

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学校	上海交通大学
参赛队号	10248027
队员姓名	1. 陈淼
	2. 刘剑
	3. 严淮

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)



## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

### 题目小鼠视觉感受区电位信号(LFP)与视觉刺激间关系研究

#### 摘要：

研究人（动物）的行为与脑电波之间的关系，并反过来通过脑电波确定或引导人的行为对于临床和科研具有重大的意义，但脑电波是由尺度差异很大的信号所构成，这使得脑电波的成分分离具有极大的挑战性。本文首先建立了脑电波与呼吸行为之间关联的数学模型，并通过对小鼠不同状态下实测的视觉感受区电位信号(LFP)与呼吸信号、视觉刺激信号的分析，找到了脑电波与行为之间的关联规律，并在此基础上建立脑电波的信号分离模型。

针对问题（1），通过对呼吸机理的分析，建立基于函数卷积的脑电波与呼吸行为关联的数学模型。该模型认为小鼠呼吸动作是特定频率脑电波的响应，脑电波的信号模型为正弦波，小鼠“呼”和“吸”动作信号模型为电脉冲信号，响应函数的形式为高斯函数，响应的处理过程为函数卷积。

针对问题（2），首先对呼吸曲线进行分析得到呼吸频率的范围，然后运用 Hilbert-Huang 变换计算各个局部电位信号在该频段内的锁相值，得出脑电波信号在呼吸频段内相位同步（锁相）。同时结合功率谱进行一致性分析，进一步验证了脑电波周期节律和呼吸信号相关联的结论。

针对问题（3），利用改进的 Morlet 小波变换功率谱（MMPS）方法对时间序列信号进行周期性分析，研究功率谱最大值对应的频率带分量，发现其具有明显的周期性，进而确定清醒状态下小鼠视觉感受区的局部电位信号具有周期性。在 LFP 功率谱最大值对应的频带与呼吸频带部分重合的前提下，计算得两者相关性系数大于 0.7，得出清醒状态下周期性的变化与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化线性相关的结论。

针对问题（4），本文创新地改进了参考独立分量分析方法（ICA-R），并在此基础上建立脑电波的信号分离模型。将呼吸信号看作参考信号，将信号分离问题转换以负熵最大为目标，以输出分量和参考信号相关性为约束的最优化问题，并运用拉格朗日乘子和拟牛顿法进行求解。求解得到的睡眠状况和清醒状况下与呼吸相关联的脑电波信号见图 6.2、6.3，并计算分离信号与参考信号之间的相关系数分别为 0.8791 和 0.8232。

针对问题（5）的第一部分，对 Checkboard 视觉刺激与呼吸曲线进行功率谱分析，发现视觉刺激曲线功率集中在 1.2Hz 与 5.9Hz 附近，而呼吸曲线功率主要集中在 2.5Hz 左右，两者功率集中频带不一致。针对问题将问题（5）的第

二部分,将问题(4)中的参考独立成分分析模型扩展为多参考信号源(ICA-mR)模型,并增加对分离矩阵的处理保证各参考信号对应成分的相互独立性,从而在呼吸信号和 Checkboard 视觉刺激信号的基础上,从 LPF 中分离出相对应的脑电波信号。针对问题(5)的第三部分,将不同图像看做不同能量强度的刺激,并对不同刺激的时段下分离出来的脑电波成份进行分析,根据响应强度的不一致性初步推断出分离出来的刺激脑电波成份中包含一定的图形形状因素。

**关键词:** 脑电波; 视觉刺激; 呼吸模型; 锁相值分析; 参考独立分量分析; Hilbert-Huang 变换

一、问题重述.....	- 5 -
二、问题假设.....	- 5 -
三、问题 1 模型的建立与分析.....	- 6 -
3.1 问题分析.....	- 6 -
3.2 呼吸信号模型.....	- 6 -
3.3 利用神经元电活动的数学模型建立脑电波模型.....	- 7 -
3.4 利用函数卷积模型建立脑电波模型.....	- 8 -
3.5 结论.....	- 9 -
四、问题 2 模型的建立与分析.....	- 9 -
4.1 问题分析.....	- 9 -
4.2 锁相值计算模型的建立.....	- 10 -
4.3 结论.....	- 12 -
五、问题 3 模型的建立与分析.....	- 12 -
5.1 问题分析.....	- 12 -
5.2 小鼠视觉感受区的局部电位信号周期性分析模型.....	- 13 -
5.3 小鼠视觉感受区的局部电位信号与呼吸先关脑电波的周期性关联分析.....	- 14 -
5.4 结论.....	- 16 -
六、问题 4 模型的建立与分析.....	- 16 -
6.1 问题分析.....	- 16 -
6.2 参考独立成分分析（ICA-R）算法的原理.....	- 17 -
6.3 ICA-R 改进算法.....	- 19 -
6.4 成果与结论.....	- 20 -
七、问题 5 模型的建立与分析.....	- 21 -
7.1 问题分析.....	- 21 -
7.2 小鼠视觉刺激的时间曲线与呼吸曲线功率谱分析.....	- 21 -
7.3 多参考信号下的 ICA-R 算法.....	- 23 -
7.4 分离出来的刺激脑电波成份中图形形状因素分析.....	- 25 -
八、总结与讨论.....	- 25 -
参考文献.....	- 26 -
Matlab Script 列表.....	- 26 -

## 一、问题重述

脑电波 (Electroencephalogram, EEG) 是脑神经细胞的电生理活动在大脑皮层或头皮表面的总体反映, 将大脑活动时这种电波的变化记录下来就得到脑电图。对应于不同行为或思维的脑电波, 我们称之为脑电波成份。当一个人面对一个物品或需要拿起一个物品时, 如果能分离出与该行为相关联的脑电波, 将有助于对大脑疾病的诊断及脑中风病人的生活自理。

局部场电位 (Local Field Potential, LFP) 则反映来自神经元网络局部神经核团的活动状态, 它也是一种神经集合的协同行为。所以 LFP 信号是脑内某局部大量神经元树突电位和的综合反映。LFP 可能与大脑对行为的控制有关, 如呼吸及视觉刺激等。

本题将研究小鼠大脑皮层的视觉感受区 LFP 及视觉刺激之间的联系。所提供数据为呼吸信号以及三种情况下 ((1) 睡眠状态下; (2) 清醒状态下: (a) 没有视觉刺激; (b) 有视觉刺激;) 五个电极同时记录的 LFP 信号。

呼吸信号为间接观测得到。通过热敏电极在鼻子附近记录的温度变化来表征呼吸信号, 主要表现是呼气时温度升高 (曲线下降)。LFP 信号记录自小鼠大脑皮层的视觉感受区, 电极为 5 个电极 (一排), 每个电极间距为 0.25 毫米, 且置于皮下 5 毫米处以减少肌电的影响。视觉刺激通过在鼠眼前放置一个随机打开或关闭的 Checkboard 实现。

问题 1: 分析呼吸机理, 建立数学模型反映小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波。

问题 2: 对局部场电位数据建立模型, 论证睡眠状态下小鼠脑电波的周期节律是否与呼吸相关联。

问题 3: 研究清醒状态下小鼠视觉感受区的局部电位信号的周期性以及小鼠视觉感受区的局部电位信号与小鼠呼吸信号之间的相关性。

问题 4: 建立脑电波信号的分离模型, 从睡眠状态、无视觉刺激的清醒状态下的局部场电位信号 LC01\_20131204\_Data10\_V1\_50s\_70s\_1kHz.mat、V01\_20131126\_Data03\_80s\_110s\_LFP\_NoStim\_1khz.mat 中分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号。

问题 5: 通过 Checkboard 随时间变化的曲线, 分析小鼠视觉刺激的时间曲线及其功率谱, 并与呼吸曲线的功率谱对比。利用问题(4)所建立的信号分离模型, 从数据 V01\_20131126\_Data03\_300s\_330s\_LFP\_VisStim\_1khz.mat 中分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份和可能与呼吸相关的脑电波信号成份。验证所分离出来的刺激脑电波成份与视觉刺激之间的相关性, 并说明该脑电波成份中是否包含图形形状因素。

## 二、问题假设

(1) 假设局部电位信号 (LFP) 与脑电波信号线性相关, 对与呼吸信号, 视觉刺激信号进行相关性分析两者是等价的。

(2) 假设清醒状态与视觉刺激状态, LFP 信号的差异仅由视觉刺激产生。

(3) 假设五个通道的 LFP 信号不受大脑区域差异的影响。

### 三、问题 1 模型的建立与分析

#### 3.1 问题分析

问题 1 要求通过分析呼吸的机理，建立数学模型反映小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波。

猜测呼吸机理为：脑干部分发出“呼”和“吸”的命令，由神经元集群同步产生动作电位，该电位完成呼吸过程。“呼”和“吸”两个动作命令可视作两个电脉冲。故呼吸信号可看作两个短脉冲周期性出现，两个短脉冲分别对应“呼”和“吸”两个动作命令，也对应波峰和波谷。

脑电波是脑神经细胞的电活动在大脑皮层或头皮表面的总体反映，故可用神经元电活动的数学模型进行。将“呼”、“吸”电脉冲作为输入量代入模型。

借鉴血液动力学中函数卷积模型的思想，认为

$$w(t) = a * v(t) \otimes h(t) + n(t) \quad (3.1)$$

其中：  $v(t)$ ：神经信号，本文中为脑电波

$w(t)$ ：生理动作信号，本文中为呼吸信号

$h(t)$ ：调制函数

$n(t)$ ：噪声信号

$a$ ：增益

脑干发出信号后，经过生理机制（相当于与调制函数  $h(t)$  中进行卷积）后，小鼠做出呼吸动作。通过求解呼吸信号和高斯函数的反卷积求得脑电波信号。

本文首先分析呼吸信号，求解“呼”和“吸”对应脉冲的出现频率。而后使用 Hodgkin-Huxley 模型及函数卷积模型对呼吸相关脑电波进行建模。

#### 3.2 呼吸信号模型

利用 6 阶 Butterworth 带通滤波器对睡眠状态下呼吸信号进行滤波，滤去高频噪声，再使用快速傅里叶变换（FFT）对呼吸信号进行频域分析，所得图像如图 3.1 所示。

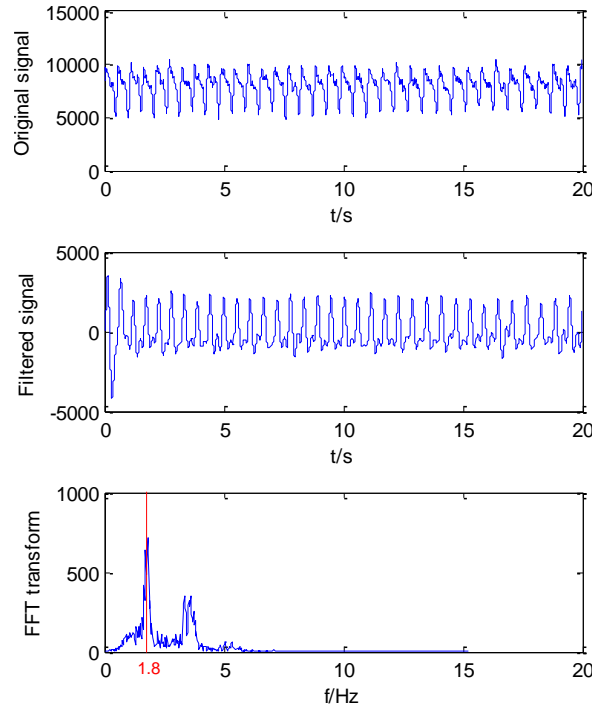


图 3.1 使用FFT 分析呼吸信号

观察可得，呼吸信号在频域内存在主频，其值约为 1.8Hz,如图 3.1 中红线标注。

为验证傅里叶变换法求得呼吸频率的正确性，对数据进行了数值分析。找出数据中对应“呼”、“吸”的波峰和波谷，计算相邻波峰和波谷间时间差，求出平均值，进而得出呼吸频率为 1.5083Hz - 2.1645Hz。图像如图 3.2 所示。

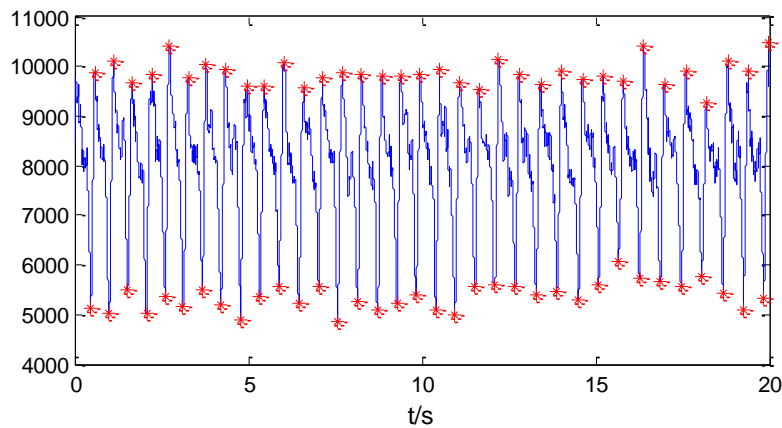


图 3.2 呼吸信号的波峰波谷图

呼吸信号模型如式 (3.2)：

$$A\{\delta(3.6\pi t) - \delta(3.6\pi(t - 1))\} + B \quad (3.2)$$

其中，A 为幅值，B 为信号平均值。

### 3.3 利用神经元电活动的数学模型建立脑电波模型

常用的神经元电活动的数学模型有 Hodgkin-Huxley (HH) 模型、FHN 神经元模型等等。HH 模型基于等效电路，非常接近现实中的神经元，故选择 HH

模型对脑电波进行建模。

HH 模型是由四个变量耦合作用组成的常微分方程组：

$$\begin{aligned}
 C_m \frac{dV}{dt} &= g_k n^4 (V_k - V) + g_{Na} m^3 h (V_{Na} - V) + g_L (V_L - V) + I \\
 \frac{dm}{dt} &= a_m(V)(1-m) - \beta_m(V)m \\
 \frac{dh}{dt} &= a_h(V)(1-h) - \beta_h(V)h \\
 \frac{dn}{dt} &= a_n(V)(1-n) - \beta_n(V)n(V)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

式中，满足：

$$\begin{aligned}
 a_m &= \frac{0.1(V+40)}{1 - \exp(-(V+40)/10)} \\
 \beta_m &= 4 \exp(-(V+65)/18) \\
 a_h &= 0.07 \exp(-(V+65)/20) \\
 \beta_h &= \frac{0.1}{1 + \exp(-(V+35)/10)} \\
 a_n &= \frac{0.01(V+55)}{1 - \exp(-(V+55)/10)} \\
 \beta_n &= 0.125 \exp(-(V+65)/80)
 \end{aligned}$$

式中  $V$  为神经元膜电位， $I$  为通过细胞膜各电流之和。其他为神经元轴突触运作参数，限于篇幅，在此不予讨论。

在一个呼吸周期内，脑干部分发出“呼”和“吸”的命令后神经元集群同步产生动作电位，此时神经元膜电位接受一个脉冲，得到初始值  $V_0$ 。联系 HH 模型方程组得神经元膜电位  $V$  表达式。因脑电波是脑神经细胞的电活动在大脑皮层或头皮表面的总体反映，故脑电波幅值由神经元膜电位  $V$  表达式表征，频率和呼吸频率相同。

### 3.4 利用函数卷积模型建立脑电波模型

调制函数有高斯函数、Gamma 函数和泊松函数。本文选择高斯函数

$$h(t) = e^{\frac{-(x-10)^2}{8}}。$$

傅里叶变换后有

$$W = a * V * H + N \tag{3.4}$$

其中  $W$ 、 $V$ 、 $H$ 、 $N$  分别为呼吸信号、脑电波信号、高斯函数、噪声的傅里叶变换。已知  $W$  和  $H$  求得  $V$ ，通过傅里叶逆变换求得  $v(t)$ 。结果如图 3.3 所示。红色曲线为所得脑电波信号通过 10 阶 Butterworth 带通滤波器滤去高频信号后图像。观察可得脑电波具有正弦波特性和，频率约为 2Hz。



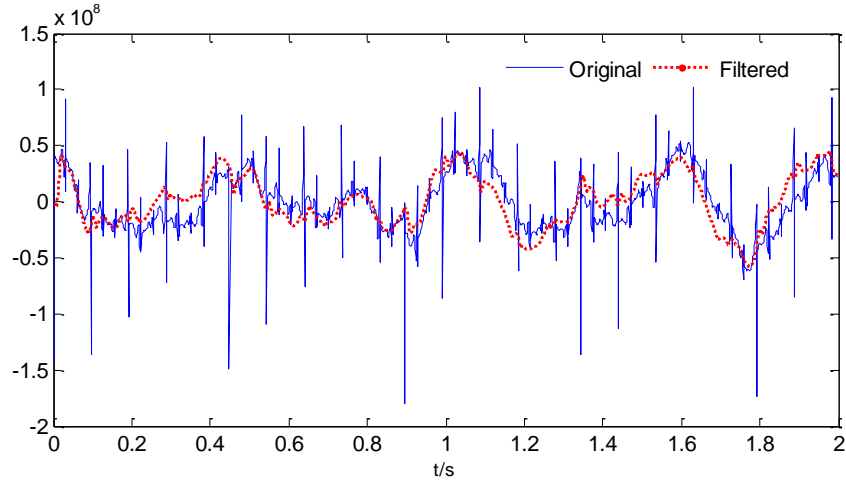


图 3.3 利用反卷积解得脑电波信号

### 3.5 结论

睡眠状态下，与呼吸相关的脑电波为类正弦波，脑电波频率和呼吸频率一致。

## 四、问题 2 模型的建立与分析

### 4.1 问题分析

60 年代以来，多名学者对此类问题进行了研究并提出了算法，包括互相关函数法、互信息熵法、同步指数法、锁相值分析法等。

呼吸信号为间接测量，因此幅值无意义。而锁相值分析法仅考虑信号的相位，认为两个信号即使振幅为零相关，相位也可能具有同步性。故本文选择锁相值分析法。锁相值分析法步骤如下：

- 1) 利用带通滤波器选取频段范围；  
小鼠呼吸频率在 1.5-3Hz 间，故可选取该频段作为研究范围。
- 2) 利用 Hilbert-Huang 变换计算瞬时相位；  
任意时刻的瞬时相位如公式(4.1)所示：

$$\theta_i(t) = \text{artan} \frac{x'_i(t)}{x_i(t)} \quad (4.1)$$

其中， $x_i(t)$ 为时间序列， $x'_i(t)$ 为对应的 Hilbert-Huang 变换,定义如式(4.2):

$$x'_i(t) = \frac{1}{\pi} PV \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x_i(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (4.2)$$

- 3) 建立锁相值 (Phase-locking Value, PLV);  
PLV 定义如式(4.3):

$$PLV = \frac{1}{N} |\sum_{n=1}^N e^{i\theta t}| \quad (4.3)$$

锁相值亦可通过一致性分析计算得出。本文分析 LFP 信号与清醒状态且视觉刺激下呼吸信号功率谱，计算两者间一致性估计值  $C_{xy}$ ，进一步讨论呼吸信号和脑电波间节律的关系。 $C_{xy}$  定义式为式 (4.4)。

$$C_{xy}(f) = \frac{|P_{xy}(f)|^2}{P_{xx}(f) * P_{yy}(f)} \quad (4.4)$$

## 4.2 锁相值计算模型的建立

利用 10 阶 Butterworth 带通滤波器保留 1-3Hz 频段信号。利用公式 (4.1)、(4.2) 计算出瞬时相位，如图 4.1 所示。

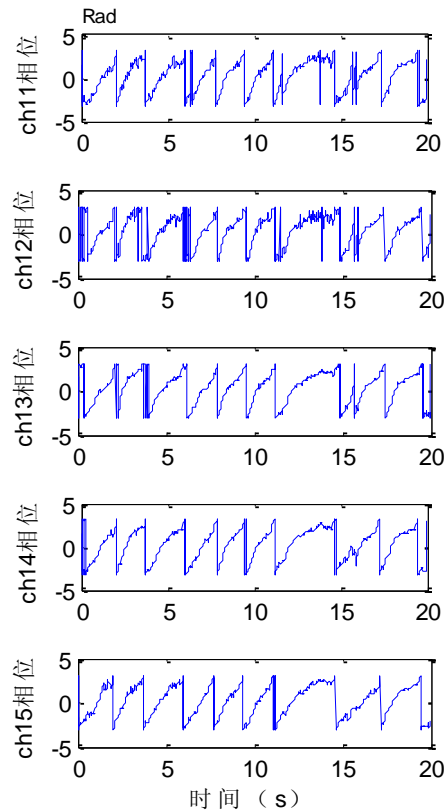


图 4.1 CH11-CH15 瞬时相位

以信号 ch11 作为参考信号，利用公式 (4.3) 计算锁相值，得

表 4.1 信号与锁相值表

信号	Ch11	Ch12	Ch13	Ch14	Ch15
锁相值	/	0.8948	0.9241	0.9407	0.8829

通过公式  $\frac{x - \text{mean}(x)}{\text{std}(x)}$  将信号标准化后利用 10 阶 Butterworth 带通滤波器保留 0.5-4Hz 频段信号。

计算呼吸信号、LFP 信号的自功率谱以及呼吸信号和 LFP 信号的互功率谱，功率谱如图 4.2 所示。

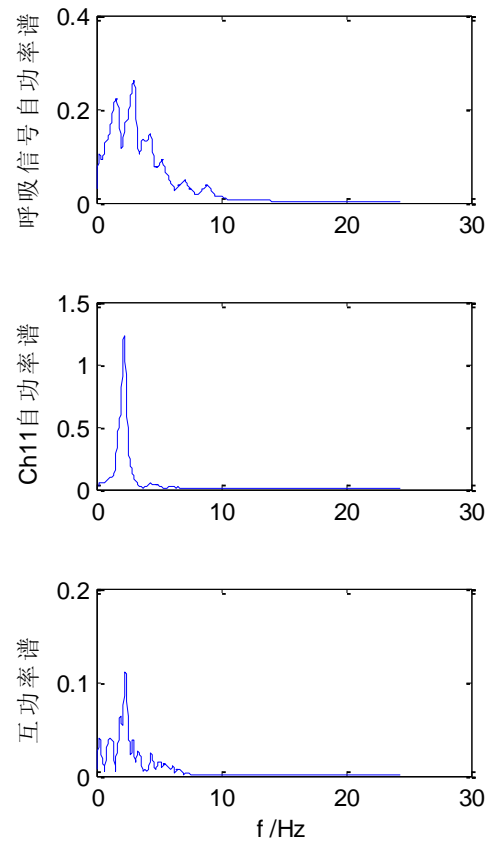


图4.2 呼吸信号及CH11 的功率谱

分别计算 LFP 信号和呼吸信号的一致性估计值  $C_{xy}$ ，结果如图 4.3 所示。

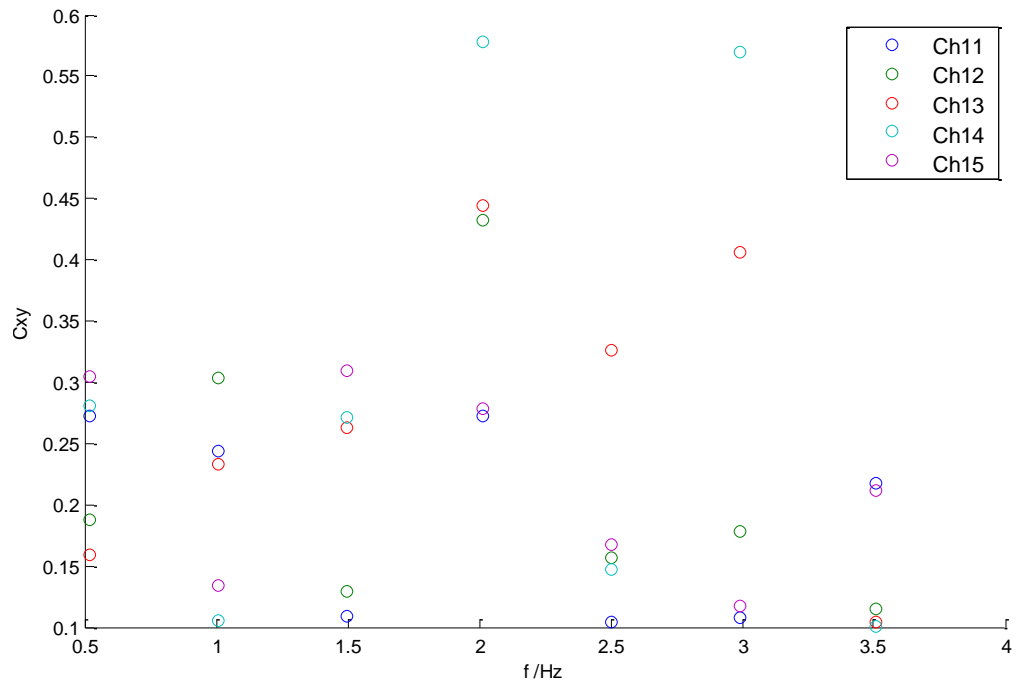


图 4.3 CH11-CH15 与呼吸信号的一致性估计

### 4.3 结论

PLV 和  $C_{xy}$  越接近于 1 表明两信号越同步。由表 4.1 可得在 1-3Hz 频段内  $PLV > 0.85$ , 故 Ch11-Ch15 信号两两同步。观察图 4.2 可得, 在 1-3Hz 内, 一致性估计值有较大的变化, 但在 2Hz 时,  $C_{xy}$  值较大, 最大值接近 0.6, 表明了 LFP 信号和呼吸信号同步。

综上, 可认为呼吸信号及 LFP 信号在 1-3Hz 频段内同步, 即呼吸信号和脑电波周期节律相关联。

## 五、问题 3 模型的建立与分析

### 5.1 问题分析

清醒状态下, 呼吸曲线和小鼠大脑视觉皮层局部电位曲线如图 5.1 所示, 图 5.1 中 LFP1-LFP5 分别表示 CH11-CH15 数据。

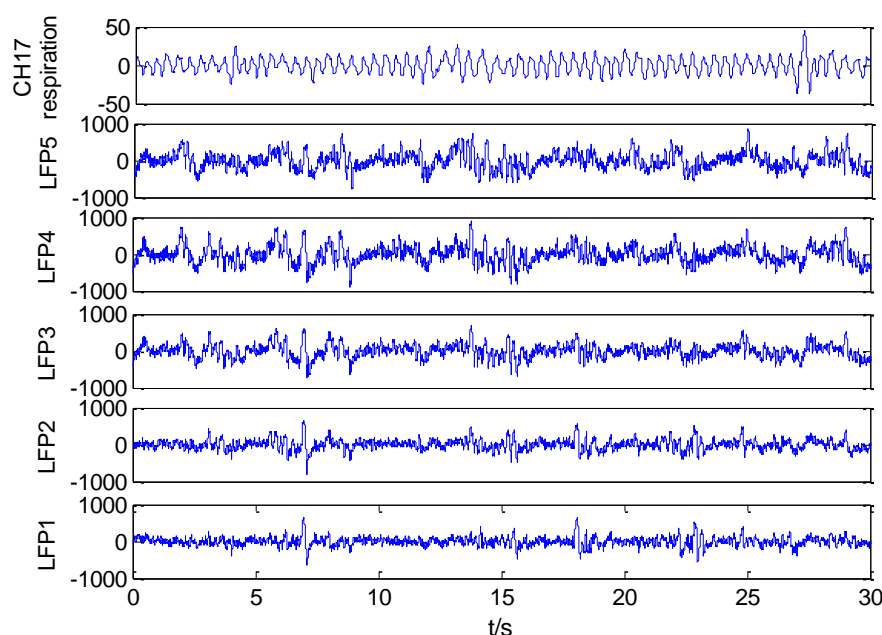


图 5.1 呼吸曲线和小鼠大脑视觉皮层局部电位曲线

目前定量时间序列周期性检测方法主要有傅立叶变换周期图检验法、小波分析法。傅立叶变换周期图检验法在傅立叶变换后以周期图 Fisher  $g$  统计量检验为主, 但是  $g$  统计量只能检测出时间序列周期图有统计学意义的最大峰值, 另外, 构造的统计量需要推导其概率分布或者给出计算  $P$  值的方法, 理论性强, 因此只在数理统计领域有所使用。小波分析与傅立叶分析适用范围最大的不同在于前者对于分析非平稳时间序列周期性有较好的效果, 傅立叶分析方法在处理复杂分布的时间序列时不适用, 因为它不能考虑序列周期行为的变化即序列的非平稳性。小波分析对于识别随着时间推移序列周期的局部变化比较适合, 除了可以提取时间序列的周期信息外, 还能够提供周期成分随时间变化的演变过程。因此本题选择小波分析原理进行周期性分析, 采用改进 Morlet 小波功率谱对小鼠视觉感受区的局部电位信号周期性。

改进 Morlet 小波变换如式 (5.1) 所示。

$$\tilde{W}_f(a, b) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega_0 \frac{t-b}{a}} e^{-\frac{(t-b)^2}{2a^2}} dt \quad (5.1)$$

Morlet 小波功率谱定义如式 (5.2) 所示。

$$MMPS = \left| \tilde{W}_f(a, b) \right|^2 \quad (5.2)$$

功率谱  $MMPS$  是频率和时间的函数，其最大值与时间无关，且与对应频率分量的幅值平方相等，即不同周期分量的幅值与功率谱  $MMPS$  的平方根成正比。对于一个给定的信号，在所有周期成分中，主频成分的功率谱  $MMPS$  值所占比例最大，通过分析功率谱  $MMPS$  特征即可获得时间序列信号周期规律<sup>[6]</sup>，因此，本题选择利用功率谱  $MMPS$  分析小鼠视觉感受区的局部电位信号的频率特性和周期特征。

## 5.2 小鼠视觉感受区的局部电位信号周期性分析模型

利用 Morlet 小波变换，本题处构造小鼠视觉感受区的局部电位信号周期性分析模型如下：

(1) 利用最小二乘法拟合出小鼠视觉感受区的局部电位信号 (LFP) 线性成分，原始 LFP 信号去除线性成分。

(2) 小鼠视觉感受区的局部电位信号 (LFP) 的采样频率为 1000Hz，信号时间长度为 30s，即数据长度为 30000，选择 Morlet 小波中心频率  $\omega_0 = 5$ 。对小鼠视觉感受区的局部电位信号 (LFP) 进行 Morlet 小波变换，求取功率谱  $MMPS$ 。

(3) 计算功率谱  $MMPS$  的最大值和最大值所对应的频率点或者频率带。

局部电位 (LFP) 分别来自睡眠或清醒状态下小鼠大脑皮层的视觉感受区，5 个电极（一排）同时记录。为方便说明周期性，选取图 1 中的 LFP1 进行周期性分析，其他 LFP 信号只给出周期性分析结果。对 LFP1 进行最小二乘拟合后，曲线如图 5.2 所示。

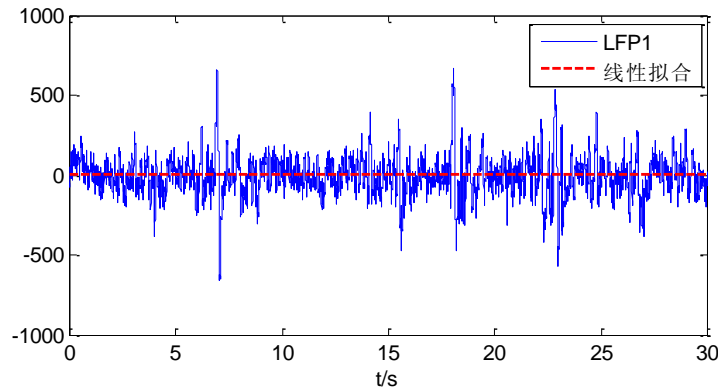


图 5.2 LFP1 最小二乘拟合

对 LFP1 减去拟合的线性部分，然后对其进行 Morlet 小波变换，并求取计算功率谱  $MMPS$  的平方根，功率谱  $MMPS$  的平方根分布曲线如图 5.3 所示。

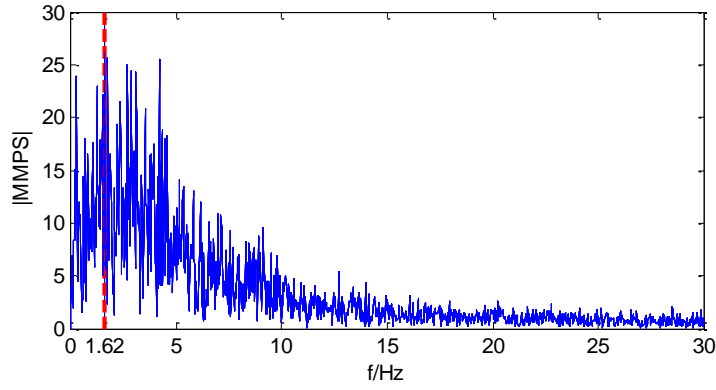


图 5.3 功率谱  $MMPS$  的平方根分布曲线

由图 5.3 中  $MMPS$  的平方根分布曲线可求得  $MMPS$  的最大值为 26.2，对应的频率为 1.62。对图 5.3 中  $MMPS$  的平方根分布曲线分析可以发现，LFP1 低频含量丰富，单一主频功率谱能量所占比例不大，计算  $MMPS$  的平方根为峰值 50% 时的频率带为 0.3-4.6Hz，在这一频带范围内， $MMPS$  的平方根值明显大于其他频段，因此，LFP1 信号序列具有周期性，但周期性单一频率特征不明显，体现频带特性，频带范围为 0.3-4.6Hz。图 5.4 给出了 LFP2-LFP5 功率谱  $MMPS$  的平方根分布曲线。

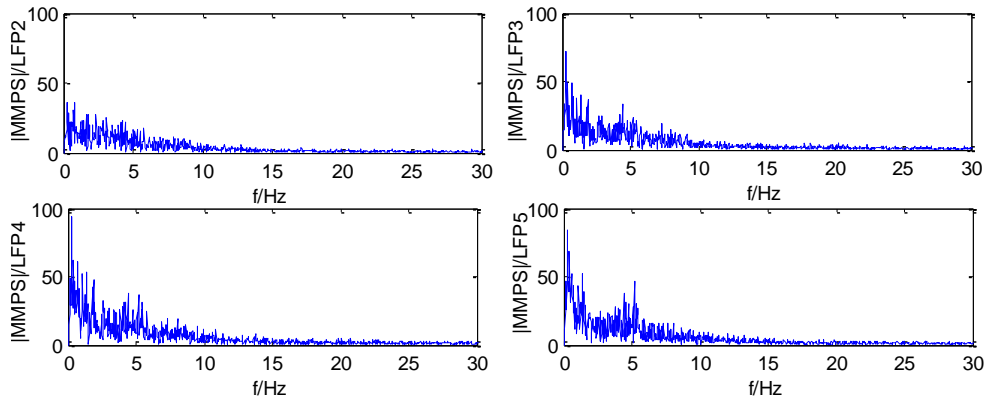


图 5.4 LFP2 - LFP5 功率谱  $MMPS$  的平方根分布曲线

由图 5.4 LFP2~ LFP5 功率谱  $MMPS$  的平方根分布曲线分析可知，功率谱  $MMPS$  主要集中在低频带，且明显高于其他频带值，与 LFP1 特点一致，即 LFP2-LFP5 信号序列具有周期性，但周期性单一频率特征不明显，体现频带特性，频带范围为 5Hz 以下。

### 5.3 小鼠视觉感受区的局部电位信号与呼吸先关脑电波的周期性关联分析

由第 2 小题的分析，在睡眠状态下，小鼠脑电波的周期节律与呼吸相关联，可认为在睡眠状态下，小鼠脑电波 LFP 信号包含呼吸所对应的脑电波。睡眠与清醒状态下，LFP1- LFP5 共 10 组数据，实现对比的科学性，选择两种状态下，同一位置局部电位信号进行分析，即选择睡眠与清醒状态下两组 LFP1 数据进行分析，周期关联性分析模型如下，其他对应位置分析只给出相应分析结果。

#### (1) 全频信号波形线性相关分析

首先对小鼠视觉感受区的局部电位信号 LFP1 进行标准化处理： $\frac{x - \text{mean}(x)}{\text{std}(x)}$ ，表示信号序列。对标准化后的两组时间序列信号进行相关性分析，结果如图 5.5

所示。

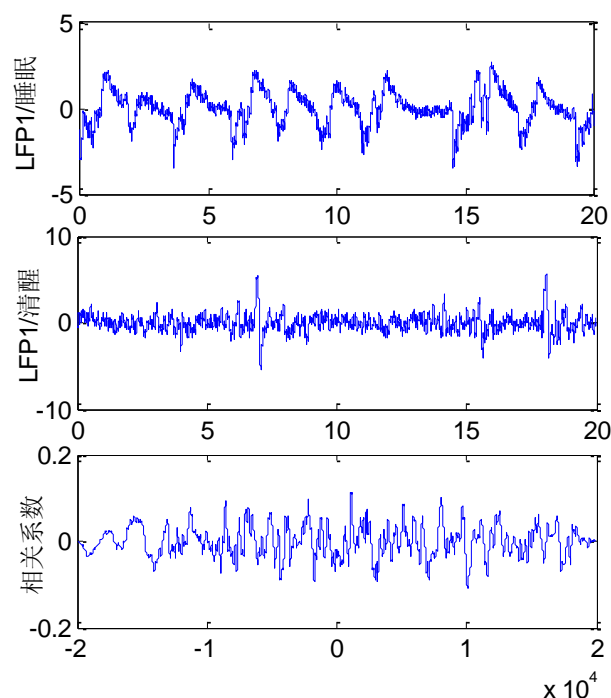


图 5.5 LFP1 时间序列信号相关性分析

其他对应信号相关性系数如图 5.6 所示。

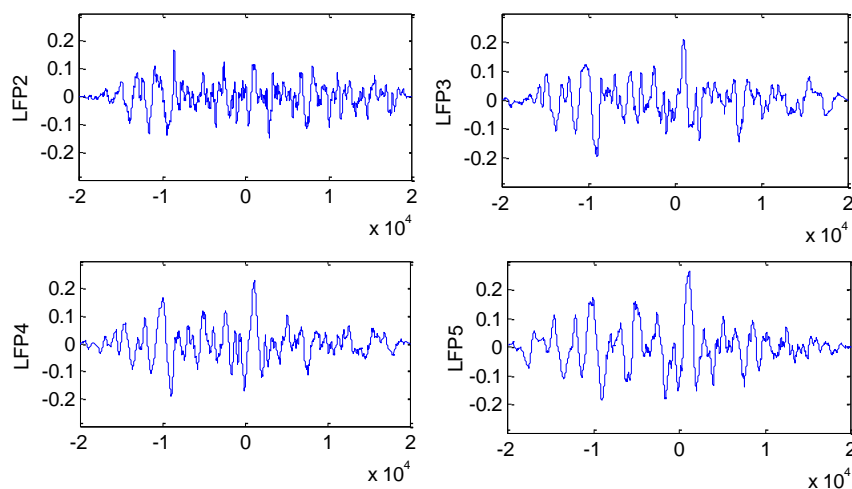


图 5.6 LFP2 - LFP5 时间序列信号相关性

由图 5.5 和图 5.6 分析可知，在全频信号范围内，清醒和睡眠的 LFP 相关系数很小，呈现的周期关联不强。由此可得知，清醒和睡眠状态下，大脑接受的刺激并不完全相同，导致视觉感受区的局部电位信号不一致。因此有必要利用第 2 小题中呼吸频率的求解模型，求解得清醒状态下呼吸频率为 1-3Hz。

## (2) 清醒状态呼吸频带下信号线性相关分析

对选择睡眠与清醒状态下两组 LFP1 数据进行 1-3Hz 带通滤波，标准化后处理进行相关性分析，结果如图 5.7 所示。

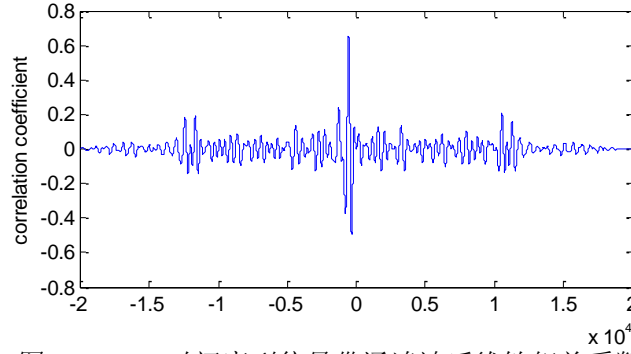


图 5.7 LFP1 时间序列信号带通滤波后线性相关系数

由图 5.7 可知，相关系数最大值大于 0.7，即可知，睡眠与清醒状态下，LFP1 时间序列信号带通滤波后呈强相关。其他对应信号相关性系数如图 5.8 所示。

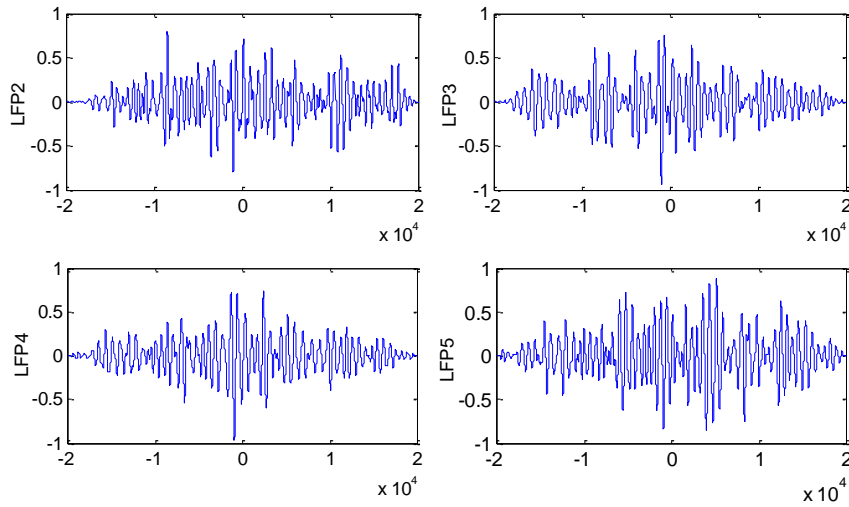


图 5.8 LFP2-LFP5 时间序列信号带通滤波后线性相关系数

结合图 5.7 和 5.8 分析可知，在清醒状态呼吸频带带下，小鼠视觉感受区的局部电位信号线性相关系数大于 0.7，呈强线性相关，因此，该周期性的变化与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化线性相关。

## 5.4 结论

在清醒状态下，小鼠视觉感受区的局部电位信号具有周期性的变化，但单一周期性特征不明显，体现频带特性。小鼠视觉感受区的局部电位信号的周期性与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化相关，且呈线性相关。

# 六、问题 4 模型的建立与分析

## 6.1 问题分析

问题 4 要求分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号，即从脑电波信号分离出一个独立成分，与呼吸的行为相对应，是一个典型的半盲信号分离问题。但通常的盲源分离技术在这里很难奏效，或误差太大，因为脑电波这一混合信号是由尺度差异很大的信号所构成的。



独立成分分析是盲源分离中一种非常常用的方法，其基本思想是从一组混合的观测信号中分离出独立信号对其他信号进行表征。但是传统的独立成分分析是运用统计学相关的知识求解混合矩阵，得到的独立成分意义不够明确，而题目中的要求是基于呼吸信号对脑电波信号进行分离，仍然使用传统的独立成分分析不能体现对呼吸行为的响应。

因此考虑将呼吸行为作为先验知识，作为对独立成分分析的限制。参考独立成分分析方法（ICA-R）是近年来用于半盲分离的常用方法，其思想是在传统的独立成分分析基础上，建立输出成分分量与参考信号之间相关性的约束，将信号分离问题转换为求解有约束的最优化话题，能够有效地得到与参考信号高度相关的独立成分。因此，考虑使用该方法对该问题进行求解。

## 6.2 参考独立成分分析（ICA-R）算法的原理

基于呼吸信号的脑电信号分离问题是典型的半盲分离问题。目前将先验信息以参考信号的形式引入盲源信号分离过程的参考独立分量分析方法（Independent Component Analysis with Reference, ICA-R）方法已经成为半盲分离的主要解决办法。

传统的独立成分分析是指利用统计原理进行计算的方法。它是一个线性变换。这个变换把数据或信号分离成统计独立的非高斯的信号源的线性组合。用数学语言表示，即假设存在  $M$  个独立成分分量  $\mathbf{s}(t)=[s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$  和  $N$  个混合信号  $\mathbf{x}(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$ （通常  $N \geq M$ ）。独立成分分析的目的是通过线性变换把观察的数据  $\mathbf{x}(t)$ ，转换成独立成分向量  $\mathbf{s}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t)$ 。其中  $\mathbf{W}$  表示分离矩阵。

参考独立分量分析则是一种带约束的 ICA 问题。它其实是一种广义的算法框架，可以将额外的先验信息以约束条件的形式引入到 ICA 算法的目标函数当中，然后将问题转变为约束最优化问题。具体来说，ICA-R 算法需要实现两个目标，其一是输出的估计信号必须是包含在混合信号中的独立分量，其二是在某种接近性度量下，抽取的独立分量与参考信号最为接近。仅抽取一个期望信号的 ICA-R 算法称为一单元 ICA-R 算法。一单元 ICA-R 算法中分离向量  $\mathbf{w}^*$  的求取原理图如图 6.1 所示

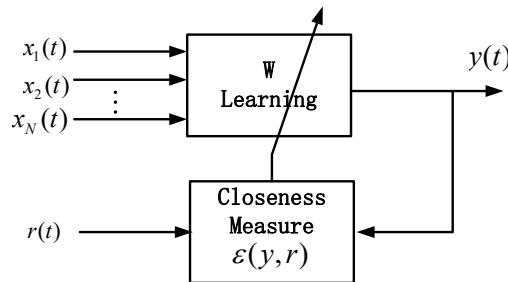


图 6.1 一单元 ICA-R 方法原理图

其中  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)$  是  $N$  个信号， $y(t)$  是估计输出， $r(t)$  表示携带先验信息的参考信号， $r(t)$  包含期望信号  $s^*(t)$  的先验信息但不与  $s^*(t)$  完全一致。估计输出  $y(t)$  与参考信号  $r(t)$  之间的接近性度量用  $\varepsilon(y, r)$  表示，作为约束参与到权重向量  $\mathbf{w}^*$  的学习，使得输出信号  $y(t) = \mathbf{w}^{*T} \mathbf{x}(t)$  与期望信号相等。

一单元 ICA-R 算法中选择负熵函数  $J(y)$  作为对比函数，表示为：

$$J(y) \approx \rho[E\{G(y)\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (6.1)$$

其中  $\rho$  为一个正的常数,  $v$  表示一个零均值, 单位标准差的高斯变量,  $G(\bullet)$  表示一个非二次函数。常见的  $G$  的形式有:

$$G_1(y) = \log \cosh(a_1 y) / a_1 \quad (6.2)$$

$$G_2(y) = \exp(-a_2 \frac{y^2}{2}) / a_2 \quad (6.3)$$

$$G_3(y) = y^4 / 4 \quad (6.4)$$

其中  $1 \leq a_1 \leq 2$ ,  $a_2 \approx 1$ 。

假定对比函数  $J(y)$  有  $m$  个局部或是全局最优解  $\omega_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ 。输出的估计信号  $y$  与参考信号  $r$  之间的贴进度由某种接近性度量 “ $\varepsilon(y, r)$ ” 来衡量, 当输出信号与参考信号最为接近时取得最小值。一般来说, 接近性度量的选择有以下两种:

$$\varepsilon(y_i, r_i) = E\{(y_i - r_i)^2\} \quad (6.5)$$

$$\varepsilon(y_i, r_i) = -E\{y_i r_i\} \quad (6.6)$$

假设有且仅有一个独立分量最接近参考信号  $r$ , 则我们有以下不等关系:

$$\varepsilon(\omega^{*T} \mathbf{x}, r) < \varepsilon(\omega_1^T \mathbf{x}, r) \leq \dots \leq \varepsilon(\omega_{m-1}^T \mathbf{x}, r) \quad (6.7)$$

其中最优值  $\omega^*$  对应于期望输出。因此存在一个阈值  $\xi \in [\varepsilon(\omega^{*T} \mathbf{x}, r), \varepsilon(\omega_1^T \mathbf{x}, r)]$  使得贴进度函数  $\varepsilon(y, r)$  小于或者等于阈值  $\xi$ , 即不等式  $g(\omega) = \varepsilon(\omega^T \mathbf{x}, r) - \xi$  只有在  $y = \omega^{*T} \mathbf{x}$  时成立任何其他的分离向量  $\omega_i$  均不满足上述不等式。

由以上分析故可以引入不等式  $g(\omega)$  作为可行性约束, 在约束独立分量分析的框架内建立目标函数如下:

$$\max J(y) \approx \rho[E\{G(y)\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (6.8)$$

$$\text{s.t. } g(\omega) = \varepsilon(y, r) - \xi \leq 0, \quad h(\omega) = E\{y^2\} - 1 \quad (6.9)$$

其中, 等式约束  $h(\omega) = 0$  是为了确保对比函数  $J(y)$  和权向量  $\omega$  有界, 由于只有一个独立分量满足上述条件, 故该优化问题可以采用全局收敛算法求解。

首先将约束最优化问题转换为无约束最优化问题, 然后在采用拉格朗日乘子法进行求解。引入松弛变量  $z$  将不等式约束  $g(\omega) \leq 0$  转化为等式约束  $g(\omega) + z^2 = 0$ , 选择最合适的  $z^*$  可以得到增广拉格朗日函数:

$$L(\omega, \mu, \lambda) = J(y) - \frac{1}{2\gamma} [\max^2\{\mu + \gamma g(\omega), 0\} - \mu^2] - \lambda h(\omega) - \frac{1}{2} \gamma \|h(\omega)\|^2 \quad (6.10)$$

其中  $\mu$  和  $\lambda$  分别是约束  $g(\omega)$  和  $h(\omega)$  的拉格朗日乘子,  $\gamma$  是标量乘法因子,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数,  $\frac{\gamma}{2} \|\cdot\|^2$  为二次惩罚项, 用来保证最优化问题满足局部凸优化的假设。

采用拟牛顿法来寻找  $L(\omega, \mu, \lambda)$  的极大值, 可以得到权向量  $\omega$  的更新公式为:

$$\omega_{k+1} = \omega_k - \eta (\mathbf{L}_{1\omega_k}'' )^{-1} / \mathbf{L}_{1\omega_k}' \quad (6.11)$$

其中  $k$  为迭代下标,  $\eta$  表示学习速率,  $\mathbf{L}_{1\omega_k}'$  为  $L(\omega, \mu, \lambda)$  对  $\omega$  的一阶导数。

$$\mathbf{L}_{1\omega}' = \bar{\rho} E\{\mathbf{x} G_y'(y)\} - 0.5 \mu E\{\mathbf{x} g_y'(\mathbf{w})\} - \lambda E\{\mathbf{x} y\} \quad (6.12)$$

其中  $\bar{\rho} = \pm \rho$ , 符号与  $E\{G(y)\} - E\{G(v)\}$  一致。  $G_y'(y)$  与  $g_y'(\mathbf{w})$  分别是  $G(y)$  与  $g(\omega)$  对  $y$  的一阶导数。

$\mathbf{L}_{1\omega^2}''$  为  $L(\omega, \mu, \lambda)$  对  $\omega$  的二阶导数，即 Hessian 矩阵。Hessian 矩阵  $\mathbf{L}_{1\omega^2}''$  可近似为一个标量值和输入信号协方差矩阵的乘积：

$$\mathbf{L}_{1\omega^2}'' = s(\omega) \mathbf{R}_{xx} \quad (6.13)$$

其中标量  $s(\omega) = \bar{\rho} E\{G_{y^2}''(y)\} - 0.5\mu E\{g_{y^2}''(\mathbf{w})\} - \lambda$ ，协方差矩阵  $\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}$ ， $G_{y^2}''(y)$  和  $g_{y^2}''(\mathbf{w})$  是相应的二阶导数。则相应的牛顿学习算法可以简化为

$$\omega_{k+1} = \omega_k - \eta \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{L}'_{1\omega_k} / s(\omega_k) \quad (6.14)$$

最优拉格朗日乘子  $\mu^*$  和  $\lambda^*$  可通过下面的梯度上升学习算法迭代更新获得：

$$\mu_{k+1} = \max\{0, \mu_k + \gamma g(\omega_k)\} \quad (6.15)$$

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \gamma h(\omega_k) \quad (6.16)$$

参考独立分量分析 (ICA-R) 算法能够抽取任何分布的周期或者非周期的源信号，包括高斯信号。因为使用负熵作为代价函数，要求抽取的源信号独立于噪声或者干扰。

### 6.3 ICA-R 改进算法

改进算法基于以下两点考虑：一是 (6.9) 中两个限制条件，其中  $h(\omega)$  用于限定对比函数  $J(y)$  和权重向量  $\omega$ ，而这一要求可以通过标准化权重向量  $\omega$  实现。这样就可以忽略该等式约束并减少相应的学习参数  $\lambda$ 。二是式 (6.13) 需要计算协方差矩阵的转置，这是非常耗时的。可以通过对  $\mathbf{x}$  进行白化： $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{V}\mathbf{x}$ ，其中  $\mathbf{V}$  是预白化矩阵，使得的协方差矩阵满足： $\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}} = E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\} = \mathbf{I}$ 。

因此改进的 ICA-R 算法变为：

$$\max J(y) \approx \rho [E\{G(y)\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (6.17)$$

$$\text{s.t. } g(\omega) \leq 0 \quad (6.18)$$

相应的增广拉格朗日函数变为：

$$L(\omega, \mu) = J(y) - \frac{1}{2\gamma} [\max^2\{\mu + \gamma g(\omega), 0\} - \mu^2] \quad (6.19)$$

权重更新算法变为：

$$\omega_{k+1} = \omega_k - \eta \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{L}'_{\omega_k} / \delta(\omega_k) = \omega_k - \eta \mathbf{L}'_{\omega_k} / \delta(\omega_k) \quad (6.20)$$

其中，

$$\mathbf{L}'_{\omega_k} = \bar{\rho} E\{\mathbf{x}G'_y(y)\} - 0.5\mu E\{\mathbf{x}g'_y(\omega_k)\} \quad (6.21)$$

$$\delta(\mathbf{w}) = \bar{\rho} E\{G_{y^2}''(y)\} - 0.5\mu E\{g_{y^2}''(\mathbf{w}_k)\} \quad (6.22)$$

拉格朗日乘子  $\mu$  仍按照式 (6.15) 进行更新。

由以上分析，得到改进的 ICA-R 的算法流程如下：

- (1) 将观察信号  $\mathbf{x}$  进行中心化使其均值为 0，并对  $\mathbf{x}$  进行白化处理得到  $\tilde{\mathbf{x}}$
- (2) 选择合适的标量惩罚因子  $\gamma$
- (3) 选择一个范数为 1 的随机初始化向量  $\omega_0$ ，初始化  $\mu$
- (4) 计算  $E\{G(y)\} - E\{G(v)\}$  得到变量  $\bar{\rho}$
- (5) 通过  $\mu_{k+1} = \max\{0, \mu_k + \gamma g(\omega_k)\}$  更新拉格朗日乘法算子  $\mu$
- (6) 通过  $\omega_{k+1} = \omega_k - \eta \mathbf{L}'_{\omega_k} / \delta(\omega_k)$  更新权重向量  $\omega$

- (7) 通过  $\omega_{k+1} = \omega_{k+1} / \|\omega_{k+1}\|$  标准化权重向量  $\omega$
- (8) 直到接近 1 (达到一个极小的误差) 循环结束, 否则返回到步骤 (4)

## 6.4 成果与结论

根据 6.3 中的算法流程, 首先将呼吸信号进行标准化并进行低通滤波 (截止频率为 4Hz) 作为参考信号, 其次对五个通道的局部电位信号 (LFP) 信号进行预处理 (包括中心化和白化), 然后运用改进的 ICA-R 算法进行信号分离。得到的分离信号结果如下:

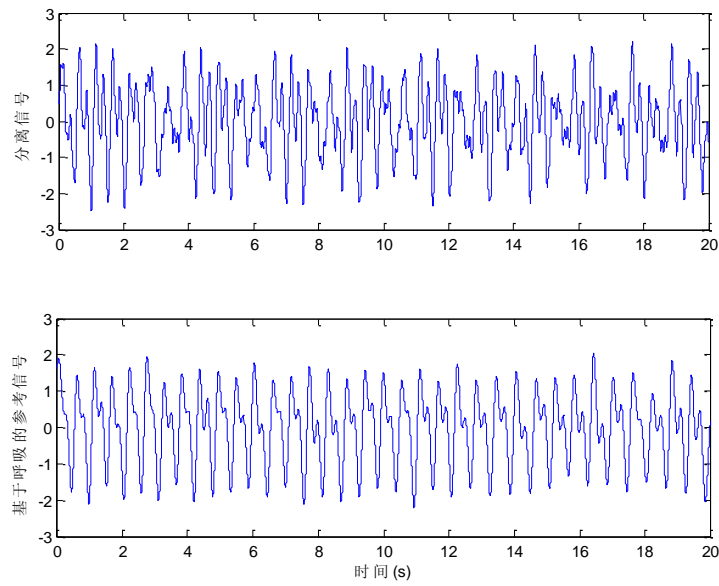


图 6.2 睡眠情况下分离的与呼吸关联的脑电波信号

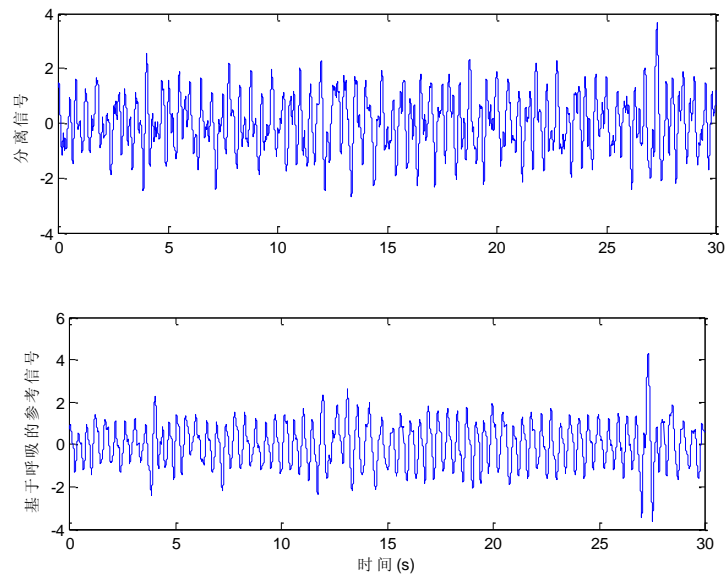


图 6.3 清醒情况下分离的与呼吸关联的脑电波信号

最后对分离信号与参考信号进行互相关分析 (见图 6.4, 6.5), 可以得到在睡眠状态下和清醒情况下, 最大的互相关系数分别 0.8791 和 0.8232, 说明了该信号分离模型的正确性。

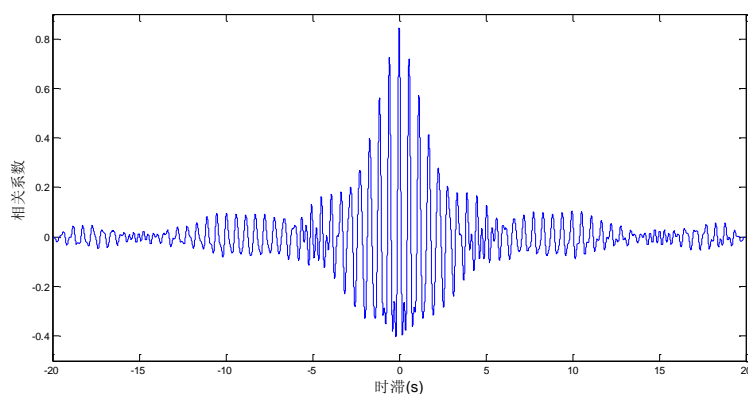


图 6.4 睡眠状况下分离信号与参考信号的互相关性

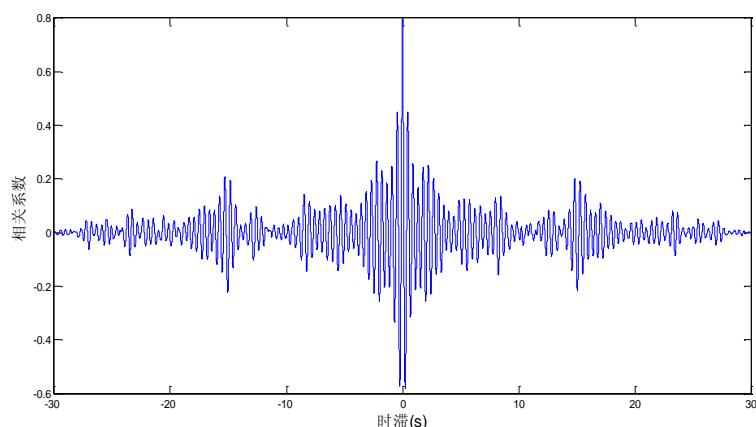


图 6.5 清醒状况下分离信号与参考信号的互相关性

通过计算分离信号与参考信号进行互相关分析,可以得到在睡眠状态下和清醒情况下,最大的互相关系数分别为 0.8791 和 0.8232,说明了该信号分离模型的正确性。

## 七、问题 5 模型的建立与分析

### 7.1 问题分析

问题(5)首先需要对 CheckBoard 视觉刺激与呼吸曲线进行功率集中频带分析和对比。分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份和可能与呼吸相关的脑电波信号成份,需要在呼吸信号和 checkboard 视觉刺激信号两个参考信号的基础上对脑电波信号进行分离,因此需要对问题(4)中所建立的 ICA-R 模型进行拓展,使之能够适应多参考信号源。此外,针对可能出现的不同参考信号源对应成分不满足独立性的问题,还需要对分离矩阵进行去相关化。对于脑电波成份中图形形状因素的分析,在 checkboard 图形特性的基础上,需要对分离出来的刺激脑电波成份与视觉刺激曲线进行局部特征分析。

### 7.2 小鼠视觉刺激的时间曲线与呼吸曲线功率谱分析

清醒状态下, CheckBoard 视觉刺激与呼吸曲线如图 7.1 所示。

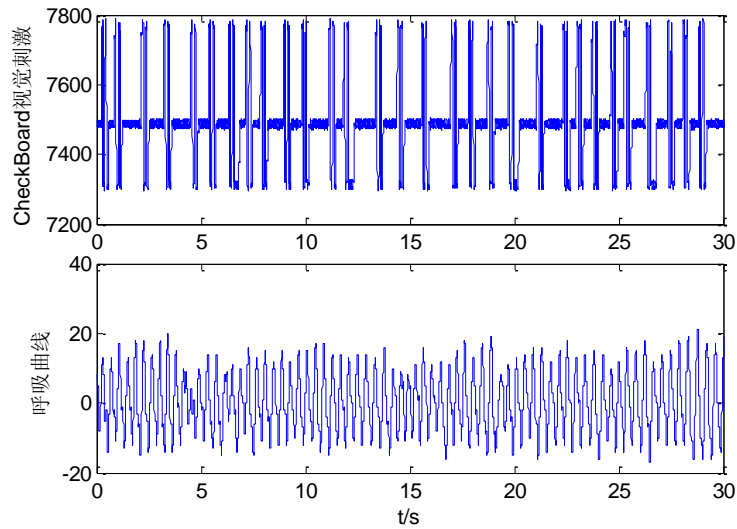


图 7.1 小鼠视觉刺激的时间曲线与呼吸曲线

对 CheckBoard 视觉刺激与呼吸曲线进行功率谱分析，如图 7.2 所示。

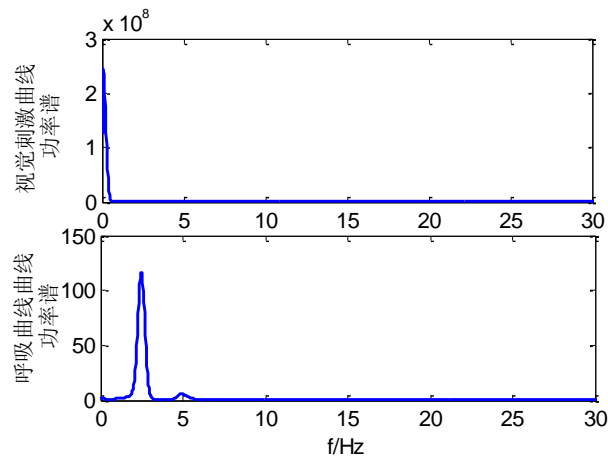


图 7.2 视觉刺激的时间曲线与呼吸曲线功率谱

由图 7.2 可知 CheckBoard 视觉刺激时间曲线功率谱密度在接近 0Hz 时较大，主要原因是视觉刺激时间曲线有较大的直流偏置量，而呼吸曲线功率密度较大主要集中在 2.5Hz 左右。为更好的分析视觉刺激的时间曲线与呼吸曲线功率谱可能存在的关系，对 CheckBoard 视觉刺激时间曲线进行直流量滤波处理，在进行功率谱分析，结果如图 7.3 所示。

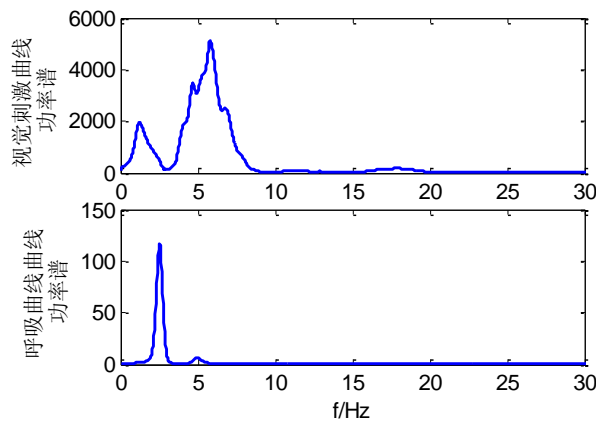


图 7.3 视觉刺激的时间曲线直流滤波后与呼吸曲线的功率谱

如图 7.3 所示，视觉刺激的时间曲线直流滤波后，视觉刺激的时间曲线功

率主要集中在 1.2Hz 和 5.9Hz 附近，与呼吸曲线的功率集中频带仍然不一致，说明两者关联的因素不是单一的，图 7.4 给出了视觉刺激的时间曲线直流滤波后与呼吸曲线的互功率谱。

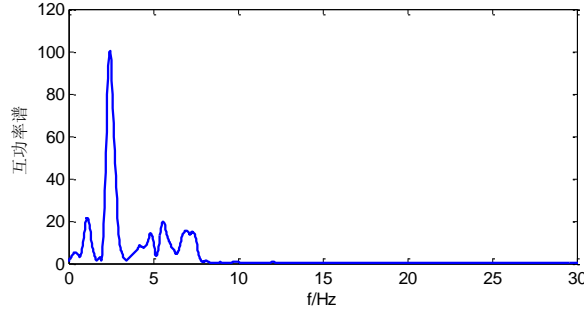


图 7.4 视觉刺激的时间曲线直流滤波后与呼吸曲线的互功率谱

由图 7.4 可以看出，视觉刺激的时间曲线与呼吸曲线的互功率主要集中在 2.5Hz 左右频带。

### 7.3 多参考信号下的 ICA-R 算法

当存在多个参考信号时，ICA-R 算法可以轻松的进行拓展，并保证每一个输出对应一个唯一的独立分量。在多参考信号源的情况下，ICA-R 问题可以转化为如下

$$\max \sum_{i=1}^l J(y_i) \quad (7.1)$$

$$\text{s.t. } g(\mathbf{W}) \leq 0, h(\mathbf{W}) = 0 \quad (7.2)$$

这里  $l$  是要分离的独立分量数目， $g(\mathbf{W}) = (g(\mathbf{w}_1) \cdots g(\mathbf{w}_l))^T$ ， $h(\mathbf{W}) = (h(\mathbf{w}_1) \cdots h(\mathbf{w}_l))^T$ ，其中  $g(\mathbf{w}_i) = \varepsilon_i(y_i, r_i) - \xi_i$ ， $h(\mathbf{w}_i) = E\{y_i^2\} - 1$ ， $i = 1, \dots, l$ 。

那么对应的增广拉格朗日函数为：

$$L_2 = \sum_{i=1}^l (J(y_i) - \frac{1}{2\gamma_i} [\max^2\{\mu_i + \gamma_i g_i(\mathbf{w}_i), 0\} - \mu_i^2]) - \lambda^T \mathbf{h}(\mathbf{W}) - \frac{1}{2} \gamma^T \|\mathbf{h}(\mathbf{W})\|^2 \quad (7.3)$$

其中  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1 \cdots \mu_l)^T$  和  $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1 \cdots \lambda_l)^T$  是拉格朗日乘子。

多参考信号的 ICA-R 算法同步地将一单元 ICA-R 算法和权重向量学习联合起来，根据拟牛顿法得到的权重矩阵  $\mathbf{W}$  的学习公式为：

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \eta \langle \bar{s}(\mathbf{W}) \rangle L'_{2\mathbf{W}} \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}^{-1} \quad (7.4)$$

其中  $\bar{s}(\mathbf{W}) = (\frac{1}{s(\mathbf{w}_1)} \cdots \frac{1}{s(\mathbf{w}_l)})^T$ ， $s_i(\mathbf{w}_i) = \bar{\rho}_i E\{G''_{y_i}(y_i)\} - 0.5\mu E\{g''_{y_i}(\mathbf{w}_i)\} - \lambda_i$  从

Hessian 矩阵  $\mathbf{L}''_{2\mathbf{W}^2}$  中得到。 $\langle \cdot \rangle$  表示非对角元素为 0 的对角矩阵，对角线上的元素由内部向量给出。梯度  $L'_{2\mathbf{W}}$  的表示为：

$$L'_{2\mathbf{W}} = \langle \bar{\rho} \rangle \{G'_y(\mathbf{y}) \mathbf{x}^T\} - \frac{1}{2} \langle \boldsymbol{\mu} \rangle E\{\mathbf{g}'_y(\mathbf{W}) \mathbf{x}^T\} - \langle \boldsymbol{\lambda} \rangle E\{\mathbf{y} \mathbf{x}^T\} \quad (7.5)$$

其中， $G'_y(\mathbf{y})$  和  $\mathbf{g}'_y(\mathbf{W})$  分别为  $G(\mathbf{y})$  和  $\mathbf{g}(\mathbf{W})$  对  $\mathbf{y}$  中相应  $y_i$  的一阶导数，相应的由上升梯度学习方法得到的拉格朗日乘子的更新方法

$$\boldsymbol{\mu}_{k+1} = \max\{0, \boldsymbol{\mu}_k + \langle \gamma \rangle \mathbf{g}(\mathbf{W})\} \quad (7.6)$$

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \langle \gamma \rangle h(\mathbf{W}) \quad (7.7)$$

此外为了保证不同参考信号分离出的独立分量的统计独立的特定，在每次迭代中应将权重学习矩阵解耦，解耦的方法为

$$\mathbf{W} = [\mathbf{W}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{W}^T]^{-\frac{1}{2}}\mathbf{W} \quad (7.8)$$

其中逆平方根  $[\mathbf{W}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{W}^T]^{-\frac{1}{2}}$  的计算方法为对  $\mathbf{W}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{W}^T$  进行特  $\mathbf{W}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{W}^T = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^T$ 。则有

$$[\mathbf{W}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{W}^T]^{-\frac{1}{2}} = \mathbf{U}\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{U}^T \quad (7.9)$$

利用多参考信号下的 ICA-R 算法分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份和可能与呼吸相关的脑电波信号成份如图 7.5 和图 7.6 所示。相关系数分别 0.8549 和 0.8272。

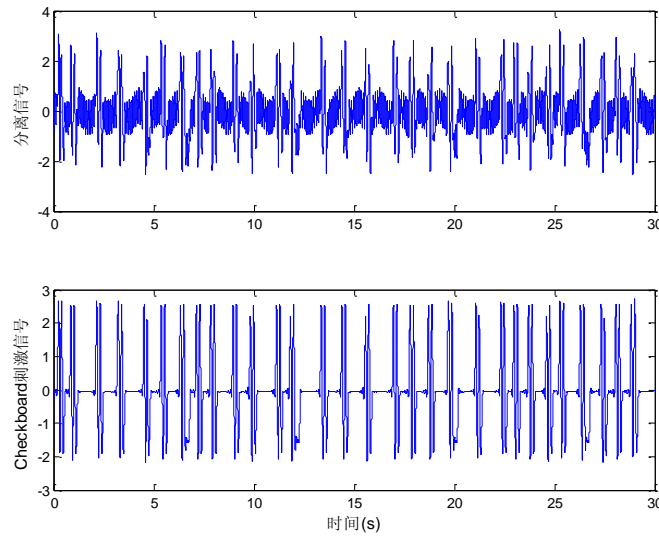


图 7.5 与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份分离

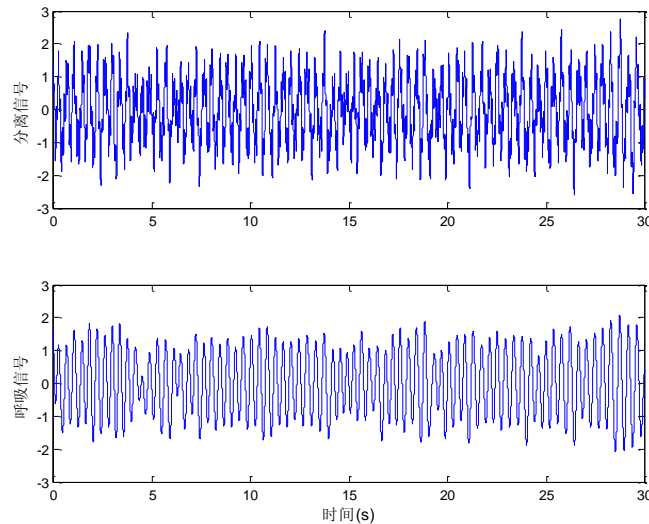


图 7.6 与呼吸相关相关的脑电波信号成份分离



## 7.4 分离出来的刺激脑电波成份中图形形状因素分析

配对出现的 Checkboard 如图 7.7 所示。

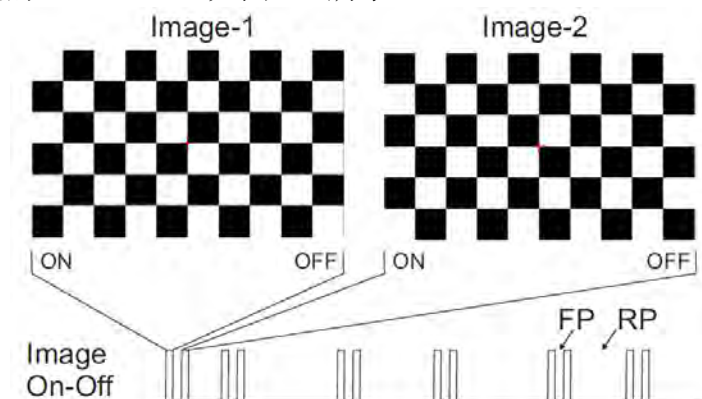


图 7.7. 配对出现的 Checkboard

分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份和视觉刺激在局部时间范围内如图 7.8 所示。

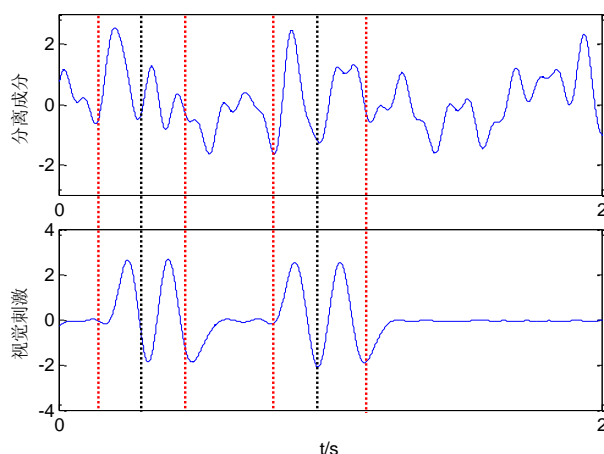


图 7.8. 分离出的与刺激相关的脑电波信号成份和视觉刺激

结合图 7.7 视觉刺激 Checkboard，两次刺激的图形规律并不相同，可认为视觉刺激的能量或者形式有所差别。在图 7.8 中局部范围内，两次视觉刺激对应脑电波信号呈现的幅值具有明显差异，由此可以初步推断分离出来的刺激脑电波成份中包含图形形状因素。

## 八、总结与讨论

1) 建立了基于函数卷积的脑电波与呼吸行为关联的数学模型。该模型认为小鼠呼吸动作是特定频率脑电波的响应，脑电波的信号模型为正弦波，小鼠“呼”和“吸”动作信号模型为电脉冲信号，响应函数的形式为高斯函数，响应的处理过程为函数卷积，分析得出脑电波与呼吸信号频率相关，且具有类正弦波特征的结论。

2) 利用锁相值分析法分析信号同步问题，利用 Hilbert-Huang 变换求解锁相值，以此建立视觉感受区的局部电位数据分析模型。同时，结合功率谱进行一致性辅助分析，分析得出，脑电波周期节律和呼吸信号相关联。

3) 利用改进的 Morlet 小波变换功率谱 (MMPS) 方法进行时间序列信号周期性分析方法。清醒状态下小鼠视觉感受区的局部电位信号具有周期性。对清醒状态和睡眠状态下小鼠视觉感受区的局部电位信号进行带通滤波后分析周期相关性分析, 分析得出两者周期性成线性相关。

4) 为实现从睡眠状态、无视觉刺激的清醒状态的局部脑电位信号分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号, 利用改进的参考独立分量分析方法, 把呼吸信号看作参考信号, 将信号分离问题转换以负熵最大为目标, 以输出分量和参考信号相关性为约束的最优化问题, 并运用拉格朗日乘子和拟牛顿法进行求解。求解得到的睡眠状况和清醒状况下与呼吸相关联的脑电波信号计算分离信号, 并说明了该信号分离模型的正确性。

5) 对 Checkboard 视觉刺激与呼吸曲线进行功率谱分析, 分析发现视觉刺激的时间曲线与呼吸曲线的功率集中频带不一致。将独立成分分析模型扩展为多参考信号源模型, 并利用该模型从 LPF 中分离出与 Checkboard 视觉刺激相对应的脑电波信号。对分离出来的刺激脑电波成份与视觉刺激曲线进行局部分析, 初步推断分离出来的刺激脑电波成份中包含图形形状因素。

## 参考文献

- [1] J. Ito, S. Roy, Y. Liu, M. Fletcher, L. Lu, J. D. Boughter, S. Grun, D. H. Heck, Whisker barrel cortex delta oscillations and gamma power in the awake mouse are linked to respiration, *Nature Communication*, 2014, April.
- [2] 王青云, 石霞, 陆启韶, *神经元耦合系统的同步动力学*, 科学出版社, 2008
- [3] Rajapakse, J. C., Kruggel, F., Maisog, J. M., & Von Cramon, D. Y. (1998). Modeling hemodynamic response for analysis of functional MRI time-series. *Human Brain Mapping*, 6(4), 283-300.
- [4] 王娜. (2011). *脑电信号相位同步特性研究* (Master's thesis, 湖南大学).
- [5] Lachaux, J. P., Rodriguez, E., Martinerie, J., & Varela, F. J. (1999). Measuring phase synchrony in brain signals. *Human brain mapping*, 8(4), 194-208.
- [6] Yi H, Fan QB. An algorithm for the determination of multi-period structure of time series. *Information and Automation (ICIA)*, 2010 IEEE, International Conference on, 2010, 1684-1689.
- [7] Lu, W., & Rajapakse, J. C. (2006). ICA with reference. *Neurocomputing*, 69(16), 2244-2257.

## Matlab Script 列表

coherence\_analyse.m  
convolution\_eeg\_model.m  
isPeak.m  
isValley.m  
mydata.mat  
respiration\_sleep\_analyse.m  
show\_peak\_valley.m  
center.m  
fast\_ica\_r.m  
whiten.m