

有 关 说 明

2004 年全国部分高校研究生数学建模竞赛组织委员会、评审委员会热烈欢迎广大研究生参加竞赛，接受挑战，真心预祝你们在竞赛中充分发挥自己的聪明才智，团结协作，顽强拼搏，赛出风格，赛出水平。衷心希望你们通过竞赛增长才干，提高能力。

本次竞赛共有 A、B、C、D 四道赛题，每队可任选一题参赛，只要在九月二十日十八时之前寄出参赛论文都可以参加评奖。但是由于赛题的难度不可能完全相同，差异在所难免。因此，在评奖中既要考虑四条题目之间的大致平衡，也会考虑到题目的难易程度，向选择难度较大题目的参赛队有所倾斜，特此说明。

由于各种原因，参赛队也有可能对题目有疑问，可以在 www.shumo.com 的网页上贴出疑问，我们将请命题人在同一网页尽快作出回答，以提高效率。但绝对不应借此进行讨论，请各参赛队自觉遵守竞赛纪律。

竞赛仅仅是个手段，不是目的。因此，我们真诚欢迎广大研究生竞赛后对赛题继续进行深入的讨论，中国数学建模网页将为大家提供交流的平台。在评奖中可能参考这里的结果，更重要的是争取把这些真刀真枪的实际问题解决得更好，扩大数学建模活动的影响，同时也进一步提高我国数学建模活动的水平。评审委员会将选择讨论中出现的优秀成果（包括少量的竞赛优秀论文）在核心期刊上发表。

研究生和教师是数模活动的主体，我们真诚地盼望能经常听到你们的意见与建议，让我们共同努力把这一活动办得既扎实又有成效。

补 充 通 知

各参赛队：

关于竞赛的几个具体问题通知如下：

- 1、 竞赛采用统一封面，请与题目一同下载。
- 2、 参赛队号已正式通知各校，为防止通信出现差错，各校的参赛队号表也与题目公布在一起备查。
- 3、 鉴于有部分学校分几次报名，有的学校对报名表的顺序没有足够地重视，也有参赛队的成员已发生变化，同时防止组委会登记工作中出现错误，请每个参赛队务必重填报名表，并由学校竞赛负责人分配属于本校的队号，不要发生本单位内或本单位与外单位重号现象。重填后的报名表应装订于论文的封面前。

A 题

发现黄球并定位

一、设在半径为 50m，高为 10m 的圆柱体内有红、蓝、黄三种小球，若一只红球到某只黄球再到一只蓝球的距离小于等于 40m，才认为该黄球有可能被这对红、蓝球发现，试问在这个圆柱体的底面至少要放置多少红球、多少蓝球，又它们分别放置在什么地方（设放置后不能移动），才能使放在圆柱体内任何位置（距离底面不足 0.1m 不予考虑）的黄球都有可能被红球、蓝球发现。

二、如果增加一个条件。分别以过红球或蓝球（可以将它们看成质点）的两条直线为轴，以红球、蓝球为顶点作两个圆锥，圆锥轴截面的顶角均为 4 度。当黄球（直径 2mm）至少有一部分位于上述两个圆锥的交集中（第一问中 40m 的条件仍旧要满足），就认为红球、蓝球发现了黄球并知道了从红球到黄球中心再到蓝球的距离。当然这时还无法给出黄球的准确定位，但是对同一个黄球，如果存在几对符合上述条件的红球、蓝球，（甚至一个红球、三个蓝球或三个红球、一个蓝球构成的三对）就可以为黄球定位。现在要给固定在圆柱体内任意位置（距离底面不足 0.1m 仍不予考虑）的黄球定位，假设以红球、蓝球为顶点的每个圆锥的轴可以取任意位置，即为一只黄球定位时取某个方向，为另一只黄球定位时又可以取另外的方向。为此至少需要红球、蓝球各多少个？红球、蓝球又应如何放置在圆柱体的底面？（仍旧假设红球、蓝球放置后不能移动）

三、假设黄球从圆柱体外任意位置进入圆柱体，并且在圆柱体内可以随意移动（仍不会到达距离底面不足 0.1m 的地方），移动速度的范围是 0.15-1.02m/s。这时给黄球定位显然更困难。现在假设以红球、蓝球为顶点的圆锥的轴也是可以随意旋转的，旋转的角速度最大为 $60^\circ/\text{s}$ 。请你们决定为了给作直线运动的黄球定位是否需要增加红球、蓝球的数量，是否需要改变红球、蓝球在圆柱底面的放置位置（仍旧假设红球、蓝球放置后不能移动），并为每个红球、蓝球所在的圆锥轴制定旋转方案。请你们为运动的黄球被定位的概率下个定义，再根据此定义计算你们方案的定位概率。

四、如果某个黄球被发现、定位的信息是共享的，即所有红球、蓝球都知道这些信息，进一步有一个计算机知道所有上述信息，并且所有红球、蓝球所在的圆锥轴都受到这个计算机的控制。请问全部红球、蓝球的圆锥轴如何协同旋转，以增加黄球被发现、被定位的概率。（如果感到困难，可以先仅在直径 10m 的圆柱或边长 8m 的正方体或更小的区域内考虑问题）。仿真、讨论增加红球、蓝球的个数到共 190 个或更多时对黄球定位的益处。（仍旧假设红球、蓝球放置后不能移动）

五、如果圆柱体的底面有一些起伏（位置、高度可自定），而红球、蓝球到黄球的连线穿过底面则无效，即认为不符合第二问中关于黄球被发现、被定位的条件。那么这些起伏对仍需要放置在圆柱体底面的红球、蓝球的个数有无影响？进行适当的讨论。

六、如果在第二问中红球、蓝球发现黄球时不但知道从红球到黄球中心再到蓝球的距离，而且同时知道红球、蓝球所在圆锥轴的准确的方向，这一点对黄球的定位有什么影响？如果计算机可以在一毫秒的时间内改变全部红球或蓝球中任意一只或多只球的颜色对于黄球被发现、被定位又有什么影响？

七、一旦有一对红球、蓝球发现黄球，计算机应如何控制所有红球、蓝球所在的圆锥轴的旋转方案来跟踪移动的黄球并尽快给它定位？

八、如果有多个黄球同时（有一定的时间差）越过圆柱体的表面，计算机如何控制所有红球、蓝球所在的圆锥轴的旋转以使全部黄球可能被及早发现，尽快定位？

九、你们对黄球发现、定位有什么更好的建议？例如，是否可以让红球、蓝球在圆柱体底面以不超过 0.15m/s 速度移动，这样对黄球的及早发现，尽快定位有无好处？