
参赛密码 _____

(由组委会填写)

第十二届“中关村青联杯”全国研究生
数学建模竞赛

学校 海军装备研究院/海军工程大学

参赛队号 K0032

队员姓名 1.蒋靖伟

2.曹进一

3.齐振

参赛密码 _____

(由组委会填写)



第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

题 目 面向节能的单/多列车优化决策问题

摘 要：

本文围绕单/多列车优化决策问题，在合理假设的基础上，利用多岛遗传优化算法和 NSGA-II 多目标优化算法给出了单列车单站点、单列车多站点、多列车多站点的能耗最低运行线路的优化决策，并分析处理了列车发生延误时的优化控制问题。

针对问题一（1），建立了单列车单区间节能优化模型。首先通过将时间分段-离散的方法，建立了能耗积分方程的数值求解方法，并制定了末端制动策略使得末端速度在规定时间内、规定距离上减小为 0。在此基础上，建立了以能耗最低为优化目标，分段数、各分段时间间隔、各段运行工况为决策变量，满足速度、加速度等约束条件的优化模型。通过多岛遗传算法，对模型进行求解，得到 A_6 - A_7 段能耗为 $3.37 \times 10^7 J$ 。

针对问题一（2），建立了单列车多区间节能优化模型。首先通过理论推导，将时间-最低能耗曲线转换为以最少时间、最低能耗为双目标优化问题的 Pareto 前端解集，利用 NSGA-II 多目标优化算法分别得到了 A_6 - A_7 站， A_7 - A_8 站 Pareto 前端解集。其次，在各自能耗-时间 Pareto 前端解集中，利用多岛遗传算法，对时间分配进行优化建模，得到 A_6 - A_7 段运行时间 117s， A_7 - A_8 段运行时间 103s，总能耗为 $6.8 \times 10^7 J$ 。

针对问题二（1），建立了多列车全区间节能优化模型，在总能耗一定的情况下，再生能源越多，则总能量越少。基于此，本文首先求解单个列车在整个区间段上的最少能耗，这是对于问题一（2）的推广，区别仅在于将停站时间计入运行时间，没有本质上的区别，本文采用将停站看作除去牵引、巡航、惰行和制动在外的第 5 种工况，采用与问题一（2）相同的策略，求得单列车在整个运行区间（ A_1 - A_{14} ）上的最低能耗，其它车辆采用相同的运行方式。其次，建立了针对发车时间的可再生能源最大模型，为了简

化模型，将车辆分成 20 组，认为各组之间运行方式相同。对于同一组内，以再生能源最多为目标函数建立优化模型，通过多岛遗传算法进行求解各车发车间隔。最终得到：通过合理分配发车间隔，可再生能源可占总耗能约 17.5%。

针对问题二（2），在问题二（1）的基础上，建立了多车全区间全时间段节能优化模型。将整个时间段分为 2 个高峰阶段和 3 个非高峰阶段，其中早高峰分配辆车，晚高峰分配辆车，非高峰阶段车辆平均分配。对于 5 个阶段，每个段内再按照题二（1）中原则对车辆进行分组，各组内采用和题二（1）相同的模型求解发车间隔，最终早高峰可节能 37%左右，晚高峰节能 27%左右。

针对问题三（1），建立了延误节能追赶模型，在问题二（1）中求出的各段最低能耗-最短时间 Pareto 解集基础上，通过最短追赶时间-最低能耗多目标优化模型，求出最节能的追赶方案。通过两个算例分析发现，针对减少追赶时间和减少能耗这一对矛盾的目标，不同站点之间应采用不同的策略。其中对于 A₄ 段 10s 的延误，车辆应尽快恢复正常运行。

针对问题三（2），建立了概率延误节能追赶模型，通过后车受前车延误影响将延误概率参数纳入题三（1）建立的模型中，并从理论上进行了分析。

此外，本文还以问题一（1）为例对设计参数进行了敏感性分析，得到分段时间间隔和分段时刻对结果有最为明显的正效应影响。

本文下一步将在丰富最低能耗-最短时间 Pareto 解集、引入延误概率参数后的方案控制方面进行研究。

关键词： 列车节能，多岛遗传，NSGA-II 多目标优化，Pareto 前端解

一 问题重述

轨道交通系统的能耗是指列车牵引、通风空调、电梯、照明、给排水、弱电等设备产生的能耗。在低碳环保、节能减排日益受到关注的情况下，针对减少列车牵引能耗的列车运行优化控制近年来成为轨道交通领域的重要研究方向。

本题给出列车运行过程、列车动力学模型、运行时间和运行能耗的关系以及再生能量利用原理。并给定列车参数和线路参数。

根据已知内容，需要解决的问题如下：

问题一：单列车节能运行优化控制问题

1、计算寻找一条列车从 A_6 站出发到达 A_7 站的最节能运行的速度距离曲线，其中两车站间的运行时间为 110 秒。

2、计算寻找一条列车从 A_6 站出发到达 A_8 站的最节能运行的速度距离曲线，其中要求列车在 A_7 车站停站 45 秒， A_6 站和 A_8 站间总运行时间规定为 220 秒(不包括停站时间)。

问题二：多列车节能运行优化控制问题

1、当 100 列列车以间隔 $H = \{h_1, \dots, h_{99}\}$ 从 A_1 站出发，建立优化模型并寻找使所有列车运行总能耗最低的间隔 H 。

2、重新制定运行图和相应的速度距离曲线，考虑高峰时间(早高峰 7200 秒至 12600 秒，晚高峰 43200 至 50400 秒)发车间隔不大于 2.5 分钟且不小于 2 分钟，其余时间发车间隔不小于 5 分钟，每天 240 列。

问题三：列车延误后运行优化控制问题

1、若列车 i 在车站 A_j 延误 DT_j^i (10 秒) 发车，找出在确保安全的前提下，首先使所有后续列车尽快恢复正点运行，其次恢复期间耗能最少的列车运行曲线。

2、随机变量延误 DT_j^i 发车，在尽快恢复正点运行，恢复期间耗能最少的目标函数下，给出列车运行曲线。

二 符号说明

符号	符号说明
$c(n)$	列车运行状态函数
N	列车站间分段数
M	站间使用工况的类型数量
i	列车进入第 N 段后运行的时间
t_i	列车运行时刻
Δt	离散时间步长
$a_{t_i Q}$	t_i 时刻列车牵引加速度
a_{t_i}	t_i 时刻列车实际加速度
S_{t_i}	计算距离，是列车到刚通过的一站的距离
$e(t_i)$	列车在第 N 段中 t_i 时刻的能耗
μ_{t_i}	t_i 时刻牵引加速度与最大加速度百分比
μ_{2t_i}	t_i 时刻制动加速度与最大加速度百分比
T	第 N 段列车总运行时间
v_{t_i}	t_i 时刻列车运行速度
S_T	站间总距离

三 单列车节能运行优化控制问题

3.1 问题分析

问题一（1）要求我们建立速度距离曲线的数学模型，制定列车在 A_6 站到 A_7 站运行 110s 耗能最少的方案。列车发动机耗能与运行工况密切相关，在四种运行工况（牵引、巡航、惰行和制动）中，牵引阶段发动机耗能，巡航阶段发动机是否耗能取决于列车当时受到的总阻力。总阻力大于 0 时，列车需要牵引，发动机耗能；总阻力小于或等于 0 时，列车需要制动，发动机不耗能。单质点模型中，列车运动符合牛顿运动学定律，根据题目所给“列车参数”和“线路参数”，可以得到列车牵引力，列车运行总阻力和列车制动力等参数。分析不同阶段列车的受力情况，建立列车动力学模型，得到列车在不同工况下的发动机能耗。

节能运行的关键在于列车在行驶过程中工况的交替使用，单列车节能运行优化控制问题的本质是一个单目标优化问题。列车运行的总能耗最小为目标函数，运行工况、两站之间列车运行工况的阶段数等参数为决策变量，列车的启止速度、不同路段的限速、最大加减速度等为约束条件。采用多岛遗传算法 MIGA 作为优化策略，对发动机的总能耗结果进行全局寻优，确定能耗最小条件下，列车的运行策略，得到最节能运行的速度距离曲线。由于列车的运行策略受到不同路段限速和坡度等参数的影响，很难直接得到连续的速度-距离曲线公式。在算法的搜索过程中，为了快速的寻找最优解，对问题进行离散化处理，得到的数值解能够有效地解决实际问题。

问题一（2）要求建模计算出列车从 A_6 站出发到达 A_8 站的最节能运行的速度距离曲线，其中列车在 A_7 车站停站 45 秒， A_6 站和 A_8 站间总运行时间规定为 220 秒（不包括停站时间）。相比问题一（1），问题一（2）只是增加了一段站间路程，并在途中 A_7 站进行了停留。问题一（2）是在问题一（1）模型的基础上，将目标函数替换为两段路程能耗的和最小，约束条件为总运行时间一定。根据题干中图 5 列车站间运行时间与能耗的关系曲线，我们确定列车运行时间与最低能耗存在类似的关系。由于在运行时间与最低能耗的关系曲线下方不存在可行解，可以认为其实质上就是两个目标的 Pareto 前端解集^[1]，于是我们将求解列车运行时间与能耗关系曲线的问题转化为两个目标的优化问题。

我们采用改进型非劣分类遗传算法（NSGA-II）求解多目标优化问题，得到站间各自的 Pareto 最优前端解集。利用该解集，分别对站间各自的运行时间进行遍历，保证运行总时间一定，使得总能耗最低的时间分配方案及站间运行策略，就是问题一（2）的解。

3.2 模型假设

- 1、列车在运行过程中不制动减速，只在进站停车时进行制动。
- 2、列车采用制动工况减速进站停车，不采用惰行工况进站停车。

3.3 单列车单区间节能优化模型

3.3.1 模型的建立

根据题目所给的《附录：路线参数》，可以确定如图 3.1 所示的列车参考坐标系：

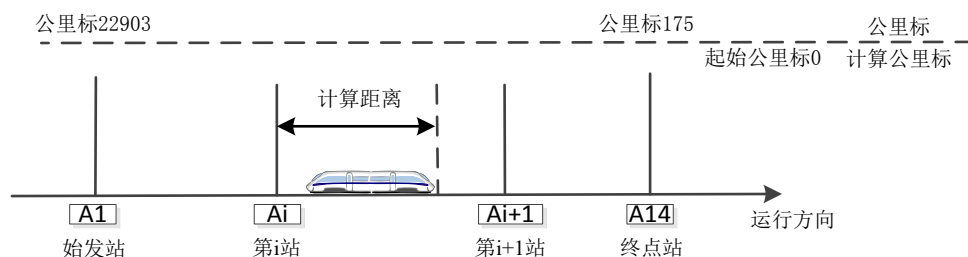


图 3.1 列车参考坐标系

图中， A_1 站为始发站， A_{14} 站为终点站，列车由始发站 A_1 向终点站 A_{14} 运行， A_1 位于公里标 22903m 处， A_{14} 位于公里标 175m 处，起始公里标 0 位于终点站右侧。其中计算公里标（m）是到起点的距离，计算距离（m）是到刚通过的一站的距离。根据公里标得到 A_6 站到 A_7 站的距离是 1354m。

在两车站间运行时间一定的条件下，计算寻找列车从 A_6 站出发到达 A_7 站的最节能运行的速度距离曲线，问题的本质是制定一种列车在约束条件下的运行策略，使得发动机的总能耗最低。建立的单列车单区间节能优化模型的如下：

$$\text{目标函数: } \min E = \min \int_0^T e(t, c(t)) dt$$

$$\text{约束条件: } v(t) \leq v_{\max}(t)$$

$$v(0) = v(T) = 0$$

$$S_T = \int_0^T v(t_i) dt = 1354$$

$$\text{决策变量: } c(t)$$

这里决策变量 $c(t)$ 是泛函，表示时刻与列车能耗有关的运行状态， T 是列车达到下一站的运行时间。目标函数表示列车从 A_6 站出发到达 A_7 站的总能耗最低，是 t 时刻能耗在 $[0, T]$ 时间段内的积分，其中 t 时刻能耗是时间 t 和决策变量的函数。约束条件为：

- 1、列车的运行速度小于限制速度；
- 2、列车在每站间的启止速度为 0；
- 3、列车从出发至停止进站时行进的距离 S_T 为 A_6 站到 A_7 站的距离。

这里由于很难求得耗能积分的解析解，为了得到数值解，我们对时间进行了离散。由于列车在不同时刻的工况不同，首先将列车的运行时间进行分段，保证每段时间内列车处于相同的工况。然后对每一段时间以步长为 1 秒进行离散，通过对每秒钟的能耗进行求和，得到发动机总能耗的数值解，具体的分段离散过程在模型的求解中会有详细叙述。为了满足在规定时间点、规定距离上使得末端速度减小为 0，需要对末端制动方案进行设计。

因此，模型求解将从目标函数的离散求解、优化模型求解和末端制动三个方面进行阐述。

3.3.2 模型的求解

3.3.2.1 目标函数的离散化处理

1、全区间上耗能积分数值求解

由于目标函数连续积分求解析解比较困难，而列车在运行过程中通常会采用牵引到接近限制速度后，交替使用惰行、巡航、牵引三种工况，直至接近下一车站采用制动进站停车。我们首先对积分的时间区间进行分段，在时间轴上将区间分为 N 段，每一段里列车处于相同的运行工况， N 就是列车从 A_0 站运行至 A_7 站过程中使用工况的总数量。

分段后决策变量 $c(t)$ 就可以看做是 n 的函数，即 $c(n)$ 。表示列车在第 n 段的运行状态，这里的 $n=1,2,\dots,N$ 。规定第 1 段起始时刻从 A_0 站出发，列车处于牵引工况；第 N 段截止时刻到达 A_6 站，列车处于制动工况；中间的 $N-2$ 段，列车交替使用惰行、巡航、牵引三种工况。 t_n 是列车在第 n 段的初始时间， $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ 是列车在第 n 段运行的时间，则 $N = \frac{T}{\Delta t_n}$ 。

然后对每一段的时间进行离散，得到能耗离散后的表达式如下：

$$E = \int_0^T e(t, c(t)) dt = \sum_{n=1}^N \left(\int_{t_n}^{t_{n+1}} e(t) dt \right) = \sum_{n=1}^N \left(\sum_{i=t_n}^{t_{n+1}} e(t_i) \Delta t \right) \quad (3-1)$$

其中， $\sum_{n=1}^N \left(\int_{t_n}^{t_{n+1}} e(t) dt \right)$ 是将总运行时间分成 N 段， $\int_{t_n}^{t_{n+1}} e(t) dt$ 是列车在第 N 段的能耗；

$\sum_{n=1}^N \left(\sum_{i=t_n}^{t_{n+1}} e(t_i) \Delta t \right)$ 是对第 N 段的能耗以 1 秒为间隔进行离散， $e(t_i)$ 是列车在第 N 段中 t_i 时

刻的能耗。 $\Delta t \equiv 1$ 是离散后的时间步长， $t_i = t_n + i \cdot \Delta t$ ， i 是列车进入第 N 段后运行的时间。这样，我们就将连续积分的求解问题转化为离散求和问题。可以知道在 $[t_n, t_{n+1}]$ 的时间段中，列车任一时刻都在以同一种工况运行。

由于列车在运行过程中，只有牵引和巡航阶段耗能或可能耗能，而惰行和制动阶段列车发动机不耗能。这里设置一个参数 k ，将 $e(t_i)$ 转化为能耗函数 $e_k(t_i)$ ，其中 $k=1, 2, \dots, M$ ，建立的离散化目标函数如下：

$$\min E = \sum_{n=1}^N \left(\sum_{i=t_n}^{t_{n+1}} \left(\sum_{k=0}^M e_k(t_i) \Delta t \delta(c(n)) \right) \right) \quad (3-2)$$

离散化后，状态函数同样可以看做时刻的函数，表示时刻列车的运行工况。式(3-2)表示列车站间运行的最低总能耗。其中，状态函数 $c(n)$ 表示列车在第 n 段的运行工况，其中 $n=1, 2, \dots, N$ 。设置如下：

$$c(n) = \begin{cases} 0 & \text{牵引} \\ 1 & \text{巡航} \\ 2 & \text{惰行} \\ 3 & \text{制动} \end{cases} \quad (3-3)$$

离散化后，状态函数同样可以看做 t_i 时刻的函数，即 $c(t_i)$ 。表示列车进入第 N 段 t_i 时刻的运行工况。

$\delta(n)$ 函数用来选取列车处于第 n 段路程时的耗能函数表达式，其含义是：当列车在第 n 段路程的状态函数值与 k 相等时， $\delta(n)=1$ ；当列车在第 i 段路程的状态函数值与 k 不相等时， $\delta(n)=0$ 。具体如下：

$$\delta(c(n)) = \begin{cases} 1 & c(n) = k \\ 0 & c(n) \neq k \end{cases} \quad (3-4)$$

2、单位时间内能耗函数数值求解

$e_k(t_i)$ 是能耗函数，表示列车运行在第 n 段路程中 t_i 时刻发动机的能耗，该函数的表达式用参数 k 来进行判别。考虑到列车一共有四种运行工况，我们用参数 M 来表示列车从 A_6 站运行至 A_7 站过程中使用工况的类型数量， M 取值为3。因此 $k=1, 2, 3, 4$ 。能耗函数的计算公式为：

$$e_k(t_i) = \begin{cases} \int_0^s F ds & k=0 \\ \int_0^{\Delta t_n} W \cdot v(i) \delta_1(W) dt & k=1 \\ 0 & k=2,3 \end{cases} \quad (3-5)$$

式 (3-5) 中, F 为牵引力 (N), s 为第 n 段路程的距离 (M), W 为总阻力 (N), Δt 是列车在第 n 段 ($i=1,2,\dots,N$) 路程的运行时间。

当 $k=0$ 时, 列车处于牵引状态, 发动机能耗为 $\int_0^s F ds$;

当 $k=1$ 时, 列车处于巡航状态, 是需要牵引还是需要制动取决于列车当时受到的总阻力。当总阻力大于 0 时, 列车需要牵引, 发动机产生能耗为 $\int_0^{\Delta t_n} W \cdot v(i) dt$; 当总阻力小于 0 时, 列车需要制动, 发动机能耗为 0。其中 $\delta_1(W)$ 函数:

$$\delta_1(W) = \begin{cases} 1 & W > 0 \\ 0 & W \leq 0 \end{cases} \quad (3-6)$$

当 $k=2,3$ 时, 列车处于惰行和制动状态, 发动机能耗为 0。

为了求解离散各点上的单位时间能耗函数, 需要对列车状态进行迭代求解。具体迭代步骤如下:

设 $X^{(t_i)} = (i, c(t_i), a_{t_iQ}, a_{t_i}, v_{t_i}, S_{t_i}, e(t_i), \mu_{t_i}, \mu_{2t_i})$ 为列车在 t_i 时刻的状态参数。其中, 列车的运行时间 i , 运行工况 $c(t_i)$, 牵引加速度 a_{t_iQ} , 实际加速度 a_{t_i} , 速度 v_{t_i} , 计算距离 S_{t_i} (距 A_6 站), 能耗 $e(t_i)$, 牵引加速度与最大加速度百分比 μ_{t_i} , 制动加速度与最大加速度百分比 μ_{2t_i} , A_6 站到达 A_7 站总距离为 S_T , 运行时间为 T 。

STEP1: 初始化第 0 秒解向量 $X^{(0)} = (0, c(0), a_{0Q}, a_0, v_0, S_0, E_0, \mu_{10}, \mu_{20})$, 其中 a_{0Q} 由优化确定, 也作为参数参与优化。

STEP2: 根据 t_i 时刻初始化的运动参数, 计算 t_i+1 时刻四种运行工况下的运动参数及 t_i 时刻的能耗。

case1 牵引阶段:

列车牵引力: $F(v_i) \neq F_{max}$

运行总阻力： $W(v_{t_i})$

实际加速度： $a_{t_i} = a_{t_i Q} - \frac{W(v_{t_i})}{M}$

计算得到速度： $v_{t_i+1} = v_{t_i} + a_{t_i} dt$

牵引加速度： $a_{(t_i+1)Q} = a_{t_i} + \frac{W(v_{t_i+1})}{M}$

计算距离： $S_{t_i+1} = S_{t_i} + v_{t_i} dt + \frac{1}{2} a_{t_i} (dt)^2$

牵引加速度与最大加速度百分比： $\mu_{t_i+1} = \frac{a_{(t_i+1)Q}}{a_{\max}}$

能耗： $e(t_i) = \frac{\mu_{t_i} + \mu_{t_i+1}}{2} \cdot \frac{F_{\max}(v_{t_i}) + F_{\max}(v_{t_i+1})}{2} \cdot ds$

其中， $ds = S_{t_i+1} - S_{t_i}$ ， $dt = 1$

case2 巡航阶段：

第 i 秒速度： $v_{t_i+1} = v_{t_i}$

牵引加速度： $a_{(t_i+1)Q} = 0$

计算距离： $S_{t_i+1} = S_{t_i} + v_{t_i} dt$

根据平均运行总阻力是否大于 0，判断发动机是否耗能：若 $\frac{W(v_{t_i}) + W(v_{t_i+1})}{2} > 0$ ，

则 $e(t_i) = \frac{W(v_{t_i}) + W(v_{t_i+1})}{2} \cdot ds$ ；否则， $e(t_i) = 0$ 。

case3 惰行阶段：

第 i 秒实际加速度： $a_{t_i} = \frac{W(v_{t_i})}{M}$

得到 $i+1$ 秒速度： $v_{t_i+1} = v_{t_i} + a_{t_i} dt$

牵引加速度： $a_{(t_i+1)Q} = a_{t_i Q} = 0$

$$\text{计算距离: } S_{t_i+1}=S_{t_i}+v_{t_i}dt-\frac{1}{2}a_{t_i}(dt)^2$$

$$\text{能耗: } e(t_i)\equiv 0$$

case4 制动阶段:

$$\text{第 } i \text{ 秒列车实际阻力为: } W(v_{t_i})+\mu_{2t_i}B_{\max}$$

$$\text{第 } i \text{ 秒实际加速度: } a_{t_i}=\frac{W(v_{t_i})+\mu_{2t_i}B_{\max}}{M}=\frac{2(S_T-S_{t_i})}{(T-i)^2}$$

$$\text{制动加速度与最大加速度百分比: } \mu_{2t_i}=(\frac{2(S_T-S_{t_i})}{(T-i)^2}\cdot M-W(v_{t_i}))/B_{\max}$$

$$\text{第 } i+1 \text{ 秒速度: } v_{t_i+1}=v_{t_i}-a_{t_i}dt$$

$$\text{牵引加速度: } a_{(t_i+1)Q}=a_{t_iQ}=0$$

$$\text{计算距离: } S_{t_i+1}=S_{t_i}+v_{t_i}dt-\frac{1}{2}a_{t_i}(dt)^2$$

$$\text{能耗: } e(t_i)=0$$

STEP3: 若 $i+1 < T$, 则 $X^{(t_i)} = X^{(t_i+1)}$, 转 (2); 否则, 迭代停止。

通过上述迭代, 就可以求得任一离散时间点上列车运行的各个参数, 同时求得在该离散时间点上的单位时间能耗函数。

3、设计变量

经过离散后的设计变量为分段个数, 各个阶段的起止时刻, 各阶段所处状态, 以及初始牵引加速度。具体表达式为

$$\text{设计变量: } N, t_n, \Delta t_n, c(t_n)$$

3.3.2.2 模型优化求解

在得到 0 到 T 各时刻的运动状态参数后, 我们使用多岛遗传算法 (MIGA) 对问题进行寻优求解。优化算法包括经典优化算法和非经典优化算法两种。遗传算法属于非经典优化算法, 它是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应的全局优化概率, 具有鲁棒性的搜索算法, 可以解决复杂的大尺度、多变量非线性反演问题^[2]。

多岛遗传算法^[3] (MIGA) 建立在传统遗传算法 (TGA) 基础上。多岛遗传算法不同于传统遗传算法的特点是每个种群的个体被分成几个子群, 这些子群称为“岛”。传统遗传算法的所有操作, 例如: 选择、交叉、变异分别在每个岛上进行, 每个岛上选定的个体定期地迁移到另外岛上, 然后继续进行传统遗传算法操作。多岛遗传算法和传统

遗传算法相邻两代之间的进化过程比较如图 3.2 所示。

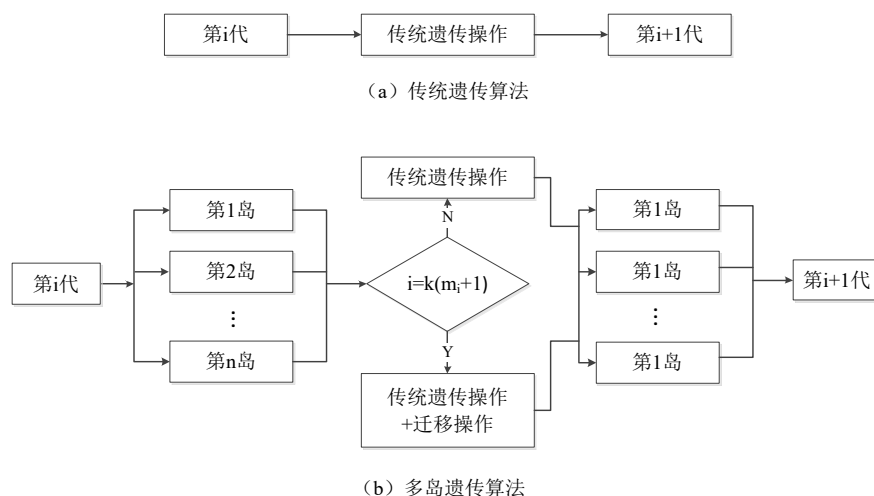


图 3.2 传统遗传算法和多岛遗传算法相邻两代之间的进化流程图

迁移过程由两个参数进行控制，分别为迁移间隔和迁移率，迁移间隔表示每次迁移的代数，迁移率决定了在一次迁移过程中的迁移操作保持了优化解的多样性，提高了包含全局最优解的机会。多岛遗传算法在优化过程中，首先利用初始值进行优化操作，初步达到收敛后，由于变异和迁移作用，在一个新的初值点开始重新进行遗传操作，如此重复操作，因此尽可能避免局部最优解，从而抑制了早熟现象的发生。算法流程如图 3.3 所示。

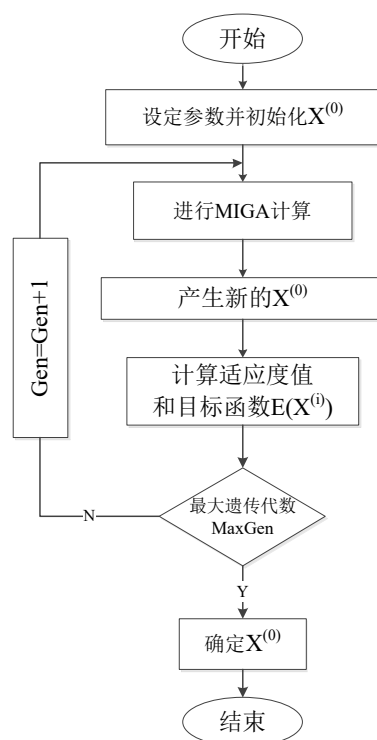


图 3.3 MIGA 算法流程图

在求解初始阶段，由于对问题不熟悉，岛数、迭代遗传数取为较大值，在后续计算中发现一般取 20-40 即可使得问题快速收敛。

3.3.2.3 末端制动控制

由于题中给定了列车的运行时间，所以存在约束条件 $t_N = \sum_{i=1}^N \Delta t_i = T$ ， T 为规定的列车运行时间，其中 $\Delta t_i \geq 0$ 。为了使列车运行在第 N 段开始进行制动，在 T 时刻的速度为 0，我们对制动阶段进行了方案设计，通过“制动”方案设计作为筛选条件，得到了全过程的最优解。

为了简化计算，我们假定制动过程分为两个匀减速阶段，如图 3.4 所示：

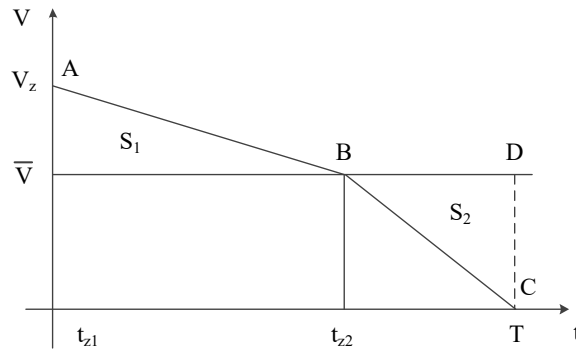


图 3.4 制动阶段速度与时间关系图

图中，直线 AB 为制动第一阶段曲线，直线 BC 为制动第二阶段曲线， v_z 为列车进入制动阶段的速度， t_{z1} 为列车进入制动第一阶段的时刻， t_{z2} 为列车进入制动第二阶段的时刻， T 为列车到达终点的时刻， \bar{v} 为假设列车进入制动阶段时仍匀速行驶到达终点的速度。 s_1 为 AB、 $t = t_{z1}$ 和 $v = \bar{v}$ 所围成区域的面积， s_2 为曲线 BCD 三角形的面积。

要满足列车准点达到 A_7 站的要求，需要满足条件：

$$s_1 = s_2$$

由于将问题离散化处理，需要弱化约束条件。因此，我们假定满足条件 $|s_1 - s_2| \leq 2$ ，即可认为列车到达终点。即 $\left| (V_z - \bar{v}) \cdot (t_{z2} - t_{z1}) - \bar{v} \cdot (T - t_{z2}) \right| \leq 4$ ，同时，受到列车最大减速度的约束，还需要满足约束条件 $\frac{V_z - \bar{v}}{t_{z2} - t_{z1}} \leq 1$ ， $\frac{\bar{v}}{T - t_{z2}} \leq 1$ 。

由于列车在制动阶段，仅受到总阻力和牵引力的作用。因此，列车制动的减速度应当大于列车在该点所惰行的减速度，即 AB、CB 的斜率小于 $-(w_0 + w_1) \cdot g$ （ w_0 、 w_1 分别为列车所处位置的基本阻力系数和附加阻力系数），可表达为下述约束条件：

$$\begin{cases} \frac{V_z - \bar{V}}{t_{z2} - t_{z1}} \geq (w_0 + w_1) \cdot g \\ \frac{\bar{V}}{T - t_{z2}} \geq (w_0 + w_1) \cdot g \end{cases} \quad (3-7)$$

综上所述，列车进入制动的速度 V_z 及时间 t_{z1} 需要满足以下约束条件：

$$\begin{cases} \left| (V_z - \bar{V}) \cdot (t_{z2} - t_{z1}) - \bar{V} \cdot (T - t_{z2}) \right| \leq 4 \\ (w_0 + w_1) \cdot g \leq \frac{V_z - \bar{V}}{t_{z2} - t_{z1}} \leq 1 \\ (w_0 + w_1) \cdot g \leq \frac{\bar{V}}{T - t_{z2}} \leq 1 \end{cases} \quad (3-8)$$

以上述条件作为约束条件对模型的结果进行筛选，最终确定列车从 A_6 站到 A_7 站耗能最低的速度距离曲线。

3.3.3 结果及分析

对多岛遗传算法程序计算出的结果进行整理，由数据可知，列车从 A_6 站出发到达 A_7 站，两车站间的运行时间为 110s，采用“牵引-惰行-巡航-惰行-制动”的运行策略，发动机最低总耗能为 $3.37 \times 10^7 \text{J}$ ，列车站间运行曲线如图 3.5 所示。（速度距离曲线数据参见“数据格式.xlsx”）由于时间有限，迭代次数小于 1000 步，得到的最低能耗基本满足题目要求，有理由相信，随着迭代次数的增加，可以使得最低能耗达到更优。

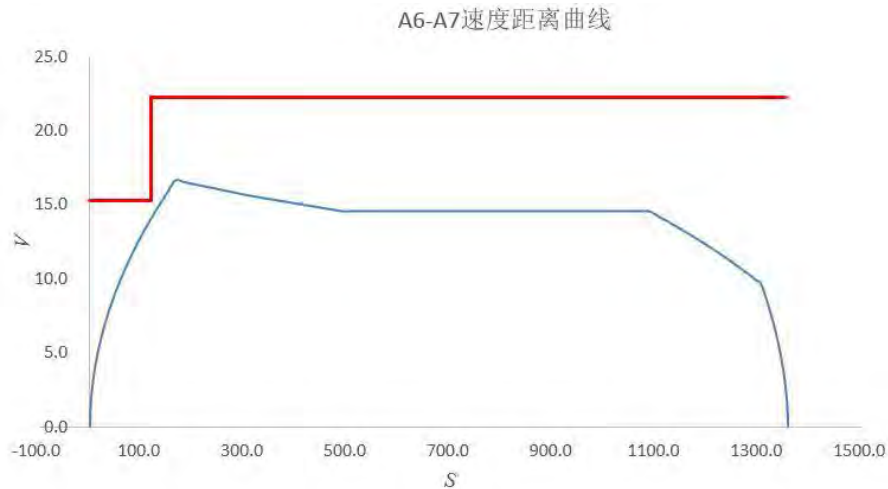


图 3.5 列车站间运行速度距离曲线

3.4 单列车多区间节能优化模型

问题一（2）的路径由问题一（1）的 A_6 站到 A_7 站扩展到 A_6 站到 A_8 站，添加了列车在 A_7 站停站 45 秒的条件并且给定列车运动的总时间 220 秒，要求我们设计模型计算耗能最低的列车运行方案。题目只给出了列车运动的总时间，站间各自的运行时间未知。为了使总能耗最低，将问题转化为求解站间最低能耗和最短运行时间的多目标优化问题，利用得到的 Pareto 最优前端解集，进行站间运行时间的分配并得到总能耗最低的运行策略。

3.4.1 模型的建立

为了得到全路程能耗最低的列车运行方案，我们建立了如下的优化模型：

1. 目标函数为：

$$\min \int_0^T e(t) dt$$

其中， $e(t)$ 的含义同上问题一 $T = t_1 + t_2 + D_T = D_T + 220$ ， t_1 为列车在 A_6 站至 A_7 站的运行耗时， t_2 为列车在 A_7 站至 A_8 站的运行耗时，本题中 D_T 为列车停站时间，该题中 D_T 可视为 0 秒。

2. 设计变量为 t_1 。

3. 该模型的约束条件为：

$$v(t) \leq v_{\max}(t)、v(0) = v(t_1) = v(t_1 + D_T) = v(T) = 0、S_{t_p} = 2634\text{m}$$

1) $v(t)$ 为列车在 t 时刻的速度（m/s）， $v_{\max}(t)$ 为 t 时刻的限速（m/s）；

2) 列车在每站间的启止速度为 0；

3) 列车运行到停止行进的距离 S_{t_p} 为 A_6 站到 A_8 站的距离。

3.4.2 模型的求解

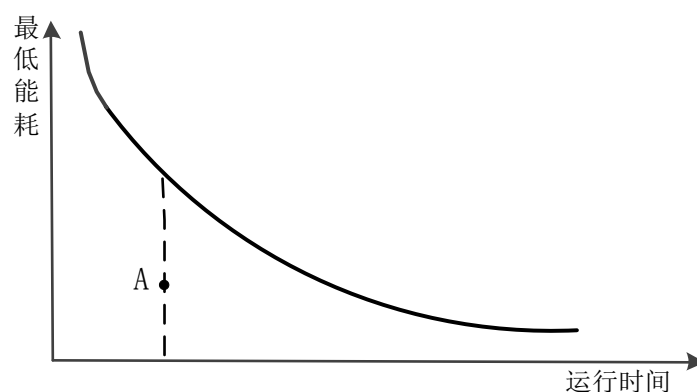


图 3.6 站间运行时间与最低能耗关系

上图为站间运行时间与最低能能耗的关系曲线，图 3.6 中 A 为曲线下一点。由于曲线已经为最低能耗曲线，因此 A 点不是列车运行时间与能耗的可行解。由此可知，图中曲线就是能耗与站间运行时间的 Pareto 前端解。我们可以根据此发现对模型进行转换。

3.4.2.1 模型的转换

由于总时间 T 分为 t_1 和 t_2 两个部分，因此对目标函数进行转换：

$$\begin{aligned} & \min \int_0^T e(t) dt \\ & = \min(\int_0^{t_1} e(t) dt + \int_{t_1}^T e(t) dt) \end{aligned}$$

设 $\tilde{e}(t)$ 为 t 时刻 $e(t)$ 的最小值，也是一个关于 t 的函数，则有

$$\min(\int_0^{t_1} e(t) dt + \int_{t_1}^T e(t) dt) \geq \min(\int_0^{t_1} \tilde{e}(t) dt + \int_{t_1}^T \tilde{e}(t) dt)$$

而 $(t_1, \int_0^{t_1} \tilde{e}(t) dt)$ 所构成的曲线本质上是以 t_1 、 $\int_0^{t_1} \tilde{e}(t) dt$ 为双目标的 Pareto 前端解集^[1]。转换得到的等价模型如下：

$$\min(\tilde{E}_1(t_1) + \tilde{E}_2(t_2))$$

其中， $\int_0^{t_1} \tilde{e}(t) dt = \tilde{E}_1(t_1)$ ， $\int_{t_1}^T \tilde{e}(t) dt = \tilde{E}_2(t_2)$ 。

3.4.2.2.双目标 Pareto 前端解集求解

1、可行解集求解

问题被我们转变为求解双目标 Pareto 前端结集的问题，求解该多目标优化问题，需要先得到 E 的可行解集。我们可采用问题一（1）中（ $t=110s$ ）的模型，并对给定的时间 t 采用多岛遗传算法求解 $E(t)$ ，该算法在这里不做过多赘述，详见 3.3.2 模型求解。

2、E-t 双目标 Pareto 前端解集求解

得到 E 的可行解集后，再采用改进型非劣分类遗传算法（NSGA-II）^[4] 求解 Pareto 前段解集合。该算法在保持种群多样性和快速找到 Pareto 前端解方面都有很好的效果，但存在计算复杂度高、缺少精英策略等缺点。Deb 等学者在 2000 年提出改进型非劣分类遗传算法（NSGA-II）^[5]，使用排挤算法和精英策略来代替原始算法的共享函数算法，降低计算复杂度，减少了算法运行的整体时间。为了实现该算法需要定义以下两个操作算子：密度估计操作算子和排挤操作算子。其中，密度估计操作算子（ $\nabla\rho$ ）用于估计某个个体周围所处的群体密度，拥挤比较操作算子（ \geq_n ）用于形成均匀分布的 Pareto 前端，其算法流程如图 3.7 所示。

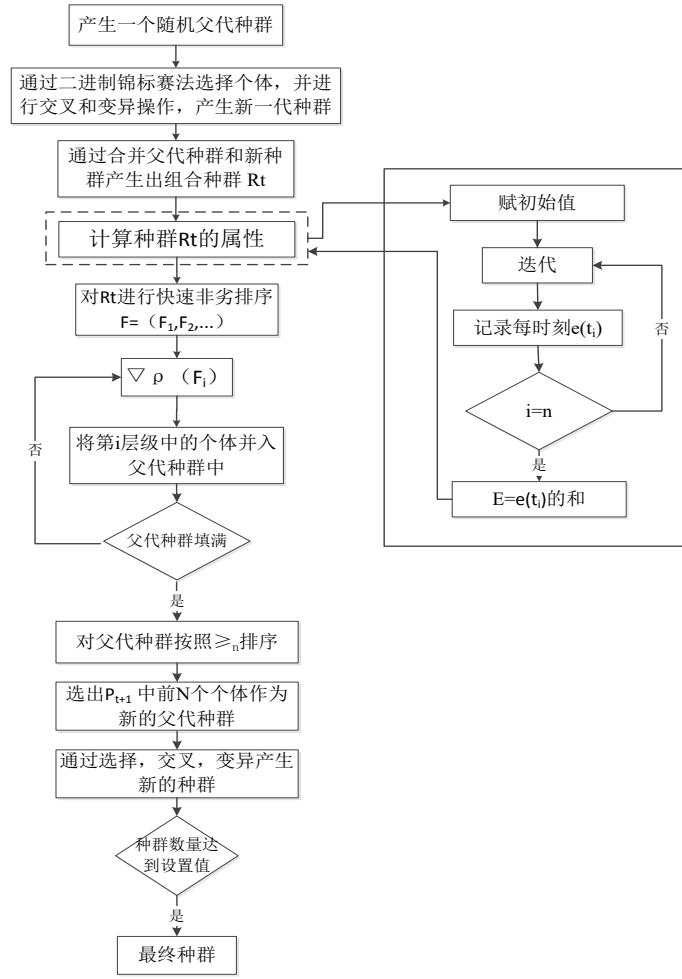


图 3.7 NSGA-II 流程图

其中，密度估计操作算子($\nabla\rho$)是用于计算不同个体之间距离的远近程度。根据每个目标函数对种群中的所有个体按升序进行排序，第 i 个个体的拥挤距离则设为第 $i+1$ 个和第 i 个个体的所有目标函数值之差的和，第一个和最后一个个体的拥挤距离设为无穷大。具体方法如下：

STEP1: l 为序列 I 中的个体数量。

STEP2: 初始化所有个体的拥挤距离为 0。

STEP3: 基于每个目标函数对种群进行排序。

STEP4: 计算每个个体的拥挤距离

$$I[i]_{distance} = I[i]_{distance} + (I[i+1].m - I[i-1].m) \quad (1-1)$$

式中， $I[i].m$ 指序列 I 中个体 i 的第 m 个目标函数值， $m \in M$ ， M 为所有目标函数的列表。

STEP5: 令两个边界个体的拥挤距离设为无穷大。

拥挤比较操作算子与原始 NSGA 中的共享机制产生的效果类似，但不再采用进化

结果对其选取很敏感的小生境参数^[1]。种群中每个个体都拥有两个属性：非劣级别(i_{rank})和拥挤距离($i_{distance}$)。该算子的含义是，如果两个个体具有不同的非劣级别，则选择非劣级别较低的个体。当两个个体具有相同的非劣级别，则选择拥挤距离较大的个体，因为该个体周围的个体较少，所在区域个体的分布较为稀疏。拥挤比较算子需要计算每个个体的非劣级别和拥挤距离值，利用以上结果对个体进行排序，其具体算法如下：

$$i \geq_n j \text{ 表示 } (i_{rank} < j_{rank}) \text{ 或者 } (i_{rank} = j_{rank} \text{ 并且 } i_{distance} > j_{distance})$$

3.4.2.3 单列车多区间优化求解

通过上述算法分别得到列车在 A_6 站和 A_7 站以及列车在 A_7 站和 A_8 站之间耗能和耗时的 Pareto 最优前端集，在约束条件 $t_1 + t_2 = T$ 下，找出 $\tilde{E}_1(t_1) + \tilde{E}_2(t_2)$ 值最小所对应的 t_1 和 t_2 。

3.4.3 结果及分析

列车在 A_6 站和 A_7 站之间耗能和耗时的 Pareto 最优前端集如图 3.8 所示， A_7 站和 A_8 站之间耗能和耗时的 Pareto 最优前端集如图 3.9 所示。

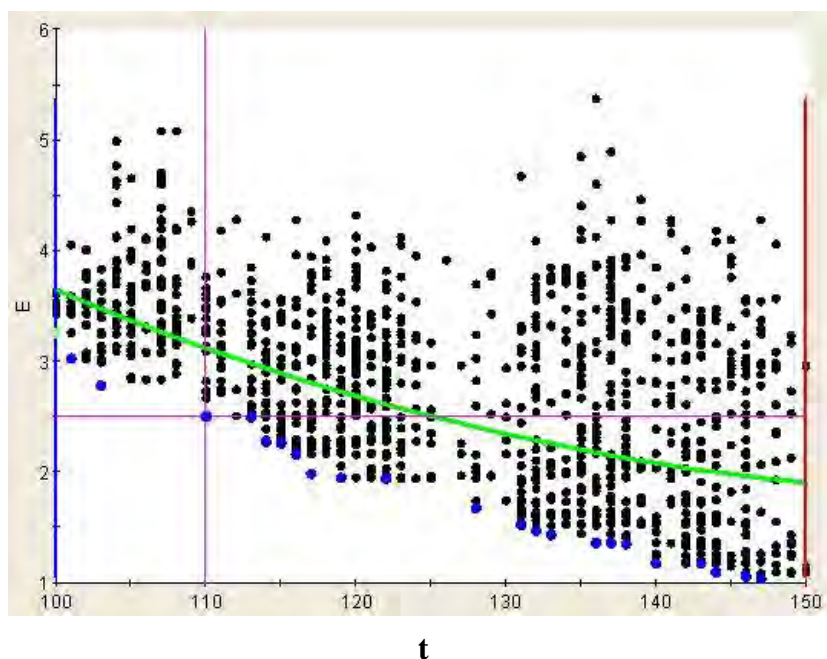


图 3.8 $A_6 - A_7$ Pareto 前端解与可行解

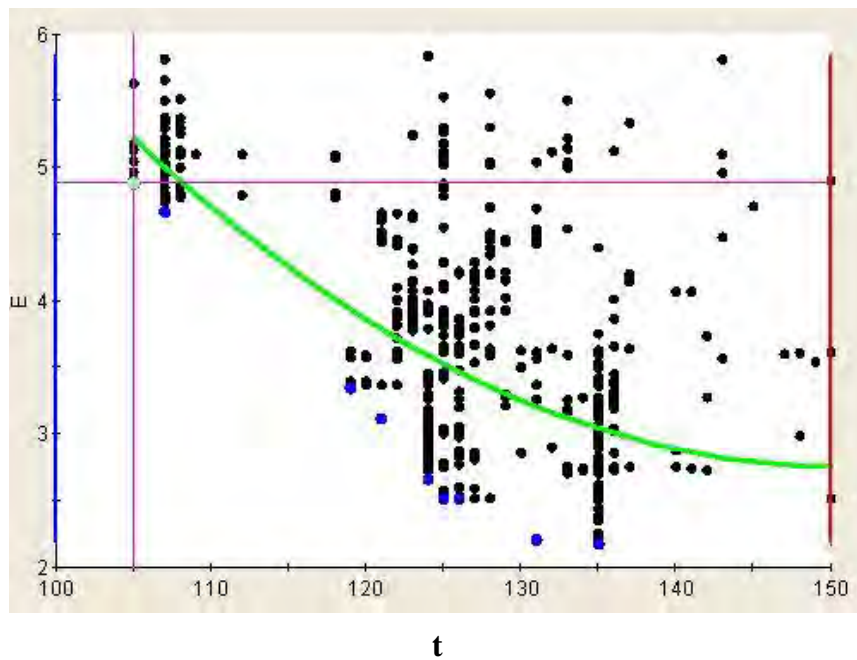


图 3.9 $A_7 - A_8$ Pareto 前端解与可行解

在分别得到 A_6 站至 A_7 站和 A_7 站至 A_8 站最小耗能 Pareto 前端解后，利用多岛遗传算法，在两个阶级中分别确定 t_1 和 t_2 ，使得满足约束条件 $t_1 + t_2 = 220$ ，分配策略如表 3.1 所示，速度距离曲线如图 3.10 所示。

表 3.2 A_6 站至 A_7 站和 A_7 站至 A_8 站最小耗能策略

	运行策略				
	运行时间	牵引阶段	惰性阶段	制动阶段	耗能 ($10^7 J$)
A6-A7	117	27	11	79	3.1
A7-A8	103	26	1	76	3.7

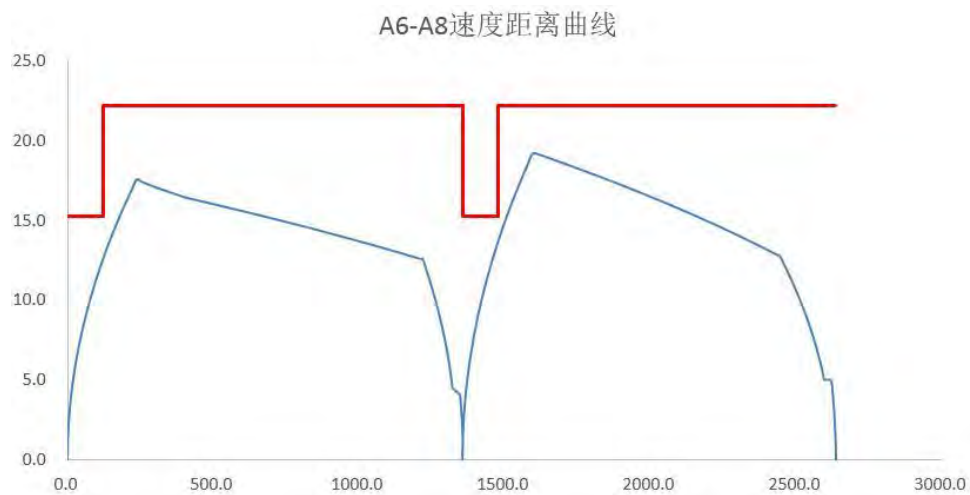


图 3.10 $A_7 - A_8$ Pareto 前端解与可行解

四 多列车节能运行优化控制问题

4.1 模型假设

本题直接运算计算量较大，需要提出以下三点假设简化问题：

1. 每一辆车的运行方案都相同。
2. 尽可能均匀的发车。
3. 不同列车车在同一站的停站时间相同。

4.2 多列车全区间节能优化模型

4.2.1 问题分析

问题二(1)要求我们计算 100 辆列车从 A_1 站出发，追踪运行，依次经过 A_2, A_3, \dots 到达 A_{14} 站耗能最低的发车间隔 $H=\{h_1, \dots, h_{99}\}$ ，中间在各个车站停站最少 30 秒，最多 45 秒。间隔 H 各分量的变化范围是 2 分钟至 11 分钟。根据我们提出的假设，可以先求出单辆列车通过 14 个站点的最低耗能方案，再求解 100 辆车的发车间隔方案。由于，同时运行的车辆有限，也可以将 100 辆车分组，求解单个组的发车方案从而得到全部车辆的发车方案。

4.2.2 模型总体设计

问题二(1)要求得到 100 辆车，经过 14 个站的耗能最低的发车方案，同时考虑列车制动时对其他车辆的供能。根据问题我们建立如下的能耗最低模型：

目标函数：

$$\min \sum_{i=1}^{100} (E_{xi} - E_{yi})$$

其中， E_{xi} 为第 i 列列车消耗的总能量， E_{yi} 为第 i 列列车提供的总再生能量。

设计变量：

$H=\{h_1, \dots, h_{99}\}$ 表示 100 列列车的发车间隔， $V=\{v_1(t), \dots, v_{100}(t)\}$ 表示 100 列列车运行的速度与时间关系曲线。

边界条件：

$$\text{列车进站出站时刻的速度为 } 0\text{m/s}, \quad \sum_{i=1}^{100} h_i = 63900, \quad 120 \leq h_i \leq 660$$

4.2.3 模型简化

该能耗最低模型中，设计变量过于复杂，在有限的时间内无法得到有效地可行解。

所以需要对模型进行简化，方便计算。因此，我们将能量最低模型简化为最大时间重叠模型。该模型不考虑能量的具体流动，只考虑在整个运行过程中，满足供能条件的时间，如果满足条件的时间最长我们则认为该方案最节能。为了进一步简化问题，在该模型中我们认为每一辆列车的运行方案相同

在问题一（1）中提到，我们在建立模型时对列车 i 时刻都设有函数状态 $c(i)=0,1,2,3$ 分别代表加速牵引、匀速巡航、惰行和减速制动四种列车的运行状态。通过该状态函数可以得到每辆车在该时刻的运行状态。确定列车是处于耗能状态还是供能状态。

基于这样的思想我们可以建立最大时间重叠模型如下：

目标函数：

$$\max \sum_{i=1}^{T_p} \delta' \left[\left(\sum_{k=1}^N \delta_0(c_k(i)) \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^N \delta_3(c_k(i)) \right) \right] \quad (4-1)$$

其中，

$$\delta_0(x) = \begin{cases} 1 & x=0 \\ 0 & x \neq 0 \end{cases}, \quad \delta_3(x) = \begin{cases} 1 & x=3 \\ 0 & x \neq 3 \end{cases}$$

$$\delta'(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

式中， i 表示当前时刻；

k 表示当前为第 k 辆列车编号；

$c_k(i)$ 表示第 k 列列车在 i 时刻的状态方程；

T_p 为一辆列车通过全程的总时间；

N 表示列车的数量；

$\sum_{k=1}^N \delta_3(c_k(i))$ 表示 i 时刻正在减速的列车数量；

$\sum_{k=1}^N \delta_0(c_k(i))$ 表示 i 时刻正在加速的列车数量；

$\left(\sum_{k=1}^N \delta_0(c_k(i)) \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^N \delta_3(c_k(i)) \right) > 0$ 能够保证行进中的列车至少有一辆处于牵引状态

消耗能量，以及至少有一辆车处于制动状态提供能量。对 $\delta'(x)$ 求和则可以得到该种发车方案中符合节能条件的列车运行总时间。

设计变量：

$H=\{h_1, \dots, h_{99}\}$ 为 100 列列车的发车间隔；

$c_1(t)$ 为第一辆列车的运行状态与时间的关系；

边界条件：

$$120 \leq h_i \leq 660, \quad c_1(t_J) = 0, \quad c_1(t_C) = 3, \quad \sum_{i=1}^{99} h_i = 63900$$

其中， h_i 表示 i 辆列车的发车时间， t_J 为列车进站的时刻， t_C 为列车出站的时间。

4.2.4 模型求解

题目要求我们设计模型计算出 100 辆列车的最低能耗发车方案。如果同时考虑 100 辆车，即便使用最大时间重叠模型，也会使模型中存在大量参数，求解该模型将极为复杂，我们很难在有限的时间内或得较优的解。因此在建立模型前要根据已知条件和提出的假设对问题进行进一步简化。

题中条件第一列列车发车时间和最后一列列车的发车时间间隔为 63900 秒，可以得到列车的平均发车时间间隔为 645 秒。并且从 A_1 站出发到 A_{14} 站限时 2086 秒，由于假设列车尽可能均匀的发车，我们可以进一步假设最多有 4 辆列车在同时运行。这样我们就可以对列车进行分组，求出第一组列车的发车方案，其他组也均按照该方案发车。这将大大减少我们的计算时间。

为了方便计算我们可以将前五列列车分为一组，以后每五列为一组，只考虑第一组最优发车间隔方案。因此模型的求解分为两步进行：

4.2.3.1 单量列车最低耗能运行方案

求解一列列车途径 14 站的运行方案，与问题一（2）（求解 3 站的运行方案）的求解方法应当完全一样。其具体步骤如下：

1、解出 13 个站间的关于时间和耗能的 Pareto 前端解集。

2、在约束条件 $1546 \leq \sum_{i=1}^{13} \Delta t_i \leq 1726$ 的约束下求解目标函数 $\min(\sum_{i=1}^{13} \tilde{E}_i(t_i))$ 。其中， Δt_i 表

示第 i 站间列车运行时间， $\tilde{E}_i(t_i)$ 表示列车在第 i 站间的 Pareto 前端解集。

3、剩余的时间为停站时间，每个站点平均分配。

4.2.3.2 列车分组策略

为了满足限制速度条件，设想将各列车尽可能均匀分配在整个运行区间上。假设总车辆数为 N （本问中 $N=100$ ），整个区间上同时运行列车数为 T/N ， T 为总运行时间。我

们将列车按 T/N 分组，此题中 5 个列车为一组。

4.2.3.3 单组列车最大时间重叠模型

由上一步已经求得列车在 13 段站间的运行方案，则每一时刻列车的状态方程都已知，再将具体数值带入模型 4-1 中，得到具体得模型：

$$\text{目标函数: } \max \sum_{i=1}^{2048} \delta' \left[\left(\sum_{k=1}^5 \delta_0(c_k(i)) \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^5 \delta_3(c_k(i)) \right) \right]$$

设计变量: h_1 、 h_2 、 h_3 、 h_4

约束条件: $\sum_{i=1}^4 h_i = 3195$, $120 \leq h_i \leq 660$

上述约束条件表示 100 辆车的发车间隔不能超过 63900 秒，每辆车的发车时间在 2 到 11 分钟之间。

4.2.5 结果及分析

类似于问题一（2）的思路，首先利用 NSGA-II 得到各站点间的最小能耗-最短时间的 Pareto 前端解。 A_6 站至 A_8 站的求解算法，利用多岛算法，确定各站之间的时间分配，使得在满足总时间（包括停战时间）=2086、限速要求等条件下，使得总耗能最小，得到分配方案如表 4.1 所示，其中总耗能为 $63.47 \times 10^7 \text{J}$ 。其中，分段工况及时间栏中 i/j 秒（s）代表列车处于第 i 工况持续 j 秒。

表 4.1 一辆列车从 A_1 站运行至 A_{14} 站的策略

	站间 距离	总时 间	停站 时间	初始牵引 加速度	分段工况及时间				
A1-A2	1334	99	33	0.80	0/28s	1/24s	3/47s		
A2-A3	1286	103	33	0.86	0/23s	1/2s	3/78s		
A3-A4	2086	146	33	0.80	0/28s	1/52s	3/64s		
A4-A5	2265	152	33	0.80	0/27s	1/70s	3/56s		
A5-A6	2338	147	33	0.55	0/27s	1/80s	2/15s	3/15s	
A6-A7	1354	106	33	0.55	0/39s	1/28s	3/39s		
A7-A8	1280	118	33	0.86	0/20s	2/76s	1/1s	3/21s	
A8-A9	1538	118	33	0.86	0/30s	1/34s	3/54s		
A9-A10	993	102	33	0.80	0/20s	2/43s	1/6s	3/33s	
A10-A1 1	1982	137	33	0.57	0/29s	1/51s	3/54s	2/1s	3/2s
A11-A1 2	2366	143	33	0.58	0/38s	1/80s	3/25ss		
A12-A1	1275	134	33	0.80	0/16s	1/2s	3/61s		

3									
A13-A14	2631	183	0	0.80	0/23s	1/47s	3/72s		
	累计运行时间		实际运行距离		该段能耗/*107J				
	A1-A2	132		1334.0			4.64		
	A2-A3	268		1286.6			3.48		
	A3-A4	447		2086.3			7.56		
	A4-A5	632		2263.9			6.33		
	A5-A6	812		2336.0			6.04		
	A6-A7	951		1353.2			4.93		
	A7-A8	1102		1279.1			2.74		
	A8-A9	1253		1538.5			4.22		
	A9-A10	1388		992.1			2.49		
	A10-A11	1558		1981.6			6.01		
	A11-A12	1734		2367.0			5.77		
	A12-A13	1901		1274.8			2.90		
	A13-A14	2084		2630.1			6.35		

在确定单个列车分配方案后，我们按照前文所述的分组策略，每 5 辆车分为一组，利用多岛遗传优化算法，确定同一组内各车发车间隔，使得“重叠时间”（产生再生能量的时间）最大。每组内各车发车间隔如表 4.2 所示。各组间在相同顺位上发车的时间间隔相同，即 j 组第 k 辆车的发车间隔与第 j-1 组第 k 辆车的发车间隔相同。

表 4.2 各分段数下列车站间发动机最低能耗

	h1	h2	h3	h4	重叠时间
0	658	653	651	619	365

从表中数据可以看出，在该题的条件下，各车发车间隔尽可能的平均，时间尽可能大，有利于重叠时间的增加。

4.3 多列车全区间全时间段节能优化模型

4.3.1 问题分析

问题二（2）是在问题二（1）的基础上加入考虑列车运行的高峰时间（早高峰 7200 秒至 12600 秒，晚高峰 43200 至 50400 秒）。在高峰时间发车间隔不大于 2.5 分钟且不小于 2 分钟，其余时间发车间隔不小于 5 分钟，每天共发 240 列列车。

由于高峰时间的发车间隔与其他时间相差较大，所以在求解问题时我们把全天列车的运行时间分成 5 段：第一段从 0000 秒至 7200 秒，第二段（早高峰）从 7200 秒至 12600 秒，第三段从 12600 秒至 43200 秒，第四段（晚高峰）从 43200 秒至 50400 秒，第五段

从 50400 秒至 63900 秒。根据每段时间的时长和发车间隔的最大、最小值考虑尽可能的均匀发车，我们可以确定列车数量在每个时间段的分配方案。这样就将问题二（2）分成类似于问题二（1）的五个小问题。最后，利用问题二（1）中建立的模型就能得到该问题的最优解。

4.3.2 模型建立

问题二（2）是在问题二（1）的基础上加入列车运行的高峰时段，因此，需要把全过程分成五段考虑，求其总的重叠时间最大。建立模型如下：

$$\text{目标函数: } \max \sum_{i=1}^5 T_c(i)$$

其中， $T_c(i)$ 表示第 i 个时间段的重叠时间，表达式为：

$$\sum_{i=1}^{T_p} \delta' \left[\left(\sum_{k=1}^N \delta_0(c_k(i)) \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^N \delta_3(c_k(i)) \right) \right]$$

式中，参数含义与模型 4-1 的含义相同。

设计变量： $H=\{h_1, \dots, h_{239}\}$ 为 240 列列车的发车间隔；

由于，问题二（1）中已经求得单列列车途经 14 个车站耗能最少的方案，因此列车在每个时刻的运行状态为已知。

$$\text{约束条件: } 120 \leq h_g \leq 150, \quad 300 \leq h_q \leq 660, \quad \sum_{i=1}^{239} h_i = 63900$$

其中， h_g 表示在高峰段发车的列车的时间间隔， h_q 表示在其他时间段发车的列车的时间间隔。

4.3.3 模型的求解

4.3.3.1 车辆安排

由于，列车发车时间存在高峰时间和其他时间两种情况。同时，因此，在求解优化模型前我们要先确定每段时间内列车运行的数量。分配方法如下：

（1）高峰时间：

$$\text{列车发车数量} = \frac{\text{高峰时长}}{\text{平均发车时间}}$$

高峰时间列车发车的间隔在 120 秒到 150 秒，取其平均值 135 秒，早高峰时长 5400 秒，则安排 40 辆列车在该时间段发车。晚高峰时长 7200 秒，则安排 50 辆车在该时间段发车。

（2）非高峰时间

按照该时间段的时长，近似按比例分配车辆。早高峰前时长 7200 秒，安排 20 辆列车；早高峰后至晚高峰前时长 30600 秒，安排 90 辆列车；晚高峰后时长 13500 秒，安排 40 辆车

4.3.3.2 求解列车发车间隔

确定每个时间段的列车发车数量后，按照问题二（1）的求解方法，逐一求解五个时间段的列车发车方案。即可得到全过程的列车发车时间间隔。

4.3.4 结果及分析

通过多岛遗传优化算法，快速的得到了各分组内发车间隔时间分配，晚高峰收敛情况如图 4.3。

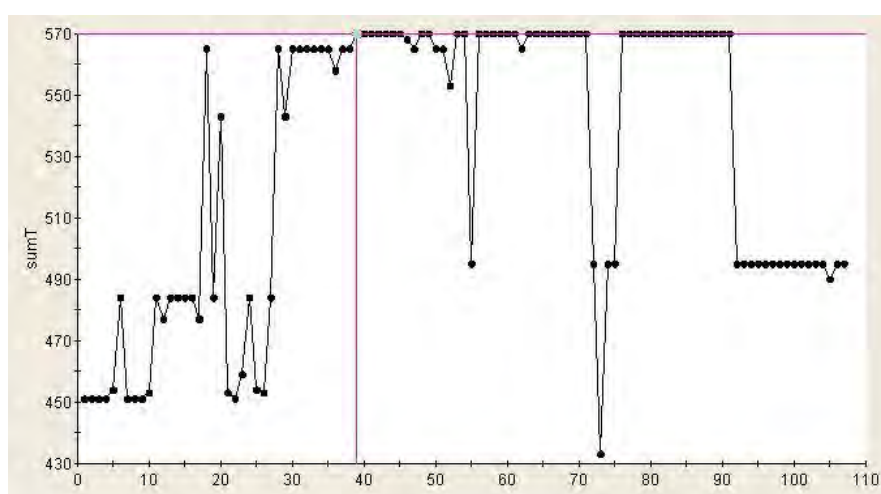


图 4.3 晚高峰期重叠时间收敛情况

根据上述分组策略及时间间隔优化模型的求解结果见表 4.3，4.4。其中，表 4.3 给出了 3 个非高峰时段分配的车辆数及每组车辆数。同时给出了各时间段各组的发车间隔时间。从表中可以看出，发车间隔趋于平均，有利于增加重叠时间。重叠时间占总时间的约 1/3，我们认为总节能效果约占 20%左右。

表 4.3 非高峰时段分配车辆数及每组车辆数策略

时间段	车辆数	每组车辆数	各组时间	时间间隔范围	重叠时间	第一辆车	h1	h2	h3	h4	h5	h6
0-7200	20	6	2160	[300,660]	609	0	359	365	352	360	360	364
12600-43200	90	6	2040	[300,660]	629	0	302	391	304	316	306	421
50400-63900	40	6	2025	[300,660]	642	0	307	395	326	319	302	376

高峰时段见 4.4。

表 4.4-1 高峰时段分组情况

时间段	时间间隔	车辆数	每组车辆数	各组时间	时间间隔范围	重叠时间
7200-12600	5400	40	10	1350	[120,150]	793
43200-50400	7200	50	10	1440	[120,150]	570

表 4.4-2 高峰时段各组发车间隔

第一辆车	h1	h2	h3	h4	h5	h6
0	123	146	122	148	141	127
	t7	t8	t9	h10		
	146	146	126	125		
第一辆车	h1	h2	h3	h4	h5	h6
	137	145	142	149	149	149
	t7	t8	t9	h10		
	140	139	141	149		

五 列车延误后运行优化控制问题

5.1 问题分析

问题三是在问题二的基础上加入列车在车站延误发车的情况，要求我们建立控制模型，找出在确保安全的前提下，首先使所有后续列车尽快恢复正点运行，其次恢复期间耗能最少的列车运行曲线。

列车尽可能快的恢复正常运行和能耗最低是一对矛盾的目标函数，对这一多目标优化模型的求解需要对两个变量根据实际情况进行取舍。

受题一（2）和题（二）的启发，最低能耗-最短时间 Pareto 前端解代表了可行追赶方案解空间的下限，正好满足题设在最低能耗下最短时间恢复正点运行要求。因此，我们在 Pareto 解空间上建立了延误能耗模型。

5.2 模型假设

1、第一辆延误列车的起点在站上，在站间运行期间除因为与前车安全距离过近外不发生延误。

2、运行线路上只同时发生一次延误，不存在该列车延误尚未恢复正常运行期间再次发生延误。

5.3 延误节能追赶模型的建立与求解

5.3.1 模型的建立

列车 i 在车站 A_j 延误 DT_j^i （10 秒）发车，在确保安全的前提下，找出为了使所有后续列车尽快恢复正点运行，其次恢复期间耗能最少的列车运行曲线。假设列车 i 提速，减少运行时间，经过 A_p 个站间路段将时间追回，每个站间追回 a_p 秒，满足 $\sum a_p = DT_j^i$ 。

之后在车站 A_{j+A_p} 开始正点运行。在这个过程中列车 i 由于提速的原因，导致耗能增加。

列车 i 之后有 k 辆列车在列车 i 开始正点发车之前受到延误的影响。为了使所有后续列车尽快恢复正点运行，列车 i 要在最少的站间路段内恢复正点运行，同时受影响的列车数量 k 要最小。其次要使恢复期间耗能最少。我们对此多目标优化问题进行了建模，具体如下：

优化模型的目标函数： $\min E_{\text{总}}(DT_j^i), A_p(DT_j^i), k(DT_j^i)$

$$v(t) \leq v_{\max}(t)$$

$$\text{约束条件: } v(DT_j^i) = v(DT_j^i + t(\sum A_p)) = 0$$

$$\sum a_p = DT_j^i$$

$$\text{决策变量: } A_p, a_p$$

这里 $E_{\text{总}}(DT_j^i)$ 是恢复期间总的耗能, $A_p(DT_j^i)$ 是列车 i 将延误时间追回需要经过的站间路段数量, $k(DT_j^i)$ 是受到影响的列车数量, 三个目标函数都受到延误时间的影响, 是 DT_j^i 的函数。

5.3.2 模型的求解

恢复期间内的总耗能 $E_{\text{总}}(DT_j^i)$ 是列车 i 和受到延误影响的 k 辆列车各自耗能的和。而每辆列车恢复期间的耗能是延误时间 DT_j^i 的函数, 用 $E_n(DT_j^i)$ 表示, $n = i, i+1, \dots, i+k$ 。其中 $E_i(DT_j^i)$ 表示列车 i 的能耗, $E_{i+k}(DT_j^i)$ 表示列车 $i+k$ 的能耗, 于是可以得到:

$$E_{\text{总}}(DT_j^i) = \sum_{n=i}^{i+k} E_n(DT_j^i) \Rightarrow \sum_{n=i}^{i+k} \sum_{m=j}^{j+A_p} \Delta E_m = \sum_{n=i}^{i+k} \sum_{m=j}^{j+A_p} (\tilde{E}(T - ap + \Delta\tau) - \tilde{E}(T)) \quad (5-1)$$

式中, $\sum_{n=i}^{i+k} E_n(DT_j^i)$ 表示列车 i 至列车 $i+k$ 共 $k+1$ 辆车的能耗和; $\sum_{m=j}^{j+A_p} \Delta E_m$ 表示列车 n

从第 j 站开始, 运行 A_p 个站间距离的能耗; $(\tilde{E}(T - ap + \Delta\tau) - \tilde{E}(T))$ 表示列车追回 ap 秒的最低能耗, $\tilde{E}(T)$ 即为最短运行时间和最低能耗的双目标 Pareto 前端解; 增加控制变量 $\Delta\tau$ 是为了保证安全, 在后一辆列车有可能追赶上前一辆列车的方案中, 让后一辆列车减少追赶时间。

根据建立的模型, 在列车 n 从第 j 站出发到第 $j + A_p$ 站过程中最短运行时间和最低能耗的双目标 Pareto 前端解集中, 寻找满足条件的 Pareto 前端解。

5.3.3 结果与分析

假设有列车在 A_4 站延误 10 秒, A_9 站延误 5 秒作为算例分析, 分别考虑了其后的几个站间内追赶的情况, 对于 A_4 站来说, 在 A_4 站及 A_5 站内把时间追赶回来总耗能最小。在 A_6 或 A_7 段追回来, 耗能相差不大。对于 A_9 来说, 在 A_{10} 内追赶回来反而比 A_{12} 追

赶回来好多，这有可能是 p 前端解集不够造成。对于这样一组矛盾的优化目标，我们在实际问题中需要统筹考虑各站实际因素。

表 5.1 A₄ 站延误 10 秒不同的追赶策略耗能比较

	延误 站点	延误时间	追赶策略			增加 最小能耗 10 的 7 次方
			第 5 站追赶时间	第 6 站追赶时间	第 7 站追赶时间	
算 例 1	4	10	10	0	0	0.39
			7	3	0	0.44
			6	3	1	0.41

表 5.2 A₉ 站延误 5 秒不同的追赶策略耗能比较

	延误 站点	延误时间	追赶策略			增加 最小能耗
			第 10 站追赶时间	第 11 站追赶时间	第 12 站追赶时间	
算 例 2	9	5	5	0	0	0.21
			2	2	1	0.13

5.4 概率延误追赶模型

在延误节能模型的基础上， DT_j^i 不是常数而是随机变量，考虑通过数学期望和方差来对 DT_j^i 进行估计。

假设进行 N 次蒙特卡洛仿真，得到 $\{DT_j^i\}$ 得到使得

$$\frac{\sum \delta_1(DT_j^i)}{N} = 20\%, \frac{\sum \delta_2(DT_j^i)}{N} = 10\%, \frac{\sum \delta_3(DT_j^i)}{N} = 70\%$$

其中

$$\delta_1(DT_j^i) = \begin{cases} 1 & 0 < DT_j^i < 10s \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$\delta_2(DT_j^i) = \begin{cases} 1 & DT_j^i > 10s \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$\delta_3(DT_j^i) = \begin{cases} 1 & DT_j^i = 0s \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

则定义 DT_j^i 为

$$DT_j^i = E\left(\widetilde{DT_j^i}\right) + p\delta\left(\widetilde{DT_j^i}\right), \left\{\widetilde{DT_j^i} \in \widetilde{DT_j^i}\right\}。$$

得到随机函数 DT_j^i 后，利用 5.3 节的模型进行求解。

六 模型的评价

本文针对轨道交通中列车的节能运行为目标进行优化建模,利用多岛遗传优化算法、NSGA-II 多目标优化算法和 Pareto 前端解集处理了单列车单站点、单列车多站点、多列车多站点的能耗最低运行线路的优化问题;得到了单列车情况下相应的列车运行方案,以及多列车情况下的列车发车间隔方案。文章的最后对列车发生延误时的优化控制问题从理论上进行了分析。

由于时间限制,本文仍有很多工作未能完善,将在以后逐渐完善:

1、受计算能力的限制,在求单列车单站点的情况下,只考虑了 4-5 个固定分段,若进一步细化分段,不仅能够使结果精度更高,也能得到更优解集。

2、由于计算能力有限,本文没有解得足够多的最低能耗-最短时间 Pareto 解,因此所得到的 Pareto 前端解数量较少。若能丰富最低能耗-最短时间 Pareto 解将有助于寻找到更优解并提高结果的精度。

3、本文多采用假设、近似的方法消除模型中出现的大量参数,我们使用灵敏度分析计算参数对模型的影响。图中蓝色表示正效应,红色为负效应,由图可知,分段时间间隔和分段时刻对结果有明显影响。如果去除不敏感的参数,将显著提高计算效率,参数敏感性分析如图 6.1 所示。

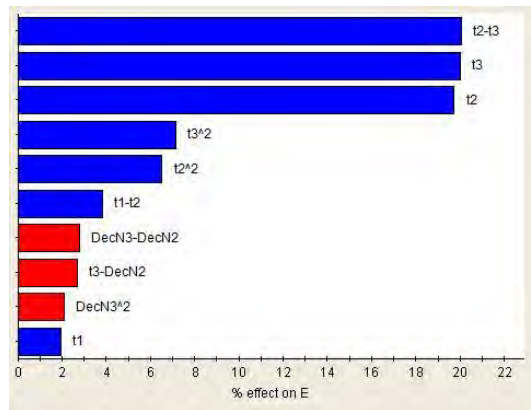


图 6.1 敏感性分析

4、本文对问题三（2）仅仅在理论上进行了分析,若时间充足我们能够给出相应的控制方案。

总之,本文在现有的条件下通过建立优化模型并进行大量的计算,得到了行之有效的较优解。若时间充足,本文提出的模型会有相当大的提升空间。

七 参考文献

- [1] 崔逊学. 多目标优化算法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社,2006:4-12.
- [2] 孙艳丰, 王众托. 遗传算法在优化问题中的应用研究进展. 控制与决策,控制与决策,1996,11(4).
- [3] Hong B, Soh T Y, Pey L P. Development of a helicopter blade FE model using MIGA optimization[J]. AIAA Journal,2004,4:1-8.
- [4] Srinivas N, Deb K. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. Evolutionary Computation,1994,2:221~248.
- [5] Deb K, Agrawal S, Pratap A and Meyarivan T. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA II. Parallel Problem Solving from Nature (PPSN VI), Berlin,2000.

附录一：A6-A7 运行线路

时刻 (hh:mm:ss)	实际 速度 (cm/s)	实际 速度 (km/h)	计算 加速度 (m/s ²)	计 算距离 (m)	计 算公里 标(m)	当 前坡度 (%)	计 算牵引 力(N)	计算 牵引功率 (Kw)
0:0 0:00	0.0	0.0	0.00	0 .0	135 94.0	0	0	0
0:0 0:01	83. 0	3.0	0.83	0 .4	135 93.6	0	863 96.8	71.7
0:0 0:02	166 .1	6.0	0.83	1 .7	135 92.3	0	129 920.8	215. 7
0:0 0:03	249 .1	9.0	0.83	3 .7	135 90.3	0	144 771.7	360. 6
0:0 0:04	332 .1	12. 0	0.83	6 .6	135 87.4	0	152 502.6	506. 5
0:0 0:05	415 .2	14. 9	0.83	1 0.4	135 83.6	0	157 424.0	653. 6
0:0 0:06	498 .2	17. 9	0.83	1 4.9	135 79.1	0	160 972.7	801. 9
0:0 0:07	581 .2	20. 9	0.83	2 0.3	135 73.7	0	163 764.6	951. 8
0:0 0:08	664 .2	23. 9	0.83	2 6.6	135 67.4	0	166 107.6	1103 .4
0:0 0:09	747 .3	26. 9	0.83	3 3.6	135 60.4	0	168 172.7	1256 .7
0:0 0:10	830 .3	29. 9	0.83	4 1.5	135 52.5	0	170 062.5	1412 .0
0:0 0:11	913 .3	32. 9	0.83	5 0.2	135 43.8	0	171 842.5	1569 .5
0:0 0:12	996 .4	35. 9	0.83	5 9.8	135 34.2	0	173 556.0	1729 .3
0:0 0:13	107 9.4	38. 9	0.83	7 0.2	135 23.8	0	175 233.3	1891 .5

0:0 0:14	116 2.4	41. 8	0.83	8 1.4	135 12.6	0	176 895.936 6	2056 .3
0:0 0:15	124 5.5	44. 8	0.83	9 3.4	135 00.6	0	178 559.615	2223 .9
0:0 0:16	132 8.5	47. 8	0.83	1 06.3	134 87.7	0	180 236.214 8	2394 .4
0:0 0:17	141 1.5	50. 8	0.83	1 20.0	134 74.0	0	181 934.791 9	2568 .0
0:0 0:18	149 4.6	53. 8	0.83	1 34.5	134 59.5	0	176 123.769 4	2632 .3
0:0 0:19	157 7.6	56. 8	0.83	1 49.9	134 44.1	0	161 638.399	2550 .0
0:0 0:20	166 0.6	59. 8	-0.1 2	1 66.1	134 27.9	0	0	0.0
0:0 0:21	164 8.6	59. 4	-0.1 2	1 82.6	134 11.4	0	0	0.0
0:0 0:22	163 6.8	58. 9	-0.1 2	1 99.0	133 95.0	0	0	0.0
0:0 0:23	162 5.1	58. 5	-0.1 2	2 15.3	133 78.7	0	0	0.0
0:0 0:24	161 3.5	58. 1	-0.1 2	2 31.5	133 62.5	0	0.0	0.0
0:0 0:25	160 1.9	57. 7	-0.1 1	2 47.6	133 46.4	0	0.0	0.0
0:0 0:26	159 0.6	57. 3	-0.1 1	2 63.6	133 30.4	0	0.0	0.0
0:0 0:27	157 9.3	56. 9	-0.1 1	2 79.4	133 14.6	0	0.0	0.0

0:0	156	56.	-0.1	2	132		0.0	
0:28	8.1	5	1	95.2	98.8	0		0.0
0:0	155	56.	-0.0	3	132		0.0	
0:29	7.0	1	9	10.8	83.2	0		0.0
0:0	154	55.	-0.0	3	132		0.0	
0:30	7.8	7	9	26.3	67.7	0		0.0
0:0	153	55.	-0.0	3	132		0.0	
0:31	8.7	4	9	41.7	52.3	0		0.0
0:0	152	55.	-0.0	3	132		0.0	
0:32	9.6	1	9	57.1	36.9	0		0.0
0:0	152	54.	-0.0	3	132		0.0	
0:33	0.7	7	9	72.3	21.7	0		0.0
0:0	151	54.	-0.0	3	132	-1	0.0	
0:34	1.8	4	9	87.5	06.5	.8		0.0
0:0	150	54.	-0.0	4	131	-1	0.0	
0:35	3.0	1	9	02.6	91.4	.8		0.0
0:0	149	53.	-0.0	4	131	-1	0	
0:36	4.3	8	9	17.6	76.4	.8		0.0
0:0	148	53.	-0.0	4	131	-1	0	
0:37	5.7	5	9	32.5	61.5	.8		0.0
0:0	147	53.	-0.0	4	131	-1	0	
0:38	7.1	2	8	47.3	46.7	.8		0.0
0:0	146	52.	-0.0	4	131	-1	0	
0:39	8.7	9	8	62.0	32.0	.8		0.0
0:0	146	52.	-0.0	4	131	-1	0	
0:40	0.3	6	8	76.6	17.4	.8		0.0
0:0	145	52.	-0.0	4	131	-1	0	
0:41	1.9	3	8	91.2	02.8	.8		0.0
0:0	145	52.	0.00	5	130	-1	801	
0:42	1.9	3		05.7	88.3	.8	5.43979	116.
							9	4
0:0	145	52.	0.00	5	130	-1	801	116.

0:43	1.9	3		20.2	73.8	.8	5.43979 9	4
0:0 0:44	145 1.9	52. 3	0.00	5 34.8	130 59.2	-1 .8	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:45	145 1.9	52. 3	0.00	5 49.3	130 44.7	-1 .8	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:46	145 1.9	52. 3	0.00	5 63.8	130 30.2	-1 .8	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:47	145 1.9	52. 3	0.00	5 78.3	130 15.7	-1 .8	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:48	145 1.9	52. 3	0.00	5 92.8	130 01.2	-1 .8	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:49	145 1.9	52. 3	0.00	6 07.4	129 86.6	-1 .8	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:50	145 1.9	52. 3	0.00	6 21.9	129 72.1	-1 .8	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:51	145 1.9	52. 3	0.00	6 36.4	129 57.6	3. 5	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:52	145 1.9	52. 3	0.00	6 50.9	129 43.1	3. 5	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:53	145 1.9	52. 3	0.00	6 65.4	129 28.6	3. 5	801 5.43979 9	116. 4

0:0 0:54	145 1.9	52. 3	0.00	6 80.0	129 14.0	3. 5	801 5.43979 9	116. 4
0:0 0:55	145 1.9	52. 3	0.00	6 94.5	128 99.5	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 0:56	145 1.9	52. 3	0.00	7 09.0	128 85.0	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 0:57	145 1.9	52. 3	0.00	7 23.5	128 70.5	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 0:58	145 1.9	52. 3	0.00	7 38.0	128 56.0	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 0:59	145 1.9	52. 3	0.00	7 52.6	128 41.4	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:00	145 1.9	52. 3	0.00	7 67.1	128 26.9	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:01	145 1.9	52. 3	0.00	7 81.6	128 12.4	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:02	145 1.9	52. 3	0.00	7 96.1	127 97.9	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:03	145 1.9	52. 3	0.00	8 10.6	127 83.4	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:04	145 1.9	52. 3	0.00	8 25.2	127 68.8	3. 5	130 61.2809	189. 6

							5	
0:0 1:05	145 1.9	52. 3	0.00	8 39.7	127 54.3	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:06	145 1.9	52. 3	0.00	8 54.2	127 39.8	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:07	145 1.9	52. 3	0.00	8 68.7	127 25.3	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:08	145 1.9	52. 3	0.00	8 83.2	127 10.8	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:09	145 1.9	52. 3	0.00	8 97.8	126 96.2	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:10	145 1.9	52. 3	0.00	9 12.3	126 81.7	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:11	145 1.9	52. 3	0.00	9 26.8	126 67.2	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:12	145 1.9	52. 3	0.00	9 41.3	126 52.7	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:13	145 1.9	52. 3	0.00	9 55.8	126 38.2	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:14	145 1.9	52. 3	0.00	9 70.4	126 23.6	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0	145	52.	0.00	9	126	3.	130	189.

1:15	1.9	3		84.9	09.1	5	61.2809 5	6
0:0 1:16	145 1.9	52. 3	0.00	9 99.4	125 94.6	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:17	145 1.9	52. 3	0.00	1 013.9	125 80.1	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:18	145 1.9	52. 3	0.00	1 028.4	125 65.6	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:19	145 1.9	52. 3	0.00	1 042.9	125 51.1	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:20	145 1.9	52. 3	0.00	1 057.5	125 36.5	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:21	145 1.9	52. 3	0.00	1 072.0	125 22.0	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:22	145 1.9	52. 3	0.00	1 086.5	125 07.5	3. 5	130 61.2809 5	189. 6
0:0 1:23	142 4.7	51. 3	-0.2 7	1 100.9	124 93.1	3. 5	0	0.0
0:0 1:24	139 7.4	50. 3	-0.2 7	1 115.0	124 79.0	3. 5	0	0.0
0:0 1:25	137 0.1	49. 3	-0.2 7	1 128.8	124 65.2	3. 5	0	0.0
0:0 1:26	134 2.8	48. 3	-0.2 7	1 142.4	124 51.6	3. 5	0	0.0
0:0	131	47.	-0.2	1	124	3.	0	0.0

1:27	5.5	4	7	155.7	38.3	5		
0:0	128	46.	-0.2	1	124	3.	0	
1:28	8.2	4	7	168.7	25.3	5		0.0
0:0	126	45.	-0.2	1	124	3.	0	
1:29	0.9	4	7	181.5	12.5	5		0.0
0:0	123	44.	-0.2	1	124	3.	0	
1:30	3.7	4	7	193.9	00.1	5		0.0
0:0	120	43.	-0.2	1	123	3.	0	
1:31	6.4	4	7	206.1	87.9	5		0.0
0:0	117	42.	-0.2	1	123	3.	0	
1:32	9.1	4	7	218.1	75.9	5		0.0
0:0	115	41.	-0.2	1	123	3.	0	
1:33	1.8	5	7	229.7	64.3	5		0.0
0:0	112	40.	-0.2	1	123	3.	0	
1:34	4.5	5	7	241.1	52.9	5		0.0
0:0	109	39.	-0.2	1	123		0	
1:35	7.2	5	7	252.2	41.8	0		0.0
0:0	106	38.	-0.2	1	123		0	
1:36	9.9	5	7	263.0	31.0	0		0.0
0:0	104	37.	-0.2	1	123		0	
1:37	2.6	5	7	273.6	20.4	0		0.0
0:0	101	36.	-0.2	1	123		0	
1:38	5.4	6	7	283.9	10.1	0		0.0
0:0	988	35.	-0.2	1	123		0	
1:39	.1	6	7	294.0	00.0	0		0.0
0:0	960	34.	-0.9	1	122		0	
1:40	.8	6	7	303.9	90.1	0		0.0
0:0	863	31.	-0.9	1	122		0	
1:41	.8	1	7	313.5	80.5	0		0.0
0:0	766	27.	-0.9	1	122		0	
1:42	.8	6	7	322.2	71.8	0		0.0
0:0	669	24.	-0.9	1	122	0	0	0.0

1:43	.8	1	7	329.8	64.2			
0:0	572	20.	-0.9	1	122			
1:44	.8	6	7	336.5	57.5	0	0	0.0
0:0	475	17.	-0.9	1	122			
1:45	.8	1	7	342.3	51.7	0	0	0.0
0:0	378	13.	-0.9	1	122			
1:46	.8	6	7	347.0	47.0	0	0	0.0
0:0	281	10.	-0.9	1	122			
1:47	.8	1	7	350.8	43.2	0	0	0.0
0:0	184		-0.9	1	122			
1:48	.8	6.7	7	353.6	40.4	0	0	0.0
0:0	87.		-0.9	1	122			
1:49	8	3.2	7	355.5	38.5	0	0	0.0
0:0				1	122			
1:50	0.0	0.0	0.00	355.9	38.1	0	0	0.0

附录二：A6-A8 运行线路

时刻 (hh:mm:ss)	实际 速度 (cm/s)	实际 速度 (km/h)	计算 加速度 (m/s ²)	计 算距离 (m)	计 算公里 标(m)	前 坡 度 (%))	计算牵引 力(N)	计算 牵引功率 (Kw)
0:0 0:00	0.0	0.0	0.00	0 .0	135 94		0.00E+00	0.0
0:0 0:01	65. 1	2.3	0.65	0 .3	135 94		6.81E+04	44. 3
0:0 0:02	130 .1	4.7	0.65	1 .3	135 93		1.02E+05	133 .3
0:0 0:03	195 .2	7.0	0.65	2 .9	135 91		1.14E+05	222 .8

0:0	260			5	135			312
0:04	. 3	9. 4	0. 65	. 2	89		1. 20E+05	. 9
0:0	325	11.		8	135			403
0:05	. 3	7	0. 65	. 1	86		1. 24E+05	. 6
0:0	390	14.		1	135			495
0:06	. 4	1	0. 65	1. 7	82		1. 27E+05	. 1
0:0	455	16.		1	135			587
0:07	. 5	4	0. 65	5. 9	78		1. 29E+05	. 3
0:0	520	18.		2	135			680
0:08	. 6	7	0. 65	0. 8	73		1. 31E+05	. 4
0:0	585	21.		2	135			774
0:09	. 6	1	0. 65	6. 4	68		1. 32E+05	. 5
0:0	650	23.		3	135			869
0:10	. 7	4	0. 65	2. 5	61		1. 34E+05	. 6
0:0	715	25.		3	135			965
0:11	. 8	8	0. 65	9. 4	55		1. 35E+05	. 8
0:0	780	28.		4	135			106
0:12	. 8	1	0. 65	6. 9	47		1. 36E+05	3. 2
0:0	845	30.		5	135			116
0:13	. 9	5	0. 65	5. 0	39		1. 37E+05	1. 8
0:0	911	32.		6	135			126
0:14	. 0	8	0. 65	3. 8	30		1. 39E+05	1. 8
0:0	976	35.		7	135			136
0:15	. 0	1	0. 65	3. 2	21		1. 40E+05	3. 3
0:0	104	37.		8	135			146
0:16	1. 1	5	0. 65	3. 3	11		1. 41E+05	6. 2
0:0	110	39.		9	135			157
0:17	6. 2	8	0. 65	4. 0	00		1. 42E+05	0. 6
0:0	117	42.		1	134			167
0:18	1. 3	2	0. 65	05. 4	89		1. 43E+05	6. 8
0:0	123	44.		1	134			178
0:19	6. 3	5	0. 65	17. 5	77		1. 44E+05	4. 6

0:0	130	46.		1	134		1.46E+05	189
0:20	1.4	9	0.65	30.1	64			4.3
0:0	136	49.		1	134		1.47E+05	200
0:21	6.5	2	0.65	43.5	51			5.8
0:0	143	51.		1	134		1.48E+05	211
0:22	1.5	5	0.65	57.5	37			6.8
0:0	149	53.		1	134		1.43E+05	213
0:23	6.6	9	0.65	72.1	22			7.7
0:0	156	56.		1	134		1.32E+05	206
0:24	1.7	2	0.65	87.4	07			7.4
0:0	162	58.		2	133		1.23E+05	200
0:25	6.7	6	0.65	03.3	91			1.6
0:0	169	60.		2	133		1.15E+05	194
0:26	1.8	9	0.65	19.9	74			0.9
0:0	175	63.	-0.1	2	133		0.00E+00	
0:27	6.9	2	3	37.2	57			0.0
0:0	174	62.	-0.1	2	133		0.00E+00	
0:28	4.0	8	3	54.7	39			0.0
0:0	173	62.	-0.1	2	133		0.00E+00	
0:29	1.2	3	3	72.1	22			0.0
0:0	171	61.	-0.1	2	133		0.00E+00	
0:30	8.5	9	3	89.3	05			0.0
0:0	170	61.	-0.1	3	132		0.00E+00	
0:31	5.9	4	1	06.4	88			0.0
0:0	169	61.	-0.1	3	132		0.00E+00	
0:32	5.3	0	1	23.4	71			0.0
0:0	168	60.	-0.1	3	132		0.00E+00	
0:33	4.8	7	0	40.3	54			0.0
0:0	167	60.	-0.1	3	132	1.	0.00E+00	
0:34	4.3	3	0	57.1	37	8		0.0
0:0	166	59.	-0.1	3	132			0.0

0:35	4.0	9	0	73.8	20	1. 8		
0:0 0:36	165 3.8	59. 5	-0.1 0	3 90.4	132 04	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:37	164 3.6	59. 2	-0.1 0	4 06.9	131 87	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:38	163 6.7	58. 9	-0.0 7	4 23.3	131 71	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:39	162 9.8	58. 7	-0.0 7	4 39.6	131 54	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:40	162 2.8	58. 4	-0.0 7	4 55.9	131 38	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:41	161 5.9	58. 2	-0.0 7	4 72.1	131 22	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:42	160 9.0	57. 9	-0.0 7	4 88.2	131 06	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:43	160 2.1	57. 7	-0.0 7	5 04.3	130 90	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:44	159 5.2	57. 4	-0.0 7	5 20.3	130 74	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:45	158 8.2	57. 2	-0.0 7	5 36.2	130 58	1. 8	0.00E+00	0.0

0:0 0:46	158 1.3	56. 9	-0.0 7	5 52.0	130 42	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:47	157 4.4	56. 7	-0.0 7	5 67.8	130 26	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:48	156 7.5	56. 4	-0.0 7	5 83.5	130 10	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:49	156 0.5	56. 2	-0.0 7	5 99.1	129 95	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:50	155 3.6	55. 9	-0.0 7	6 14.7	129 79	1. 8	0.00E+00	0.0
0:0 0:51	154 6.7	55. 7	-0.0 7	6 30.2	129 64	.5	0.00E+00	0.0
0:0 0:52	153 9.8	55. 4	-0.0 7	6 45.7	129 48	.5	0.00E+00	0.0
0:0 0:53	153 2.8	55. 2	-0.0 7	6 61.0	129 33	.5	0.00E+00	0.0
0:0 0:54	152 5.9	54. 9	-0.0 7	6 76.3	129 18	.5	0.00E+00	0.0
0:0 0:55	151 9.0	54. 7	-0.0 7	6 91.5	129 02	.5	0.00E+00	0.0
0:0 0:56	151 2.1	54. 4	-0.0 7	7 06.7	128 87	.5	0.00E+00	0.0
0:0 0:57	150 5.1	54. 2	-0.0 7	7 21.8	128 72	.5	0.00E+00	0.0
0:0 0:58	149 8.2	53. 9	-0.0 7	7 36.8	128 57	.5	0.00E+00	0.0
0:0	149	53.	-0.0	7	128		0.00E+00	0.0

0:59	1.3	7	7	51.7	42	.5		
0:0	148	53.	-0.0	7	128		0.00E+00	
1:00	4.4	4	7	66.6	27	.5		0.0
0:0	147	53.	-0.0	7	128		0.00E+00	
1:01	7.4	2	7	81.4	13	.5		0.0
0:0	147	52.	-0.0	7	127		0.00E+00	
1:02	0.5	9	7	96.2	98	.5		0.0
0:0	146	52.	-0.0	8	127		0.00E+00	
1:03	3.6	7	7	10.8	83	.5		0.0
0:0	145	52.	-0.0	8	127		0.00E+00	
1:04	6.7	4	7	25.4	69	.5		0.0
0:0	144	52.	-0.0	8	127		0.00E+00	
1:05	9.7	2	7	40.0	54	.5		0.0
0:0	144	51.	-0.0	8	127		0.00E+00	
1:06	2.8	9	7	54.4	40	.5		0.0
0:0	143	51.	-0.0	8	127		0.00E+00	
1:07	5.9	7	7	68.8	25	.5		0.0
0:0	142	51.	-0.0	8	127		0.00E+00	
1:08	9.0	4	7	83.2	11	.5		0.0
0:0	142	51.	-0.0	8	126		0.00E+00	
1:09	2.1	2	7	97.4	97	.5		0.0
0:0	141	50.	-0.0	9	126		0.00E+00	
1:10	5.1	9	7	11.6	82	.5		0.0
0:0	140	50.	-0.0	9	126		0.00E+00	
1:11	8.2	7	7	25.7	68	.5		0.0
0:0	140	50.	-0.0	9	126		0.00E+00	
1:12	1.3	4	7	39.8	54	.5		0.0
0:0	139	50.	-0.0	9	126		0.00E+00	
1:13	4.4	2	7	53.7	40	.5		0.0
0:0	138	49.	-0.0	9	126		0.00E+00	
1:14	7.4	9	7	67.6	26	.5		0.0
0:0	138	49.	-0.0	9	126		0.00E+00	0.0

1:15	0.5	7	7	81.5	13	.5		
0:0	137	49.	-0.0	9	125		0.00E+00	
1:16	3.6	4	7	95.3	99	.5		0.0
0:0	136	49.	-0.0	1	125		0.00E+00	
1:17	6.7	2	7	009.0	85	.5		0.0
0:0	135	49.	-0.0	1	125		0.00E+00	
1:18	9.7	0	7	022.6	71	.5		0.0
0:0	135	48.	-0.0	1	125		0.00E+00	
1:19	2.8	7	7	036.1	58	.5		0.0
0:0	134	48.	-0.0	1	125		0.00E+00	
1:20	5.9	5	7	049.6	44	.5		0.0
0:0	133	48.	-0.0	1	125		0.00E+00	
1:21	9.0	2	7	063.1	31	.5		0.0
0:0	133	48.	-0.0	1	125		0.00E+00	
1:22	2.0	0	7	076.4	18	.5		0.0
0:0	132	47.	-0.0	1	125		0.00E+00	
1:23	5.1	7	7	089.7	04	.5		0.0
0:0	131	47.	-0.0	1	124		0.00E+00	
1:24	8.2	5	7	102.9	91	.5		0.0
0:0	131	47.	-0.0	1	124		0.00E+00	
1:25	1.3	2	7	116.1	78	.5		0.0
0:0	130	47.	-0.0	1	124		0.00E+00	
1:26	4.3	0	7	129.1	65	.5		0.0
0:0	129	46.	-0.0	1	124		0.00E+00	
1:27	7.4	7	7	142.2	52	.5		0.0
0:0	129	46.	-0.0	1	124		0.00E+00	
1:28	0.5	5	7	155.1	39	.5		0.0
0:0	128	46.	-0.0	1	124		0.00E+00	
1:29	3.6	2	7	168.0	26	.5		0.0
0:0	127	46.	-0.0	1	124		0.00E+00	
1:30	6.7	0	7	180.8	13	.5		0.0
0:0	126	45.	-0.0	1	124		0.00E+00	0.0

1:31	9.7	7	7	193.5	00	.5		
0:0	126	45.	-0.0	1	123		0.00E+00	
1:32	2.8	5	7	206.2	88	.5		0.0
0:0	125	45.	-0.0	1	123		0.00E+00	
1:33	5.9	2	7	218.8	75	.5		0.0
0:0	118	42.	-0.6	1	123		0.00E+00	
1:34	8.9	8	7	231.0	63	.5		0.0
0:0	112	40.	-0.6	1	123		0.00E+00	
1:35	1.9	4	7	242.5	51			0.0
0:0	105	38.	-0.6	1	123		0.00E+00	
1:36	4.9	0	7	253.4	41			0.0
0:0	987	35.	-0.6	1	123		0.00E+00	
1:37	.9	6	7	263.6	30			0.0
0:0	920	33.	-0.6	1	123		0.00E+00	
1:38	.9	2	7	273.2	21			0.0
0:0	853	30.	-0.6	1	123		0.00E+00	
1:39	.9	7	7	282.1	12			0.0
0:0	786	28.	-0.6	1	123		0.00E+00	
1:40	.9	3	7	290.3	04			0.0
0:0	719	25.	-0.6	1	122		0.00E+00	
1:41	.9	9	7	297.8	96			0.0
0:0	652	23.	-0.6	1	122		0.00E+00	
1:42	.9	5	7	304.3	90			0.0
0:0	585	21.	-0.6	1	122		0.00E+00	
1:43	.9	1	7	310.2	84			0.0
0:0	518	18.	-0.6	1	122		0.00E+00	
1:44	.9	7	7	315.4	79			0.0
0:0	451	16.	-0.6	1	122		0.00E+00	
1:45	.9	3	7	319.9	74			0.0
0:0	445	16.	-0.0	1	122		0.00E+00	
1:46	.0	0	7	324.3	70			0.0
0:0	438	15.	-0.0	1	122		0.00E+00	0.0

1:47	. 0	8	7	328. 7	65			
0:0	431	15.	-0. 0	1	122		0. 00E+00	
1:48	. 1	5	7	333. 0	61			0. 0
0:0	424	15.	-0. 0	1	122		0. 00E+00	
1:49	. 2	3	7	337. 3	57			0. 0
0:0	417	15.	-0. 0	1	122		0. 00E+00	
1:50	. 3	0	7	341. 4	53			0. 0
0:0	410	14.	-0. 0	1	122		0. 00E+00	
1:51	. 3	8	7	345. 5	48			0. 0
0:0	343	12.	-0. 6	1	122		0. 00E+00	
1:52	. 3	4	7	349. 0	45			0. 0
0:0	276	9. 9	-0. 6	1	122		0. 00E+00	
1:53	. 3		7	351. 7	42			0. 0
0:0	209	7. 5	-0. 6	1	122		0. 00E+00	
1:54	. 3		7	353. 8	40			0. 0
0:0	109	3. 9	-1. 0	1	122		0. 00E+00	
1:55	. 3		0	354. 9	39			0. 0
0:0	0	0		1	122		0. 00E+00	
1:56			0. 00	354. 0	39			0. 0
0:0	0	0		1	122		0. 00E+00	
1:57			0. 00	354. 0	40			0. 0
0:0	0	0		1	122		0. 00E+00	
1:58			0. 00	354. 0	40			0. 0
0:0	0	0		1	122		0. 00E+00	
1:59			0. 00	354. 0	40			0. 0
0:0	0	0		1	122		0. 00E+00	
2:00			0. 00	354. 0	40			0. 0
0:0	0	0		1	122		0. 00E+00	
2:01			0. 00	354. 0	40			0. 0
0:0	0	0		1	122		0. 00E+00	
2:02			0. 00	354. 0	40			0. 0
0:0	0	0	0. 00	1	122		0. 00E+00	0. 0

2:03				354.0	40			
0:0				1	122			
2:04	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:05	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:06	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:07	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:08	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:09	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:10	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:11	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:12	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:13	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:14	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:15	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:16	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:17	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
2:18	0	0	0.00	354.0	40		0.00E+00	0.0
0:0				1	122			
	0	0	0.00				0.00E+00	0.0

2:19				354.0	40			
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:20			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:21			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:22			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:23			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:24			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:25			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:26			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:27			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:28			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:29			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:30			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:31			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:32			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:33			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:34			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0	0.00	1	122		0.00E+00	0.0

2:35				354.0	40			
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:36			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:37			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:38			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:39			0.00	354.0	40			0.0
0:0	0	0		1	122		0.00E+00	
2:40			0.00	354.0	40			0.0
0:0	76.	2.8		1	122		7.99E+04	61.
2:41	7		0.77	354.4	40			3
0:0	153	5.5		1	122		1.20E+05	184
2:42	.3		0.77	355.5	38			.3
0:0	230	8.3		1	122		1.34E+05	308
2:43	.0		0.77	357.5	37			.1
0:0	306	11.		1	122		1.41E+05	432
2:44	.7	0	0.77	360.1	34			.6
0:0	383	13.		1	122		1.46E+05	558
2:45	.4	8	0.77	363.6	30			.2
0:0	460	16.		1	122		1.49E+05	684
2:46	.0	6	0.77	367.8	26			.8
0:0	536	19.		1	122		1.51E+05	812
2:47	.7	3	0.77	372.8	21			.7
0:0	613	22.		1	122		1.54E+05	941
2:48	.4	1	0.77	378.5	15			.9
0:0	690	24.		1	122		1.55E+05	107
2:49	.0	8	0.77	385.1	09			2.5
0:0	766	27.		1	122		1.57E+05	120
2:50	.7	6	0.77	392.3	02			4.8
0:0	843	30.	0.77	1	121		1.59E+05	133

2:51	. 4	4		400. 4	94			8. 8
0:0	920	33.		1	121		1. 60E+05	147
2:52	. 1	1	0. 77	409. 2	85			4. 6
0:0	996	35.		1	121		1. 62E+05	161
2:53	. 7	9	0. 77	418. 8	75			2. 4
0:0	107	38.		1	121		1. 63E+05	175
2:54	3. 4	6	0. 77	429. 1	65			2. 3
0:0	115	41.		1	121		1. 65E+05	189
2:55	0. 1	4	0. 77	440. 3	54			4. 4
0:0	122	44.		1	121		1. 66E+05	203
2:56	6. 7	2	0. 77	452. 1	42			8. 9
0:0	130	46.		1	121		1. 68E+05	218
2:57	3. 4	9	0. 77	464. 8	29			5. 8
0:0	138	49.		1	121		1. 69E+05	233
2:58	0. 1	7	0. 77	478. 2	16			5. 4
0:0	145	52.		1	121		1. 68E+05	244
2:59	6. 8	4	0. 77	492. 4	02			3. 7
0:0	153	55.		1	120		1. 58E+05	242
3:00	3. 4	2	0. 77	507. 3	87			8. 2
0:0	161	58.		1	120		1. 45E+05	233
3:01	0. 1	0	0. 77	523. 1	71			3. 0
0:0	168	60.		1	120		1. 33E+05	224
3:02	6. 8	7	0. 77	539. 5	54			5. 9
0:0	176	63.		1	120		1. 23E+05	216
3:03	3. 4	5	0. 77	556. 8	37			7. 6
0:0	184	66.		1	120		1. 14E+05	209
3:04	0. 1	2	0. 77	574. 8	19			8. 3
0:0	191	69.		1	120		1. 06E+05	203
3:05	6. 8	0	0. 77	593. 6	00			7. 5
0:0	191	69.		1	119		1. 14E+04	217
3:06	6. 8	0	0. 00	612. 8	81	3		. 7
0:0	190	68.	-0. 1	1	119			0. 0

3:07	4.5	6	2	631.9	62	3		
0:0	189	68.	-0.1	1	119		0.00E+00	
3:08	2.1	1	2	650.9	43	3		0.0
0:0	187	67.	-0.1	1	119		0.00E+00	
3:09	9.8	7	2	669.7	24	3		0.0
0:0	186	67.	-0.1	1	119		0.00E+00	
3:10	7.5	2	2	688.5	06	3		0.0
0:0	185	66.	-0.1	1	118		0.00E+00	
3:11	5.1	8	2	707.1	87	3		0.0
0:0	184	66.	-0.1	1	118		0.00E+00	
3:12	2.8	3	2	725.6	68	3		0.0
0:0	183	65.	-0.1	1	118		0.00E+00	
3:13	0.5	9	2	743.9	50	3		0.0
0:0	181	65.	-0.1	1	118		0.00E+00	
3:14	8.1	5	2	762.2	32	3		0.0
0:0	180	65.	-0.1	1	118		0.00E+00	
3:15	5.8	0	2	780.3	14	3		0.0
0:0	179	64.	-0.1	1	117		0.00E+00	
3:16	3.5	6	2	798.3	96	3		0.0
0:0	178	64.	-0.1	1	117		0.00E+00	
3:17	1.1	1	2	816.2	78	3		0.0
0:0	176	63.	-0.1	1	117		0.00E+00	
3:18	8.8	7	2	833.9	60	3		0.0
0:0	175	63.	-0.1	1	117		0.00E+00	
3:19	6.5	2	2	851.5	42	3		0.0
0:0	174	62.	-0.1	1	117		0.00E+00	
3:20	4.2	8	2	869.0	25	3		0.0
0:0	173	62.	-0.1	1	117		0.00E+00	
3:21	1.8	3	2	886.4	08	3		0.0
0:0	171	61.	-0.1	1	116		0.00E+00	
3:22	9.5	9	2	903.7	90	3		0.0
0:0	170	61.	-0.1	1	116		0.00E+00	0.0

3:23	7.2	5	2	920.8	73	3		
0:0	169	61.	-0.1	1	116		0.00E+00	
3:24	4.8	0	2	937.8	56	3		0.0
0:0	168	60.	-0.1	1	116		0.00E+00	
3:25	2.5	6	2	954.7	39	3		0.0
0:0	167	60.	-0.1	1	116		0.00E+00	
3:26	0.2	1	2	971.5	23	3		0.0
0:0	165	59.	-0.1	1	116		0.00E+00	
3:27	7.8	7	2	988.1	06			0.0
0:0	164	59.	-0.1	2	115		0.00E+00	
3:28	5.5	2	2	004.6	89			0.0
0:0	163	58.	-0.1	2	115		0.00E+00	
3:29	3.2	8	2	021.0	73			0.0
0:0	162	58.	-0.1	2	115		0.00E+00	
3:30	0.8	4	2	037.3	57			0.0
0:0	160	57.	-0.1	2	115		0.00E+00	
3:31	8.5	9	2	053.4	41			0.0
0:0	159	57.	-0.1	2	115		0.00E+00	
3:32	6.2	5	2	069.5	25			0.0
0:0	158	57.	-0.1	2	115		0.00E+00	
3:33	3.9	0	2	085.4	09			0.0
0:0	157	56.	-0.1	2	114		0.00E+00	
3:34	1.5	6	2	101.1	93			0.0
0:0	155	56.	-0.1	2	114		0.00E+00	
3:35	9.2	1	2	116.8	77			0.0
0:0	154	55.	-0.1	2	114		0.00E+00	
3:36	6.9	7	2	132.3	62			0.0
0:0	153	55.	-0.1	2	114		0.00E+00	
3:37	4.5	2	2	147.7	46			0.0
0:0	152	54.	-0.1	2	114		0.00E+00	
3:38	2.2	8	2	163.0	31			0.0
0:0	150	54.	-0.1	2	114		0.00E+00	0.0

3:39	9.9	4	2	178.2	16			
0:0	149	53.	-0.1	2	114		0.00E+00	
3:40	7.5	9	2	193.2	01			0.0
0:0	148	53.	-0.1	2	113		0.00E+00	
3:41	5.2	5	2	208.1	86			0.0
0:0	147	53.	-0.1	2	113		0.00E+00	
3:42	2.9	0	2	222.9	71			0.0
0:0	146	52.	-0.1	2	113		0.00E+00	
3:43	0.5	6	2	237.6	56			0.0
0:0	144	52.	-0.1	2	113		0.00E+00	
3:44	8.2	1	2	252.1	42			0.0
0:0	143	51.	-0.1	2	113		0.00E+00	
3:45	5.9	7	2	266.5	27			0.0
0:0	142	51.	-0.1	2	113		0.00E+00	
3:46	3.6	2	2	280.8	13			0.0
0:0	141	50.	-0.1	2	112		0.00E+00	
3:47	1.2	8	2	295.0	99			0.0
0:0	139	50.	-0.1	2	112		0.00E+00	
3:48	8.9	4	2	309.1	85			0.0
0:0	138	49.	-0.1	2	112		0.00E+00	
3:49	6.6	9	2	323.0	71			0.0
0:0	137	49.	-0.1	2	112		0.00E+00	
3:50	4.2	5	2	336.8	57			0.0
0:0	136	49.	-0.1	2	112		0.00E+00	
3:51	1.9	0	2	350.5	44			0.0
0:0	134	48.	-0.1	2	112		0.00E+00	
3:52	9.6	6	2	364.0	30			0.0
0:0	133	48.	-0.1	2	112		0.00E+00	
3:53	7.2	1	2	377.5	17			0.0
0:0	132	47.	-0.1	2	112		0.00E+00	
3:54	4.9	7	2	390.8	03			0.0
0:0	131	47.	-0.1	2	111		0.00E+00	0.0

3:55	2.6	3	2	404.0	90			
0:0	130	46.	-0.1	2	111		0.00E+00	
3:56	0.2	8	2	417.0	77			0.0
0:0	128	46.	-0.1	2	111		0.00E+00	
3:57	7.9	4	2	430.0	64			0.0
0:0	127	45.	-0.1	2	111		0.00E+00	
3:58	5.6	9	2	442.8	51			0.0
0:0	123	44.	-0.4	2	111		0.00E+00	
3:59	0.2	3	5	455.3	39			0.0
0:0	118	42.	-0.4	2	111		0.00E+00	
4:00	4.9	7	5	467.4	27			0.0
0:0	113	41.	-0.4	2	111		0.00E+00	
4:01	9.5	0	5	479.0	15			0.0
0:0	109	39.	-0.4	2	111		0.00E+00	
4:02	4.2	4	5	490.2	04			0.0
0:0	104	37.	-0.4	2	110		0.00E+00	
4:03	8.8	8	5	500.9	93			0.0
0:0	100	36.	-0.4	2	110		0.00E+00	
4:04	3.5	1	5	511.2	83			0.0
0:0	958	34.	-0.4	2	110		0.00E+00	
4:05	.1	5	5	521.0	73			0.0
0:0	912	32.	-0.4	2	110		0.00E+00	
4:06	.8	9	5	530.3	64			0.0
0:0	867	31.	-0.4	2	110		0.00E+00	
4:07	.4	2	5	539.2	55			0.0
0:0	822	29.	-0.4	2	110		0.00E+00	
4:08	.1	6	5	547.7	46			0.0
0:0	776	28.	-0.4	2	110		0.00E+00	
4:09	.7	0	5	555.7	38			0.0
0:0	731	26.	-0.4	2	110		0.00E+00	
4:10	.4	3	5	563.2	31			0.0
0:0	686	24.	-0.4	2	110		0.00E+00	0.0

4:11	. 0	7	5	570. 3	24			
0:0	640	23.	-0. 4	2	110		0. 00E+00	
4:12	. 7	1	5	576. 9	17			0. 0
0:0	595	21.	-0. 4	2	110		0. 00E+00	
4:13	. 3	4	5	583. 1	11			0. 0
0:0	549	19.	-0. 4	2	110		0. 00E+00	
4:14	. 9	8	5	588. 8	05			0. 0
0:0	544	18.	-0. 4	2	110		0. 00E+00	
4:15	. 6	2	5	594. 1	00			0. 0
0:0	537	19.	-0. 1	2	109		0. 00E+00	
4:16	. 6	4	2	599. 1	95			0. 0
0:0	525	18.	-0. 1	2	109		0. 00E+00	
4:17	. 3	9	2	604. 5	89			0. 0
0:0	513	18.	-0. 1	2	109		0. 00E+00	
4:18	. 0	5	2	609. 8	84			0. 0
0:0	500	18.	-0. 1	2	109		0. 00E+00	
4:19	. 6	0	2	614. 9	79			0. 0
0:0	488	17.	-0. 9	2	109		0. 00E+00	
4:20	. 3	6	8	619. 9	74			0. 0
0:0	390	14.	-0. 9	2	109		0. 00E+00	
4:21	. 3	1	8	624. 8	69			0. 0
0:0	292	10.	-0. 9	2	109		0. 00E+00	
4:22	. 3	5	8	628. 7	65			0. 0
0:0	194	7. 0	-0. 9	2	109		0. 00E+00	
4:23	. 3		8	631. 6	62			0. 0
0:0	96.	3. 5	-0. 9	2	109		0. 00E+00	
4:24	3		8	633. 6	60			0. 0
0:0	0. 0	0. 0		2	109		0. 00E+00	
4:25			0. 00	634. 5	59			0. 0

附件三部分 MATLAB

```
clc
```

```
% clear all
% StartA=0.8;
% StartA7=0.75402;
cd('F:\Q2\A6')
Tmax=110;
% t1=15;
% t2=17;
% t3=63;
% t4=37;
% t5=24;
% t6=22;
% t7=18;

% if
iT=[t1,t2,t3];
%
% DecN2=2;
% DecN3=1;

YS=0;

if sum(iT(1,:))>=Tmax
    YS=1;
    E=1e15;
else
    t8=Tmax-sum(iT(1,:));
    iT=[iT,t8];
    DecN=[DecN2,DecN3];
    PAS=6;

    WJDATA_A6=MAINFS(DecN,PAS,iT,StartA);
    YS1=sum(WJDATA_A6(:,end));
```

```

E=sum(WJDATA_A6(:,7));
YS=YS+YS1;

end

T=sum(iT(1,:));

%=====main function=====
function iAns=MAINFS(DecN,PAS,T1,StartA)
T=T1;
TMAX=sum(T);
% Cond='3';
% BCH='0';
DecN1=DecN(1,1);DecN2=DecN(1,2);
a0=0;v0=0;s0=0;miu2=0;et0=0;
%=====DataReadin=====
LS=load('xianlu.mat');
iPD_SAM=LS.xianlu;

LS=load('podu.mat');
iPD_PM=LS.podu;
LS=load('xiansu.mat');
iPD_VLM=LS.xiansu;
LS=load('quelv.mat');
iPD_RM=LS.quelv;
iPD_VLM(:,2)=iPD_VLM(:,2)./3.6;
Station=[iPD_SAM(PAS,1),iPD_SAM(PAS+1,1)];
VL=iPD_VLM;
R=iPD_RM;
P=iPD_PM;
[~,Vlim,NR,NP]=iFDN(Station,VL,R,P);
[a,b]=size(Vlim);
ssstt=0;
for i=1:a

```

```

        ssstt=ssstt+(Vlim(i,3)-Vlim(i,1))/Vlim(i,2);
end

%=====DecideN=====
% FourN=dec2base(DecN,4);
% iFC=num2str(FourN);
% FNL=length(iFC);
% for i=1:3-FD
%     iFC=strcat(BCH,iFC);
% end
% iFC=strcat('0',iFC);
% iFC=strcat(iFC,'3');
% a=length(iFC);
% TN=zeros(1,FD);
% for i=1:a
%     TN(1,i)=str2num(iFC(i));
% end
TN=[0,DecN1,DecN2,3];
%=====Solution=====
[~,b]=size(TN);
CN=[];
for j=1:b
    if j==1
        ls1=1;
        ls2=sum(T(1,1:j))-1;
    else
        ls1=sum(T(1,1:j-1));
        ls2=sum(T(1,1:j))-1;
    end
    CN(ls1:ls2,1)=TN(1,j);
end

% [ap1,ail,v1,s1,et1,miu1,miu2];

```

```

miu1=StartA;
InP=[StartA,a0,v0,s0,et0,miu1,miu2];
DEST=TMAX;
DESS=NR(end,end);
TSP=[DEST,DESS];
% WJDATA=iFSolve(InP,CN,TSP,NR,NP);

% =====SOLUTION
iFDATA=iFSolve(InP,CN,TSP,NR,NP,Vlim);
vf=iFDATA(end,5);
sf=iFDATA(end,6);
% if abs(vf)>1 || abs(sf-NP(end,end))>2
%     iFDATA(end,end)=1;
% end
iAns= iFDATA;
%=====solve VT of all=====
function iAns=iFSolve(InP,CN,TSP,NR,NP,Vlim)

T=TSP(1,1);FS=TSP(1,2);
% ap0=InP(1,1);ai0=InP(1,2);v0=InP(1,3);s0=InP(1,4);
t=0;
IFData=[t,CN(1,1),InP,0];
DISTANCE=NR(end,end);
dt=1;

while t<T-1
    JS=t+1;
    iPin=IFData(end,3:end-1);
    if CN(JS)==0 %=====Condition 0: PULL
    if JS>=2 && CN(JS-1)~=0
        iPin(1,1)=InP(1,1);
    end
    lsSV=iFPULL(iPin,NR,NP);

```

```

end

if CN(JS)==1 %=====Condition 1: CURISE
    lsSV=iFCURISE(iPin,NR,NP);
end

if CN(JS)==2 %=====Condition 2: FREE
    lsSV=iFREERIDE(iPin,NR,NP);
end

if CN(JS)==3 %=====Condition 3: SLOWDOWN
break
end

LSSRData=[lsSV(1,4:5),lsSV(1,7:8)];
lsSS=lsSV(1,5);
Vup=iFVLimit(Vlim,lsSS);
YS=[Vup,Vlim(end,end)];
yyss=iFConstrant(LSSRData,YS);
if yyss==1
    LSLS=[JS,lsSV,yyss];
    IFData=[IFData;LSLS];
break;
else
    LSLS=[JS,lsSV,yyss];
    IFData=[IFData;LSLS];
    t=t+dt;
end
end

wjys=sum(IFData(:,end));

if wjys>0
    iAns=IFData;
else
vi=IFData(end,5);
si=IFData(end,6);

```

```

ti=IFData(end,1);
vbz=(DISTANCE-si)/(T-ti);
IFData(end,end)=1;
[pdwj,CS]=iFSD(vi,ti,vbz,T);

if pdwj==0
    IFData(end,end)=0;
    ZDI=CS(1,1);
    K1=CS(1,3);
    K2=CS(1,2);

    for i=ti+1:ZDI-1
        iPin=IFData(end,3:end-1);
        lsdata=iSLMIU(iPin,NR,NP,K1);
        IFData=[IFData;i+1,lsdata,0];
    end
    for i=ZDI+1:T-1
        iPin=IFData(end,3:end-1);
        lsdata=iSLMIU(iPin,NR,NP,K2);
        IFData=[IFData;i+1,lsdata,0];
    end
    iAns=IFData;
else
    iAns=IFData;
end
end

```
