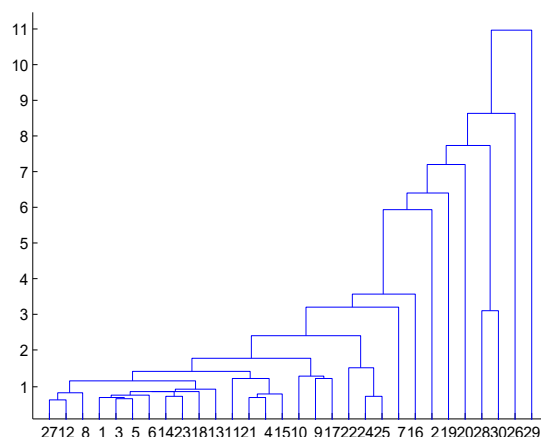


图 7 常见水果蔬菜聚类图

从图 7 可以看出没有水果或者蔬菜被单独分为一类，这也说明了这些水果蔬菜都有替代品，我们就可以从每一类中挑选出价格最便宜的蔬菜或者水果。根据图 7 我们绘制出聚类表（见表 26）

表 26 水果蔬菜聚类表

第 1 类	葡萄 、橙子、石榴、冬瓜、樱桃、蒜苗、梨
第 2 类	苹果、桃子、李子、香蕉、草莓、柿子、荔枝、木瓜、 枇杷、杨梅、杨桃、番荔枝、橘子、青椒、苦瓜、丝瓜
第 3 类	菠萝、山竹、火龙果、竹笋、土豆、梨
第 4 类	大白菜、小白菜、韭菜、生菜、无花果、圆白菜
第 5 类	桑葚、椰子、芒果、杏子、柚子、哈密瓜、龙眼、南瓜、 萝卜、金橘
第 6 类	柠檬、油菜、菠菜、茄子、红柿西
第 7 类	蘑菇、香菇、榨菜、木耳
第 8 类	大枣 、胡萝卜、猕猴桃、山楂、菜花、榴莲、西瓜、芹菜

从分类表 26 中，我们根据从中国水果网与中国蔬菜网中所找数据（见表 25），选择出了每一类果蔬中价格最便宜的水果或者蔬菜为大白菜、西瓜、柿子、冬瓜、南瓜、木

耳、土豆、苹果这 8 类果蔬。

(2) 建立线性约束规划模型

为当今中国居民提供主要的水果和蔬菜产品的按年度合理人均消费量，从使人们能够以较低的购买成本满足自身的营养健康需要。我们需要建立线性约束规划模型：

目标函数： $\min z = p_1n_1 + p_2n_2 + p_3n_3 + p_4n_4 + p_5n_5 + p_6n_6 + p_7n_7 + p_8n_8$

其中， z 表示购买成本（单位：元）， n_i 表示选择的第 i 种水果或蔬菜的质量（以 100g 为单位）， p_i 为第 i 种水果或蔬菜的价格

约束条件为：

$$\text{s.t.} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^8 a_i n_i \geq A_1 \\ \sum_{i=1}^8 b_i n_i \geq A_2 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^8 j_i n_i \geq A_8 \\ 0 \leq n_i < q_i, \quad i = 1, 2, \dots, 8 \end{array} \right. \quad (27)$$

其中，当 $i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 时， A_i 分别代表维生素 A、维生素 B1、维生素 B2、维生素 C、钙、铁、钠、膳食纤维由水果蔬菜应该提供的标准的量， f_i 表示第 i 种水果或蔬菜含铁的量， g_i 表示第 i 种水果或蔬菜含钠的量， e_i 表示第 i 种水果或蔬菜含钙的量， d_i 表示第 i 种水果或蔬菜含维生素 C 的量， c_i 表示第 i 种水果或蔬菜含维生素 B2 的量， b_i 表示第 i 种水果或蔬菜含维生素 B1 的量， a_i 表示第 i 种水果或蔬菜含维生素 A 的量， j_i 表示第 i 种水果或蔬菜含膳食纤维的量， q_i 表示选择的第 i 种水果或蔬菜的质量最大值（以 100g 为单位）。

(3) 求解出线性约束规划模型中未知参数

约束条件是使从水果或者蔬菜中摄入的各维生素都要满足标准情况下人体从水果和蔬菜中应该摄入的量。即目前该模型约束条件中的 A_i 值具体是多少还需要我们去求解。 A_i 表示在标准情况下，人体从水果和蔬菜中摄入各维生素的量。

由问题二中，我们已经求得了营养素标准摄入量（见表??），我们还要求出这些营养素中哪些是由水果和蔬菜提供的。

表 27 营养素标准摄入情况

营养 元素	维生素 $A/\mu\text{g}$	维生素 $B1/\mu\text{g}$	维生素 $B2/\text{mg}$	维生素 C/mg	钙 $/\text{mg}$	铁 $/\text{mg}$	钠 $/\text{mg}$	膳食 纤维/ g
人体标准 摄入量	720	1.20	1.2	90.6	1515	844	14.35	20

参考问题二中，标准情况下人日均标准进食表，利用公式??和查找所得数据计算出除水果和蔬菜以外的所有食物所提供营养素情况如下：

表 28 除水果蔬菜以外其他所有食物所提供各营养素表

营养 元素	维生素 $A/\mu\text{g}$	维生素 $B1/\mu\text{g}$	维生素 $B2/\text{mg}$	维生素 C/mg	钙 $/\text{mg}$	铁 $/\text{mg}$	钠 $/\text{mg}$	膳食 纤维/ g
除蔬果 提供	359	1.42	1.297	0	647.3	14.05	662.32	20

将表 27 和表 28 中的数据代入公式

$$E' = W' + V' \quad (28)$$

其中， E' 表示营养素标准摄入量， W' 表示从水果和蔬菜中所得营养素的量， V' 表示从其他所有食物所得营养素的量。

于是我们得到了水果和蔬菜应该提供的营养素的量如下：

表 29 水果蔬菜所提供营养素标准量表

营养元 素	维生素 $A/\mu\text{g}$	维生素 $B1/\mu\text{g}$	维生素 $B2/\text{mg}$	维生素 C/mg	钙 $/\text{mg}$	铁 $/\text{mg}$	钠 $/\text{mg}$	膳食 纤维/ g
蔬果提 供标准	361	0.22	0.12	90.60	0.3	852	196.70	4.86

由表 29 可求得线性约束规划模型中的未知参数 $A_1 = 361$ ， $A_2 = 0.22$ ， $A_3 = 0.12$ ，

$A_4 = 90.60$, $A_5 = 852.68$, $A_6 = 196.70$, $A_7 = 0.30$, $A_8 = 4.86$ 。

所以线性约束规划模型为：

$$\begin{aligned} \min z &= 0.12n_1 + 0.16n_2 + 0.243n_3 + 0.15n_4 + 0.279n_5 + 0.367n_6 + 0.226n_7 + 0.36n_8 \\ s.t. \quad &\begin{cases} 42n_1 + 180n_2 + 92n_3 + 13n_4 + 148n_5 + 17n_6 + 5n_7 + 100n_8 \geq 361 \\ 0.06n_1 + 0.03n_2 + 0.03n_3 + 0.01n_4 + 0.03n_5 + 0.17n_6 + 0.08n_7 + 0.01n_8 \geq 0.22 \\ 0.07n_1 + 0.04n_2 + 0.03n_3 + 0.01n_4 + 0.04n_5 + 0.44n_6 + 0.04n_7 + 0.03n_8 \geq 0.12 \\ 47n_1 + 10n_2 + 19n_3 + 18n_4 + 8n_5 + 0n_6 + 27n_7 + 8n_8 \geq 90.6 \\ 69n_1 + 13n_2 + 10n_3 + 19n_4 + 16n_5 + 247n_6 + 8n_7 + 11n_8 \geq 196.70 \\ 0.5n_1 + 0.2n_2 + 0.4n_3 + 0.2n_4 + 0.4n_5 + 97n_6 + 0.8n_7 + 0.1n_8 \geq 0.30 \\ 89.3n_1 + 2.3n_2 + 5n_3 + 1.8n_4 + 0.8n_5 + 48.5n_6 + 2.7n_7 + 0.9n_8 \geq 852 \\ 0.6n_1 + 0.3n_2 + 0.5n_3 + 0.7n_4 + 0.8n_5 + 29.9n_6 + 0.7n_7 + 1.2n_8 \geq 4.86 \\ 0 < n_1 < 8.2 \\ 0 < n_2 < 3.12 \\ 0 < n_3 < 5.29 \\ 0 < n_4 < 5.28 \\ 0 < n_5 < 4.87 \\ 0 < n_6 < 6.98 \\ 0 < n_7 < 8.14 \\ 0 < n_8 < 10.58 \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

(4) 求解线性约束规划模型

利用 *Lingo* 求解得到：

当 $n_1 = 2.7182$, $n_2 = 1.3623$, $n_3 = 0$, $n_4 = 0$, $n_5 = 0$, $n_6 = 0.0943$, $n_7 = 0$, $n_8 = 0$ 时,
 $\min z = 0.5787$ 。

当购买大白菜 271.82 克、西瓜 136.23 克、柿子 0 克、冬瓜 0 克、南瓜 0 克、木耳 9.43 克、土豆 0 克、苹果 0 克时既能够满足一个人一天所需的营养素(由水果蔬菜提供), 又能使购买成本达到最低为 0.5787 元。

对该结果进行分析：北方夏季时白菜价格比较便宜而且能够提供人体所需的营养素，考虑到营养和价格这两方面的因素，人们会把蔬菜消费目标转向大白菜。而当北方到达夏季时，天气燥热人们都会选择能够选择含水分较多的水果来使用，而此季节西瓜价格又便宜，所以人们更倾向于吃西瓜来防暑。

至此，我们已经对北方夏季这一种情况求解完毕。同理，我们针对北方春季、北方秋季、北方冬季、南方春季、南方夏季、南方秋季、南方冬季这 7 种情况下分别进行了求解，结果如下：

表 30 分区域分季节最优蔬菜水果选择方案

北	春	韭菜	芹菜	油菜	橙子	南瓜	榨菜	土豆	青椒	最低成本
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	------

方		0.01	0.60	0.57	0.69	0.00	0.00	1.55	1.26	0.55
	夏	白菜	西瓜	柿子	冬瓜	南瓜	木耳	土豆	苹果	最低成本
		2.72	1.36	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.58
	秋	生菜	山楂	茄子	葡萄	杏子	香菇	菠萝	木瓜	最低成本
		0.09	0.00	0.59	0.00	0.26	1.26	1.99	0.75	0.67
	冬	白菜	胡萝卜	菠菜	橙子	柚子	榨菜	竹笋	橘子	最低成本
		2.48	0.26	1.25	0.00	0.00	0.00	0.59	0.15	0.71
	南 方	春	生菜	菜花	西红柿	蒜苗	萝卜	榨菜	土豆	香蕉
1.26			2.59	0.12	0.00	0.15	0.00	0.26	1.25	0.73
夏		白菜	芹菜	油菜	樱桃	南瓜	香菇	菠萝	荔枝	最低成本
		1.25	0.00	1.12	1.25	1.37	1.26	1.25	2.59	0.73
秋		白菜	菜花	茄子	梨	金橘	木耳	菠萝	桃子	最低成本
		2.59	0.00	0.00	0.00	2.26	1.26	1.37	2.15	0.72
冬		生菜	芹菜	菠菜	橙子	萝卜	蘑菇	土豆	橘子	最低成本
		0.00	1.26	2.15	1.26	2.15	0.00	0.15	0.00	0.80

注：果蔬食用量单位为克，最低成本单位为元

从表 30 中我们可以看出居民饮食习惯（主要指蔬菜水果）存在明显的季节性差异和地域性差异。当夏季来临时，大多数北方居民所选择的水果是西瓜，而大多数南方居民则更倾向于食用荔枝，同一个季节两个不同地区所选择的果蔬种类不相同，造成这种现象的原因可能是不同地区受不同气候控制，而气候往往能够通过影响水果和蔬菜的生长情况从而间接地影响居民的饮食习惯，所以我国居民饮食（主要指蔬菜水果）习惯存在着地域性差异。而同一个地区，当不同季节到来时，人们选择的果蔬也会发生变化，这也说明了我国居民饮食（主要指蔬菜水果）习惯存在着季节性差异。

(5) 灵敏度分析

考虑到本题中影响模型结果的因素不是很多，在此只对白菜消费量、木耳消费量进行灵敏度分析。如果模型对参数的变化十分敏感，则说明模型稳定性较差；反之则说明模型的稳定性好，对实际操作有较大的现实意义。

以北方夏天为例，首先讨论白菜的消费量对模型的影响，由于此时白菜价格比较低而且所含有的营养素比较多可以作为很多果蔬的替代品，当不考虑白菜消费量时，我们则需要寻找其替代品来维持正常营养素摄取，而白菜替代品价格都比较大，从而会使总消费成本变高，故白菜消费量对该模型的灵敏度较大。而此阶段木耳消费量基本为零，假若不考虑木耳消费量时，总消费成本不会发生变化，所以木耳消费量对该模型的灵敏度比较小。

七、问题四:模型的建立与求解

7.1 问题分析

本问欲对各类水果和蔬菜的生产规模进行调整,求得最优经济、社会效益。考虑到水果和蔬菜的生产规模受到居民的购买成本、种植者的收益、进出口量等多种影响。我们拟建立多目标线性规划模型。根据问题实质,忽略微小无关因素影响的前提下设置两大规划目标,一是居民购买成本最小,二是种植者获利最大。

在综合考虑到各类蔬菜水果的进出口贸易,土地面积的情况下,可建立目标一与目标二之间的人均消费量的约束关系。

欲建立关于目标一的约束关系,考虑到各种蔬菜水果的摄入量与营养元素的对应量。根据居民营养摄入量应在合理范围内为条件,拟建立关于各营养元素摄入量的约束关系。

欲建立关于目标二的约束关系,第一:考虑到水果蔬菜的现种植结构,各作物适宜种植的水资源结构,气候资源类型结构以及社会的需要。拟通过对 1975-2014 年主要水果蔬菜播种面积数据^[8]进行线性回归分析得到水果蔬菜的固有种植结构的约束。第二:考虑到某些蔬菜水果种植面积之间存在的长期均衡关系,拟通过对数据进行结构分析,得到可控种植结构的约束关系;第三:考虑到种植面积的范围波动,拟通过对数据进行方差分析得到主要水果蔬菜的种植面积的约束关系。

本问以准确、简洁、试用为原则,拟使用多目标线性规划的知识,同时结合实际情况综合比较分析,应该能够得出较为科学准确的结论。

7.2 数据处理

为了分析现阶段的各种水果蔬菜的种植现状,查找 1975-2014 年主要水果蔬菜播种面积数据。

根据居民营养摄入量应在合理范围内为条件,在问题二的合理假设基础上,算出由水果蔬菜提供的人均日摄入量标准,结果见下表:

表 31 人均日摄入量标准表

主要营养元素	人均标准 日摄入总量	其他食物提供 人均标准日摄入量	水果蔬菜提供 人均日标准摄入量
维生素 A / ug	720	359	361.00
维生素 B1 / mg	1.20	0.98	0.22
维生素 B2 / mg	1.2	1.08	0.12
维生素 C / mg	90.6	0	90.60
钠 / mg	1515	662.32	852.68
钙 / mg	844	647.3	196.70

铁/ <i>mg</i>	14.35	14.05	0.30
不溶性纤维/ <i>g</i>	20	15.14	4.86

为方便后面目标规划的建立与求解，在此我们对 36 种水果和 26 种蔬菜进行编号，具体编号情况如下：

表 32 水果蔬菜编号一览表

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
种类	苹果	梨	葡萄	香蕉	草莓	西瓜	金橘	哈密瓜
编号	9	10	11	12	13	14	15	16
种类	橙子	橘子	柚子	桃子	杏子	桑葚	柿子	大枣
编号	17	18	19	20	21	22	23	24
种类	荔枝	龙眼	芒果	猕猴桃	菠萝	山楂	椰子	柠檬
编号	25	26	27	28	29	30	31	32
种类	木瓜	枇杷	无花果	杨梅	杨桃	樱桃	榴莲	山竹
编号	33	34	35	36	37	38	39	40
种类	李子	石榴	番荔枝	火龙果	胡萝卜	萝卜	竹笋	大白菜
编号	41	42	43	44	45	46	47	48
种类	菠菜	菜花	韭菜	芹菜	生菜	蒜苗	小白菜	油菜
编号	49	50	51	52	53	54	55	56
种类	圆白菜	冬瓜	西红柿	青椒	茄子	黄瓜	苦瓜	南瓜
编号	57	58	59	60	61	62		
种类	丝瓜	土豆	榨菜	蘑菇	木耳	香菇		

7.3 模型建立与求解

(1) 建立多目标线性规划模型并求解

根据问题要求，要在居民购买成本最小，种植者获利最大的前提下对各种类水果蔬菜种植规模进行调整。我们建立了多目标线性规划模型以达到得最优经济、社会效益下实现该目标。根据问题实质，忽略微小无关变量因素，我们设置了两大规划目标，一是居民购买成本最小，二是种植者获利最大。

规划目标一：以居民的购买成本最小为目标写出相应的关系式，其中人均日均消费第*i*种水果或蔬菜 n_i （百克），第*i*种水果蔬菜的价格 p_i （元/百克）。

$$\min = \sum_{i=1}^{62} p_i n_i \quad (30)$$

对居民的购买成本最小为目标进行条件约束，以水果蔬菜提供的人均摄入量限定条件：

$$\text{s.t} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{62} a_i n_i \geq A_1 \\ \sum_{i=1}^{62} b_i n_i \geq A_2 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{62} j_i n_i \geq A_8 \\ n_i \geq 0, i=1, 2, \dots, 62 \end{array} \right. \quad (31)$$

规划目标二：以种植者能够获得最大收益为目标，根据第*i*种水果蔬菜的价格 p_i （元/百克），种植面积 s_i （亩），亩产量 z_i （百克/亩），列写关系式：

$$\max = \sum_{i=1}^{20} p_i z_i s_i \quad (32)$$

对种植者最大收益为目标进行求解，应对1975-2014年主要水果蔬菜播种面积数据进行线性回归分析得到水果蔬菜的固有种植结构的约束；它反映出主要农作物的种植结构，各种作物适宜种植的水资源结构，气候资源类型结构，和土地资产类型结构，以及社会的需求结构。首先对62种主要水果蔬菜的播种面积 s_i 数据进行平稳性检验，发现作物的播种面积变量均为一阶单整变量；其次，由于上述变量均为非平稳变量，为了避免出现伪回归现象，必须对于不同变量组合进行协整检验，通过协整检验共找出约5个存在协整关系的变量组合，再对其进行回归分析，从中选出各变量组合的系数显著、残差平稳且相对独立的回归方程，整理后形成刚性约束条件。

农作物固有种植结构的约束

$$s.t \begin{cases} s_1 = 0.4365s_2 + 0.8941s_3 - 0.7365s_{15} - 0.8732s_{34} \\ s_3 = 0.7234s_2 + 1.3432s_4 - 0.2442s_{15} - 0.2724s_{27} \\ s_{37} = 0.7443s_{38} - 0.3476s_{47} \\ s_{42} = 0.6554s_{45} + 0.9732s_{53} - 0.3257s_{54} \end{cases} \quad (33)$$

农作物可控种植结构约束是根据文献的相关结构数据，对1975—2009 年的主要农作物播种面积 s_i （亩）数据进行结构分析得到的，它不仅反映出某些作物播种面积之间存在的长期均衡关系，同时，也反映出部分作物播种面积的变化范围。

求得农作物可控种植结构约束

$$s.t \begin{cases} 2100000 > s_1, \quad s_3 > 1200000 \\ s_1 + s_2 + s_3 + s_4 > 7060000 \\ 6210000 > s_{37} + s_{38} + s_{47} > 5060000 \\ s_{56} > 150000 \end{cases} \quad (34)$$

基于中国目前的实际状况，各类水果蔬菜的种植面积在根据数据得到的第 i 种水果或蔬菜标准种植面积 F_i （亩）按照 $\pm 10\%$ 取上下限。可得农作物种植面积约束

$$1.1F_i > s_i > 0.9F_i \quad (35)$$

考虑到所有的水果和蔬菜的标准种植面积不能无限大，对于所有的种植面满足关系

$$\sum_{i=1}^{62} s_i = 29553821 \quad (36)$$

考虑到第 i 种水果蔬菜的进口量 I_i （人均日均/百克），出口量 E_i （人均日均/百克）购买目标与种植面积的联

$$s_i \times z_i + I_i + E_i = n_i - m_i \quad (37)$$

在实际问题中，每个目标函数往往都具有不同量纲、不同类型和不同的物理含义，各个目标函数的数值可能相差很大，我们在规定符号的时候进行了单位统一化处理，尽量避免麻烦。

根据上述公式

$$\min = \sum_{i=1}^{62} p_i n_i \quad (38)$$

$$\max = \sum_{i=1}^{20} p_i z_i s_i \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{aligned}
& \sum_{i=1}^{62} a_i n_i \geq A_1 \\
& \sum_{i=1}^{62} b_i n_i \geq A_2 \\
& \vdots \\
& \sum_{i=1}^{62} j_i n_i \geq A_8 \\
& s_1 = 0.4365s_2 + 0.8941s_3 - 0.7365s_{15} - 0.8732s_{34} \\
& s_3 = 0.7234s_2 + 1.3432s_4 - 0.2442s_{15} - 0.2724s_{27} \\
& s_{37} = 0.7443s_{38} - 0.3476s_{47} \\
& s.t. \left\{ \begin{aligned}
& s_{42} = 0.6554s_{45} + 0.9732s_{53} - 0.3257s_{54} \\
& 2100000 > s_1, \quad s_3 > 1200000 \\
& s_1 + s_2 + s_3 + s_4 > 7060000 \\
& 6210000 > s_{37} + s_{38} + s_{47} > 5060000 \\
& s_{56} > 150000 \\
& 1.1S_i > s_i > 0.9S_i \\
& \sum_{i=1}^{62} s_i = 29553821 \\
& s_i \times z_i + I_i + E_i = n_i - m_i
\end{aligned} \right.
\end{aligned} \right. \quad (40)
\end{aligned}$$

利用规划软件 *Lingo* 对其求解即可以得到最优解。

表 33 部分多目标线性规划模型求解结果（总表见附录）

变量	种类	变量最优解/公顷	实际值/公顷	变化率/%
1	苹果园	2351505	2177320	+8
2	梨园	1139817	1085540	+5
3	葡萄园	555145	596930	-7
4	香蕉园	374458	386040	-3
5	草莓	88228	95900	-8
6	西瓜	1983487	1803170	+10
7	柑桔园	2402715	2288300	+5
8	哈密瓜	361661	397430	-9

总	蔬菜	16941167	18414312	-8
总	水果	10582533	11139509	-5

上述多目标线性规划模型求解结果表明，应适当对水果和蔬菜各品种的生产规模做出调整，增大价格便宜，营养素含量全面的苹果，西瓜的种植面积；对于价格较高，亩产量较低的葡萄，草莓应适当减少播种面积，减少对环境要求较高的物种哈密瓜，香蕉的种植面积。

总的来说，因为进行了合理地规划，在满足居民人体营养均衡的条件下，蔬菜，水果的种植面积都有所下降

(2) 灵敏度分析

经灵敏度分析可知，决策变量中西瓜价值、单位面积产量、种植面积等因素非常敏感，这些因素的微小变化将影响模型的最优解。除此之外，其他决策变量对单位面积产量、价格、种植面积 等因素的微小变化对最优解没有影响。这表明部分农作物价格、单位面积产量的正常波动，以及种植面积的变化一般不会影响模型的最优解。这也表明对水果和蔬菜调整的多目标线性规划模型对于这些变量是相对稳定的。

(3) 对结果分析

而本研究的多目标线性规划模型，在突出重点因素的基础上则能很好地解决这种系统规划问题，为各品种水果和蔬菜种植结构调整提供了科学的方法论。另外，该模型具有较强的可操作性，可通过适当调整模型部分约束条件的结构和弹性（刚性约束除外），以达到人们期望的最优结构。由于社会发展的需要，应对各种水果和蔬菜种植结构调整的多目标线性规划模型进行及时修正，只有这样才能使其在系统环境发生巨大变化时保持相对稳定，以适应社会经济发展的需要。

实际上对各种水果和蔬菜的生产规模做出战略性调整是项复杂的系统工程，不仅要考虑土地资源、水资源和气候资源的时空分布规律，还要考虑各品种水果和蔬菜适宜生长的自然环境，以及降水、土壤、气候、作物之间的交互作用，同时，还必须结合市场和社会的需求特点，统筹考虑社会经济发展及生态环境保护等多方面的问题。

八、问题五：果蔬生产与消费策略

以上主要了研究人体从果蔬中所获营养成分含量的合理性以及果蔬生产与消费量的预测和调整问题。水果和蔬菜主要为人体提供矿物质、维生素、膳食纤维，是人体营养获得重要来源。尽管中国居民生活水平不断提高，人们对人体营养均衡的意识仍然不够，所以中国居民喜食、饱食、偏食、忽视人体健康所需的营养均衡的传统饮食习惯仍然存在。这样便造成了人体实际所获营养成分及含量与标准摄入量有较大偏差，反映了人们营养摄取的不合理性。而这种对食物摄取的不合理性，尤其是人们对水果和蔬菜营养摄取的不合理状况，便给水果和蔬菜的生产与消费带来很大的影响。鉴于时下人们摄取果蔬营养的不合理性，我们给出一些有关果蔬生产与消费策略，仅供广大消费者及有关部门参考。

从问题二可知，由于很多人不太重视水果的营养价值或是未能达到合理膳食，人体实际从水果和蔬菜中所获取的营养物质与摄入参考值之间存在显著性差异，实际摄入量

小于参考摄入量。其实水果的营养是很丰富的，所以要重视果蔬营养对人体的重要性。中国营养学会多次提出果蔬类食品在膳食平衡中占有重要地位，同时来自国内外的专家共同呼吁大家要每天摄入足量的水果和蔬菜，全力保持膳食平衡，预防慢性疾病的发生。可见果蔬类营养价值不容小觑。因此有关部门可适时开展以“膳食平衡”为主题的宣传活动，提高人们对果蔬所含营养价值的重要性，倡导人们摄入足量果蔬，保持膳食平衡，改善人体健康状况，带动水果和蔬菜的生产与消费。

我们知道不同的水果和蔬菜营养成分的种类和含量是不同的，那么如何帮助广大消费者以较低的成本实现自身营养健康需要呢？我们认为，可以从几个方面进行考虑。

首先，问题三和问题四在满足人体营养需求的条件下，分区域分季节求出了可以较低成本购买的主要的水果和蔬菜产品。所以有关部门可据此及时调整水果和蔬菜的生产方案来满足市场需求，进而满足人体营养健康需求。

其次，水果和蔬菜的价格高低影响人们对其的消费，所以有关部门可以改进果蔬产品的营销制度，即可采用果蔬产品直销制度来减少中间环节，降低水果和蔬菜的销售价格，促进人们对果蔬类产品的消费。所谓直接销售模式，即由农民或农民团体，将生产的农产品包装处理后，直接运送供应消费地零售业者(超级市场)或连锁零售业包装配送中心及消费大户(如机关团体、学校、部队等集体伙食单位)的方式。传统的批发市场运销方式中间环节过多，中间层次费用过高，农民所得较少。而直接销售模式可以减少中间流通费用，增加农民收入，降低产品价格。这样消费者便可以从中受惠，增加水果和蔬菜的消费量，提高身体营养物质的摄入，改善身体健康。这样水果和蔬菜的生产与销售将得到大幅度提升。

最后，随着生活水平的不断提高，人们对蔬菜的需求愈来愈严格，尤其是对“安全性”的呼声愈来愈强烈，按无公害要求进行蔬菜和水果的生产势在必行。无公害果蔬是指没有受到农药、化肥、环境等污染或污染程度控制在一定幅度内的果蔬。无公害果蔬生产是指蔬菜生产过程中避免上述污染的果蔬生产。发展无公害蔬菜生产是振兴蔬菜产业，开拓创汇农业的重要途径。无公害果蔬的生产不仅带动了新型果蔬产业的发展，更重要的是为人们提供了一种满足人体营养健康需要的重要途径。

水果和蔬菜是人们生产和生活中不可或缺的农产品。对于广大消费者而言，可以根据自身情况，合理食用水果和蔬菜，补充人体所需的各种营养物质，保证人体健康。而对于有关部门而言，时刻关注水果和蔬菜的市场需求，及时调整生产方案，对国家和个人都有十分重要的意义。

九、模型的评价与推广

9.1 模型的优点

(1) 问题一在广泛收集各种资料并对其统计分析的基础上，首先对数据进行了剔除、补全、扩充和无量纲化处理，较好地解决了数据分布离散、不均等给模型建立带来麻烦的问题。在对主要水果、蔬菜消费量进行估计和预测时，我们应用了灰色预测相关知识，它能够充分地利用已知果蔬消费量信息寻求其发展规律，从而达到高精度的预测效果。

(2) 在问题二中，为了更准确地评价出目前居民营养素摄入水平是否合理，我们首先查找了大量有关水果蔬菜的资料，通过对资料的分析和整理得到了与目前居民营养素

摄入量与居民营养素标准摄入量有关的数据，最后建立了单因素方差模型来进行评价，从而解决了一个抽象的实际生活中的问题。利用 *Matlab* 对大量数据进行处理，减少了人工计算量，提高了效率。

(3) 在解决问题三、问题四时，我们分别建立了线性约束规划模型和多目标线性约束规划，将题目中实际问题的约束条件转化为可操作计算的代数式，将所求实际问题转化为目标函数，从而利用数学知识来进行求解。

9.2 模型的缺点与改进

本文在求解问题一过程中，根据年龄将所有居民分为了三个年龄段进行分析，没有再进行细分，若是在计算时考虑这一方面因素，则所得结果会更精确。

9.3 模型的应用

问题一中建立的灰色预测模型不仅能应用到人体营养学研究，而且可以应用于商业连锁企业销售等领域。问题二中建立的单因素方差模型不仅能够解决评价营养素摄入水平等问题还在环境保护、市场研究等方面起着很重要的作用。

十、参考文献

- [1] 中华人民共和国国家统计局，茶叶、水果产量，<http://www.stats.gov.cn/tjsj/ndsj/>，2014.9.19。
- [2] 中华人民共和国农业部种植业管理司，蔬菜数据查询 <http://www.zzys.moa.gov.cn/>，2014.9.19。
- [3] 世界粮农组织数据库，世界各国水果蔬菜数据统计，<http://faostat.fao.org>，2014.9.19。
- [4] 中国人膳食指南，中国人膳食指南必读，<http://www.100md.com/index/book/66946.htm>，2014.9.21。
- [5] 范金城，梅长林，方差分析[M]，北京：科学出版社，89-92，2002。
- [6] 中国蔬菜网，各蔬菜每月价格走势，http://jiage.shucaiyuan.com/?91111_31，2014.9.21。
- [7] 中国水果网，水果价格，<http://www.agrosg.com/Price/List.html?beginYear=2013&beginMonth=1&beginDay=1&endYear=2014&endMonth=1&endDay=21&cateName=&MID=0>，2014.9.21。
- [8] 国家统计局，中国统计年鉴（1980-2010）[M]，北京：中国统计出版社，48-190，2010。

附录

附录 1 问题一数据检验程序

```
clear;clc;clf;
F=xlsread('问题一常见水果的营养成分表.xls');
VA=F(:,1:1);
hist(VA,36);
title('常见水果 VA 含量直方图');
```

附录 2 问题一水果 R 聚类程序

```
clear;clc;clf;
ARP=xlsread('问题一常见水果的营养成分表.xls');
%*****
X=ARP;
BX=zscore(X);%标准化数据矩阵
%*****
Y=pdist(BX);%用欧式距离计算两两之间的距
D=squareform(Y);%欧式距离矩阵
Z=linkage(Y);%最短距离法
T=cluster(Z,3);% T=clusterdata(X,3);
find(T==3);
[H,T]=dendrogram(Z);
title('常见水果聚类分析图')
xlabel('水果类别')
grid
%聚类分析，画出聚类图
```

附录 3 问题一水果消费量的计算程序

```
clear;clc;
CL=xlsread('问题一主要水果生产量及损耗率.xlsx');
X1=CL(1:14,8:8);%
X2=CL(1:14,9:9);%
X3=CL(1:14,10:10);%
S1=CL(1:14,1:5);%主要的水果生产量
for j=1:1:5
```

```

for i=1:1:14
    S2(i:i,j:j)=S1(i:i,j:j)*(1-X1(i))*(1-X2(i))*(1-X3(i));
end
end%S2 即为消费量

```

附录 4 问题一对主要水果预测的灰色预测算法

```

clear;clc;
A=xlsread('问题一主要水果消费量.xlsx');
x0=A(14,:);%注意这里为列向量
n=length(x0);
lamda=x0(1:n-1)./x0(2:n);%计算级比
range=minmax(lamda); %计算级比的范围
x1=cumsum(x0); %累加运算
B=[-0.5*(x1(1:n-1)+x1(2:n)),ones(n-1,1)];
Y=x0(2:n);
u=B\Y
x=dsolve('Dx+a*x=b','x(0)=x0');
x=subs(x',{'a','b','x0'},{u(1),u(2),x1(1)});
yuce1=subs(x,'t',[0:n-1]);
yuce2=subs(x,'t',[0:n+9]);
%为提高预测精度，先计算预测值，再显示微分方程的解
y=vpa(x,8) %其中的 8 表示显示 8 位数字
fprintf('预测值\n');
yuce=[x0(1),diff(yuce1)];%差分运算，还原数据
fprintf('%0.2f\n',yuce);
fprintf('计算残差\n');
epsilon=x0'-yuce;%计算残差
fprintf('%0.4f\n',epsilon);
fprintf('计算相对误差\n');
delta=abs(epsilon./x0');%计算相对误差
fprintf('%0.4f\n',delta);
fprintf('计算级比偏差值\n');
rho=1-(1-0.5*u(1))/(1+0.5*u(1))*lamda';%计算级比偏差值
fprintf('%0.4f\n',rho);
fprintf('输出预测结果\n');
yuce2011=yuce2(6)-yuce2(5);
yuce2012=yuce2(7)-yuce2(6);
yuce2013=yuce2(8)-yuce2(7);
yuce2014=yuce2(9)-yuce2(8);
yuce2015=yuce2(10)-yuce2(9);
yuce2016=yuce2(11)-yuce2(10);
yuce2017=yuce2(12)-yuce2(11);
yuce2018=yuce2(13)-yuce2(12);
yuce2019=yuce2(14)-yuce2(13);

```

```

yuce2020=yuce2(15)-yuce2(14);
fprintf('%0.4f\n',yuce2011);
fprintf('%0.4f\n',yuce2012);
fprintf('%0.4f\n',yuce2013);
fprintf('%0.4f\n',yuce2014);
fprintf('%0.4f\n',yuce2015);
fprintf('%0.4f\n',yuce2016);
fprintf('%0.4f\n',yuce2017);
fprintf('%0.4f\n',yuce2018);
fprintf('%0.4f\n',yuce2019);
fprintf('%0.4f\n',yuce2020);

```

附录 5 问题一对主要水果预测的拟合模型

```

clear;clc;clf;
x=2004:1:2011;
y=[20068000,20116000,21800000,22025000,22646000,24798000,25969000,28975000];
plot(x,y,'ro-','linewidth',2,'markersize',5);
hold on
a1=polyfit(x,y,1);
a2=polyfit(x,y,2);
a3=polyfit(x,y,3);
n=2004:1:2014;
b1=polyval(a1,n);
b2=polyval(a2,n);
b3=polyval(a3,n);
plot(n,b1,'b*-');
plot(n,b2,'g*-');
plot(n,b3,'k*-');
grid
title('苹果的消费量拟合图');
xlabel('年份 \it{X}');
ylabel('年产量(吨) \it{Y}');
legend('消费量','一次拟合结果','二次拟合结果','三次拟合结果');
S1=sqrt(sum((y-b1).^2)/7)
S2=sqrt(sum((y-b2).^2)/7)
S3=sqrt(sum((y-b3).^2)/7)
c1=(sum((y-b1).^2)/sum((y-mean(y)).^2));
c2=(sum((y-b2).^2)/sum((y-mean(y)).^2));
c3=(sum((y-b3).^2)/sum((y-mean(y)).^2));
R1=sqrt(1-c1)
R2=sqrt(1-c2)
R3=sqrt(1-c3)

```

附录 6 问题二现阶段营养摄入与标准比较程序

```

clear;clc;
A=xlsread('现阶段摄入.xlsx');
Y1=A(1:7,1:1);%0-14
Y2=A(1:7,2:2);%15-65
Y3=A(1:7,3:3);%>64
Y4=A(1:7,4:4);%平均
Y5=A(1:7,5:5);%现阶段摄入
X=1:1:7;
hold on
plot(X,Y1,'k*-');
plot(X,Y2,'go-');
plot(X,Y3,'y*-');
plot(X,Y4,'b*-');
plot(X,Y5,'r*-');
grid
legend('0—14 岁标准','15—65 岁标准','>65 标准','人均摄入标准','现阶段摄入量');

```

附录 7 问题二进行单因素方差分析模型程序

```

clear;clc;clf;
B=[612 780.952 750 720 957.81
0.82 1.3857 1.35 1.2 1.67
0.9 1.36 1.3 1.2 1.62
73.75 108 100 90.6 183.67
756 883 1000 844 858.4
13 15.83 15 14.35 17.8];
B1=B(:,1:1);
B2=B(:,2:2);
B3=B(:,3:3);
B4=B(:,4:4);
B5=B(:,5:5);
p=anova1([B4,B5])

```

附录 8 问题三水果蔬菜聚类求解的程序

```

clear;clc;clf;
% A=xlsread('问题一常见水果的营养成分表.xls');
A=xlsread('第三问筛选后水果的主要成分');
gj=zscore(A);%标准化数据矩阵
z=linkage(gj,'average'); %按类平均法聚类
dendrogram(z); %画聚类图
T=cluster(z,'maxclust',24); %把变量划分成 6 类
for i=1:24
tm=find(T==i); %求第 i 类的对象
tm=reshape(tm,1,length(tm)); %变成行向量
fprintf('第%d 类的有%s\n',i,int2str(tm)); %显示分类结果

```

end

附录 9 问题三的单目标线性规划的程序

```

min=0.12*n1+0.16*n2+0.243*n3+0.15*n4+0.279*n5+0.367*n6+0.226*n7+0.36*n8;
42*n1+180*n2+92*n3+13*n4+148*n5+17*n6+5*n7+100*n8>361.00;
0.06*n1+0.03*n2+0.03*n3+0.01*n4+0.03*n5+0.17*n6+0.08*n7+0.01*n8>0.22;
0.07*n1+0.04*n2+0.03*n3+0.01*n4+0.04*n5+0.44*n6+0.04*n7+0.03*n8>0.12;
47*n1+10*n2+19*n3+18*n4+8*n5+0*n6+27*n7+8*n8>90.60;
69*n1+13*n2+10*n3+19*n4+16*n5+247*n6+8*n7+11*n8>196.70;
0.5*n1+0.2*n2+0.4*n3+0.2*n4+0.4*n5+97*n6+0.8*n7+0.1*n8> 0.30;
89.3*n1+2.3*n2+5*n3+1.8*n4+0.8*n5+48.5*n6+2.7*n7+0.9*n8>100;
0.6*n1+0.3*n2+0.5*n3+0.7*n4+0.8*n5+29.9*n6+0.7*n7+1.2*n8>4.86;
n1>0;
n2>0;
n3>0;
n4>0;
n5>0;
n6>0;
n7>0;
n8>0;

```

附录 10 问题一主要水果消费量计算结果

作物	2006 年 消费量(吨)	2007 年 消费量(吨)	2008 年 消费量(吨)	2009 年 消费量(吨)	2010 年 消费量(吨)
苹果	24774498.33	26486361.38	28375082.59	30118832.01	31623310.01
梨	10375486.46	11162281.72	11718993.05	12346434.85	13033830.05
桃	7110874.332	7835469.024	8253201.187	8691078.246	9051023.681
葡萄	3922984.954	4189526.838	4473968.39	4967646.867	5348220.618
香蕉	4365950.957	4932414.079	4956464.217	5588610.355	6048292.154
草莓	115.7805792	115.6323168	123.5767104	136.277856	143.93808
柑橘	14536307.69	16716453.75	18933544.97	20475382	21483621.79
西瓜	4,859.18	4,874.18	4,935.90	5,090.13	5,356.98
柿子	1804301.05	2001653.597	2108072.045	2203846.704	2203846.704
红枣	2785078.385	2764791.904	3315308.462	3875179.591	4076394.995
荔枝	1094430.113	1239378.175	1093913.372	1230588.495	1287458.323

龙眼	788078.1452	832211.523	903957.6983	896283.9986	933507.0626
猕猴桃	380652.1164	420870.9056	490358.7061	636705.945	778339.3226
菠萝	804019.7601	817008.4514	842773.7037	941102.854	971323.7446

附录 11 问题一计算所得主要蔬菜消费量表

种类\年份	2003 年	2004 年	2005 年	2006 年
萝卜	34868489.38	34436328.19	35356355.33	35965513.92
胡萝卜	11791421.85	11948652.79	11962129.73	12964813.88
土豆	13038338.81	13038338.81	13038338.81	13038338.81
大蒜	13188065.68	13281321.48	14023128.98	15531329.6
茄子	18332054.83	19197100.83	19579451.16	19437583.62
辣椒	7188428.955	6851539.71	6842789.34	6834038.97
黄瓜	32387429.84	33335897.36	34811493.95	36844315.2
大白菜	71695879.92	72742766.04	72475595.64	73865584.8
甘蓝	20214956.16	20008250.64	20992562.64	21631662.36
芹菜	13814666.78	14762573.74	15013399.77	15911295.4
菠菜	10707493.52	10663272.98	11006832.56	11068741.32

附录 12 常见水果消费量估计值和预测值表

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
苹果	33671 924.5 3	35705 915.3	37862 771.58	40149 915.22	42575 216.36	45147 020.56	47874 177.51	50766 071.47	53832 653.56	57084 476.02
梨	13707 741.3	14436 801.69	15204 637.92	16013 312.31	16864 996.89	17761 979.19	18706 668.42	19701 601.93	20749 452	21853 033.06
桃	95251 07.50 3	99955 10.83	10489 145.32	11007 158.25	11550 753.57	12121 194.68	12719 807.37	13347 982.93	14007 181.33	14698 934.64
葡萄	58220 66.78 8	63314 69.609	68854 42.725	74878 85.823	81430 39.792	88555 16.58	96303 31.657	10472 939.32	11389 271.11	12385 777.51
香蕉	64652 49.81 9	69692 35.577	75125 08.548	80981 31.288	87294 05.091	94098 88.594	10143 417.84	10934 127.91	11786 476.22	12705 267.65
草莓	156.0 24	168.18 38	181.29 13	195.42 04	210.65 06	227.06 79	244.76 45	263.84 04	284.40 3	306.56 82
柑橘	23622 705.2	25604 076.21	27751 636.02	30079 323.92	32602 248.26	35336 784.66	38300 682.2	41513 178.73	44995 125.65	48769 123.31

	7									
西瓜	5480.6394	5658.273	5841.6639	6030.9987	6226.4701	6428.2769	6636.6245	6851.7248	7073.7968	7303.0664
柿子	2308725.31	2385346.903	2464511.401	2546303.198	2630809.487	2718120.356	2808328.885	2901531.239	2997826.777	3097318.156
红枣	474555	5378362.794	6095555.036	6908383.204	7829600.129	8873659.201	10056941.14	11398010.98	12917909.39	14640482.73
荔枝	1287099.498	1318291.816	1350240.068	1382962.572	1416478.092	1450805.847	1485965.521	1521977.274	1558861.758	1596640.121
龙眼	967335.9673	999756.8521	1033264.344	1067894.86	1103686.041	1140676.785	1178907.299	1218419.132	1259255.23	1301459.976
猕猴桃	956630.8976	1183490.192	1464147.812	1811361.707	2240915.299	2772334.957	3429777.608	4243128.85	5249361.474	6494216.146
菠萝	1042036.139	1109628.771	1181605.86	1258251.81	1339869.47	1426781.334	1519330.817	1617883.606	1722829.113	1834582.007

附录 13 常见蔬菜消费量估计值和预测值表

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
萝卜	36805940.77	376117.33	38435122.15	39276559.41	40136417.76	41015100.47	41913019.66	42830596.46	43768261.23	44726453.73	45705623.37	46706229.39	47728741.08	48773638.01
胡萝卜	13355901.47	13927245.62	14523030.95	15144303.03	15792152.13	16467715.19	17172177.76	17906776.1	18672799.4	19471591.95	20304555.56	21173152.03	22078905.67	23023406.01
土豆	13038.81	13083.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81	13038.81
大蒜	16692243.5	18072687.48	19567293.8	21185503.65	22937539.02	24834467.23	26888270.88	29111923.54	31519471.67	34126123.37	36948344.45	40003962.45	43312279.22	46894192.88

茄子	196	19	198	200	201	202	203	205	206	207	208	210	211	212
	452	76	891	122	360	606	860	121	390	668	953	245	546	855
	87.	68	60.1	29.1	59.7	56.5	24.3	67.8	91.9	01.3	01.0	95.8	90.6	90.4
	87	47.9	2	7	4	4	2	4	1	4	2	1	5	8
辣椒	682	68	680	679	679	678	677	676	675	674	673	672	672	671
	530	16	787	917	048	180	313	448	583	720	858	997	136	278
	6.3	58	2.59	2.43	3.40	5.47	8.63	2.86	8.16	4.50	1.88	0.27	9.67	0.07
	14	3.88	3	9	3	2		4		3		6	7	
黄瓜	386	40	427	449	472	496	522	549	577	607	638	671	706	742
	555	64	421	446	606	960	569	497	813	588	898	821	440	844
	66.	75	12.1	44.5	74.9	52.2	26.2	63.9	65.5	81.6	31.3	21.2	65.1	05.6
	19	15.85	4	1	9	2	2	3	5	7	9	3	9	6
大白菜	741	74	753	758	764	770	776	782	788	794	801	807	813	819
	619	73	153	988	867	792	763	781	845	955	114	319	573	876
	40.	64	91.1	26.5	81.5	91.1	90.6	15.7	02	85.7	03.2	91.2	86.6	26.6
	56	40.66	6	3	3	5	9			2	3	1	2	9
甘蓝	225	23	243	253	263	273	284	295	307	319	332	345	359	373
	464	43	641	272	283	691	509	756	447	600	233	366	018	210
	26.	76	29.1	17.5	75.8	08.8	80.9	18.3	11.4	17.5	63.4	48.1	45.5	07.7
	44	62.97	5	6	5	7	7	5	5	7	7			1
芹菜	164	17	177	184	191	198	206	214	222	231	240	249	259	269
	208	05	166	024	148	547	233	216	508	121	067	360	013	039
	17.	64	92.0	89.1	32.8	50.7	10.2	19.8	31.4	40.9	91	72.1	24.9	41.7
	27	52.24	7	9	9	7		8		4		5	3	8
菠菜	113	11	117	119	121	124	126	128	131	133	136	138	141	144
	226	53	493	686	921	197	516	878	284	735	232	775	366	005
	16.	40	34.2	86.6	34.1	53.3	22	19.5	26.6	25.7	00.7	37.0	21.5	43.0
	13	01.96	3	1	6	3			6	9	7	1	5	2

附录 14 问题三中水果、蔬菜与 7 种营养素关系表

食物名称	维生素 A	维生素 B1	维生素 B2	维生素 C	钙	铁	钠	不溶性纤维
100g	微克	毫克	毫克	毫克	毫克	毫克	毫克	克
苹果	100	0.01	0.03	8	11	0.1	0.9	1.2
梨	100	0.03	0.03	4	3	0.7	0.7	3.1
桃子	5	0.01	0.03	9	12	0.5	1	1.3
杏子	75	0.02	0.03	4	14	0.6	2.3	1.3

李子	25	0.03	0.02	5	8	0.6	3.8	1.3
葡萄	5	0.05	0.03	4	11	0.2	0.5	0.4
香蕉	56	0.02	0.04	3	32	0.4	0.4	1.2
草莓	2	0.03	0.03	35	15	2.2	6.5	1.1
橙子	27	0.05	0.04	33	20	0.4	1.2	0.6
橘子	277	0.05	0.04	33	35	0.2	1.3	0.4
柚子	2	0.07	0.1	110	12	0.3	3	0.4
西瓜	180	0.03	0.04	10	13	0.2	2.3	0.3
哈密瓜	153	0.05	0.01	35	4	0.3	26.7	0.2
桑葚	19	0.02	0.05	22	30	0.3	1	4.1
柿子	20	0.02	0.02	30	9	0.2	0.8	1.4
大枣	2	0.06	0.05	297	16	0.7	7	9.5
荔枝	2	0.02	0.06	36	6	0.5	1.7	0.5
龙眼	106	0.01	0.14	43	6	0.2	3.9	0.5
芒果	1342	0.01	0.04	23	15	0.2	2.8	1.3
猕猴桃	66	0.01	0.02	652	32	0.3	3.3	2.6
菠萝	33	0.08	0.02	24	18	0.5	0.8	2.4
山楂	8	0.02	0.01	19	162	0.8	0.9	3.5
椰子	21	0.01	0.01	6	2	1.8	55.6	4.7
柠檬	4	0.05	0.02	40	101	0.8	1.1	1.3
木瓜	145	0.02	0.04	50	17	0.2	28	0.8
枇杷	117	0.02	0.03	8	17	1.1	4	0.8
无花果	5	0.03	0.02	2	67	0.1	5.5	1.4
杨梅	7	0.01	0.05	9	14	1	0.7	0.8
杨桃	12	0.03	0.02	27.2	5	0.6	0.7	0.9
樱桃	35	0.02	0.02	10	11	6	8	2.1
榴莲	6	0.33	0.2	31	5	0.3	35	1.1
山竹	6	0.11	0.03	3	6	0.1	1	0.5
金橘	62	0.04	0.03	35	56	1	3	0.4
石榴	43	0.05	0.03	5	6	0.4	0.7	0.6
番荔枝	53	0.02	0.05	68	13	0.2	3.3	0.5
火龙果	18	0.08	0.06	7	6	0.3	76	1.2
胡萝卜	688	0.04	0.03	13	32	1	71.4	1.1
萝卜	3	0.03	0.06	18	56	0.3	60	0.6
竹笋	5	0.08	0.08	5	9	0.5	0.4	1.8
大白菜	42	0.06	0.07	47	69	0.5	89.3	0.6
菠菜	487	0.04	0.11	32	66	2.9	85.2	1.7
菜花	5	0.03	0.08	61	23	1.1	31.6	1.2
韭菜	235	0.02	0.09	24	42	1.6	8.1	1.4
芹菜	10	0.01	0.08	12	48	0.8	73.8	1.4
生菜	298	0.03	0.06	13	34	0.9	32.8	0.7
蒜苗	47	0.11	0.08	35	29	1.4	5.1	1.8
小白菜	280	0.02	0.09	28	90	1.9	73.5	1.1

油菜	103	0.04	0.11	36	108	1.2	55.8	1.1
圆白菜	12	0.03	0.03	40	49	0.6	27.2	1
冬瓜	13	0.01	0.01	18	19	0.2	1.8	0.7
西红柿	92	0.03	0.03	19	10	0.4	5	0.5
青椒	57	0.03	0.04	62	15	0.7	2.2	2.1
茄子	8	0.02	0.04	5	24	0.5	5.4	1.3
黄瓜	15	0.02	0.03	9	24	0.5	4.9	0.5
苦瓜	17	0.03	0.03	56	14	0.7	2.5	1.4
南瓜	148	0.03	0.04	8	16	0.4	0.8	0.8
丝瓜	15	0.02	0.04	5	14	0.4	2.6	0.6
土豆	5	0.08	0.04	27	8	0.8	2.7	0.7
榨菜	83	0.03	0.06	2	155	3.9	4253	2.1
蘑菇	273	0.1	1.1	5	127	10	23.3	21
木耳	17	0.17	0.44	0	247	97	48.5	29.9
香菇	3	0.19	1.26	5	83	11	11.2	31.6