

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校

上海理工大学

参赛队号

10252094

队员姓名

1. 刘璧婷

2. 张烨培

3. 杨 阳

参赛密码 _____

(由组委会填写)



第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 PM2.5 扩散预测模型及相关问题研究

摘 要：

本文以武汉为例，就 PM2.5 污染物的影响因素、扩散与衰减规律、预测与评估及污染治理等相关问题进行了研究，取得了以下成果。

问题一：

1、研究二氧化硫 X_1 、二氧化氮 X_2 、可吸入颗粒物 PM10 X_3 、一氧化碳 X_4 、臭氧 X_5 和细颗粒物 PM2.5 Y 这 6 个基本监测指标之间的相关性及其独立性，并对影响 PM2.5 的其它 5 项分指标做出主成分分析及回归分析，得出二氧化硫、二氧化氮、可吸入颗粒物 PM10、和一氧化碳与 PM2.5 正相关，而臭氧与 PM2.5 负相关。最终给出 PM2.5 与其他 5 个物质 IAQI 值的拟合函数为：

$$\ln Y = 0.2262 \ln X_1 + 0.2416 \ln X_2 + 0.3526 \ln X_3 + 0.3546 \ln X_4 - 0.2154 \ln X_5 + 0.969$$

2、探求其他影响 PM2.5 的因素，分析得出，气象的变化对 PM2.5 值得影响非常剧烈，其中 PM2.5 值与湿度 X_6 、气压 X_8 成正相关，与大型蒸发量 X_7 、风速 X_9 、气温 X_{10} 、水汽压 X_{11} 则负相关，并且在所有影响因素中，风速和水汽压对 PM2.5 值的影响相对较大。最终给出 PM2.5 与其他 7 个大气因素之间的拟合函数：

$$\ln Y = 2.3975 \ln X_6 - 14.903 \ln X_7 + 19.4621 \ln X_8 - 44.323 \ln X_9 - 21.929 \ln X_{10} - 45.905 \ln X_{11} - 85.1032$$

问题二：

1、客观描述武汉地区 PM2.5 的时空分布规律，以高斯扩散模型为基础，充分考虑影响 PM2.5 扩散的因素，分析地面与建筑物边界反射、干沉积、雨洗湿沉积及湿度的影响，逐步改进高斯扩散模型，并引入时间 t ，计算当点源持续污染情况下，污染源上风和下风 L 公里处的浓度。

2、通过数值仿真，得到距污染源下风向距离一定条件下污染扩散浓度的分布规律：1) 在恒定条件下，PM2.5 扩散浓度呈正态分布，扩散浓度逐渐达到最

大，在横向距离增大到一定值以后，扩散浓度逐渐降低，直至为零；2) 随着距污染源下风向距离的增大，扩散浓度的变化渐趋平缓，但污染扩散所能影响的范围有所增加；3) 随着风速逐渐增大，PM2.5 浓度最大值变小，下降速率逐渐变大，扩散速度增加；4) 源高的增大将导致污染物浓度最大值向下风向偏移，扩散与稀释速度加快，污染浓度最大值明显降低。

3、预估突发情形下 PM2.5 的扩散距离及安全区域，以武汉为例，浓度值突增至 $300\text{mg}/\text{m}^3$ 并持续两小时情况下，结合三维图及平面图分析危险区及安全区。

4、结合小波理论及神经网络理论，提出小波神经网络的结构及算法，并通过 Matlab 实现了对 PM2.5 值的预测，预测拟合度较高。

问题三：

1、提出三种治理方案：长期治理、快速治理、全面治理。

长期治理方案着眼于经济的可持续发展，其每年完成计划为：

年份	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
PM2.5 值变化额	2.3	7.3	18.3	61.3	155.9

快速治理考虑治理成效，其每年的治理计划为：

年份	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
PM2.5 值变化额	36.75	36.75	73.50	49.00	49.00

全面治理根据第一问中得出的 PM2.5 与其他 5 个指标的关系，通过降低其他 5 个指标浓度达到对 PM2.5 的治理，其每年的治理计划为：

名称	二氧化硫	二氧化氮	可吸入颗粒物	一氧化碳	臭氧	PM2.5	PM2.5 的减少幅度
一年后终值	47.88	74.76	121.80	50.02	14.10	220.77	18%
二年后终值	38.76	60.52	98.60	39.04	13.20	172.44	36%
三年后终值	29.64	46.28	75.40	28.06	12.30	124.97	54%
四年后终值	20.52	32.04	52.20	17.08	11.40	78.79	74%
五年后终值	11.40	17.80	29.00	6.10	10.50	34.37	87%

2、以全面治理计划作为治污方案，根据本文提供的综合治理与专项治理费用与 PM2.5 浓度减少的关系，建立最优化方程。

关键词：主成分分析，多元回归，改进高斯模型，小波神经网络，最优化

目录

一、问题背景	- 5 -
二、模型假设及符号说明	- 5 -
三、问题一的分析与求解	- 5 -
3.1 问题描述	- 5 -
3.2 六项检测指标间相关性分析	- 6 -
3.2.1 主成分分析	- 6 -
3.2.2 回归分析	- 8 -
3.2 其他相关因素分析	- 10 -
四、问题二的分析与求解	- 12 -
4.1 问题描述	- 12 -
4.2 数据来源及处理	- 12 -
4.3 武汉市 PM2.5 分布描述及评估	- 13 -
4.4 PM2.5 扩散预估模型	- 16 -
4.4.1 高斯扩散基础模型	- 16 -
4.4.2 改进的高斯模型	- 18 -
4.2.3 数值仿真实验	- 22 -
4.2.4 实例验证	- 23 -
4.2.5 小波神经网络的 PM2.5 预测模型	- 24 -
五、问题三的分析与求解	- 28 -
5.1 问题描述	- 28 -
5.2 PM2.5 治理计划	- 28 -
5.2.1 长期治理计划	- 29 -
5.2.2 快速治理计划	- 31 -
5.2.3 全面治理计划	- 32 -
5.3 费用预算计划	- 33 -
参考文献	- 34 -
附录	- 35 -

一、问题背景

现如今由于全球经济社会的飞速发展，工业化，城市化的不断推进，人口数量的持续增加等原因导致资源能源过度消耗，生态环境污染加剧。而大气为地球上生命的繁衍与人类的发展提供了理想的环境。它的状态和变化，直接影响着人类的生产、生活和生存。空气质量问题始终是政府、环境保护部门和全国人民关注的热点问题。

对空气质量监测，预报和控制等问题，国家和地方政府均制定了相应政策、法规和管理办法。2012年2月29日，环境保护部公布了新修订的《环境空气质量标准》，本次修订的主要内容：调整了环境空气功能区分类，将三类区并入二类区；增设了颗粒物（粒径小于等于 $2.5\mu\text{m}$ ）浓度限值和臭氧8小时平均浓度限值；调整了颗粒物（粒径小于等于 $10\mu\text{m}$ ）、二氧化氮、铅和苯并(a)芘等的浓度限值；调整了数据统计的有效性规定。与新标准同步还实施了《环境空气质量指数(AQI)技术规定(试行)》。

新标准启用空气质量指数AQI作为空气质量监测指标，以代替原来的空气质量监测指标——空气污染指数API (Air Pollution Index)。原监测指标API为无量纲指数，它的分项监测指标为3个基本指标(二氧化硫 SO_2 、二氧化氮 NO_2 和可吸入颗粒物 PM_{10})。AQI也是无量纲指数，它的分项监测指标为6个基本监测指标(二氧化硫 SO_2 、二氧化氮 NO_2 、可吸入颗粒物 PM_{10} 、细颗粒物 $\text{PM}_{2.5}$ 、臭氧 O_3 和一氧化碳 CO 等6项)。新标准中，首次将产生灰霾的主要因素——对人类健康危害极大的细颗粒物 $\text{PM}_{2.5}$ 的浓度指标作为空气质量监测指标。新监测标准的发布和实施，将会对空气质量的监测，改善生存环境起到重要的作用。

由于细颗粒物 $\text{PM}_{2.5}$ 进入公众视线的时间还很短，在学术界也是新课题，尤其是对细颗粒物 $\text{PM}_{2.5}$ 及相关的因素的统计数据还太少，因此对这一新课题的探索具有重要意义。

二、模型假设及符号说明

1. 题目中所列数据均真实可靠且具有较强的代表性；
2. 不考虑软件工具在数据处理及图形绘制中的误差；
3. 文中出现的符号均会在分节中说明。

三、问题一的分析与求解

3.1 问题描述

$\text{PM}_{2.5}$ 的形成机理和过程比较复杂，主要来源有自然源(植物花粉和孢子、土壤扬尘、海盐、森林火灾、火山爆发等)和人为源(燃烧燃料、工业生产过程排放、交通运输排放等)，可以分为一次颗粒物(即由排放源直接排放到大气中的颗粒物)和二次颗粒物(即通过与大气组成成分发生化学反应后生成的颗粒物)。 $\text{PM}_{2.5}$ 的成分主要由水溶性离子、颗粒有机物和微量元素等组成。有一种研究认为，AQI监测指标中的二氧化硫(SO_2)，二氧化氮(NO_2)，一氧化碳(CO)是在一定环境条件下形成 $\text{PM}_{2.5}$ 前的主要气态物体。

(1) 请依据附件 1 或附件 2 中的数据或自行采集数据，利用或建立适当的数学模型，对 AQI 中 6 个基本监测指标的相关与独立性进行定量分析，尤其是对其中 PM2.5（含量）与其它 5 项分指标及其对应污染物（含量）之间的相关性及其关系进行分析。

(2) 如果你们进而发现 AQI 基本监测指标以外的、与 PM2.5 强相关的（可监测的）成分要素，请陈述你们的方法、定量分析结果、数据及来源。

3.2 六项检测指标间相关性分析

本模型数据来源于附件一中武汉市全市平均数据，选取二氧化硫 SO_2 、二氧化氮 NO_2 、可吸入颗粒物 PM10、细颗粒物 PM2.5、臭氧 O_3 和一氧化碳CO这 6 个基本监测指标作为研究对象，研究它们的相关性与独立性，并对 PM2.5 与其它 5 项分指标之间的相关性及其关系进行分析。

设 PM2.5 含量为因变量 Y，二氧化硫、二氧化氮、可吸入颗粒物 PM10、一氧化碳和臭氧的含量分别为自变量 X1、X2、X3、X4、X5。

3.2.1 主成分分析

(1) ADF 检验

在对时间序列做分析前，首先对序列进行单位根检验，由于该定量分析是建立在时间序列平稳假设的基础上，如果用非平稳变量进行回归分析，尤其在大样本和较高单整阶数的情况下，将实际上不相关的两个非平稳变量用来回归分析，是一种虚假的回归。

对各个变量取对数，以消除异方差，借助 Eviews 6.0 软件进行所有时间序列进行 ADF 检验：

表 3-1 ADF 检验结果

变量	差分次数	DW值	ADF值	5%临界值	1%临界值	结论
$\ln Y$	1	2.0995	-4.5074	-2.8735	-3.4581	I(1)*
$\ln X_1$	1	2.0361	-10.7833	-2.8739	-3.4586	I(1)*
$\ln X_2$	1	2.0397	-10.604	-2.8739	-3.4586	I(1)*
$\ln X_3$	1	1.9925	-14.2626	-2.8741	-3.4591	I(1)*
$\ln X_4$	1	2.0067	-11.4775	-2.8738	-3.4583	I(1)*
$\ln X_5$	1	2.036	-13.1637	-2.8737	-3.4582	I(1)*
I(1)* 表示变量差分后在1%的显著水平上通过ADF平稳性检验						

如表 3-1 所示，经过一次差分后，在 1%的显著水平上通过 ADF 平稳性检验。因此，该序列可以继续进行定量分析。

(2) 样本变量的相关系数

由于本文选择的变量较多，但样本数据较短，极易产生多重共线性和自相关，因此，在进行分析前，先各个变量进行相关性分析，分析结果如下表：

表 3-2 变量相关系数

	lnY	ln X ₁	ln X ₂	ln X ₃	ln X ₄	ln X ₅
lnY	1	0.716	0.781	0.635	0.865	-0.413
lnX ₁	0.716	1	0.792	0.589	0.666	-0.203
lnX ₂	0.781	0.792	1	0.588	0.703	-0.17
lnX ₃	0.635	0.589	0.588	1	0.474	-0.076
lnX ₄	0.865	0.666	0.703	0.474	1	-0.521
lnX ₅	-0.413	-0.203	-0.17	-0.076	-0.521	1

各变量的相关系数及其检验如表 3-2 所示，因变量 Y 与 X₄(PM₁₀) 这一自变量相关系数最大为 0.865，且 Y 与 X₁、X₂、X₃、X₄ 存在正相关，与 X₅ 负相关。各个变量之间的相关度比较高，所以下面将对各变量进行主成分分析。

(3) 主成分分析

主成分分析可以消除变量间的相关性，然后提取出主成分，主成分可以解释各个变量，因此可以代表所有变量进行回归分析。在进行主成分分析前，首先要进行 KMO 和 Bartlett's 检验，以查看该序列数据是否适合进行主成分分析。具体检验结果如下表：

表 3-3 KMO 及 Bartlett 的检验结果

KMO 和 Bartlett 的检验		
取样足够度的 Kaiser-Meyer-Olkin 度量	0.747	
Bartlett 的球形度检验	近似卡方	625.11
	df	10
	Sig.	0

由表 3-3 可知 KMO 检验结果为 0.747，Bartlett's 检验结果中 Sig. 值为 0，这说明此序列数据适合进行主成分分析。

主成分分析结果如表 3-4、3-5、3-6 所示：

表 3-4 解释总方差

成份	初始特征值			提取平方和载入		
	合计	方差的 %	累积 %	合计	方差的 %	累积 %
1	3.037	60.743	60.743	3.037	60.743	60.743
2	1.058	21.156	81.899	1.058	21.156	81.899
3	0.472	9.444	91.343			
4	0.248	4.96	96.303			
5	0.185	3.697	100			

表 3-5 公因子方差

	初始	提取
lnX ₁	1	0.813
lnX ₂	1	0.833
lnX ₃	1	0.673
lnX ₄	1	0.843
lnX ₅	1	0.933

表 3-6 成份矩阵

	成份	
	1	2
lnX ₁	0.884	0.18
lnX ₂	0.89	0.201
lnX ₃	0.731	0.374
lnX ₄	0.872	-0.287
lnX ₅	-0.413	0.873

由表 3-4 可知，分析结果建议保留 2 个主成分，两个主成分即可以代表 81.899% 的整体自变量。同时做出了碎石图对主成分分析的结果进行检验，如图

所示，可以清楚的看到，曲线在到达第二个主成分处骤然趋于平稳，即表示两个主成分即可很好的解释全部自变量，即保留两个主成分是适合的。

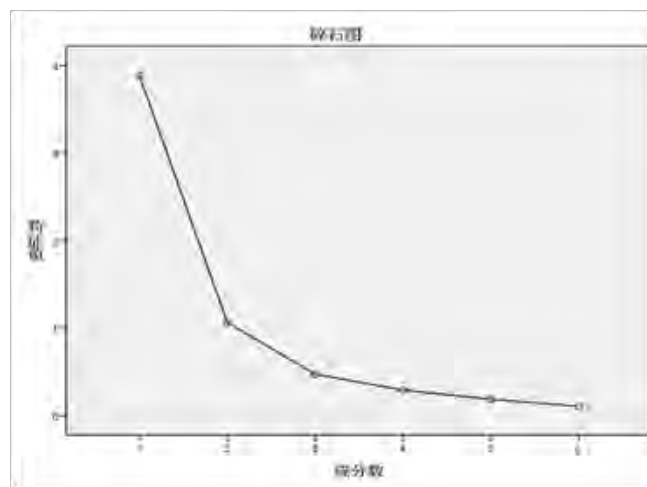


图 3-1 碎石图

经主成分分析表即解释的总方差表所示，两个主成分即可代表整体自变量，而这两个主成分又是根据各个变量的共同度得到的，这个共同度可以由成分矩阵表中的加权系数表示，由成分矩阵表可以看出，每个自变量对主成分的加权系数均不相同。

设这两个主成分为 F_1 和 F_2 ，根据成分矩阵表还不能直接得出主成分的表达式，还需要对成分矩阵表中每列的系数值去相关性，即把每列的系数除以其相应的特征根并开根后才能得到单位特征向量，经计算可得这两个主成分表达式：

$$F_1 = 0.4772\text{Ln}X_1 + 0.9150\text{Ln}X_2 + 1.2445\text{Ln}X_3 + 1.7311\text{Ln}X_4 - 1.4901\text{Ln}X_5 \quad (3-1)$$

$$F_2 = 1.3031\text{Ln}X_1 + 0.2275\text{Ln}X_2 + 0.5932\text{Ln}X_3 - 0.7798\text{Ln}X_4 + 1.7321\text{Ln}X_5 \quad (3-2)$$

由解释的总方差表中的提取平方和载入系数，可得出综合主成分 F 与上两个主成分 F_1 与 F_2 之间的关系，即为：

$$F = 0.6074F_1 + 0.2116F_2 \quad (3-3)$$

由 3-1，3-2 和 3-3 可以得出综合主成分与各个变量之间的关系式：

$$F = 0.5656\text{Ln}X_1 + 0.6039\text{Ln}X_2 + 0.8814\text{Ln}X_3 + 0.8864\text{Ln}X_4 - 0.5386\text{Ln}X_5 \quad (3-4)$$

根据原始数据和主成分表达式，可以求得综合主成分数值。

3.2.2 回归分析

(1) 协整检验

根据上述主成分分析结果，可知综合主成分值，由于综合主成分值也是一个时间序列，时间序列进行回归分析前需检验各变量是否存在协整关系。

首先对主成分值和取对数后的日 $\text{PM}_{2.5}$ 值进行协整检验，检验借助软件进行，结果如下表：

表 3-7 协整检验

Hypothesized		Trace	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.
None *	0.1173	34.6937	15.4947	2.70E-05
At most 1 *	0.0276	6.3629	3.8415	0.011649
Hypothesized		Max-Eigen	0.05	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.
None *	0.1173	28.3308	14.2646	0.000175
At most 1 *	0.0276	6.3629	3.8415	0.011649

由上表可知,表中的Prob. 值分别为 2.70E-05 和 0.000175,远远小于 0.05,同时上表中的迹统计量 34.6937 和 28.3308 分别大于下表中的 5%显著性水平临界值 15.4947 和 14.2646,因此,因变量 LnY 和 F 之间存在协整关系。

由于两个时间序列存在协整关系,故对这两个序列进行回归分析时,可以用普通最小二乘法直接进行回归分析。

(2) 回归分析

以取对数后的 PM2.5 值为因变量,以综合主成分 F 值为自变量建立模型,进行回归分析。

首先对模型进行估计,这里估计模型的理论形式是:

$$\ln Y = \alpha + \beta \times F + \varepsilon \quad (3-5)$$

(其中 α 为常数, β 为时间趋势项, ε 为误差项)

然后依据因变量即取对数后的 PM2.5 值和综合主成分 F 值进行回归分析,分析结果如下表:

表 3-8 回归分析结果

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.969	0.1191	8.1393	2.32E-14
F	0.3996	0.0134	29.9115	4.40E-82
R-squared	0.792	Mean dependent var	4.4832	
Adjusted R-squared	0.7911	S.D. dependent var	0.6495	
S.E. of regression	0.2968	Akaike info criterion	0.4172	
Sum squared resid	20.7067	Schwarz criterion	0.4464	
Log likelihood	-47.4323	Hannan-Quinn criter.	0.4289	
F-statistic	894.7001	Durbin-Watson stat	1.1447	
Prob(F-statistic)	0			

由表 3-8 可知,估计模型中 α 和 β 的估计值分别是 0.969 和 0.3996,伴随概率 Prob. 值均为无穷小,均远远小于 0.05,这说明参数估计值是非常有效的;判定系数 R-squared 值为 0.7911,同时,回归标准差较小,表示回归效果良好。

由估计模型的理论形式和上表可以得出回归方程如下:

$$\ln Y = 0.969 + 0.3996 F \quad (8.14) \quad (29.91) \quad (3-6)$$

R-squared =0.792 D.W=1.14 s.e=0.2968 F=894.7 T=238

同时,可以用图形来检验此次回归分析的效果:

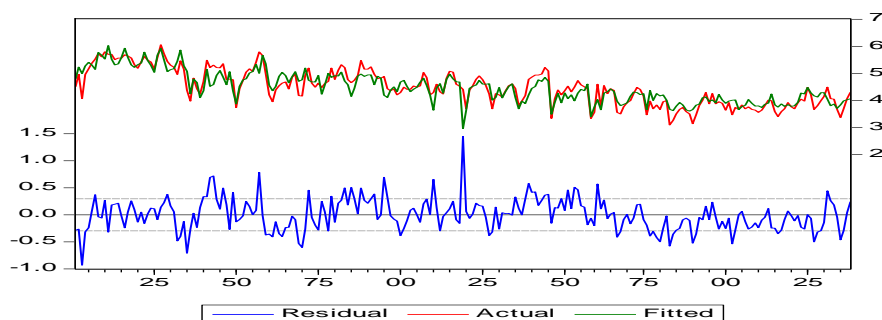


图 3-2 拟合残差图

由图 3-2 可以清楚的看到，回归分析所得出的拟合值和实际值非常相近，拟合优度很好，所以据此也可以判定此次回归分析的结果是有效的。

由于构建回归方程的目的是为了研究各个自变量对因变量 PM2.5 值的具体影响，由综合主成分的表达式 3-4 和回归方程 3-6，可得：

$$\ln Y = 0.2262 \ln X_1 + 0.2416 \ln X_2 + 0.3526 \ln X_3 + 0.3546 \ln X_4 - 0.2154 \ln X_5 + 0.969 \quad (3-7)$$

由式 3-7 可知，每日 PM2.5 值与空气中二氧化硫、二氧化氮、可吸入颗粒物、一氧化碳都是正相关的关系，而与每日的臭氧量是负相关的关系。

由回归系数可以看出，二氧化硫、二氧化氮、可吸入颗粒物、一氧化碳对 PM2.5 值的影响力较大，这基本和预想的一致，因为 PM2.5 是粒径小于 $2.5 \mu m$ 的空气中的悬浮物，微小的可溶性固体、可溶性气体是形成 PM2.5 的首要因素。例如 SO_x （硫的氧化物）、 NO_x （氮的氧化物）、 CO_x （碳的氧化物）及 O_3 等物质形成的水的微小液滴，微小液滴和微小颗粒是形成 PM2.5 的主要物质。同时，由式 3-7 可以清楚的看到，空气中臭氧含量上升可以有效降低 PM2.5 值。

3.2 其他相关因素分析

除了 AQI 基本监测指标以外，还有很多因素会对 PM2.5 值产生影响，据可监测到的数据，可以把这些因素详细描述为：日平均相对湿度、日大型蒸发量、日平均本站气压、日平均风速、日平均气温、日平均水汽压和每日日照时数。

数据来源：中国气象科学数据共享服务(<http://cdc.cma.gov.cn/home.do>)

依据上述建模方法，建立模型方程，并对原始数据取对数并进行 ADF 检验，经过一次差分后，在 5% 的显著水平上通过 ADF 平稳性检验。因此，该序列可以继续定量分析。

因素间相关系数如下表：

表 3-9 相关系数

相关性	PM2.5	平均相对湿度	大型蒸发量	平均本站气压	平均风速	平均气温	平均水汽压	日照时数
PM2.5	1	0.168	-0.264	0.542	-0.373	-0.539	-0.525	-0.05
平均相对湿度	0.168	1	-0.535	-0.111	-0.217	-0.055	0.214	-0.082
大型蒸发量	-0.26	-0.535	1	-0.407	0.247	0.463	0.365	0.184
平均本站气压	0.542	-0.111	-0.407	1	-0.077	-0.836	-0.938	-0.166
平均风速	-0.37	-0.217	0.247	-0.077	1	0.151	0.061	-0.051
平均气温	-0.54	-0.055	0.463	-0.836	0.151	1	0.876	0.186
平均水汽压	-0.53	0.214	0.365	-0.938	0.061	0.876	1	0.211
日照时数	-0.05	-0.082	0.184	-0.166	-0.051	0.186	0.211	1

由表 3-9 可以看出，日照时数与各个变量之间的相关性非常低，因此剔除日照时数这个变量，只对平均相对湿度、大型蒸发量、平均本站气压、平均风速、平均气温、平均水汽压进行主成分分析。令平均相对湿度、大型蒸发量、平均本站气压、平均风速、平均气温、平均水汽压分别为 $X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}$ ，经主成分分析，可得综合主成分方程：

$$F = 0.0651\text{Ln}X_6 - 0.4044\text{Ln}X_7 + 0.5281\text{Ln}X_8 - 1.203\text{Ln}X_9 - 0.595\text{Ln}X_{10} - 1.2457\text{Ln}X_{11} \quad (3-8)$$

由原始数据和综合主成分方程可以计算出综合主成分值。

然后对取对数的 PM2.5 值 $\text{Ln}Y$ 和综合主成分值 F 进行协整检验，以便进行回归分析。

协整检验结果如下：

表 3-10 协整检验

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized		Trace	0.0500	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.1655	36.7950	15.4947	0.0000
At most 1 *	0.0277	4.9429	3.8415	0.0262

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized		Max-Eigen	0.0500	
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Prob.**
None *	0.1655	31.8521	14.2646	0.0000
At most 1 *	0.0277	4.9429	3.8415	0.0262

由表 3-10 可得，因变量 $\text{Ln}Y$ 和 F 之间存在协整关系，因此可以用普通最小二乘法直接进行回归分析。

以取对数后的 PM2.5 值为因变量，以综合主成分 F 值为自变量建立模型，进行回归分析。回归分析分析结果如下表：

表 3-11 回归分析结果

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-85.1032	13.25254577	-6.421645838	1.18E-09
F	36.8493	2.203803169	16.72077761	2.06E-38
R-squared	0.6097	Mean dependent var		128.6077
Adjusted R-squared	0.6075	S.D. dependent var		75.2264
S.E. of regression	47.1299	Akaike info criterion		10.5547
Sum squared resid	397600.0581	Schwarz criterion		10.59
Log likelihood	-953.1987	Hannan-Quinn criter.		10.569
F-statistic	279.5844	Durbin-Watson stat		1.0861
Prob(F-statistic)	0			

由回归分析结果和综合主成分方程可得目标方程如下：

$$\begin{aligned} \text{Ln}Y = & 2.3975\text{Ln}X_6 - 14.903\text{Ln}X_7 + 19.4621\text{Ln}X_8 - 44.323\text{Ln}X_9 \\ & - 21.929\text{Ln}X_{10} - 45.905\text{Ln}X_{11} - 85.1032 \end{aligned} \quad (3-9)$$

同时，可以用图形来检验此次回归分析的效果：

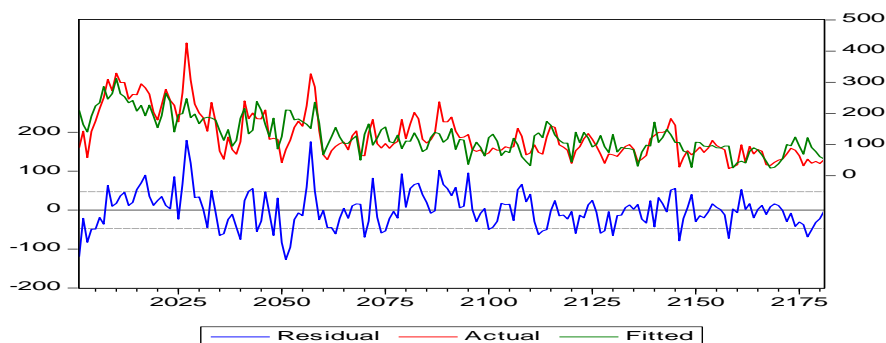


图 3-3 拟合残差图

由图 3-3 可以清楚的看到，回归分析所得出的拟合值和实际值非常相近，拟合优度很好，所以据此也可以判定此次回归分析的结果是有效的。

由回归方程可以清楚的看到，气候的变化对 PM2.5 值得影响是非常剧烈的，其中 PM2.5 值与平均相对湿度、平均本站气压成正相关，与大型蒸发量、平均风速、平均气温、平均水汽压则负相关，并且在所有影响因素中，平均风速和平均水汽压对 PM2.5 值的影响相对较大的。

四、问题二的分析与求解

4.1 问题描述

请依据附件 2、附件 3 中的数据或自行采集某地区的数据，通过数学建模探索完成以下研究：

- 1、描述该地区内 PM2.5 的时空分布及其规律，并结合环境保护部新修订的《环境空气质量标准》分区进行污染评估。
- 2、建立能够刻画该地区 PM2.5 的发生和演变（扩散与衰减等）规律的数学模型，合理考虑风力、湿度等天气和季节因素的影响，并利用该地区的数据进行定量与定性分析。
- 3、假设该地区某监测点处的 PM2.5 的浓度突然增至数倍，且延续数小时，请建立针对这种突发情形的污染扩散预测与评估方法。并以该地区 PM2.5 监测数据最高的一天为例，在全地区 PM2.5 浓度最高点处的浓度增至 2 倍，持续 2 小时，利用你们的模型进行预测评估，给出重度污染和可能安全区域。
- 4、采用适当方法检验你们模型和方法的合理性，并根据已有研究成果探索 PM2.5 的成因、演变等一般性规律。

4.2 数据来源及处理

由于武汉市 2013-1-1 至 2013-9-21 的气象及污染物指标数据相较于附加 2、附件 3 跨度更长，且更完整，所以我们选择武汉市十个观测点的数据作为研究目标。环境数据来源：武汉市环境保护局 (<http://www.whepb.gov.cn/airInfoView.jsp?listPath=hbHjjc>)，气象数据

来源：中国气象科学数据共享服务网 (<http://cdc.cma.gov.cn/home.do>)。

通过观察武汉市 10 个观测点数据，发现个别观测点存在缺失 PM2.5 测量值的情况。这些缺损值是因为缺测指标、仪器故障、项目有效数据量不足、网络传输故障等问题造成的。为了保证数据处理的连续性，我们选取对应时间点上全市 PM2.5 的平均值来替代该天缺失的 PM2.5 测量值。

4.3 武汉市 PM2.5 分布描述及评估

查找资料得到如下所示的武汉 10 个监测点的分布示意图

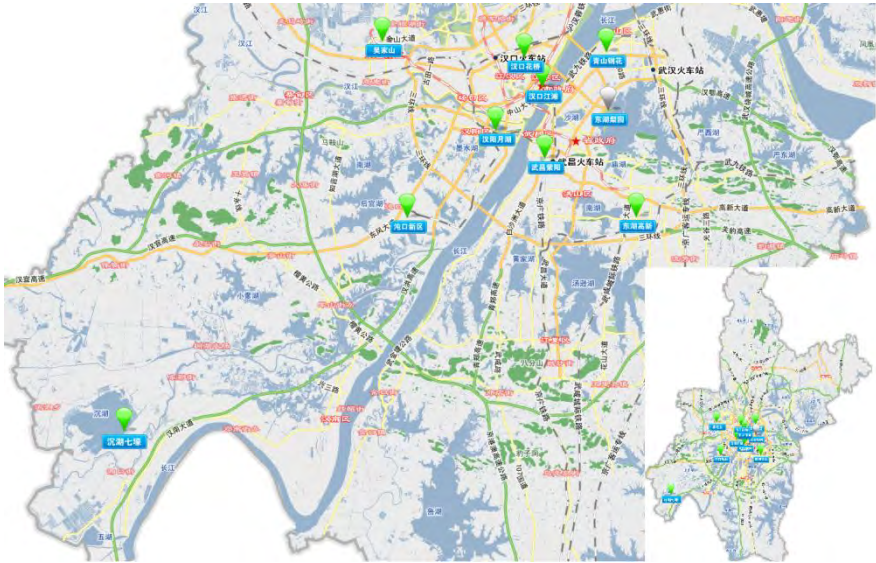


图 4-1 武汉市监测点分布图

根据《环境空气质量标准》中所提到的环境空气功能区的定义，我们可以将 10 个监测点分为两类。分析发现这 10 个区中除了沉湖七壕，其他均属于居住或商业交通发达的区域，因此除了沉湖七壕都应属于第二类区域。为了研究结果的准确性，我们根据两个级别污染物浓度值极限计算发现一类区域要求 PM2.5 的 IAQI 不应超过 50，而二类区域的 PM2.5 的 IAQI 值不应超过 100。根据武汉污染物数据，10 个监测点的 PM2.5 统计描述如下：

表 4-1 10 个监测点 PM2.5 均值、峰值、谷值

	沌口新区	吴家山	汉阳月湖	汉口花桥	汉口江滩	武昌紫阳	东湖梨园	东湖高新	青山钢花	沉湖七壕
2013年前三季度PM2.5均值	102	111	97	111	102	103	101	106	125	94
2013年前三季度PM2.5峰值	434	436	364	421	424	418	422	426	410	358
2013年前三季度PM2.5谷值	23	26	18	19	18	22	12	19	33	15

由表 4-1 可以发现各个监测点的 PM2.5 均值都超出了一类功能区的定义，而仅沉湖七壕和汉阳月湖符合二类功能区的要求。

据此我们将 10 个监测点分为以下两类：

中心城区（8 个）：沌口新区，吴家山，汉口花桥，汉口江滩，武昌紫阳，东湖梨园，东湖高新，青山钢花；

非中心区（2 个）：沉湖七壕，汉阳月湖；

我们分别从两类区域中选择两个具有代表性的监测点给出 PM2.5 在时间上的分布曲线图：

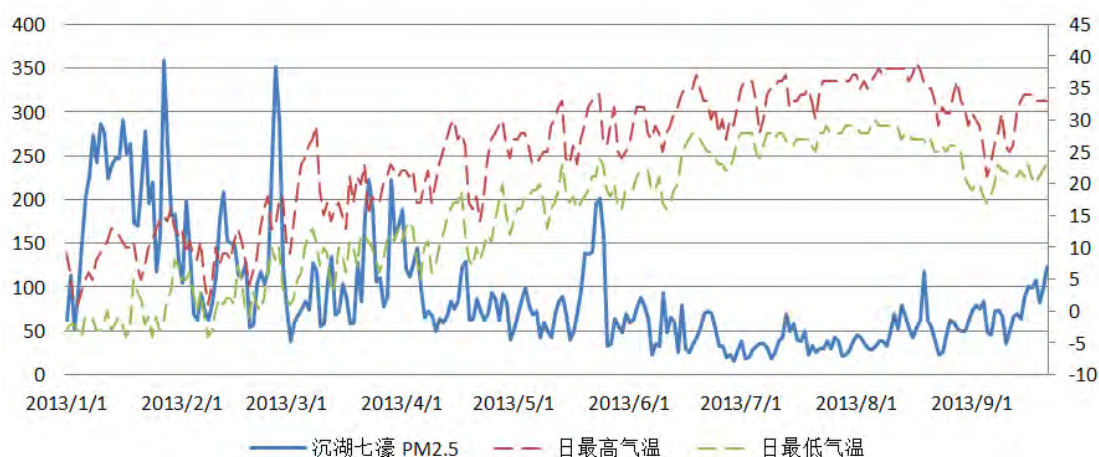


图 4-2. 沉湖七壕附近 PM2.5 随时间变化图

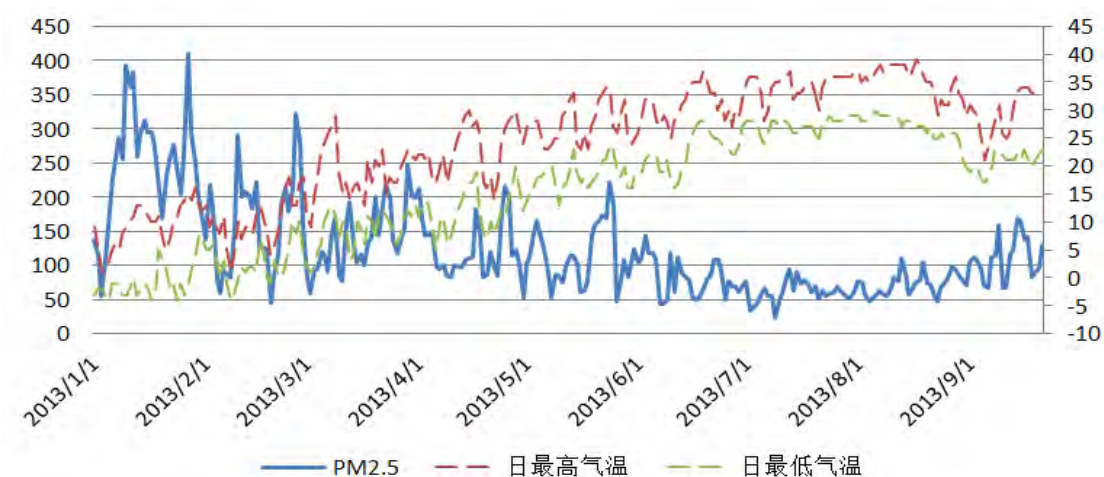


图 4-3. 青山钢花 PM2.5 随时间变化图

分析图 4-2、图 4-3 发现以下规律：

1、无论中心城区还是非中心区，PM2.5 值在 1-9 月份内的变化趋势基本相同；

1 月中下旬 PM2.5 的值达到 9 个月中的最高值。此时正临近中国的新年，人员大批量出行，可以猜测此时 PM2.5 值的增高可能与汽车尾气排放量激增有关。此外烟花爆竹的燃放也可能导致污染程度的加剧；

2、自 3 月中上旬开始 PM2.5 的值普遍降低，根据图中所给出的气温数据，我们可以猜测：气温的升高加快 PM2.5 扩散从而降低浓度；

3、中心城区 PM2.5 的值在 6 月份降低至 100 以下，而非中心区 PM2.5 值降至 100 以下则在四月左右。由此我们可以猜测，这是由于气候差异及地理位置等因素引起。

下面我们给出 10 个监测点的 PM2.5 值随时间变化的时空图。

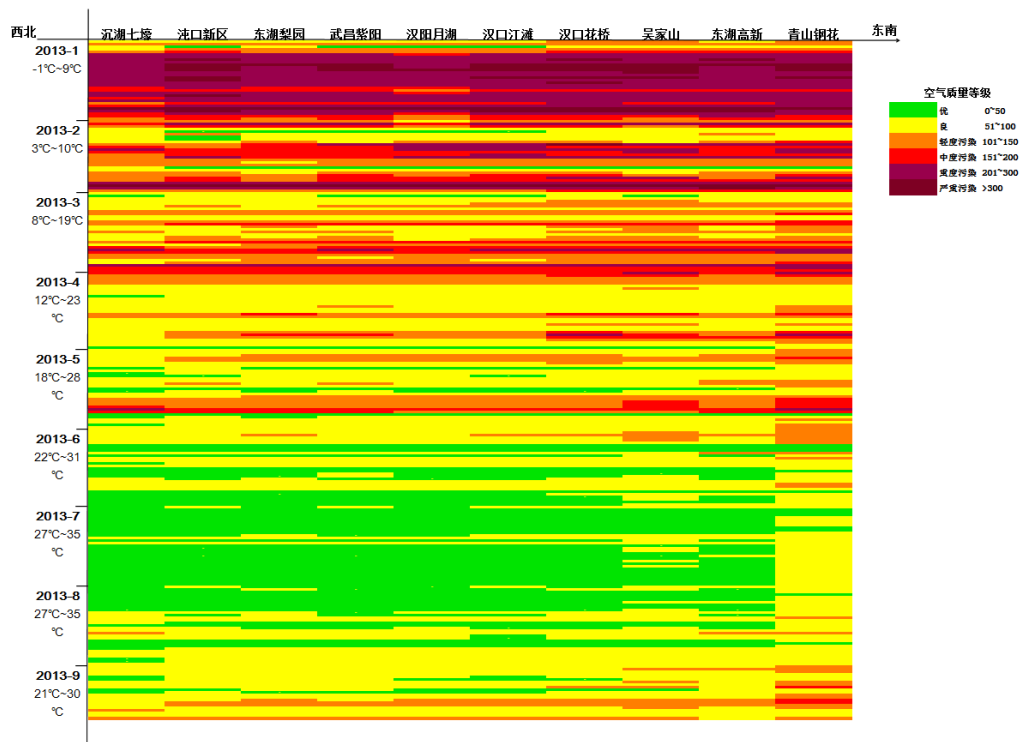


图 4-4. 10 个监测点的 PM2.5 值变化时空图

由图 4-4 我们可以发现以下规律：

- 1、整个武汉市在 1 月份污染均极其严重，全市大部分地区均属于重度污染或严重污染；
- 2、随着春季的到来，第二、三季度比于第一季度 PM2.5 污染有明显的改善；
- 3、6 月至 8 月期间武汉市空气质量相对较好。特别是 7、8 月份，全市大部分地区空气质量都是优、良；从 9 月份开始，局部地区又逐渐出现了污染天气；
- 4、通过横向对比发现，沉湖七壕监测点的污染程度相较于其他地区比较轻；而青山钢花监测点污染程度最为严重；

为了更直观的进行表示出 13 个监测点 PM2.5 数值的空间关系，我们选取污染最严重的 2013-1-27 和空气质量优良的 2013-7-3，分别画出 10 个监测点的空间分布图如下：



图 4-5 2013-1-27 重度污染时 10 个监测点的 PM2.5 浓度空间图



图 4-6 2013-7-3 空气质量优时 10 个监测点的 PM2.5 浓度空间图

对比图 4-5、图 4-6，非中心区的 PM2.5 污染相对较轻，其中沉湖七壕地处远郊，处于沉湖湿地自然保护区内，故空气质量比其他 9 个监测点优。对比其他 9 个监测点，一月份污染最严重的区域是沌口新区，七月份污染最严重的区域是青山钢花，这可能与主导风向有一定的关系。通过查询武汉地区各月风向的数据，我们发现这第一季度以东北风为主，这可以解释为什么位于上风位的武汉东北部监测点污染程度较轻；而第三季度以西南风为主，因此位于西南部的监测点污染程度较轻。

4. 4PM2.5 扩散预估模型

4. 4. 1 高斯扩散基础模型

高斯扩散模型是高斯应用湍流统计理论，在大量实验数据资料分析以及正态分布假设的基础上，得到了污染物在大气中扩散的数学模型。经过多年的研究试验，国内外建立了多种高斯扩散模型，包括高斯点源扩散模式、点源封闭式扩散模型、高斯面源扩散模式等。在模拟污染扩散方面，高斯扩散模型也是目前应用最广泛的^{[5][6]}。

高斯模型能够反映出在 PM2.5 危险浓度危害区内，PM2.5 浓度随扩散半径递减，并能反映出在某一受害点位的 PM2.5 浓度随扩散时间呈单峰型的动态变化，这与 PM2.5 扩散的实际情况接近，因此本文以高斯模型为基础，并结合实际情况，充分考虑沉降、雨水等因素对高斯模型进行修正，进而对 PM2.5 进行扩散预估。

对于连续均匀排放的点源，首先采用经典的高斯点源烟羽扩散模式：

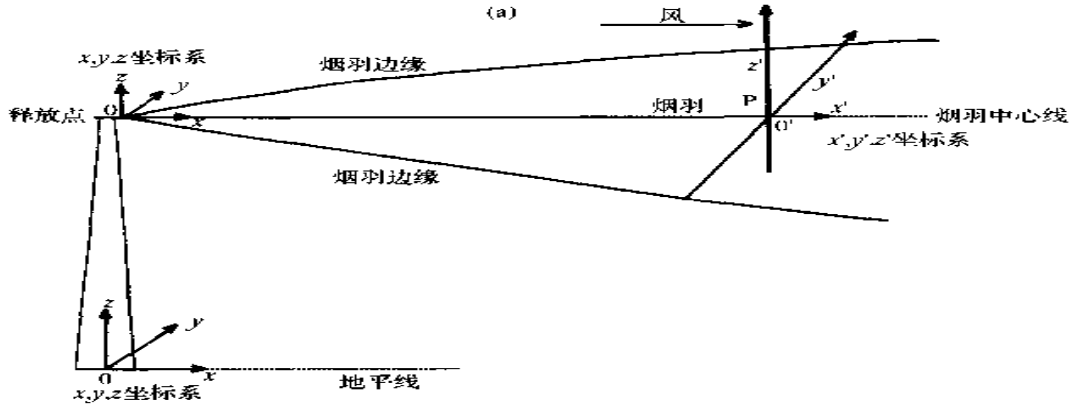


图 4-7 模型的理想化图形

将 PM2.5 污染爆发时刻记作 $t=0$ ，污染源点选为坐标原点，时刻 t 无穷空间中任一点 (x, y, z) 的气体浓度即为 $C(x, y, z, t)$ ，则单位时间通过单位法向面积的流量为：

$$q = -\sigma \cdot \text{grad}C \quad (4-1)$$

其中 σ 为扩散系数， grad 表示梯度，负号表示由浓度高向浓度低的地方扩散。

由分子扩散的梯度输送理论和湍流扩散等扩散理论，可以得到污染物迁移、转化的基本方程：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha \text{div}(\text{grad}C) = \sigma_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \sigma_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, t > 0, -\infty < x, y, z < +\infty \quad (4-2)$$

式中：其中 X 轴取污染源下风向轴线方向，Y 轴为在水平地面上垂直于 X 轴的直线，Z 轴为铅直向上方向； $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 分别为 x, y, z 方向上的扩散系数，单位为 m ，与大气稳定性和下风距离直接相关； div 为散度。

这是无界区域的抛物型偏微分方程，假设初始条件为作用在坐标原点的点源函数，能够将其记作：

$$C(x, y, z, 0) = Q\delta(x, y, z) \quad (4-3)$$

其中 Q 为 PM2.5 污染物总量， $\delta(x, y, z)$ 为单位强度的点源函数。

在 (4-3) 式约束下，由高斯扩散模式，并考虑源高，可推导得出^[7]（文献中得到，此处推导过程不做赘述）：

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q}{2\pi k \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (4-4)$$

$H(m)$ 为离地面的有效排放高度，假定平均风速 $k(m/s)$ 沿 x 轴方向。

该模型的基本假设为：

- (1) 污染物在烟羽或烟团的各端面上呈高斯分布；
- (2) 整个研究空间内风速场是均匀稳定的；
- (3) 污染源强是连续均匀的；
- (4) 整个扩散过程污染物质量守恒；

利用公式 (4-4) 需要有很强的假定，而实际的污染扩散还存在着众多对浓度分布影响的因素，如地面及建筑物的反射、重力沉降、雨洗沉积、湿度等，因此有必要对高斯模型进行修正，才能真实的反应实际规律。

4.4.2 改进的高斯模型

(1) 地面及建筑物反射作用

考虑到地面及建筑物边界会对 PM_{2.5} 有一定的反射作用，同时粒子受沉降等作用，PM_{2.5} 不可能被全部被反射回去，只能是部分反射回大气，因此，设地面反射系数为 α ，这样我们可以把某点 P 的污染物浓度看成是两部分作用之和，一部分是不考虑地面影响时 P 点所具有的污染物浓度，另一部分是由于地面反射作用所增加的污染物浓度，这相当于实源和虚拟源在 P 点所造成的污染物浓度之和^[8]，

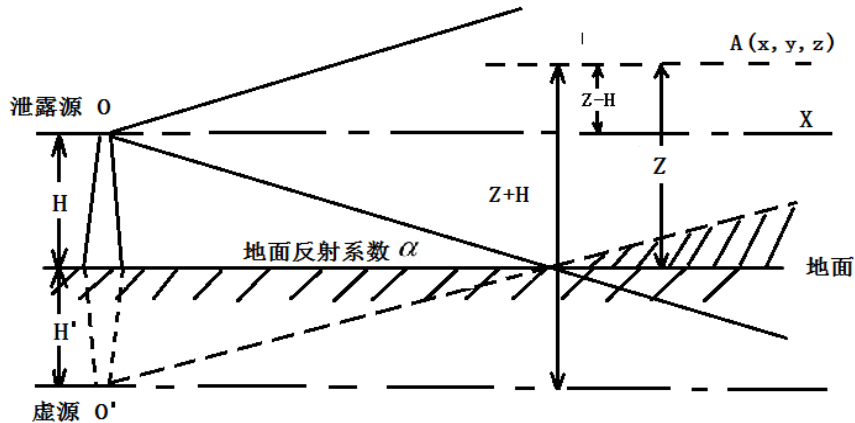


图 4-8 PM_{2.5} 地面反射图

故浓度值可表达为：

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q}{2\pi k \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \alpha \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (4-5)$$

同理，当考虑建筑物边界对污染浓度的影响时的浓度值为：

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q}{2\pi k \sigma_y \sigma_z} \left[\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) + \beta \exp\left(-\frac{(x+2H)^2}{2\sigma_x^2}\right) \right] \quad (4-6)$$

α 表示地面对污染物的反射系数， $\alpha=0$ 表示地面对污染物全部吸收； $\alpha=1$ 表示地面对污染物全部反射，对一般气态污染物和粒径小于 $15 \mu\text{m}$ 的颗粒物取

$\alpha=1$, β 为建筑物边界对污染物的反射系数, 系数选择与 α 类似。

(2) 干沉积的影响

研究表明, 细微颗粒物有明显的重力沉降, 粒子的沉降速度取决于空气阻力和重力, 可用斯托克公式表示:

$$V_s = \frac{\rho g D^2}{18\mu} \quad (4-7)$$

其中: ρ 为粒子密度, 单位 kg/m^3 ; g 为重力加速度, D 为粒子直径, 单位为 m ;

μ 为空气的动力粘性系数, 可取 $1.8 \times 10^{-5} kg/(m \cdot s)$; V_s 为沉降速度, 单位为 m/s ; 由于在扩散过程中同时有重力沉降的位移叠加到烟流中心线上, 中心线就会向下倾斜。实源是以 V_s 的速度向下移动, 在 x 处向下移动的高度为

$$V_s t = \frac{V_s x}{\bar{u}} \quad (4-8)$$

即源高由 H 降到了 $H - \frac{V_s x}{\bar{u}}$,

根据扩散理论和动量传递的普朗克理论, 可以得出干沉积的地面沉积量为:

$$W_d = V_s \times C(x, y, 0) \quad (4-9)$$

其中 W_d 为地面干沉积率, 单位 $Bq \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ 。

(3) 雨洗湿沉积的影响

降雨对烟流中的颗粒物及气溶胶具有清洗作用, 可溶性气体与蒸汽亦可溶于雨水中, 降雨过程造成的这类沉积是导致 $PM_{2.5}$ 向地面沉积的另一种重要机制。通常以冲洗系数 φ 描述降雨对烟流中污染物清洗作用的大小。 φ 与雨强的关系表达式为:

$$\varphi = aI^b \quad (4-10)$$

其中: I 为雨强 (mm/h); a, b 为经验系数。通常情况, 取 $a = 1.2 \times 10^{-5}, b = 0.5$ 。

因此对于湿沉积导致的烟流消耗, 采用湿沉积消耗因子对源强 Q 进行修正:

$$Q_1(x) = \exp\left(-\frac{\varphi x}{k}\right) \quad (4-11)$$

在考虑以上因素后, 修正后的源强为:

$$Q(x) = Q^* Q_1(x) \quad (4-12)$$

综合以上可以得到高架连续点源烟流扩散模式的高斯修正模型为：

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q(x)}{2\pi k \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \alpha \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (4-13)$$

则可得到地面浓度的计算式，即令 $z=0$ ，

$$C(x, y, 0, H) = \frac{Q(x)}{2\pi k \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}\right) (1 + \alpha) \quad (4-14)$$

得到地面轴线方向浓度计算式，即令 $y=z=0$ ，

$$C(x, 0, 0, H) = \frac{Q(x)}{2\pi k \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}\right) (1 + \alpha) \quad (4-15)$$

(4) 湿度的影响

在实际的大气环境中，空气湿度对污染物的扩散影响较大，对颗粒污染物的影响尤为明显。当湿度较大时，水蒸气容易以烟尘、微尘为凝结核而形成雾，使污染物粒子变重而下沉，同时阻碍烟气的扩散，加重了空气污染。所以有雾时，空气中的污染物的浓度往往显著增高。因此，就需要考虑空气湿度变化改进高斯模型。

从物理角度出发，PM2.5 污染物在含湿的大气中扩散的过程可简化为污染物在干空气组分和水蒸气组分的均匀混合物中的扩散，此时，分子扩散系数可以根据多组份扩散的基本理论来求得。

由于空气湿度主要影响分子的扩散系数，设： $\sigma_{mx}, \sigma_{my}, \sigma_{mz}$ 分别为在 x, y, z 方向上在干空气中的分子扩散系数； $\sigma_{x'}, \sigma_{y'}, \sigma_{z'}$ 分别为在 x, y, z 方向上是空气中的分子扩散系数；则 $\sigma_{x'} - \sigma_{mx}, \sigma_{y'} - \sigma_{my}, \sigma_{z'} - \sigma_{mz}$ 分别为湿度对于分子扩散系数的影响变化量。

所以公式 (4-2) 可以修正为：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = (\sigma_x + \sigma_{x'} - \sigma_{mx}) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + (\sigma_y + \sigma_{y'} - \sigma_{my}) \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + (\sigma_z + \sigma_{z'} - \sigma_{mz}) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (4-16)$$

解该方程，可得浓度解为：

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi x (\sigma_y + \sigma_{y'} - \sigma_{my}) (\sigma_z + \sigma_{z'} - \sigma_{mz})^{1/2}} \exp\left[-\frac{k}{4x} \left(\frac{y^2}{\sigma_y + \sigma_{y'} - \sigma_{my}} + \frac{z^2}{\sigma_z + \sigma_{z'} - \sigma_{mz}} \right)\right] \quad (4-17)$$

令 $\sigma_X = \sigma_x + \sigma_{x'} - \sigma_{mx}$ ， $\sigma_Y = \sigma_y + \sigma_{y'} - \sigma_{my}$ ， $\sigma_Z = \sigma_z + \sigma_{z'} - \sigma_{mz}$ ，结合上述考虑污染源高度，地面及建筑物反射，干湿沉降等因素，得出浓度如下：

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q(x)}{2\pi k \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \alpha \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (4-18)$$

由于湿度条件下扩散系数的确定需要大量实验论证，由于时间关系，因此该节仅提出数学模型猜想，未经过实验验证。

(5) 修正高斯模型

综合上述结论，以式(4-13)为基础，加入时间变量 t_r 和 t ，当源强一定时，烟流完全通过P点，在这一时间，在P点产生的浓度如下：

$$\psi(x, y, z, H, t_r) = \frac{Q(x)t_r}{2\pi \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \alpha \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (4-19)$$

当释放持续时间为 t_r 时，烟流长度近似等于 kt_r ，因此烟流完全通过P点所

花的时间为 t_r ，对于从释放开始到某一时刻 t ，烟流在P点作用的时间为 $t - \frac{x}{k}$ ，此时P点处的浓度为：

$$\psi(x, y, z, H, t) = \frac{Q(x)(t - \frac{x}{k})}{2\pi \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \alpha \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (4-20)$$

PM2.5 匀速在大气中向四周扩散速度为 s ，当风速为 k ，下风向时，PM2.5 扩散速度是二者速度的矢量和， x 轴为正方向，则PM2.5 的扩散速度为 $k+s$ ，可得下风向情况下，PM2.5 扩散浓度为：

$$\psi_1(x, y, z, H, t) = \frac{Q(x)(t - \frac{x}{k+s})}{2\pi \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \alpha \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (4-21)$$

同理，上风向时扩散速度为 $k-s$ ，则上风向情况下，PM2.5 扩散浓度为：

$$\psi_2(x, y, z, H, t) = \frac{Q(x)(t - \frac{x}{k-s})}{2\pi \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \alpha \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right] \quad (4-22)$$

通过以上两式，可以得出，当高度为 H ，时间为 t ，风速为 k 时，上风和下风 L 公里处的浓度分别为：

$$\psi_1(L,0,0,H,t) = \frac{Q(x)(t - \frac{L}{k+s})}{2\pi\sigma_y\sigma_z} (1+\alpha) \exp(-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}) \quad (4-23)$$

$$\psi_2(L,0,0,H,t) = \frac{Q(x)(t - \frac{L}{k-s})}{2\pi\sigma_y\sigma_z} (1+\alpha) \exp(-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}) \quad (4-24)$$

4.2.3 数值仿真实验

对结论式 4-21 进行数值仿真实验，所有仿真程序由 Matlab 实现。

(1) 参数的选择

在模型中，参数的选取及确定非常重要，通常情况下气象参数的选取时利用该地区多年气象资料，采取工业安全与环保统计的方法进行有关参数的确定，而其他扩散参数是以实际测定为基础的^[10]。

根据国家标准(GB/T13201-1991)制定地方大气污染物排放标准的技术方法的规定，划分大气稳定度的级别，共分为 6 级 A-F，A 为极不稳定；F 为极稳定。首先，根据释放源所在地的经度和纬度以及泄漏的日期和时间计算当时的太阳高度角；然后，由太阳高度角和云量查出太阳辐射等级；最后，再根据地面风速确定当时的大气稳定度，

扩散系数 σ_y ， σ_z 的大小与大气湍流结构，离地高度，地面粗糙度，泄漏持续时间，抽样时间间隔，风速，以及离开泄漏源的距离等因素有关。按照 Pasquill 的分类方法，随着气象条件稳定性的增加，大气稳定度可以分为 A, B, C, D, E, F 六类。其中 A 表示气象条件最不稳定，F 表示气象条件中等稳定。有风时的扩散参数， (σ_y, σ_z) 的确定采用 Briggs 给出一套扩散参数。

大气稳定度级别参考表及 Briggs 扩散参数表均在附录中给出，此处不做赘述。

(2) PM2.5 在不同风速时的扩散规律

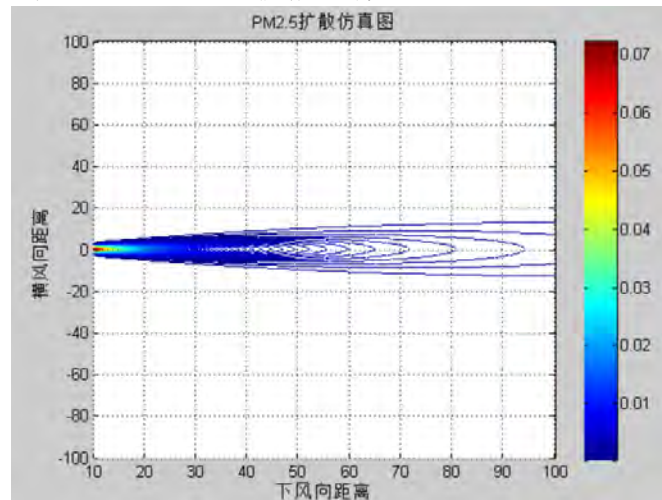


图 4-9 PM2.5 扩散模拟图

为了研究风速对 PM2.5 污染物扩散的影响，恒定源高、源强等条件，改变风速，得到 PM2.5 污染物下风向地面浓度分布，如图 4-9 所示。

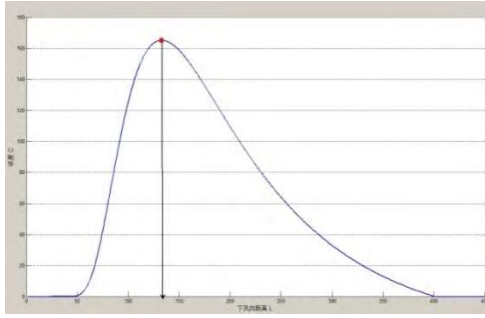


图 4-10 PM2.5 地面距离-浓度图

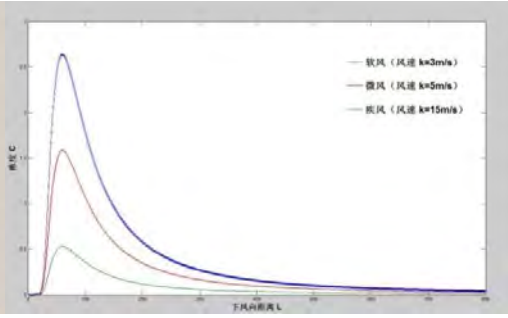


图 4-11 不同风速 PM2.5 地面距离-浓度图

图 4-10，在恒定条件下，PM2.5 扩散浓度呈正态分布，扩散浓度逐渐达到最大，在横向距离增大到一定值以后，扩散浓度逐渐降低，直至为零。

图 4-9，随着距污染源下风向距离的增大，扩散浓度的变化渐趋平缓，但污染扩散所能影响的范围有所增加。

图 4-11，随着风速逐渐增大，PM2.5 浓度最大值变小，下降速率逐渐变大，扩散速度增加。

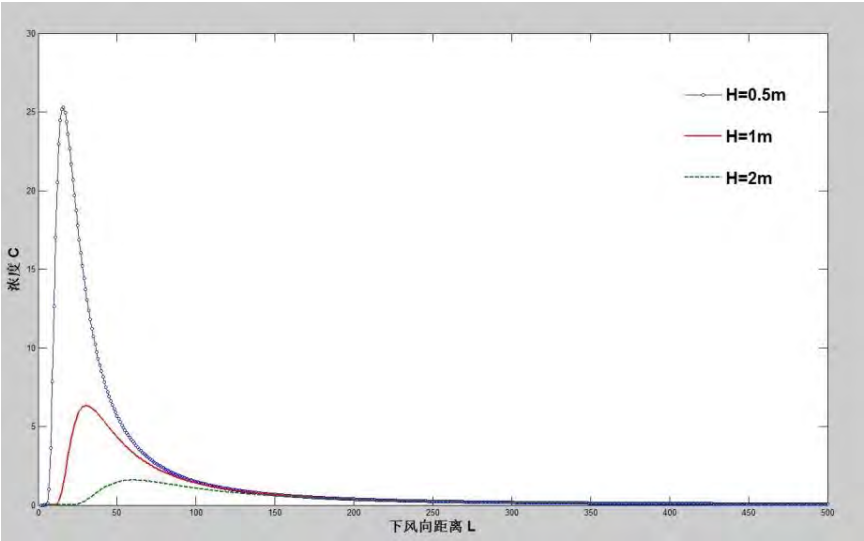


图 4-12 不同源高 PM2.5 地面距离-浓度图

(3) PM2.5 污染源高度不同时的扩散规律

恒定风速、源强等条件，改变源高，得到 PM2.5 污染物下风向地面浓度分布，如图 4-12 所示。分析发现源高的增大将导致污染物浓度最大值向下风向偏移，扩散与稀释速度加快，污染浓度最大值明显降低。

4. 2. 4 实例验证

通过该结论可以得出，当某监测点 PM2.5 异常时，根据当时气象条件，可以计算得出上风和下风 L 公里处的浓度，当浓度高于限值时，即为污染区；低于限值，即为安全区。

根据以上得出结论，以武汉为例，计算某处 PM2.5 的浓度突然增值 2 倍，持续 2 小时，我们以 PM2.5 浓度在 $75\text{mg}/\text{m}^3$ 以下为安全区域，假定源高 20m，

风速 3m/s，则扩散情况如图 4-13，4-14 所示，

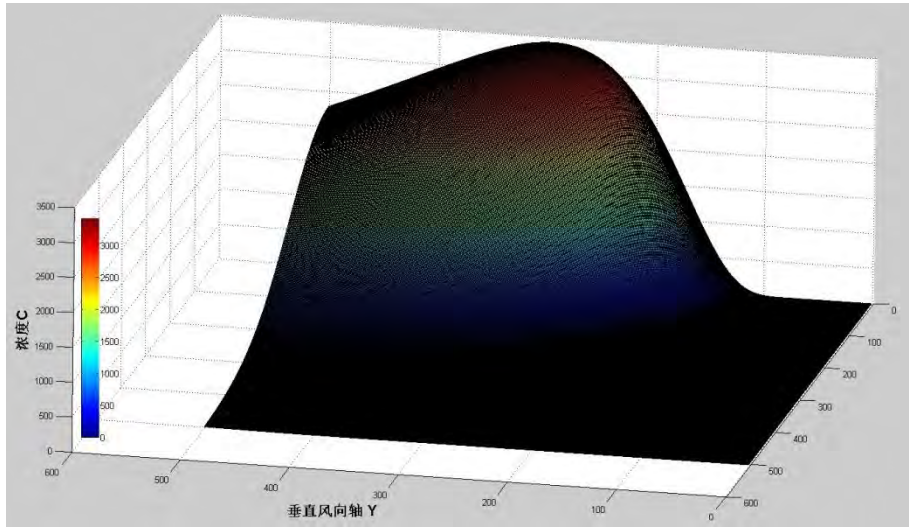


图 4-13 突发情形 PM2.5 扩散三维图

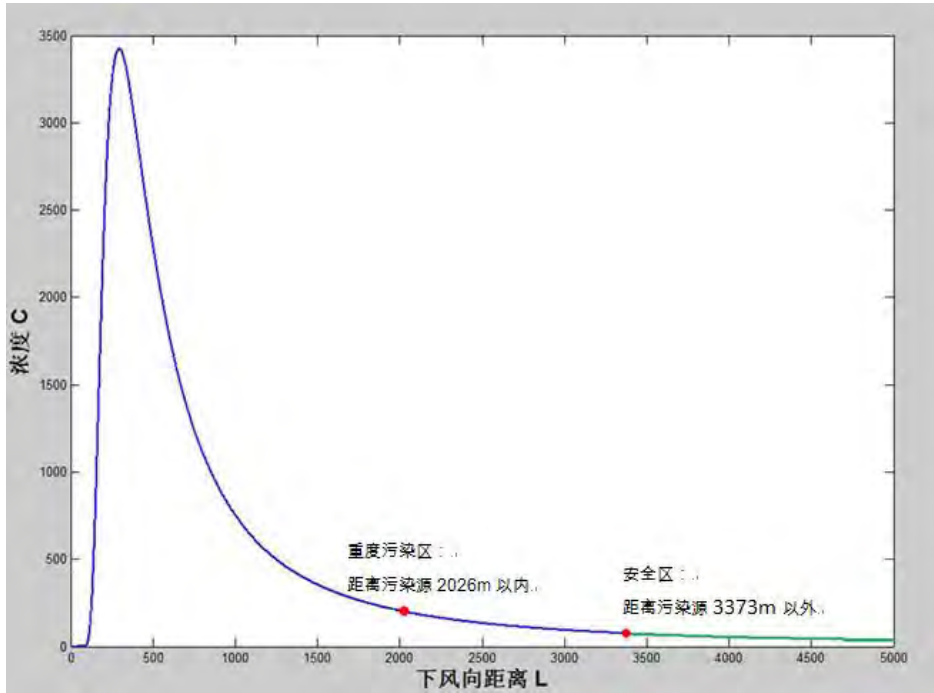


图 4-14 突发情形 PM2.5 安全距离

Matlab 计算得知，浓度最高点在距离污染源 500 米左右，在距污染源 3373 米处，浓度即降至安全程度，即，在距污染源下风向 3373 米内，均为危险区，其中，在距污染源 2026 米内为重度污染区。

4. 2. 5 小波神经网络的 PM2. 5 预测模型

通过第一问中对 PM2.5 污染与各影响因子的相关分析可以得出，进入 PM2.5 污染预报模型的主要影响因子有二氧化硫、二氧化氮、PM10、臭氧、一氧化碳的 AQI 值，以及气象因素温度、湿度、气压、风速、水汽压等因素。这些预报因子的选择能够较好的反映出 PM2.5 污染的情况，根据我们已经采集的数据，

选取二氧化硫、二氧化氮、PM10、臭氧、一氧化碳及温度、湿度、气压、风速、水汽压一共 10 个影响因子进入模型。

在解决第一个问题中，我们基于主成分分析及多元回归分析对各因子的相关性进行了分析，但实际建模中，各相关因子与 PM2.5 的 API 值之间有时并不存在明显的线性关系，而更趋向于非线性问题。而神经网络是处理大规模问题的一种强有力的工具，人工神经网络得以广泛应用的主要原因在于它的学习能力，多输入并行处理能力、非线性映射和容错能力，以及通过新的学习获得自适应性的能力，因此更适用于解决非线性问题。

小波分析是近十几年来发展起来的一种强有力的数学工具，其对非平稳随机信号具有良好的时频局部特性和变焦能力，原则上可以替代 Fourier 变换应用的所有场合。但是，小波理论的应用一般被限制在小规模的范围内，其主要原因是，大规模的应用对小波基的构造和存储需要大量的花费。

(1) 小波神经网络的结构

我们将小波理论与人工神经网络相结合，用小波神经元代替传统神经元，通过仿射变换建立起小波变换与网络参数之间的连接，对 PM2.5 值进行逼近并预测。小波神经网络的拓扑结构如图 4-15 所示，只要在输出层增加节点，即可构成多输入多输出小波神经网络：

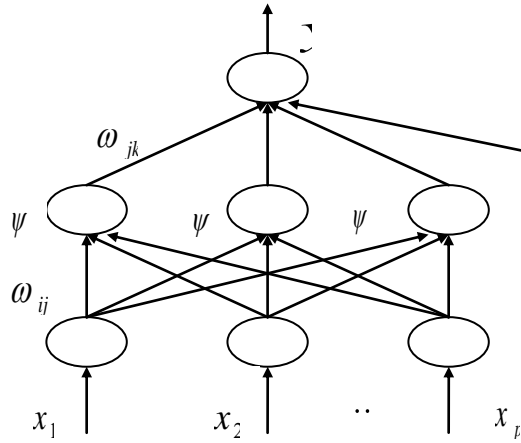


图 4-15 小波神经网络拓扑结构

其中 x_1, x_2, \dots, x_k 是小波神经网络的输入参数， y 是小波神经网络的预测输出， ω_{ij}, ω_{jk} 是小波神经网络的权值。在输入信号序列为 $x_i (i=1,2,\dots,k)$ 时，隐含层输出计算公式为：

$$h(j) = \psi_j \left(\frac{\sum_{i=1}^k \omega_{ij} x_i - b_j}{a_j} \right) \quad j=1,2,\dots,l \quad (4-25)$$

其中， $h(j)$ 为隐含层第 j 个节点输出值； ψ_j 为小波基函数； a_j, b_j 分别为

小波基函数的伸缩因子和平移因子。

该小波神经网络结构中的尺度参数和平移参数不是固定的，它没有小波系数作为权值，而是直接采用类似神经网络的权值。除了中间层与输出层之间的权值外，自适应小波神经网络结构中的尺度参数和平移参数都可以通过相应的学习算法来调节。

小波神经网络输出层计算公式为

$$y(k) = \sum_{i=1}^l \omega_{ik} h(i) \quad k=1,2,\dots,m \quad (4-26)$$

本文提出的小波神经网络模型，目标是使近似值与实际值间的差距最小，所使用的数学优化方法需要小波函数的导数。因此，模型中将采用非正交可微的小波函数作为隐层小波基函数，如 Morlet 母小波基函数，其表达式为

$$y = \cos(1.75x) e^{-x^2/2} \quad (4-27)$$

(2) 小波神经网络算法

小波神经网络权值参数修正算法类似于 BP 神经网络权值修正算法，采用梯度修正法修正网络的权值和小波基函数参数，从而使小波神经网络预测输出不断逼近期望输出。小波神经网络修正过程如下：

计算网络预测误差

$$e = \sum_{k=1}^m y_n(k) - y(k) \quad (4-28)$$

式中， $y_n(k)$ 为期望输出， $y(k)$ 为小波神经网络预测输出。

根据预测误差 e 修正小波神经网络权值和小波基函数系数

$$\omega_{n,k}^{(i+1)} = \omega_{n,k}^i + \Delta\omega_{n,k}^{(i+1)} \quad (4-29)$$

$$a_k^{(i+1)} = a_k^i + \Delta a_k^{(i+1)} \quad (4-30)$$

$$b_k^{(i+1)} = b_k^i + \Delta b_k^{(i+1)} \quad (4-31)$$

式中， $\Delta\omega_{n,k}^{(i+1)}, \Delta a_k^{(i+1)}, \Delta b_k^{(i+1)}$ 是根据网络预测误差计算得到：

$$\Delta\omega_{n,k}^{(i+1)} = -\eta \frac{\partial e}{\partial \omega_{n,k}^{(i)}} \quad (4-32)$$

$$\Delta a_k^{(i+1)} = -\eta \frac{\partial e}{\partial a_k^{(i)}} \quad (4-33)$$

$$\Delta b_k^{(i+1)} = -\eta \frac{\partial e}{\partial b_k^{(i)}} \quad (4-34)$$

式中， η 为学习速率。

基于小波神经网络的 PM2.5 值预测算法流程如图所示：

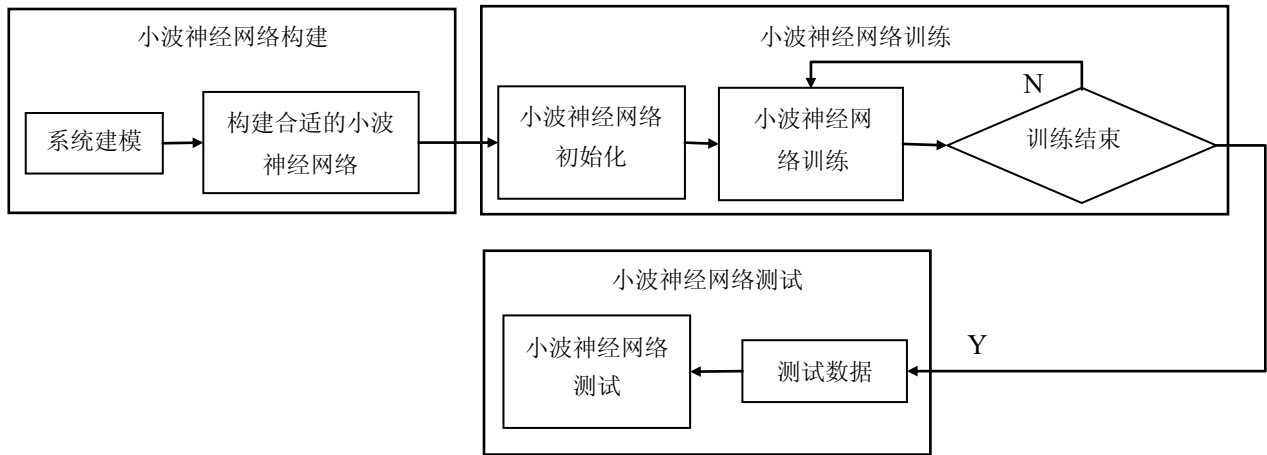


图 4-16 PM2.5 值预测算法流程图

（3）PM2.5 预测

经过测试，本文选择最优的小波神经网络结构为 10-6-1，输入层有 10 个节点，表示影响 PM2.5 值的 10 个影响因子，隐含层有 6 个节点，输出层有 1 个节点，为网络预测的 PM2.5 值。网络权值和小波基函数在参数初始化时随机得到。

此模型中学习速率经过反复验算设定为 0.01，学习动量常数设为 0.001，最大训练次数为 2000。

所采用的实验数据为 2013 年 1 月 1 日至 2013 年 6 月 30 日武汉市的二氧化硫、二氧化氮、PM10、臭氧、一氧化碳的 API 值，以及气象因素温度、湿度、气压、风速、水汽压值，共 181 条，其中 151 条训练数据，30 条测试数据。

对该地区建立小波神经网络模型，训练过程中神经网络预测误差变化趋势如图所示：

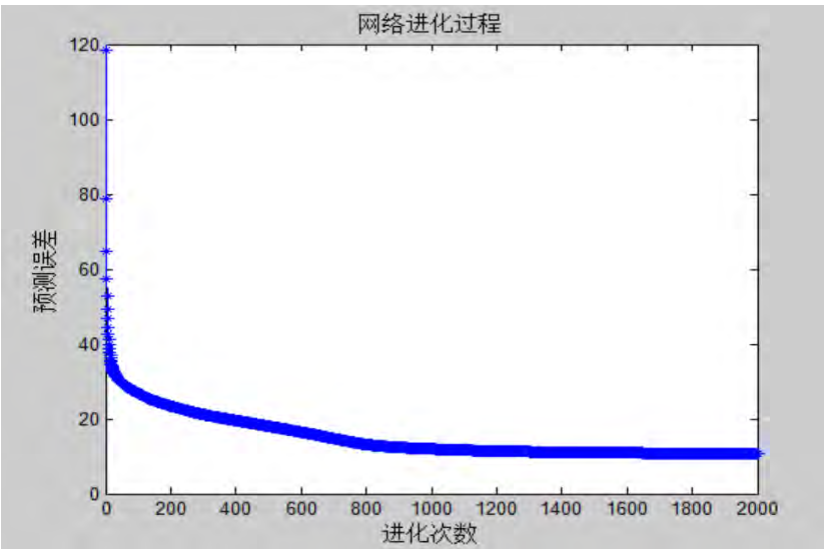


图 4-17 预测误差变化趋势

用训练好的小波神经网络预测 PM2.5 的值，预测结果与实际值比较如图所

示：

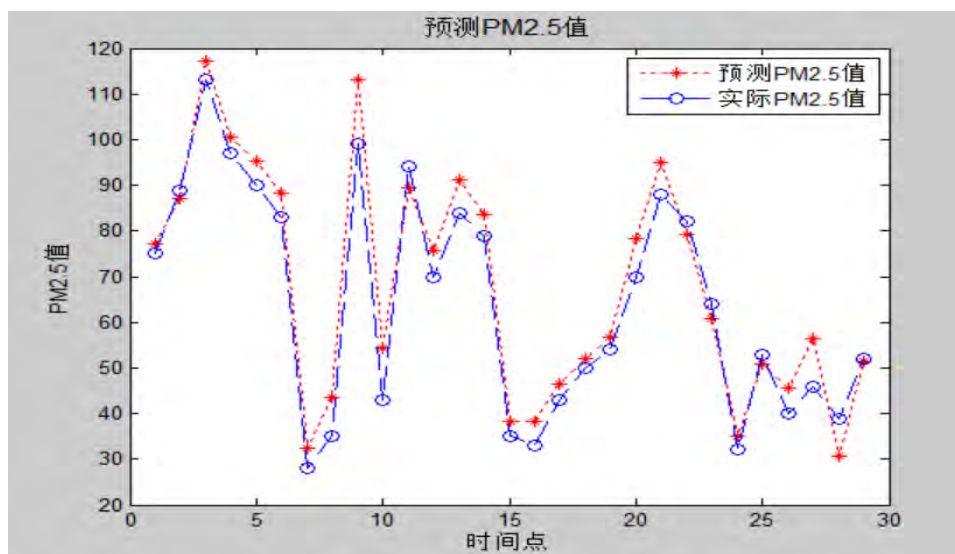


图 4-16 小波神经网络预测与实际值比较

由图可见，对测试数据的预测值与 PM2.5 实测值的拟合度很高，可以满足实际预报的需要。

五、问题三的分析与求解

5.1 问题描述

地方环境管理部门关心的重要问题之一是，为建设良好的人居环境，利用有限财力，制定本地区空气质量首要污染物 PM2.5 的减排治污可行规划。数据 1 所在地区的环境保护部门考虑治污达标的紧迫性和可行性，在未来五年内，拟采取综合治理和专项治理相结合的逐年达到治理目标的方案。请考虑以下问题：

该地区目前 PM2.5 的年平均浓度估计为 280（单位为 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ），要求未来五年内逐年减少 PM2.5 的年平均浓度，最终达到年终平均浓度统计指标 35（单位为 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ），请给出合理的治理计划，即给出每年的全年年终平均治理指标。

据估算，综合治理费用，每减少一个 PM2.5 浓度单位，当年需投入一个费用单位（百万元），专项治理投入费用是当年所减少 PM2.5 浓度平方的 0.005 倍（百万元）。请你为数据 1 所在地区设计有效的专项治理计划，使得既达到预定 PM2.5 减排计划，同时使经费投入较为合理，要求你给出五年投入总经费和逐年经费投入预算计划，并论述该方案的合理性。

5.2 PM2.5 治理计划

根据题目三中的信息可知，该地区目前 PM2.5 的年平均浓度估计为 280（单位为 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ），若希望在未来五年内逐年较少 PM2.5 的年平均浓度，最终在五

年后达到 PM2.5 年平均浓度为 35，经综合考虑，有以下三种治理计划：

5.2.1 长期治理计划

依 PM2.5 的形成机理可知，主要来源有自然源和人为源，自然源作为非可控因素，一直在自然界中存在。同时，在人为源中，燃烧燃料、工业生产过程排放、交通运输排放则占较大比重。近年来，我国工业型大城市灰霾天气逐渐增多，空气中 PM2.5 平均浓度也持续上升，这主要是由于燃煤电站及工业烟粉尘排放细颗粒物所造成的。

在 PM2.5 的传统治理方法中，对工业排放污染的控制是一项主要的方法，如：工业区的外迁、企业生产过程中的技术升级和提升工业区的排放标准。

这些方法虽然能解决集中的污染问题，但是，工业区的外迁虽然会解决大型工业城市雾霾天气的问题，但是工业区从一个区域迁移到另外一个区域，不仅仅会增加企业生产的成本，还会造成污染区的扩散。再者，企业生产过程中技术的改进会控制污染源，但短时间内要求大量的企业进行生产过程中技术升级，硬件设施可能会在短时间满足这一要求，但软件设施（如相应的管理人员，专业的技术操作人员等）则需要长时间的积累才能满足这一要求，并且技术升级对大型生产企业可能会实现，但对众多的中小型企业则在成本上则难以承受。

最后，提升排放标准或许是最快的解决雾霾天气，降低 PM2.5 浓度的方法，但如果要在短时间内强行推进，将会对该地区的工业生产造成灾难性的影响，甚至会导致区域性的经济问题，造成社会危机。

所以此治理计划旨在五年内，结合目前该地区的经济、社会和环境等，在保证区域经济持续发展的同时，采取各种措施，解决 PM2.5 污染的问题。

假设在各种措施的治理下，PM2.5 值和年份数存在函数关系，PM2.5 值为 y ，年份数为 x ，

结合 PM2.5 值的变化趋势，假设函数：

$$y = a \times e^x + b \quad (5-1)$$

其中 a, b 为任意实数，根据题目三中的数据，当前的 PM2.5 值为 280，五年后，PM2.5 值降低到 35，则

$$\begin{cases} y = 280, x = 0 \\ y = 35, x = 5 \end{cases}$$

将此组数据代入 5-1 式中，可以求的 a, b 的值，即：

$$a = -1.663, b = 281.663$$

则目标函数即为：

$$y = -1.663 \times e^x + 281.663 \quad (5-2)$$

由目标函数，可作出下图：

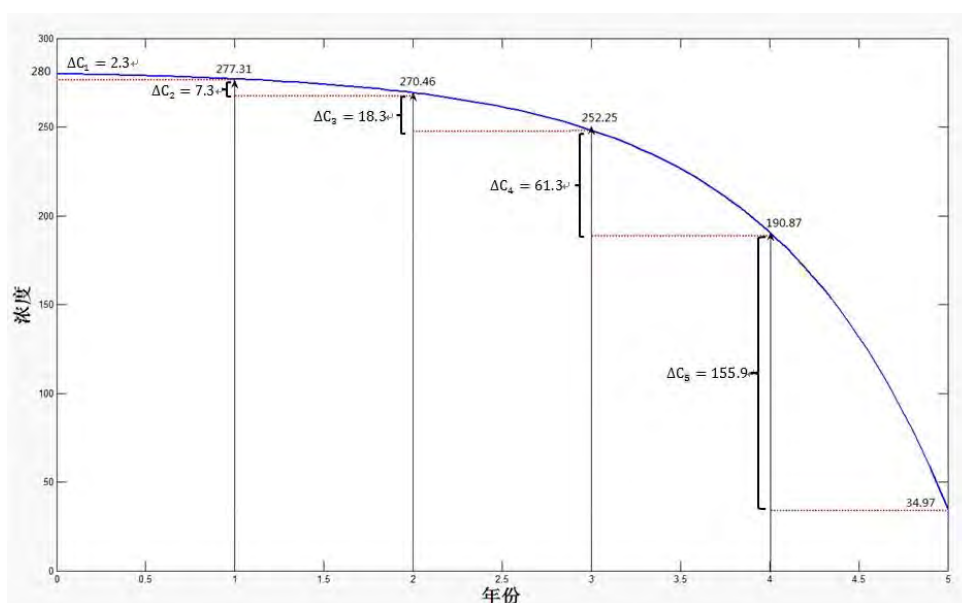


图 5-1 目标函数图像

由上图可以清楚的看出，目标函数是个持续递减的曲线，且在不同的年份，递减的弧度有很大的变化。从图中标记处的点处，可以得到如下表格：

表 5-1 未来 5 年 PM2.5 目标值

年份	0	1	2	3	4	5
PM2.5 值	280	277.73	270.46	252.25	190.87	34.97

表 5-2 未来 5 年 PM2.5 值变化额

年份	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
PM2.5 值变化额	2.3	7.3	18.3	61.3	155.9

由上表可以清楚的看到 PM2.5 值的变化趋势，在刚开始的两年 PM2.5 值变化额很小，但在两年以后的长期发展中，PM2.5 值的变化幅度迅速增加，直至第五年底，PM2.5 值达到目标值。

这是一个长期渐进性的治理计划，与武汉市特殊的地区情况分不开，武汉是我国中部地区重要的老工业基地，据武汉市统计局官网上的统计数据可知，2013 年武汉市上半年的经济增长迅速，上半年 GDP 总额达 4204.96 亿元，同比增长 9.6%，增速比一季度快 0.6 个百分点。其中，第一产业增长额 108.3 亿元，增幅 4%，第二产业增长额 1947.92 亿元，增幅 10%，第三产业增长额 1077.78（已经剔除房地产的增长额），增长幅度为 6.4%。由此可见，虽然武汉市已经在倡导经济转型，但第二产业即工业在武汉市的经济成分中仍然占据着非常重要的地位，这也说明，如果短时间内强制性的解决 PM2.5 污染的问题，可能会对整体经济的发展和社

会稳定造成影响。所以可以采用渐进性的治理计划，即已经投产的大型工业项目继续运转，但同时，也要解决经济转型中的各种问题，努力优化产业结构，武汉市和杭州市、苏州市的 GDP 总额相差并不远，但服务业的比重却只有杭州市和苏州市的

一半，因此要大力发展现代服务业，充分发挥东湖新技术开发区、武汉经济技术开发区、吴家山经济技术开发区等国家级开发区的辐射作用，加快形成战略性新兴产业的新优势，从而在新兴产业中占据有利位置。

同时，由于经济大体转型期约为 3 年到 7 年时间，因此，这种“治根”的方法可能在短时间内对 PM2.5 污染的问题效果不大，但一旦经济从整体上向第三产业转移，第二产业逐渐萎缩，那么对该区域内 PM2.5 值将会产生剧烈的影响。

5.2.2 快速治理计划

由于第一种方法在治理 PM2.5 问题方面，发挥作用的时间较长，前两年效果不是特别明显。而 PM2.5 污染对人类身体健康会产生很大的有害影响，因此，迅速的降低武汉市 PM2.5 值，保护城市居民的身体健康，也是非常重要的，若如此要求，则可以采用其他方法降低 PM2.5 值。

根据最新发布的《环境空气质量标准》(GB3095-2012)和武汉市环境保护“十二五”规划，参考《山东省 2013-2020 年大气污染防治规划》，若要求武汉市的 PM2.5 值从当前的 280 降低到五年后的 35，可以分三期实现，第一期(第一年、第二年)：初见成效，PM2.5 值相比于当前降低 30%；第二期(第三年)：持续改善，PM2.5 值相比于当前降低 30%；第三期(第四年，第五年)：基本达到目标，PM2.5 值相比于当前降低 40%。

详情可见下表：

表 5-3 未来五年 PM2.5 降低百分比

年份	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
PM2.5 值变化额度	15%	15%	30%	20%	20%

具体到每年的指标为：

表 5-4 未来五年 PM2.5 降低额度

年份	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
PM2.5 值降低额度	36.75	36.75	73.50	49.00	49.00

从武汉市环境保护“十二五”规划中也可以清楚的看到，武汉市计划在“十二五”期间，狠抓主要污染物减排，继续加大产业结构调整力度，确保电力、钢铁、水泥、有色金属、造纸等行业淘汰落后产能任务按期完成。积极发展新能源、新材料等新兴产业，遏制高能耗高污染和资源性行业增长，淘汰不符合国家产业政策的项目。通过工业结构调整，关闭、搬迁、转产企业共 53 家，预计削减化学需氧量 1253 吨/年、氨氮 658 吨/年，二氧化硫 2909 吨/年、氮氧化物 997 吨/年。“十二五”期间通过推进企业实施清洁生产审核，加大工业领域清洁生产审核力度，从企业生产工艺改革创新增强结构减排力度。全面防控机动车排气污染，实施国家机动车国Ⅳ排放标准，禁止不符合国家机动车排放标准的车辆生产、销售和注册登记；提高油品质量，推进车用燃料低硫化；严查冒黑烟车辆，落实一环线“黄标车”限行措施，适时扩大“黄标车”限行区域；2015 年淘汰所有登记注册的营运黄标车等措施。

5.2.3 全面治理计划

在题一中结论，我们得出了影响 PM2.5 值的其他五项因素与 PM2.5 值的目
标方程：

$$LnY = 0.969 + 0.2262 LnX_1 + 0.2416 LnX_2 + 0.3526 LnX_3 + 0.3546 LnX_4 - 0.2154 LnX_5$$

(5-3)

其中 Y 为 PM2.5 值， X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 分别为每日空气中二氧化硫、二氧化
氮、可吸入颗粒物、一氧化碳和臭氧的含量。

从目标方程可以看出，二氧化硫、二氧化氮、可吸入颗粒物、一氧化碳对
PM2.5 值都是正相关，臭氧对 PM2.5 值则是负相关关系，因此，若作出五年计
划来降低空气中二氧化硫、二氧化氮、可吸入颗粒物、一氧化碳的浓度，一定
程度上提高空气中臭氧的浓度，则可以精确地降低 PM2.5 值。

根据《国务院关于印发大气污染防治行动计划的通知》(国发[2013]37 号)、
武汉市环境保护“十二五”规划、关于执行大气污染物特别排放限值的公告(环
保部公告 2013 年第 14 号)文件，可采取渐进性方法分项降低空气中二氧化硫、
二氧化氮、可吸入颗粒物、一氧化碳的浓度，依据武汉市环境保护“十二五”
规划中污染控制指标，可以将二氧化硫、二氧化氮、可吸入颗粒物、一氧化碳
的减排量作出下表：

根据附件一中的数据和题三中给出的当前 PM2.5 的值，可以选择一组初始
分项数据，根据目标方程可以计算出，若要达到题三中所给的目标值，即五年
后期望的空气中 PM2.5 的平均浓度为 35，则五年后，空气中二氧化硫、二氧化
氮、可吸入颗粒物、一氧化碳和臭氧的终值应该如下表：

表 5-5 综合治理目标值

名称	二氧化硫	二氧化氮	可吸入颗粒物	一氧化碳	臭氧	PM2.5
当前值	57	89	145	61	15	282
五年后终值	11.4	17.8	29	6.1	10.5	34.37
减幅	80%	80%	80%	90%	30%	87%

平均到每一年，即从当前开始的五年时间内，需要完成如下减排指标：

表 5-6 综合治理分年目标

名称	二氧化 化硫	二氧化 化氮	可吸入颗 粒物	一氧 化碳	臭氧	PM2.5	PM2.5 的 减少幅度
一年后终值	47.88	74.76	121.80	50.02	14.10	220.77	18%
二年后终值	38.76	60.52	98.60	39.04	13.20	172.44	36%
三年后终值	29.64	46.28	75.40	28.06	12.30	124.97	54%
四年后终值	20.52	32.04	52.20	17.08	11.40	78.79	74%
五年后终值	11.40	17.80	29.00	6.10	10.50	34.37	87%

在分项治理计划中，其中武汉市环境保护局也采取了很多方法来降低空气
中这些有害气体的浓度，如(武环办〔2013〕16 号)《武汉市环保局办公室关
于印发 2013 年综合整治二环线至三环线内燃煤锅炉烟尘污染工作方案的通知》
中，分项治理各个区的目标任务，这可以迅速的降低空气中二氧化氮和可吸入

颗粒物的浓度，又如（武汉市环保部公告 2013 年第 24 号）《关于公布全国燃煤机组脱硫脱硝设施等重点大气污染减排工程的公告》中，非常详尽的规定了全国各个燃煤机组采用的脱硫脱硝方法，对本地区的燃煤企业也有了详细的减排规定。

5.3 费用预算计划

根据对以上三种方法的分析，我们选取第三种方法的作为我们的治理实施方案，即

表 5-7 每年 PM2.5 降低目标

	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
PM2.5 的变化值 A_i	59.23	48.32	47.47	46.18	44.42

根据题意，每减少一个 PM2.5 浓度单位，综合治理费用为一个费用单位（百万元），而专项治理投入费用是当年所减少 PM2.5 浓度平方的 0.005 倍（百万元）。在达到治理目标（5 年时间 PM2.5 浓度有 $280 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 将至 $350 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ）的前提下，我们考虑合理安排每年综合治理和专项治理的指标，使得所花费的费用最少。由此我们建立以下数学模型：

符号假设：

- 1) 第 j 年综合治理引起的 PM2.5 浓度变化为 ΔC_1^j ；
- 2) 第 j 年专项治理引起的 PM2.5 浓度变化为 ΔC_2^j ；
- 3) 专项治理所产生的费用为 F_1 ；
- 4) 综合治理所产生的费用为 F_2 ；

则

$$F_1 = \sum_{j=1}^5 \Delta C_1^j, F_2 = 0.005 \sum_{j=1}^5 \Delta C_2^j, \quad (5-4)$$

根据目标费用最小，我们有：

$$\text{Min } F_1 + F_2$$

s. t.

$$\sum_{i=1,2; j=1,2,3,4,5} \Delta C_i^j \geq 245$$

$$\Delta C_1^j + \Delta C_2^j \geq A_j, j = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (5-5)$$

$$\Delta C_i^j \geq 0, i = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4, 5$$

由此计算得出达到目标值所需最少总费用，以及专项治理及综合治理分别产生的费用。

参考文献

- [1]国家环境保护局, 中国环境科学研究院, 城市大气污染总量控制方法手册, 北京: 中国环境科学出版社, 1991.
- [2]平措, 大气污染扩散长期模型的应用研究〔硕士学位论文〕, 天津: 天津大学, 2006.
- [3]陆雍森. 环境评价(第二版), 上海: 同济大学出版社, 1999. 9.
- [4]胡世明, 气体释放源的三维瞬态重气扩散研究, 劳动保护科学技术, 2002, 3(20):28—30.
- [5]罗艾民, 魏利军. 有毒重气泄露安全距离数值方法, 中国安全科学学报, 2005. 8:98-100.
- [6]余常昭. 环境流体力学导论. 北京. 清华大学出版社 1992. 10
- [7]尹凤, 梅宁. 气体污染物线源扩散模型的理论及数值模拟. 中国高等教育学会工程热物理专业委员会第十一届全国学术会议论文集. 哈尔滨. 中国高等教育学会工程热物理专业委员会. 2005. 5 790-793
- [8]姬文超, 李华等, 大亚湾核电站正常运行工况下气载放射性流出物浓度计算, 辐射防护, 2007. 11:336-343
- [9]韩力群. 人工神经网络理论、设计及应用[M]. 北京: 化学工业出版社, 2002, 17~23.
- [10]ROBINS A. Wind tunnel dispersion modeling some recent and not so recent achievements[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003, 91(12):1777-1790.
- [11]21 世纪环境保护与综合治理(上、下卷)北京 科技技术文献出版社 2000. 5

附录

大气稳定度的级别参考表

地面风速 ($m \cdot s^{-1}$)	白天太阳辐射			阴天的白天或夜间	有云的夜晚	
	强	中	弱		薄云遮天或低云 ≥ 0.5	云量 ≤ 0.4
<3	A	A-B	B	D	-	-
2月3日	B	B	C	D	E	F
3月5日	B-C	B-C	C	D	D	E
5月6日	C-D	C-D	D	D	D	D
>6	C	D	D	D	D	D

Briggs 扩散参数 (开阔平原田野)

大气稳定度	σ_y	σ_z
A	$0.22x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.2x$
B	$0.16x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.12x$
C	$0.11x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.08x(1+0.0002x)^{1/2}$
D	$0.08x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.06x(1+0.0015x)^{1/2}$
E	$0.06x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.03x(1+0.0003x)$
F	$0.04x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.016x(1+0.0003x)$

Briggs 扩散参数 (城市)

大气稳定度	σ_x	σ_y
A-B	$0.32x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.24x(1+0.0001x)^{-1/2}$
C	$0.22x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.20x$
D	$0.16x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.14x(1+0.0003x)^{-1/2}$
E-F	$0.11x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.08x(1+0.0015x)^{-1/2}$