

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校	华东交通大学
--------	--------

参赛队号	10404005
------	----------

队员姓名	1.王培
	2.许云飞
	3.梅艳红

参赛密码 _____

(由组委会填写)



第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 乘用车物流运输计划问题

摘 要：

本文针对物流运输过程中存在的运输效率低和运输成本不理想等诸多问题，通过合理的分配运输方案解决这些问题迫在眉睫，整车物流是当前解决这些问题的有效方案，从可以调用的“轿运车”中选择出若干辆轿运车，给出其中每一辆轿运车上乘用车的装载方案和目的地，充分利用轿运车的最大运能，以保证运输任务的完成。本文通过整数线性规划和最短路径算法得到合理的配载方案和适当的运输路线，有效的降低运输成本且提高运输效率。

针对问题一要运输 I 型乘用车 100 辆及 II 型乘用车 68 辆到同一目的地，由于 I 型车和 II 型车均可放在 1-1 型和 1-2 型轿运车的上层和下层，求解过程中只需考虑乘用车车长与轿运车车长的关系，保证轿运车的空间利用率最大化，建立乘用车车型与装载数量的整数线性规划模型。确定出最少的轿运车数量，最优的乘用车分配方案：2 辆 1-2 型轿运车和 16 辆 1-1 型轿运车。

针对问题二要运输 II 型乘用车 72 辆及 III 型乘用车 52 辆到同一目的地，考虑到 III 型乘用车高度超过 1.7m 的实际情况，该型车只能放在 1-1 型和 1-2 型轿运车的下层，尽量满足下层装满，上层两列对称，以保证轿运车行驶平稳，基于这些情况，再结合问题一的模型，运用整数线性规划对 II 型和 III 型乘用车进行配载。确定出最少的轿运车数量，最优的乘用车分配方案：1 辆 1-2 型轿运车和 12 辆 1-1 型轿运车。

针对问题三物流公司要运输 I 车型的乘用车 156 辆、II 车型的乘用车 102 辆及 III 车型的乘用车 39 辆到达同一个目的地，结合前两问，要使得轿运车的运能最大化，节省运输成本，则每辆轿运车应尽可能的装满，空间利用率高，确定出

完成运输任务所需的最少轿运车数量以及最优的乘用车分配方案: 5 辆 1-2 型轿运车和 25 辆 1-1 型轿运车。

针对问题四, 结合前三问建立简化的最大运能配载优化模型, 先确定保证完成运输的最少轿运车使用数量。再利用最短路径算法分析, 得出在轿运车车辆最少的情况下, 所有轿运车运行里程最短并且保证中途卸货量最少的最优解。最后得出的最优方案为: 4 辆 1-2 型、21 辆 1-1 型轿运车, 运输过程中共卸货 3 辆, 其中在 D 处卸 1 辆 1-1 型, 在 B 处卸 2 辆 1-1 型车。

针对问题五, 经过一定的理论分析, 排除了从车辆宽度出发考虑最大运能配载的情况。再从车辆长度出发, 对轿运车的数据进行动态规划处理, 得出轿运车的简化模型; 然后求出轿运车最大运能的临界值, 结合启发式算法对乘用车的数据进行筛选优化, 得出乘用车的简化模型。最后对轿运车及乘用车的简化模型进行整数线性规划, 得到满足轿运车最大运能下的最少车辆数为 114 辆。确定最少车辆数后, 运用最短路径算法规划出合理的配送方案并对简化模型进行还原, 确定出具体的配送方案。

关键词: 整数线性规划, 运能模型, 启发式算法, 最短路径算法

1 问题重述

据统计数据显示: 2012 年, 我国汽车销量已达到 1364 万辆, 第一次超越日本, 成为仅次于美国的第二大汽车消费国; 2013 年我国汽车销量达到 1570 万辆。按现在的发展速度, 今年我国的汽车产量就可望达到 1800 万辆, 占世界市场的 1/7。作为汽车销售的重要环节, 整车物流业的发展速度必须跟上整个行业的发展步伐。整车物流指的是按照客户订单对整车快速配送的全过程^[1]。随着我国汽车工业的高速发展, 整车物流量, 特别是乘用车的整车物流量迅速增长。乘用车生产厂家根据全国客户的购车订单, 向物流公司下达运输乘用车到全国各地的任务, 物流公司则根据下达的任务制定运输计划并配送这批乘用车。为此, 物流公司首先要从他们当时可以调用的“轿运车”中选择出若干辆轿运车, 进而给出其中每一辆轿运车上乘用车的装载方案和目的地, 以保证运输任务的完成。“轿运车”是通过公路来运输乘用车整车的专用运输车, 根据型号的不同有单层和双层两种类型, 由于单层轿运车实际中很少使用, 本题仅考虑双层轿运车^[2]。图 1-1、1-2、1-3 就是乘用车整车物流实施过程中的画面。双层轿运车又分为三种子型: 上下层各装载 1 列乘用车, 故记为 1-1 型 (图 1); 下、上层分别装载 1、2 列, 记为 1-2 型 (图 2); 上、下层各装载 2 列, 记为 2-2 型 (图 3), 每辆轿运车可以装载乘用车的最大数量在 6 到 27 辆之间。

在确保完成运输任务的前提下, 物流公司追求降低运输成本。但由于轿运车、乘用车有多种规格等原因, 当前很多物流公司在制定运输计划时主要依赖调度人员的经验, 在面对复杂的运输任务时, 往往效率低下, 而且运输成本不尽理想。

通过合理模型的建立为物流公司安排以下五次运输, 制定详细计划, 含所需要各种类型轿运车的数量、每辆轿运车的乘用车装载方案、行车路线。

问题一: 物流公司要运输 I 车型的乘用车 100 辆及 II 车型的乘用车 68 辆。

问题二: 物流公司要运输 II 车型的乘用车 72 辆及 III 车型的乘用车 52 辆。

问题三: 物流公司要运输 I 车型的乘用车 156 辆、II 车型的乘用车 102 辆及 III 车

型的乘用车 39 辆。

问题四：物流公司要运输 166 辆 I 车型的乘用车（其中目的地是 A、B、C、D 的分别为 42、50、33、41 辆）和 78 辆 II 车型的乘用车（其中目的地是 A、C 的，分别为 31、47 辆），具体路线见图 1-4，各段长度：OD=160，DC=76，DA=200，DB=120，BE=104，AE=60。

问题五：附件的表 1 给出了物流公司需要运输的乘用车类型（含序号）、尺寸大小、数量和目的地，附件的表 2 给出可以调用的轿运车类型（含序号）、数量和装载区域大小（表里数据是下层装载区域的长和宽, 1-1 型及 2-2 型轿运车上、下层装载区域相同；1-2 型轿运车上、下层装载区域长度相同，但上层比下层宽 0.8 米。此外 2-2 型轿运车因为层高较低，上、下层均不能装载高度超过 1.7 米的乘用车）。



图 1-1 1-1 型轿运车



图 1-2 1-2 型轿运车



图 1-3 2-2 型轿运车

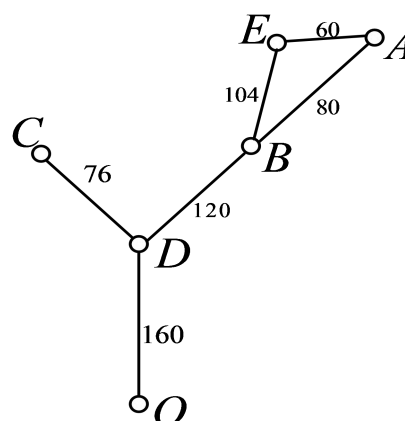


图 1-4 运输路径图

2 模型假设

1. 假设轿运车到达目的地后原地待命，不进行其他操作。
2. 忽略乘用车装载和卸载过程中的质损问题。
3. 假设 1-1 型轿运车和 1-2 型轿运车行驶相同路程的运输成本相同。
4. 不考虑物流分配过程中，新增加的订单所需乘用车数量的情况。
5. 假设不考虑乘用车装载时与轿运车车壁的安全距离。

3 符号说明

a_1	I 车型的乘用车装在轿运车 1-1 上层的数量
a_2	I 车型的乘用车装在轿运车 1-2 下层的数量
b_1	II 车型的乘用车装在轿运车 1-1 上层的数量
b_2	II 车型的乘用车装在轿运车 1-2 下层的数量
c_1	III 车型的乘用车装在轿运车 1-1 上层的数量
c_2	III 车型的乘用车装在轿运车 1-2 下层的数量
$A_i(i=1,2,3,4)$	轿运车上下层的不同组合矩阵
$x_i(i=1,2,...,n)$	轿运车上下层每一种可能出现的装配组合

4 问题分析

由于布局的优化能够导致大量的材料节省、缩减产品的价值，从而增加产品工业的利润，所以，布局优化问题是许多具有重要意义的实际优化问题的基础。

针对问题一要运输 I 型乘用车 100 辆及 II 型乘用车 68 辆到同一目的地，由于 I 型车和 II 型车均可放在 1-1 型和 1-2 型轿运车的上层和下层，求解过程中只需考虑乘用车车长与轿运车车长的关系，保证轿运车的空间利用率最大化，建立乘用车车型与装载数量的整数线性规划模型。确定出最少的轿运车数量，最优的乘用车分配方案。

针对问题二要运输 II 型乘用车 72 辆及 III 型乘用车 52 辆到同一目的地，考虑到 III 型乘用车高度超过 1.7m 的实际情况，该型车只能放在 1-1 型和 1-2 型轿运车的下层，尽量满足下层装满，上层两列对称，以保证轿运车行驶平稳，基于这些情况，再结合问题一的模型，运用整数线性规划对 II 型和 III 型乘用车进行配载。确定出最少的轿运车数量，最优的乘用车分配方案。

针对问题三物流公司要运输 I 车型的乘用车 156 辆、II 车型的乘用车 102 辆及 III 车型的乘用车 39 辆到达同一个目的地，结合前两问，要使得轿运车的运能

最大化，节省运输成本，则每辆轿运车应尽可能的装满，空间利用率高，确定出完成运输任务所需的最少轿运车数量以及最优的乘用车分配方案。

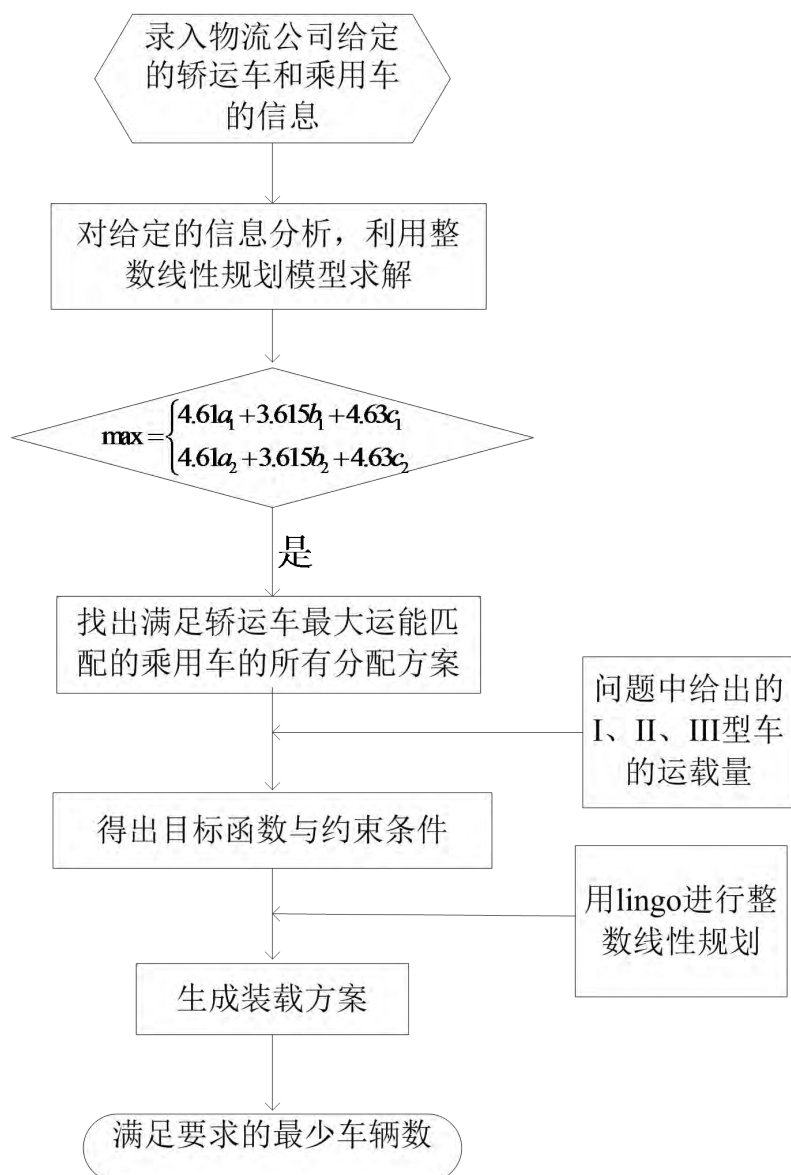


图 4-1 问题一、二、三解题思路流程图

针对问题四，结合前三问建立简化的最大运能配载优化模型，先确定保证完成运输的最少轿运车使用数量。再利用最短路径算法分析，得出在轿运车车辆最少的情况下，所有轿运车运行里程最短并且保证中途卸货量最少的最优解。最后得出的最优方案。

针对问题五，经过一定的理论分析，排除了从车辆宽度出发考虑最大运能配载的情况。再从车辆长度出发，对轿运车的数据进行动态规划处理，得出轿运车的简化模型；然后求出轿运车最大运能的临界值，结合遗传算法对乘用车的数据进行筛选优化，得出乘用车的简化模型。最后对轿运车及乘用车的简化模型进行整数线性规划，得到满足轿运车最大运能下的最少车辆数。确定最少车辆数后，运用最短路径算法规划出合理的配送方案并对简化模型进行还原，确定出具体的配送方案。

5 模型的建立与求解

5.1 问题一的模型建立与求解

乘用车规格和轿运车规格分别如下表 5.1 和表 5.2。

表 5.1 乘用车规格

乘用车 型号	长度 (米)	宽度 (米)	高度 (米)
I	4.61	1.7	1.51
II	3.615	1.605	1.394
III	4.63	1.785	1.77

表 5.2 轿运车规格

轿运车类型	上下层长度(米)	上层宽度(米)	下层宽度(米)
1-1	19	2.7	2.7
1-2	24.3	3.5	2.7

每辆轿运车的乘用车装载方案与乘用车的类型有关，假设 a_1 为 I 车型的乘用车装在轿运车 1-1 下层的数量， a_2 为 I 车型的乘用车装在轿运车 1-2 下层的数量， b_1 为 II 车型的乘用车装在轿运车 1-1 下层的数量， b_2 为 II 车型的乘用车装在轿运车 1-2 下层的数量，他们之间的关系满足如下：

$$\begin{cases} 4.61a_1 + 3.615b_1 \leq 19 - 0.1 \cdot (a_1 + b_1 - 1) \\ 4.61a_2 + 3.615b_2 \leq 24.3 - 0.1 \cdot (a_2 + b_2 - 1) \\ a_1 + b_1 \leq 13.5 \\ a_1 + b_1 \geq 3 \\ a_2 + b_2 \leq 13.5 \\ a_2 + b_2 \geq 3 \end{cases} \quad (5-1)$$

其中 a_1, b_1, a_2, b_2 为正整数。

根据式 (5-1) 利用图解法找出使得每辆轿运车运能配载最优的可行解，即

$$\max \begin{cases} 4.61a_1 + 3.615b_1 \\ 4.61a_2 + 3.615b_2 \end{cases} \quad (5-2)$$

可行解的范围如图 5.1 所示。

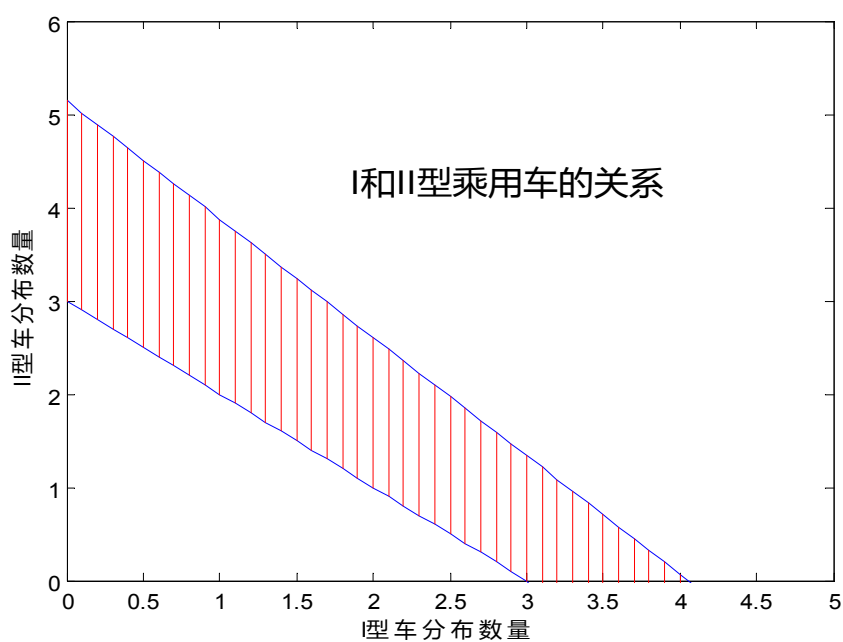


图 5-1 单辆轿运车下层装载 I、II 车型的数量关系图

根据图 5-1 可以找出满足式 (5-1) 的所有可行解, 分析得出结果如下表 5.3、5.4、5.5 和 5.6 所示:

表 5.3 轿运车 1-1 的上层装载乘用车的情况

A_1	I 型车的数量	II 型车的数量
x_1	0	5
x_2	1	3
x_3	2	2
x_4	3	1
x_5	4	0

表 5.4 轿运车 1-1 的下层装载乘用车的情况

A_2	I 型车的数量	II 型车的数量
x_6	0	5
x_7	1	3
x_8	2	2

x_9	3	1
x_{10}	4	0

表 5.5 轿运车 1-2 的上层装载乘用车的情况

A_3	I 型车的数量	II 型车的数量
x_{11}	0	12
x_{12}	2	10
x_{13}	4	8
x_{14}	6	4
x_{15}	8	2
x_{16}	10	0

表 5.6 轿运车 1-2 的下层装载乘用车的情况

A_4	I 型车的数量	II 型车的数量
x_{17}	0	6
x_{18}	1	5
x_{19}	2	4
x_{20}	3	2
x_{21}	4	1
x_{22}	5	0

表 5.3、5.4、5.5 和 5.6 所示为轿运车 1-1 和 1-2 的上下层的乘用车配载情况，表中轿运车上下层每一种可能出现的装配组合依次用 $x_1, x_2, \dots, x_{15}, x_{16}$ 表示，矩阵 A_1 、 A_2 、 A_3 和 A_4 为对应的表中的组合情况。

整车物流是汽车产业的重要组成部分，所以对整车物流运输计划问题进行分析是很有必要的。总体来看，随着近年来整车物流，特别是乘用车物流业的不断

增长，乘用车物流市场的竞争加剧，使得运输效率和运输成本成为企业评判运输质量的重要指标。而影响运输成本的因素主要有：轿运车的使用数量、不同类型的轿运车使用成本、轿运车的行驶里程等。构建模型目标是总成本最低，由于问题一中所有车辆的目的地相同，所以只考虑轿运车的类型和总的车辆数。车辆数少时相应的车辆购置费、驾驶费和维修费都降低；在轿运车使用数量相同情况下，不同类型的轿运车的使用成本各不相同。由于车辆数都与运输成本成正比，因此在优化目标可以转化为车辆数最少，目标函数和约束条件如下：

$$\begin{cases} \min = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}) \\ \sum_{i=1}^5 A_1(i,1) * x_i + \sum_{i=1}^5 A_2(i,1) * x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A_3(i,1) * x_{i+10} + \sum_{i=1}^6 A_4(i,1) * x_{i+16} = 100 \\ \sum_{i=1}^5 A_1(i,2) * x_i + \sum_{i=1}^5 A_2(i,2) * x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A_3(i,2) * x_{i+10} + \sum_{i=1}^6 A_4(i,2) * x_{i+16} = 68 \\ 0.2 * (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) - (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}) \geq 0 \\ \left| \sum_{i=1}^5 x_i - \sum_{i=6}^{10} x_i \right| = 0 \\ \left| \sum_{i=11}^{16} x_i - \sum_{i=17}^{22} x_i \right| = 0 \end{cases} \quad (5-3)$$

根据式（5-3）编写 lingo 程序进行整数线性规划，得到轿运车的数量和乘用车的装载方案，程序仿真结果如图 5-2 所示，从结果可以看出轿运车配载情况及其所用的车辆数，求出目标函数值为 18 辆，其中 1-1 型车的数量为 $x_1 + x_5$ 、1-2 型车的数量为 x_{13} ，即需要 16 辆 1-1 型轿运车和 2 辆 1-2 型轿运车，根据图 5-2 的结果得出最优的轿运车上的装载方案，如表 5.7 所示。

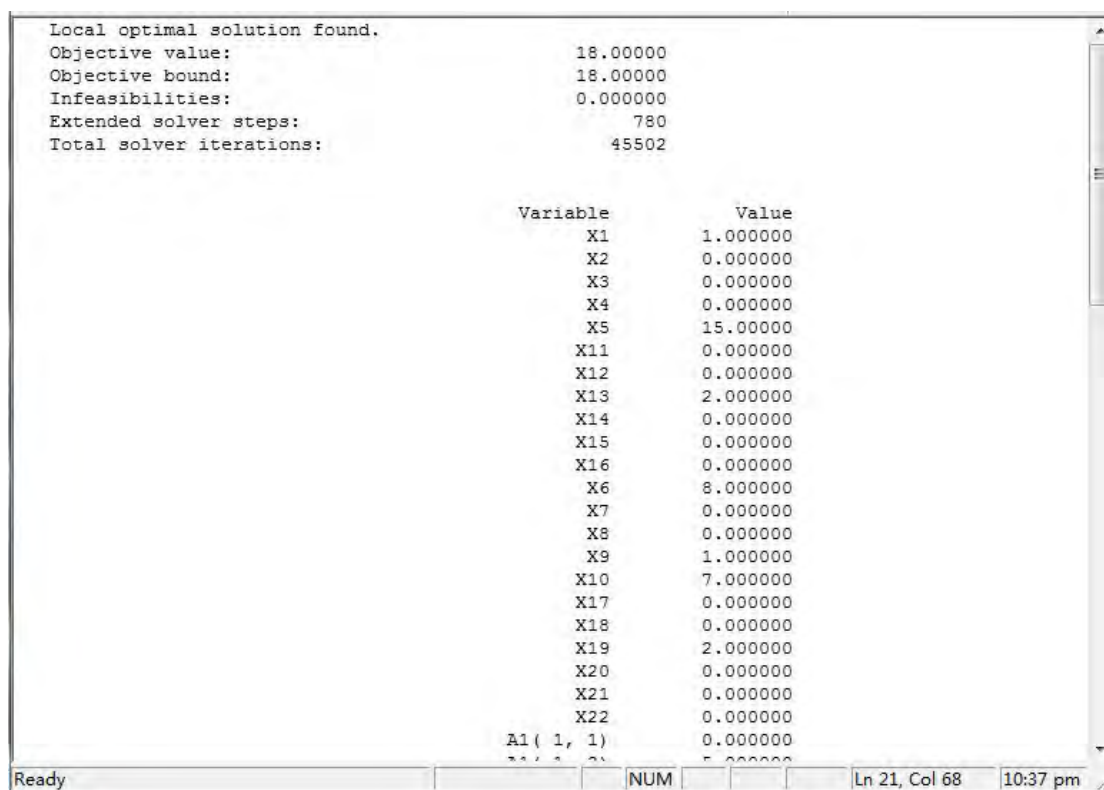


图 5-2 问题一的仿真结果

表 5.7 100 辆 I 车型的乘用车及 68 辆 II 车型的乘用车的装配方案

轿运车的总数	轿运车车型	车辆数	上、下层组合	I 型车量数	II 型车量数
1-1 型轿运车的总用车量: 11	1-1 型	1	0 5	3	6
			3 1		
	1-1 型	7	4 0	56	0
			4 0		
	1-1 型	8	4 0	32	40
			0 5		
1-2 型轿运车的总用车量: 2	1-2 型	2	4 0	12	24
			2 4		

5.2 问题二的模型建立与求解

针对问题二，物流公司要运输 II 车型的乘用车 72 辆及 III 车型的乘用车 52 辆到达同一个目的地，考虑 III 型乘用车高度超过 1.7m 的实际情况，该型车只能放在 2-1 型和 2-2 型轿运车的下层，在解决问题一的基础上，运用线性规划算法对 II 型和 III 型车进行整车物流。

每辆轿运车的乘用车装载方案与乘用车的类型有关，假设 a_1 为 II 车型的乘用车装在轿运车 2-1 下层的数量， a_2 为 II 车型的乘用车装在轿运车 2-2 下层的数量， b_1 为 III 车型的乘用车装在轿运车 2-1 下层的数量， b_2 为 III 车型的乘用车装在轿运车 2-2 下层的数量，他们之间的关系满足如下不等式：

$$\begin{cases} 3.615a_1 + 4.63b_1 \leq 19 - 0.1*(a_1 + b_1 - 1) \\ 3.615a_2 + 4.63b_2 \leq 24.3 - 0.1*(a_2 + b_2 - 1) \\ a_1 + b_1 \leq 13.5 \\ a_1 + b_1 \geq 3 \\ a_2 + b_2 \leq 13.5 \\ a_2 + b_2 \geq 3 \end{cases} \quad (5-4)$$

其中 a_1, b_1, a_2, b_2 为正整数。

根据式 (5-4) 利用图解法找出使得每辆轿运车运能配载最优的可行解，即

$$\max \begin{cases} 3.615a_1 + 4.63b_1 \\ 3.615a_2 + 4.63b_2 \end{cases} \quad (5-5)$$

可行解的范围如图 5-3 所示。

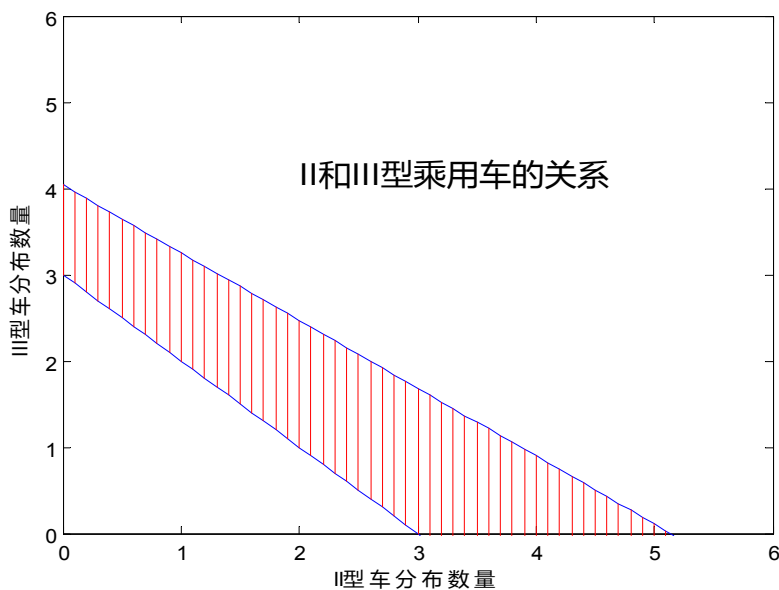


图 5-3 每辆车装载乘用车的可行解范围

根据图 5-3 可以找出满足式 (5-4) 的所有可行解，结果如下表 5.8、5.9、5.10 和 5.11 所示：

表 5.8 轿运车 1-1 的上层装载乘用车的情况

A_1	II 型车的数量	III 型车的数量
x_1	5	0

表 5.9 轿运车 1-1 的下层装载乘用车的情况

A_2	I 型车的数量	II 型车的数量
x_2	0	4
x_3	1	3
x_4	2	2
x_5	3	1
x_6	5	0

表 5.10 轿运车 1-2 的上层装载乘用车的情况

A_3	I 型车的数量	II 型车的数量
x_7	12	0

表 5.11 轿运车 1-2 的下层装载乘用车的情况

A_4	I 型车的数量	II 型车的数量
x_8	0	5
x_9	1	4
x_{10}	2	3
x_{11}	4	2
x_{12}	5	1

x_{13}	6	0
----------	---	---

由于影响乘用车的费用主要是轿运车的数量，所以我们需在保证最少的轿运车的前提下对乘用车进行分配，目标函数和约束条件如下：

$$\begin{cases}
 \min = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}) \\
 A_1 * x_i + \sum_{i=1}^5 A_2(i,1) * x_{i+1} + A_3 * x_7 + \sum_{i=1}^6 A_4(i,1) * x_{i+8} = 72 \\
 A_1 * x_i + \sum_{i=1}^5 A_2(i,2) * x_{i+1} + A_3 * x_7 + \sum_{i=1}^6 A_4(i,2) * x_{i+8} = 52 \\
 0.2 * (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) - (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}) \geq 0 \\
 \left| \sum_{i=1}^5 x_i - \sum_{i=6}^{10} x_i \right| = 0 \\
 \left| \sum_{i=11}^{16} x_i - \sum_{i=17}^{22} x_i \right| = 0
 \end{cases} \quad (5-6)$$

根据式（5-6）编写 lingo 程序进行整数线性规划，得到轿运车的数量和乘用车的装载方案，仿真结果如图 5-4 所示，得出目标函数值为 13 辆，其中 1-1 型车的数量为 x_1 、1-2 型车的数量为 x_{21} ，即需要 12 辆 1-1 型轿运车和 1 辆 1-2 型轿运车，根据图 5-4 的结果得出最优的轿运车的装载方案，如表 5.12 所示。

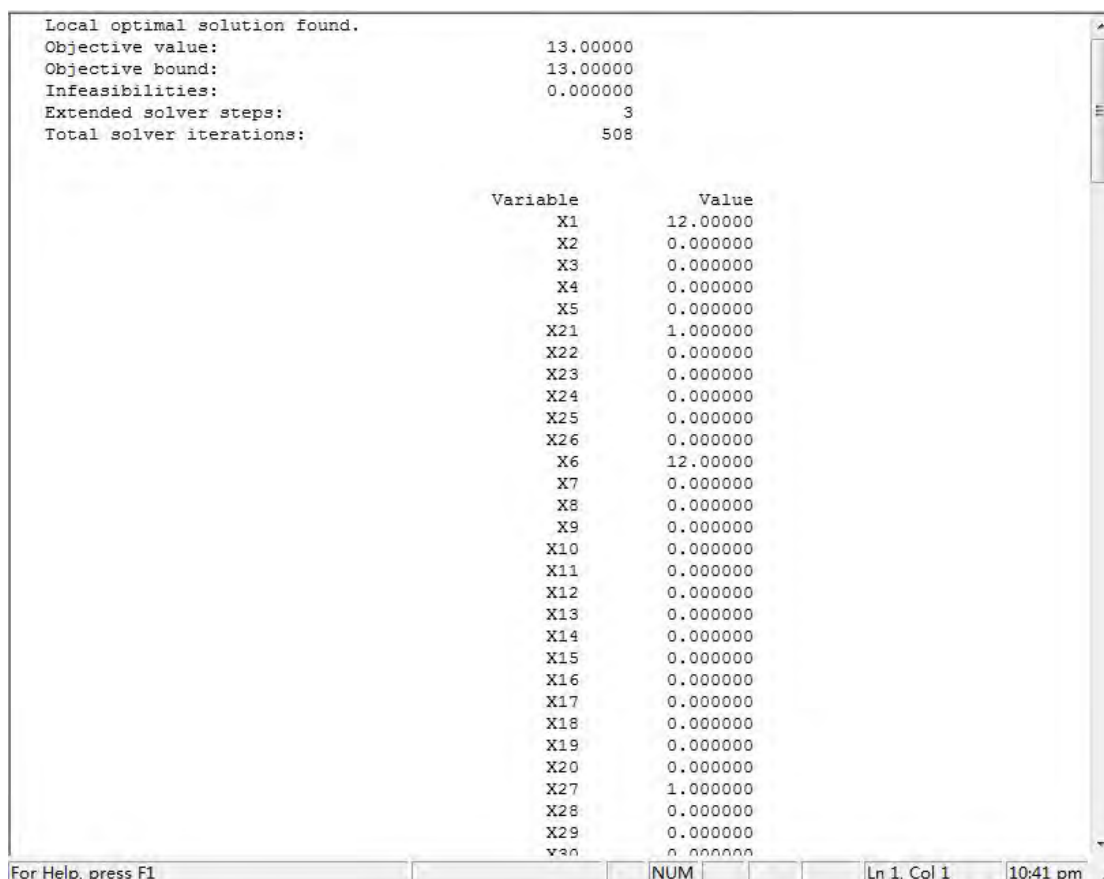


图 5-4 问题二的仿真结果

表 5.12 轿运车上的装载情况

轿运车 型	辆数	上层	下层	各类车型装 载数
1-1 型	12	5 0	(0, 4)	I 型 60, II 型 48
1-2 型	1	12 0	(0, 4)	I 型 12, II 型 4

5.3 问题三的建立模型与求解

通过对轿运车和乘用车参数化的产品家族简化模型的建模技术,对其特征结构进行模块化的知识表达,提取具有共性的几何特征和空间结构,同时只保留模型繁衍所必需的几何尺寸参数,通过这些主模型的演变,能够生成一系列具有一定特征与功能的模型,从而满足系统对大量轿运车和乘用车模型的需求;然后应用整数规划的方法,通过算法的改进,给出轿运车最大运能配载优化的解决方案^[4]。

问题三中提出物流公司要运输的乘用车中 I、II、III 型都有。针对该问题,首先应实现轿运车的最大运能配载优化。需要解决每辆轿运车面对不同类型乘用车装载时,如何在给定约束的条件下进行合理的位置摆放,使乘用车装载完成后在轿运车中的空间利用率达到最高。

对题目中的约束条件整合总结,我们可以先假设 1-1 车型的下层分别装有 I、II、III型车 a_1 、 b_1 、 c_1 辆。1-2 型车下层分别装有 I、II、III型车 a_2 、 b_2 、 c_2 辆。为了满足放的车数量尽可能的多, 需要满足式:

$$\max = \begin{cases} 4.61a_1 + 3.615b_1 + 4.63c_1 \\ 4.61a_2 + 3.615b_2 + 4.63c_2 \end{cases} \quad (5-7)$$

由约束条件可以等到以下方程组:

$$\begin{cases} 4.61a_1 + 3.615b_1 + 4.63c_1 \leq 19 - (a_1 + b_1 + c_1 - 1) - 0.1 \\ 4.61a_2 + 3.615b_2 + 4.63c_2 \leq 24.3 - (a_2 + b_2 + c_2 - 1) - 0.1 \\ a_1 + b_1 + c_1 \in [3, 13.5] \\ a_2 + b_2 + c_2 \in [3, 9] \\ \text{其中 } a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \text{ 为正整数} \end{cases} \quad (5-8)$$

由该约束条件建立的模型进行线性规划, 可得到如下图:

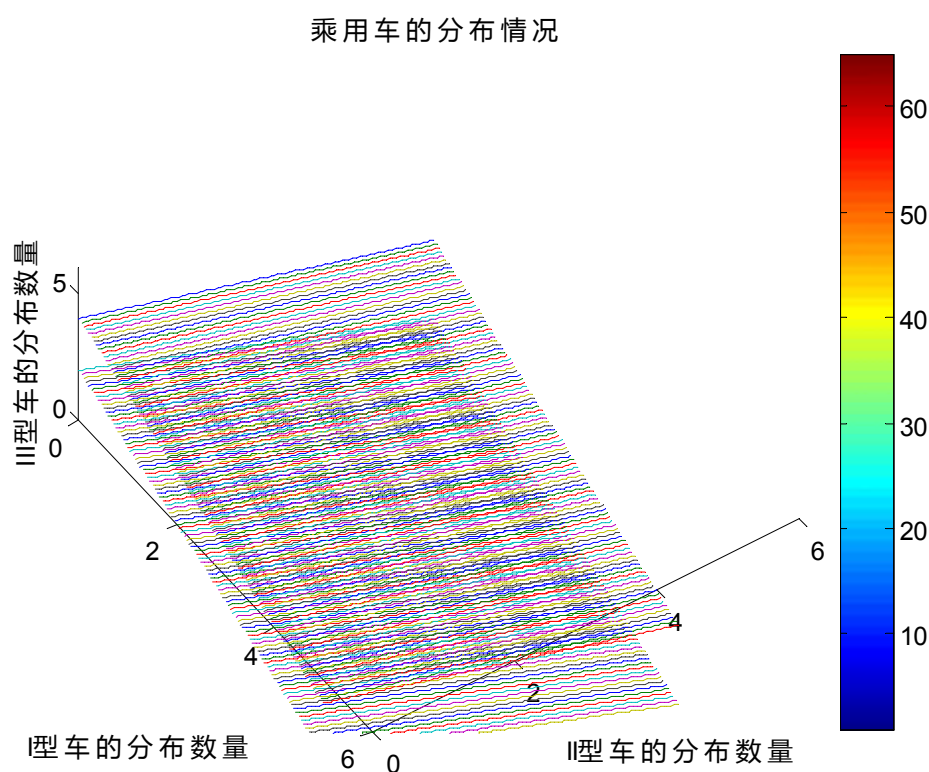


图 5-5 乘用车的装载分布图

由图 5-5 可知此种情况下, 对 1-1、1-2 轿运车下层 I、II、III型车的个数选择有如图栅格所示的范围。

现考虑对 1-1、1-2 轿运车上层 I、II、III型车的个数选择情况。由题可知,

高度高于 1.7 米的乘用车只能装在 1-1、1-2 型下层。而Ⅲ型的高度为 1.77 米，故Ⅲ型只能放在 1-1、1-2 轿运车下层，所以 1-1、1-2 轿运车上层只能放置 I、II 车，由于问题 1 描述的是对 I、II 车的放置情况讨论，所以该情况下对于 1-1、1-2 轿运车上层的放置同问题 1 一样。由于对轿运车运送时，每辆轿运车上的乘用车的个数不可能完全一样，所以要对各个轿运车上的尽量满足式（5-8）的各种情况进行分析。其分析结果如下表所示：

表 5.13（1-1 型车上层情况）

A_1	I 型车的数量	II 型车的数量	III 型车的数量
x_1	0	5	0
x_2	1	3	0
x_3	2	2	0
x_4	3	1	0
x_5	4	0	0

表 5.14：（1-1 型车下层情况）

A_2	I 型车的数量	II 型车的数量	III 型车的数量
x_6	0	0	4
x_7	0	1	3
x_8	0	2	2
x_9	0	3	1
x_{10}	0	5	0
x_{11}	1	0	3
x_{12}	1	1	2
x_{13}	1	2	1
x_{14}	1	3	0
x_{15}	2	0	2
x_{16}	2	1	1
x_{17}	2	2	0

x_{18}	3	0	1
x_{19}	3	1	0
x_{20}	4	0	0

表 5.15: (1-2 上层情况)

A_3	I 型车的数量	II 型车的数量	III 型车的数量
x_{21}	0	12	0
x_{22}	2	10	0
x_{23}	4	8	0
x_{24}	6	4	0
x_{25}	8	2	0
x_{26}	10	0	0

表 5.16: (1-2 下层情况)

A_4	I 型车的数量	II 型车的数量	III 型车的数量
x_{27}	0	0	5
x_{28}	0	1	4
x_{29}	0	2	3
x_{30}	0	4	2
x_{31}	0	5	1
x_{32}	0	6	0
x_{33}	1	0	4
x_{34}	1	1	3
x_{35}	1	2	2
x_{36}	1	4	1
x_{37}	1	5	0
x_{38}	2	0	3

x_{39}	2	1	2
x_{40}	2	2	1
x_{41}	2	4	0
x_{42}	3	0	2
x_{43}	3	1	1
x_{44}	3	2	0
x_{45}	4	0	1
x_{46}	4	1	0
x_{47}	5	0	0

如上四个表格所示，我们分别对每种可能出现的情况作出标记 x_1 — x_{47} ，为了使整个车装载最大化且其上下装载车辆数量相差不大，我们假设上层装载车辆数近似等于下层装载车辆数。然后对整个可能出现的情况进行整数规划，可列出其目标函数及约束条件方程如 5-9 所示：

$$\begin{cases}
 \min = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{24} + x_{24} + x_{25} + x_{26} \\
 0.2 * (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) - (x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{24} + x_{24} + x_{25} + x_{26}) \geq 0 \\
 \sum_{i=1}^5 A1(i,1) * x_i + \sum_{i=1}^{15} A2(i,1) * x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A3(i,1) * x_{i+20} + \sum_{i=1}^{21} A4(i,1) * x_{i+26} = 156 \\
 \sum_{i=1}^5 A1(i,2) * x_i + \sum_{i=1}^{15} A2(i,2) * x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A3(i,2) * x_{i+20} + \sum_{i=1}^{21} A4(i,2) * x_{i+26} = 102 \\
 \sum_{i=1}^5 A1(i,3) * x_i + \sum_{i=1}^{15} A2(i,3) * x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A3(i,3) * x_{i+20} + \sum_{i=1}^{21} A4(i,3) * x_{i+26} = 39 \\
 \left| \sum_{i=1}^5 x_i - \sum_{i=6}^{26} x_i \right| = 0 \\
 \left| \sum_{i=21}^{26} x_i - \sum_{i=27}^{47} x_i \right| = 0 \\
 \sum_{i=1}^{20} x_i \in [6, 27]; \\
 \sum_{i=21}^{47} x_i \in [6, 27]; \\
 \text{其中 } x_1 - x_{47} \text{ 都为正整数。}
 \end{cases} \quad (5-9)$$

采用 lingo 对该整数规划进行仿真，可以得到图 5-6 所示的仿真结果，得出

目标函数值为 30 辆，其中 1-1 型车的数量为 $x_1 + x_5$ 、1-2 型车的数量为 x_{23} ，即需要 25 辆 1-1 型轿运车和 5 辆 1-2 型轿运车，用表格的形式表示如下表 5.17 所示：

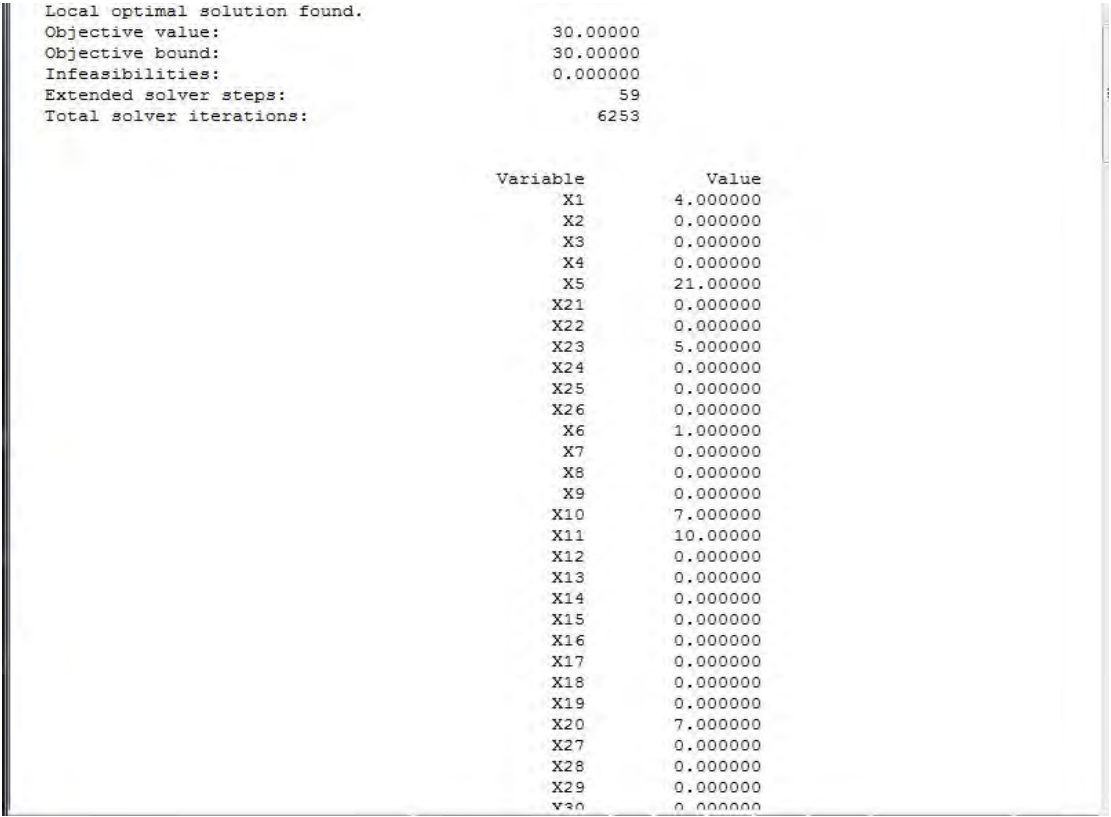


图 5-6 问题三仿真结果

表 5.17 轿运车的装载情况

轿运车 总量	轿运车类 别	辆数	上下层分配 数	I 型个数	II 型车个 数	III 型车个 数
1-2 型 轿运车共 5 辆	1-2 型 轿运 车	2	4 8 0	2*5=10	2*12=24	2*1=2
			1 4 1			
	1-2 型 轿运 车	3	4 8 0	3*8=24	3*8=24	3*1=3
			4 0 1			
1-1 型 轿运车共 25	1-1 型 轿运车	4	0 5 0	0	4*10=40	0
			0 5 0			

辆	1-1 型 轿运车	7	4 0 0	7*8=56	0	0
			4 0 0			
	1-1 型 轿运车	10	4 0 0	10*5=50	0	10*3=30
			1 0 3			
	1-1 型 轿运车	1	4 0 0	1*4=4	0	1*4=4
			0 0 4			
	1-1 型 轿运车	3	4 0 0	3*4=12	3*5=15	0
			0 5 0			
所有 I、II、III 型车分别的总个数				156	103（空一位）	39

5.4 问题四的模型建立与求解

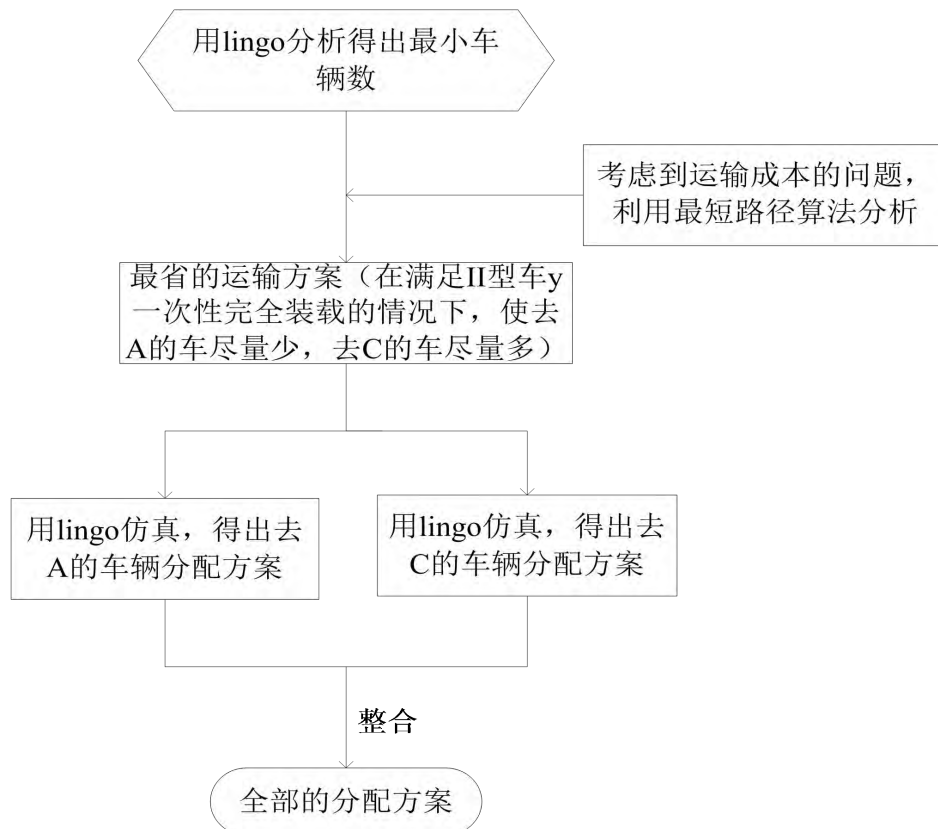


图 5-7 车辆分配流程图

对问题四进行分析,可先对本题用前三问的整数线性规划模型求解出满足条件的最少车辆数,考虑到运输成本的问题,应用最短路径算法的思想,在最少车辆数一定的情况下,所有轿运车运行的总路程最少时的成本为最少的,也就是在图 1-4 中,从 O 地到 A 、 B 、 C 、 D 各目的地的线路权重最小,用最短路径算法分析得出,在满足 II 型车一次性完全装载的情况下,要使去 A 地的车尽可能的少,去 C 地的车尽可能的多,得出的运输方案是最省的^[5]。具体分析如下:

1、最少车辆数的求解

针对本题的目的地有多个,而轿运车的使用数量是影响整车物流运输成本的首要因素,所以本题是分步进行的。首先考虑轿运车的使用数量,对题目所给出的 I、II 型乘用车求解出要完成运输任务的最少轿运车的车辆数^[3]。求解的步骤同问题一,最终得出需要 1-1 型轿运车 21 辆、1-2 型轿运车 4 辆可完成运输任务。

2、从 O 地到 A 地

由于轿运车 1-2 的上层为 2 列,其装载的数量比轿运车 1-1 要多,所以考虑把 4 辆轿运车 1-2 全装满,去 A 地的剩余乘用车用轿运车 1-1 运送。题目给出的条件知 II 型车只送往 A 、 C 两地,而 I 型车 A 、 B 、 C 、 D 都有运输任务,故在保证车辆数最少的同时,运输方案中 II 型车的数量应恰好满足题目已知的数量,此时目标函数和约束条件如下:

$$\begin{cases} \min=(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)+(x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{16}) \\ \sum_{i=1}^5 A_1(i,1)*x_i + \sum_{i=1}^5 A_2(i,1)*x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A_3(i,1)*x_{i+10} + \sum_{i=1}^6 A_4(i,1)*x_{i+16} \geq 42 \\ \sum_{i=1}^5 A_1(i,2)*x_i + \sum_{i=1}^5 A_2(i,2)*x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A_3(i,2)*x_{i+10} + \sum_{i=1}^6 A_4(i,2)*x_{i+16} = 31 \\ x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{16}=4 \\ \left| \sum_{i=1}^5 x_i - \sum_{i=6}^{10} x_i \right| = 0 \\ \left| \sum_{i=11}^{16} x_i - \sum_{i=17}^{22} x_i \right| = 0 \end{cases} \quad (5-10)$$

根据式 (5-10) 编写 lingo 程序进行整数线性规划,得到从 O 地到 A 地的轿运车的数量和乘用车的装载方案,结果如表 5.18 所示。

表 5.18 乘用车的装载方案及里程数

终 点 站	轿运车型	数量	上 层 组 合 下 层 组合	中途卸货点	中途卸货组合	里程数
A	1-1	1	4 0	B	1 0	1800
			4 0			
A	1-2	3	4 8		0 0	
			4 1			
A	1-2	1	10 0			
			2 4			

3、从O地到C地

由于从O地到C地的实际距离比从O地到其他各地的距离要近，前面分析出去C地的车尽可能的多，轿运车 1-1 的装载乘用车的数量少，所以去C地全部安排 1-1 型轿运车，且 II 型乘用车恰好全部装载。相应目标函数和约束条件如下：

$$\begin{cases}
 \min = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}) \\
 \sum_{i=1}^5 A(i,1) * x_i + \sum_{i=1}^5 A_2(i,1) * x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A_3(i,1) * x_{i+10} + \sum_{i=1}^6 A_4(i,1) * x_{i+16} \geq 33 \\
 \sum_{i=1}^5 A(i,2) * x_i + \sum_{i=1}^5 A_2(i,2) * x_{i+5} + \sum_{i=1}^6 A_3(i,2) * x_{i+10} + \sum_{i=1}^6 A_4(i,2) * x_{i+16} = 47 \\
 \left| \sum_{i=1}^5 x_i - \sum_{i=6}^{10} x_i \right| = 0 \\
 \left| \sum_{i=11}^{16} x_i - \sum_{i=17}^{22} x_i \right| = 0
 \end{cases} \quad (5-11)$$

根据式（5-11）编写 lingo 程序进行整数线性规划，得到从O地到A地的轿运车的数量和乘用车的装载方案，结果如表 5.19 所示。

表 5.19 乘用车的装载情况

终点站	轿运车型	辆数	上层组合 下层组合	中途卸货点	中途卸货组合	里程数
C	1-1	7	0 5	D		2124
			4 0			
C	1-1	1	4 0		2 0	
			0 5			
C	1-1	1	0 5		0 0	
			2 2			

4、从O地到B、D两地

B、D两地的运输任务全是I型乘用车，由2、3得出的装载结果可知，从O地到A地的轿运车在全部装完到A地的乘用车后，还有2个装I型乘用车的空位，可用来装到B地的I型乘用车，从O地到C地的轿运车在全部装完到C地的乘用车后，还有1个装I型乘用车的空位，可用来装到D地的I型乘用车，此时到B、D两地的I型车分别为48辆、40辆，无II型车。应用问题一的思想，得出B、D两地的运输方案，如表5.20所示。

表 5.20 乘用车的装载情况及里程数

终点站	轿运车型	辆数	上层组合 下层组合	中途卸货点	中途卸货组合	里程数
B	1-1	6	4 0	无	无	1680
			4 0			
D	1-1	5	4 0	无	无	800
			4 0			

5、运输方案的里程数

如题所知，在需要相同轿运车的情况下，进行合理的运输分配至关重要，为了得到最优的分配方案，我们将装载最多乘用车的1-2型车全部运往A处，尽可能多的1-1型车去往C处，确保得到的里程数最少，最后经过合理分配得到，4辆1-2型车和1辆1-1型车共5辆车去往A处，5辆轿运车的里程数位 $5 \times 360 = 1800$ ，9辆1-1型车去往C处，9辆轿运车的里程数为 $9 \times 236 = 2124$ ，分别有6辆和5辆1-1型车去往B和D处，行得的里程数分别为1680和800，轿运车的总里程为 $1800 + 2124 + 1680 + 800 = 6404$ 。如表5.21所示

表 5.21 轿运车的分配方案及装载方案

终点站	轿运车型	辆数	上层组合 下层组合	中途卸货点	中途卸货组合	里程数	总里程数	
C	1-1	7	0 5	D	2 0	2124	6404	
			4 0					
C	1-1	1	4 0					
			0 5					
C	1-1	1	0 5		0 0			
			2 2					
A	1-1	1	4 0		B	1 0		1800
			4 0					
A	1-2	3	4 8					
			4 1					
A	1-2	1	10 0	0 0				
			2 4					
B	1-1	6	4 0	无		无	1680	
			4 0					
D	1-1	5	4 0	无	无	800		
			4 0					

5.5 针对问题五的模型建立与求解

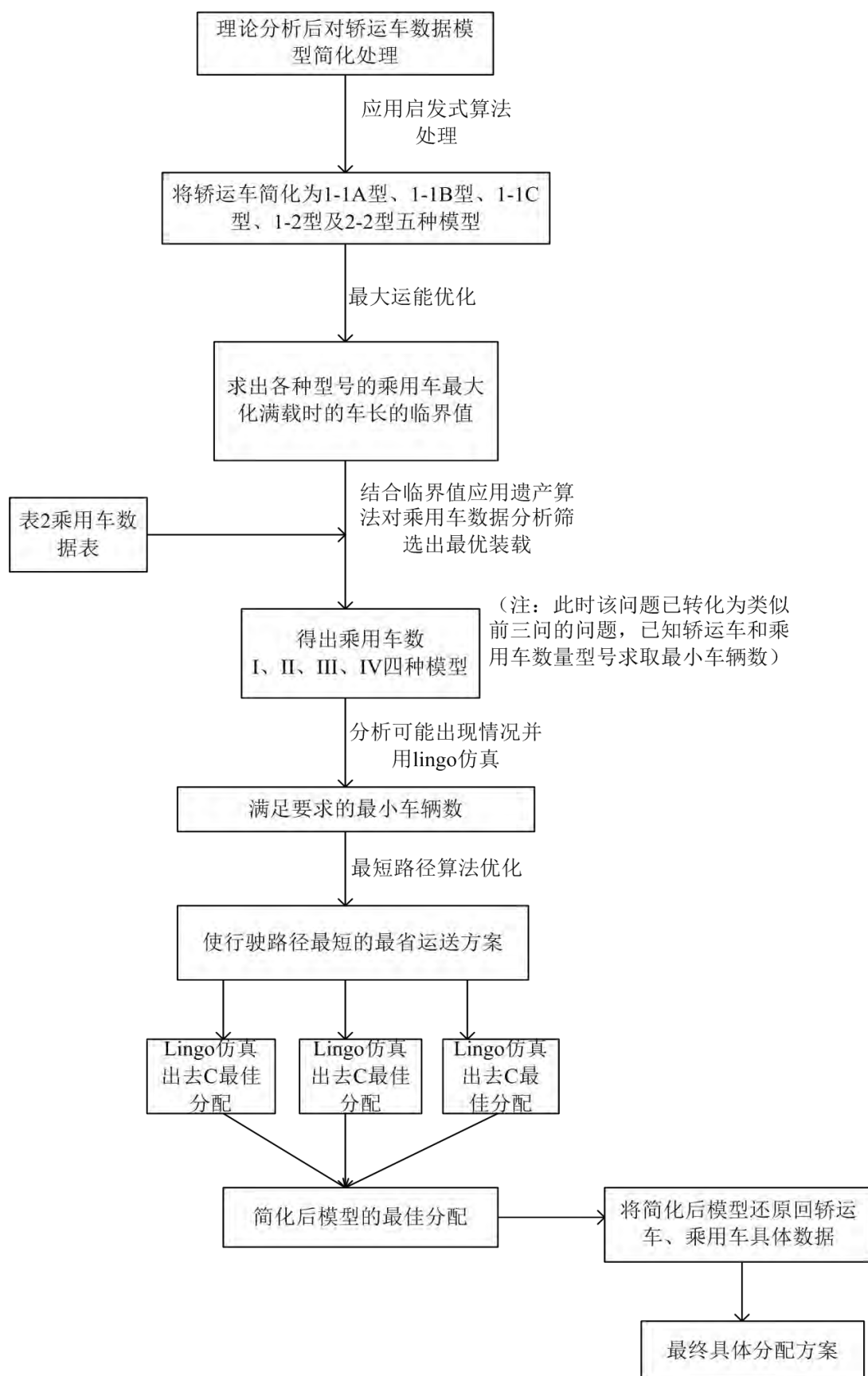


图 5-8 问题五整体思路流程图

针对问题五，我们先进行一定的理论分析。由题目我们先整理出其轿运车的所有数据，如表 5.22 所示：

5.22 所有轿运的装载及运输方案

轿运车型号	类别	长	宽	高	各类别车数量
1-1 型	7 类	18.2	2.7	3.6	25 辆
		18.3	2.9	4.4	18 辆
		19	2.7	4.35	21 辆
		21	2.7	3.6	4 辆
		21	2.7	3.9	16 辆
		22	3.5	3.4	5 辆
		24.3	2.7	4.3	22 辆
1-2 型	2 类	23.3	2.7	4.35	15 辆
		23.7	2.8	3.9	10 辆
2-2 型	1 类	19	3.5	3.4	5 辆

由题目中我们可知影响成本高低的首先是轿运车使用数量。为使轿运车的数量尽可能的少，我们先从宽度的角度考虑出发，使 1-2 车型的上层能够尽可能的都摆放两列。结合轿运车类型表统计 Excel 表 2 中给出的数据可知，我们首先排除高度大于 1.7 米的车，有 8 辆，其表示如下表 5.23 所示：

5.23 高度大于 1.7m 乘用车的类型

1	北京奔驰 戴克	北京 JEEP	大切诺基	4610	1826	1763	普通车
12	长城汽车	长城	嘉誉	4574	1704	1845	普通车
17	东南汽车	东南	得利卡	4945	1695	1970	中型车
24	华翔富奇	华翔富奇	华翔驭虎	5160	1895	1870/1930	中型车
25	黄海汽车	曙光	领航者 CUV	4800	1770	1880	普通车
26	吉奥汽车	吉奥汽车	帅威	4590	1766	1767	普通车
37	上汽通用 五菱	五菱	五菱扬光	3820	1495	1860	微型车
31	奇瑞汽车	奇瑞	瑞虎	4285	1765	1715	普通车

若 1-2 车型上层能够摆满两列，则我们还需在高度小于 1.7 米的车型中找出其宽度小于 1.7 米的车，所有宽度小于 1.7 米的车表示如下图所示：

5.24 宽度小于 1.7 米的乘用车类型

3	北京现代	北京现代	雅绅特	4310	1695	1480	普通车	40
5	比亚迪	比亚迪	F0	3460	1618	1465	微型车	54
7	昌河铃木	昌河铃木	利亚纳	4230	1690	1550	普通车	21
8	长安福特	长安马自达	马自达 2 劲翔	4270	1695	1480	普通车	29
14	东风日产	东风日产	骏逸	4420	1690	1590	普通车	23
17	东南汽车	东南卡	得利卡	4945	1695	1970	中型车	5
18	广州本田	广州本田	CITY 锋范	4400	1695	1470	普通车	37
20	哈飞汽车	哈飞汽车	路宝	3588	1563	1533	微型车	36
27	吉利汽车	吉利	自由舰	4194	1680	1440	普通车	24
29	南京菲亚特	南京菲亚特	派力奥	3763	1615	1440	微型车	33
30	奇瑞汽车	奇瑞	QQ6	3998	1640	1535	普通车	26
37	上汽通用五菱	五菱	五菱扬光	3820	1495	1860	微型车	37
39	天津一汽	天津一汽	威志三厢	4245	1680	1500	普通车	33
40	天津一汽	天津一汽	夏利两厢	3745	1615	1385	微型车	27

由图中我们可以得出所有宽度小于 1.7 米的车总共有 40+54+21+29+23+5+37+36+24+33+26+37+33+27=425 辆。现假设乘用车全部 25 辆全部用上，一列能放 5 辆车的情况下（一辆车上层可运 10 辆），乘用车全部用上且上层放置两列总共可以运输 250 车，该数据远小于 425 辆可以放置在 1-2 型车上层的车数。由于车辆宽度满足在 1-2 型车上放置两列的车数量足够多，故我们在车辆放置过程中可以先不考虑车辆的宽度问题。

排除了宽度问题后，我们可以从车辆的长度问题入手解决该问题。由于题中给出的 Excel 表 2 中的乘用车数据过多不好筛选，故我们现应用动态规划的方法对上表 5.24 所示的轿运车数据进行处理。动态规划的实质是分治思想和解决冗

余,其基本思想是将待求问题分解为若干既相互联系又相互独立的子问题,并储存子问题的解而避免重复计算子问题,以解决最优化问题的算法策略。我们将表 5.24 中轿运车动态规划分类,将 1-1 车型的前三种分为一类,四到六行的分为一类,将 1-2 车型的两种也分为一类,最终得到新的轿运车模型如下表 5.25 所示:

表 5.25 轿运车的装载方案

轿运车型号	类别	长	宽	高	各类别车数量
1-1 型	1-1A 型	18.49	*	*	64 辆
	1-1B 型	21.2	*	*	25 辆
	1-1C 型	24.3	*	*	22 辆
1-2	1 类	23.46	*	*	25 辆
2-2	1 类	19	*	*	5 辆

得到新的轿运车模型后,我们需要再对 Excel 表 2 中的乘用车的数据进行筛选分类,分类前我们先求出轿运车最大满载情况下的临界值,然后根据此临界值再对 Excel 表 2 乘用车的大数据进行筛选得到表 5.26。

表 5.26 轿运车的装载方案

轿运车型号	类别	长	满载车的个数	临界长度(单位:米)	各类别车数量
1-1 型	1-1A 型	18.49	5	3.618	64 辆
			4	4.5475	
	1-1B 型	21.2	5	4.16	25 辆
			4	5.225	
	1-1C 型	24.3	6	3.966	22 辆
			5	4.78	
			4	6	
1-2	1 类	23.46	6	3.826	25 辆
			5	4.612	
2-2	1 类	19	5	3.72	5 辆
			4	4.675	

得到轿运车模型长度最大载分配的临界值以后,我们应用启发式算法中的遗

传算法对 Excel 表 2 中的数据进行筛选。遗传算法(GeneticAlgorithm)是一类借鉴生物界的进化规律(适者生存,优胜劣汰遗传机制)演化而来的随机化搜索方法。它是由美国的 J.Holland 教授 1975 年首先提出,其主要特点是直接对结构对象进行操作,不存在求导和函数连续性的限定;具有内在的隐并行性和更好的全局寻优能力;采用概率化的寻优方法,能自动获取和指导优化的搜索空间,自适应地调整搜索方向,不需要确定的规则^[6]。遗传算法是一种常用的优化方法,是以编码的空间来取代问题的参数,以适应度函数为评价标准,以编码群体为进化基础,以对群体中的个体位串的遗传操作来实现选择和遗传机制,从而建立的一个迭代过程。并且,其编码的技术和遗传操作是简单易行的,不受限制性条件的约束的一种优化方法,具有隐含的并行性和全局最优解的搜索能力。遗传算法是基于高度并行的、随机的及自适应的优化算法,整个过程是将问题的求解方法表示成染色体的生存过程,并通过染色体种群的一代代不断的进化(选择、交叉、变异等)操作,最终收敛得到最适应环境的个体或种群,逐渐得到问题的最优解或满意解,最终达到求解问题的目的^[7]。

在每种轿运车车型的最大配载长度临界值附近设定合理的遗传因子,用遗传算法筛选出一定长度范围内的乘用车型的最优解集合,得出的简化后的乘用车模型如表 5.27 所示:

表 5.27 优化后乘用车的分配方案

乘用车 型号	长	宽	高	数量	车型中含的 Excel 表 2 中车的种类
I	3.693	*	<1.7	187 辆	5、10、20、29、 30、40
II	4.513	*	<1.7	777 辆	3、4、6、7、8、9、 11、13、14、16、17、 18、21、22、27、28、 32、33、34、35、36、 38、39、41、42、44、 45
III	5.048	*	<1.7	87 辆	2、15、19、23、 43
IV	4.598	*	>1.7	156 辆	1、12、17、24、 25、26、31、37

综上所述,我们通过动态规划和遗产算法分别得到了轿运车和乘用车简化后的新模型,其数据如下表 5.28 (b), 5.28 (a) 所示:

乘用车	长	宽	高	数量
I	3.69 3	*	<1.7	187 辆
II	4.51 3	*	<1.7	777 辆
vIII	5.04 8	*	<1.7	87 辆
IV	4.59 8	*	>1.7	156 辆

表 5.28 (a) 乘用车新模型

轿运车	类别	长	宽	高	数量
1-1 型	1-1 A 型	18.4 9	*	*	64 辆
	1-1 B 型	21.2	*	*	25 辆
	1-1 C 型	24.3	*	*	22 辆
1-2	1 类	23.4 6		*	25 辆
2-2	1 类	19	*	*	5 辆

表 5.28 (b) 轿运车新模型

根据我们得到的简化后的乘用车、轿运车模型。我们将问题 5 简化为类似与前几问的问题，我们已知了乘用车的类别和数量需求，同时也知道了拥有的轿运车的类别和数量。我们可以应用整数规划的方法对该模型再次求解，得出满足最大装载优化的最少轿运车数量。

通过计算我们分别可以得到 1-1A 型上下层的最大配载数为 11、22。1-1B 型上下层的最大配载数为 15、35。1-1C 型上下层的最大配载数为 18、48。1-2 型上下层的最大配载数为 17、41。2-2 型上下层的最大配载数为 12、12。

现设轿运车 1-1A 型其上层可能出现的放置情况记为 $x_1 - x_{11}$ ，1-1A 型下层可能出现的放置情况记为 $x_{11} - x_{33}$ 。

轿运车 1-1B 型其上层可能出现的放置情况记为 $y_1 - y_{15}$ ，1-1B 型下层可能出现的放置情况记为 $y_{15} - y_{50}$ 。

轿运车 1-1C 型其上层可能出现的放置情况记为 $z_1 - z_{18}$ ，1-1C 型下层可能出现的放置情况记为 $z_{18} - z_{66}$ 。

轿运车 1-2 型其上层可能出现的放置情况记为 $m_1 - m_{17}$ ，1-2 型下层可能出现的放置情况记为 $m_{17} - m_{58}$ 。

轿运车 2-2 型其上层可能出现的放置情况记为 $n_1 - n_{12}$ ，2-2 型下层可能出现的放置情况记为 $n_{12} - n_{24}$ 。

$$\begin{cases}
\min = \sum_{i=1}^{11} x_i + \sum_{i=1}^{15} y_i + \sum_{i=1}^{18} z_i + \sum_{i=1}^{17} m_i + \sum_{i=1}^{12} n_i \\
0.2 * (\sum_{i=1}^{11} x_i + \sum_{i=1}^{15} y_i + \sum_{i=1}^{18} z_i) - (\sum_{i=1}^{17} m_i) \geq 0 \\
\sum_{i=1}^{11} A1(i,1) * x_i + \sum_{i=1}^{33} A2(i,1) * x_{i+11} + \sum_{i=1}^{15} B1(i,1) * y_i + \sum_{i=1}^{50} B2(i,1) * y_{i+15} + \sum_{i=1}^{18} C1(i,1) * z_i + \sum_{i=1}^{66} C2(i,1) * z_{i+18} + \\
+ \sum_{i=1}^{17} D1(i,1) * m_i + \sum_{i=1}^{58} D2(i,1) * m_{i+17} + \sum_{i=1}^{12} E1(i,1) * m_i + \sum_{i=1}^{24} E2(i,1) * m_{i+12} = 156 \\
\sum_{i=1}^{11} A1(i,2) * x_i + \sum_{i=1}^{33} A2(i,2) * x_{i+11} + \sum_{i=1}^{15} B1(i,2) * y_i + \sum_{i=1}^{50} B2(i,2) * y_{i+15} + \sum_{i=1}^{18} C1(i,2) * z_i + \sum_{i=1}^{66} C2(i,2) * z_{i+18} + \\
+ \sum_{i=1}^{17} D1(i,2) * m_i + \sum_{i=1}^{58} D2(i,2) * m_{i+17} + \sum_{i=1}^{12} E1(i,2) * m_i + \sum_{i=1}^{24} E2(i,2) * m_{i+12} = 87 \\
\sum_{i=1}^{11} A1(i,3) * x_i + \sum_{i=1}^{33} A2(i,3) * x_{i+11} + \sum_{i=1}^{15} B1(i,3) * y_i + \sum_{i=1}^{50} B2(i,3) * y_{i+15} + \sum_{i=1}^{18} C1(i,3) * z_i + \sum_{i=1}^{66} C2(i,3) * z_{i+18} + \\
+ \sum_{i=1}^{17} D1(i,3) * m_i + \sum_{i=1}^{58} D2(i,3) * m_{i+17} + \sum_{i=1}^{12} E1(i,3) * m_i + \sum_{i=1}^{24} E2(i,3) * m_{i+12} = 777 \\
\sum_{i=1}^{11} A1(i,4) * x_i + \sum_{i=1}^{33} A2(i,4) * x_{i+11} + \sum_{i=1}^{15} B1(i,4) * y_i + \sum_{i=1}^{50} B2(i,4) * y_{i+15} + \sum_{i=1}^{18} C1(i,4) * z_i + \sum_{i=1}^{66} C2(i,4) * z_{i+18} + \\
+ \sum_{i=1}^{17} D1(i,4) * m_i + \sum_{i=1}^{58} D2(i,4) * m_{i+17} + \sum_{i=1}^{12} E1(i,4) * m_i + \sum_{i=1}^{24} E2(i,4) * m_{i+12} = 187 \\
\left| \sum_{i=1}^{11} x_i - \sum_{i=11}^{33} x_i \right| = 0, \quad \left| \sum_{i=1}^{15} y_i - \sum_{i=15}^{50} y_i \right| = 0, \quad \left| \sum_{i=1}^{18} z_i - \sum_{i=18}^{66} z_i \right| = 0 \\
\left| \sum_{i=1}^{17} m_i - \sum_{i=17}^{58} m_i \right| = 0 \\
\left| \sum_{i=1}^{12} n_i - \sum_{i=12}^{24} n_i \right| = 0 \\
\sum_{i=1}^{33} x_i \in [6, 27]; \sum_{i=1}^{50} y_i \in [6, 27]; \sum_{i=1}^{66} z_i \in [6, 27]; \sum_{i=1}^{58} m_i \in [6, 27]; \\
\sum_{i=21}^{24} n_i \in [6, 27]; \\
\text{其中 } x, y, z, m, n \text{ 都为正整数。}
\end{cases}$$

用 lingo 仿真得到的最少轿运车数量数仿真图如图 5.9 所示，最终分配表如表 5.29 所示：

Local optimal solution found.		
Objective value:		113.0000
Objective bound:		113.0000
Infeasibilities:		0.000000
Extended solver steps:		15
Total solver iterations:		461

Variable	Value	Reduced Cost
X1	1.000000	0.000000
X2	0.000000	0.000000
X3	0.000000	0.000000
X4	0.000000	0.000000
X5	44.000000	0.000000
X14	0.000000	0.000000
X15	0.000000	0.000000
X16	19.000000	0.000000
X17	0.000000	0.000000
X26	0.000000	0.000000
X27	0.000000	0.000000
X28	22.000000	0.000000
X37	0.000000	0.000000
X38	0.000000	0.000000
X39	22.000000	0.000000
X40	0.000000	0.000000
X49	0.000000	0.000000
X50	0.000000	0.000000
X51	5.000000	0.000000
X52	0.000000	0.000000
X6	1.000000	0.000000
X7	1.000000	0.000000
X8	6.000000	0.000000
X9	6.000000	0.000000
X10	0.000000	0.000000

图 5-9 lingo 仿真示意图

表 5.29 轿运车分配方案

轿运车	类别	需求数量
1-1 型	1-1A 型	45 辆
	1-1B 型	19 辆
	1-1C 型	22 辆
1-2	1 类	22 辆
2-2	1 类	5 辆
需求的轿运车总数		113 辆

6 模型的评价

模型优点：

1. 该模型能有效的分配 1-1 型轿运车和 1-2 型轿运车，并且能充分利用轿运车的车载空间，得到最优的装载方案，可以提高运输效率，降低运输成本。

2. 以往的物流主要是依靠调度人员的经验，面对复杂的运输情况，往往会造成很大的浪费，该模型能准确有效的确定轿运车辆，合理的分配运输方案，达到节约运输成本的效果。

3. 该模型提出了一种有效地确定最大运能优化的方法，能有效的提高轿运车的利用度，算法精度高、简明易懂。

4. 该模型能在实际运输过程中对最少轿运车的确定提供一定的理论依据，给出了一种可行的最短路径方案。

模型缺点：

1、实际情况中，可能出现突然的新订单令乘用车数量增多的情况，该模型对突发事件的出现缺乏一定的灵活性。

2、问题五中对轿运车的动态规划类别划分会使结果损失一定的精确度，求得的是一个较优解。

7 参考文献

- [1] 马丽娟.国内整车物流业前景分析[J].中国管理信息化.2012.
- [2] 马增荣. 中国汽车物流综述[Z]. 中国汽车市场年鉴. 2011.
- [3] 王文波. 数学建模及其基础知识详解[M]. 武汉：武汉大学出版社，2006.
- [4] 李雄飞,张海龙,刘兆军等.用启发式算法求解最短路径问题[J].吉林大学学报,2011(1): 182-187
- [5] 侯丽晓.车辆装载和路径安排联合优化问题研究[D].大连海事大学硕士学位论文,2011
- [6] 陈秋莲，基于 Matlab 遗传算法工具箱的优化计算实现[J],现代电子技术，第 2 期 124~P129，2007.
- [7] 姚树魁. 物流配送中心 VRP 问题模型和算法研究[D]. 山东师范大学硕士学位论文, 2011