

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

## 第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

学 校 山东大学

---

参赛队号 10422076

---

1.赵石磊

---

队员姓名 2.董桂英

---

3.相龙海

---

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)



## 第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

### 题 目 水面舰艇编队防空和信息化战争评估模型

#### 摘 要：

本文对水面舰艇编队防空问题进行了研究，解决了舰艇的最佳编队问题，分析了最佳编队的抗饱和攻击能力，实现了对空中目标意图的预测，并建立了战略级信息化战争评估模型。

针对问题一，首先计算来袭导弹被舰 $i$ 发现时与指挥舰之间的距离 $d_i$ ，然后求来袭导弹首次被发现时与指挥舰之间的距离 $d = \max_{i=1,2,3,4,5} d_i$ ，假设导弹以最危险的角度入射，计算其首次被发现时与指挥舰之间的距离 $D = \min_{\theta \in [20^\circ, 220^\circ]} d$ ，然后以最早发现来袭导弹为目标建立最佳编队模型，将求最佳队形问题转化为求函数 $D = D(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4)$ 的最大值问题。用 MATLAB 中的 fminsearch 函数求解 $-D$ 的最小值，求得编队处于最佳队形时，各护卫舰相对指挥舰的位置为

护卫舰编	坐标(km)	角度 (度)	距离
1	(28.70,28.	44.93	40.64
2	(42.53,-3.	95.10	42.70
3	(22.67,-32	145.06	39.59
4	(-10.96,-4	195.02	42.32

最后，在随机攻击和薄弱攻击的情况下验证了最佳队形的合理性。

针对问题二，首先求出编队最危险的方向 $\theta$ ，然后计算导弹从最危险方向入射时，来袭导弹的发现点 $(m_0, n_0)$ 和击落点坐标 $(m_i, n_i)$ ，然后计算发射拦截导弹的舰艇 $j$ 距离

击落点的距离  $L_j$ 、各舰（舰艇  $j$  除外）到拦截导弹运行轨迹的最小距离  $Q_0$ 、来袭导弹与指挥舰之间的距离  $d_i$ 。设计循环算法，求解满足射程范围  $10 \leq L_j \leq 80$  和安全距离要求  $Q_0 > 10$ ， $d_i > 10$  的  $i_{\max}$ ，则编队最佳队形的抗饱和攻击能力  $w_1 = i_{\max} = 10$  批。

针对问题三，为求有预警机情况下的抗饱和攻击能力，首先要确定任意方位上舰队可抗击来袭导弹的最大批数，该数值与以下几个因素相关：（1）我方导弹的射程范围；（2）拦击导弹和来袭导弹的速度；（3）拦截导弹所在直线与本方舰艇的距离大于 10 千米。每个方位上拦截导弹的最大批次问题可转化成一个非线性规划问题。而抗饱和攻击能力是所有方位上抗击导弹批数的最小值。通过非线性规划问题以及函数极值问题的求解，可得有预警机情况下抗饱和攻击能力为 20 批。

针对问题四，首先将样本数据进行去噪处理和格式转换，得到相应数据的方位角、水平速度、距离、高度。然后将数据归一化处理，以解决不同量纲造成的识别目标意图障碍的问题。采用主成分分析法（PCA）提取出训练样本的五个主要的特征。计算出这五个特征的贡献率达 98.9183%。然后利用这五个特征进行模式分类，首先将多分类问题转化成五个“一对多”二分类问题，然后应用支持向量机（SVM）分类算法获取分离层，并用 Jackknife 方法验证 SVM 算法的可靠性，每次取样本集中的 14 组数据训练分类器，用剩余的一组数据检验分类器，其识别准确率  $acc$  达到 93.3%。然后将雷达监测样本数据进行分类，进而可以得知空中目标的意图如表 5.14 所示。

针对问题五，首先学习了经典兰彻斯特方程，在此基础上引入信息化战争中的四个重要因素：信息系统的配置级别  $U_I$ 、指挥对抗效能  $U_E$ 、信息优势系数  $U_A$ 、信息系统的稳定性系数  $U_S$ ，建立战略级信息化战争评估模型

$$\begin{aligned}\frac{dr^*}{dt} &= -(U_{Ib} + U_{Eb}) \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{Ib}^2} \frac{U_{Ab} + U_{Sb}}{U_{Ar} + U_{Sr}} n_b b^* - (2 - U_{Ib} - U_{Eb}) \frac{A_r}{A_1} n_b \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{Ib}^2} \left( \frac{U_{Ab} + U_{Sb}}{U_{Ar} + U_{Sr}} \right)^2 r^* b^* \\ \frac{db^*}{dt} &= -(U_{Ir} + U_{Er}) \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{Ir}^2} \frac{U_{Ar} + U_{Sr}}{U_{Ab} + U_{Sb}} n_r r^* - (2 - U_{Ir} - U_{Er}) \frac{A_b}{A_2} n_r \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{Ir}^2} \left( \frac{U_{Ar} + U_{Sr}}{U_{Ab} + U_{Sb}} \right)^2 r^* b^*\end{aligned}$$

得出信息化战争的规律为：在信息化战争中，拥有强大的信息感知能力和信息优势将是作战胜利的关键因素。近距离作战时，提高  $U_I$  和  $U_E$  能够更多地削弱敌方兵力。远距离作战时，提高  $U_I$ 、 $U_E$  能否加大抗战胜利的几率，依赖于  $U_I$ 、 $U_E$  与  $U_A$ 、 $U_S$  的相对大小。增大  $U_A$  和  $U_S$  能够提高作战胜利的几率，并且  $U_A$ 、 $U_S$  对于远距离作战的作用更显著。

**关键词：** 最佳队形 抗饱和攻击 非线性规划 主成分分析 支持向量机

信息化战争评估模型

## 一、问题重述

我海军由1艘导弹驱逐舰和4艘导弹护卫舰组成水面舰艇编队在我南海某开阔海域巡逻，导弹驱逐舰为指挥舰，重要性最大。某时刻 $t$ 我指挥舰位于北纬15度41分7秒，东经112度42分10秒，编队航向200度，航速16节。编队各舰上防空导弹型号相同，数量充足，水平最小射程为10千米，最大射程为80千米，高度影响不必考虑，平均速度2.4马赫。各舰仅依靠自身雷达对空中目标进行探测，但各舰之间可以通过数据链共享信息，并由指挥舰统一指挥各舰进行防御。

以指挥舰为原点的20度至220度扇面内，等可能的有导弹来袭。来袭导弹的飞行速度0.9马赫，射程230千米，航程近似为直线，一般在离目标30千米时来袭导弹启动末制导雷达，其探测距离为30千米，搜索扇面为30度，（即来袭导弹飞行方向向左和向右各15度，若指挥舰在扇形内，则认为来袭导弹自动捕捉的目标就是指挥舰），且具有“二次捕捉”能力（即第一个目标丢失后可继续向前飞行，假设来袭导弹接近舰艇时受到电子干扰丢失目标的概率为85%，并搜索和攻击下一个目标，“二次捕捉”的范围是从第一个目标估计位置算起，向前飞行10千米，若仍然没有找到目标，则自动坠海）。每批来袭导弹的数量小于等于4枚。

由于来袭导弹一般采用超低空飞行和地球曲率的原因，各舰发现来袭导弹的随机变量都服从均匀分布，均匀分布的范围是导弹与该舰之间距离在20-30千米。可以根据发现来袭导弹时的航向航速推算其不同时刻的位置，故不考虑雷达发现目标后可能的目标“丢失”。编队发现来袭导弹时由指挥舰统一指挥编队内任一舰发射防空导弹进行拦截，进行拦截的准备时间（含发射）均为7秒，拦截的路径为最快相遇。各舰只有在本次拦截任务完成后，才可以执行下一个拦截任务。指挥舰对拦截任务的分配原则是，对每批来袭导弹只使用一艘舰进行拦截。不考虑每次拦截使用的防空导弹数量。

建立数学模型，解决以下几个问题：

一、在未发现敌方目标时，设计编队最佳队形，应对所有可能的突发事件，保护好指挥舰，使其尽可能免遭敌导弹攻击。

二、当仅使用防空导弹拦截来袭导弹时，分析上述编队的抗饱和攻击能力？

三、当仅使用防空导弹拦截敌来袭导弹，如果编队得到空中预警机的信息支援，对距离我指挥舰200千米内的所有来袭导弹都可以准确预警，编队仍然保持上面设计的队形，分析使用预警机对我指挥舰的抗饱和攻击能力提高多少？

四、预警机发现前方有12批可疑的空中目标，从 $t$ 时刻起，雷达测得的目标位置信息在附件1的表格中，各目标雷达反射面积见表1。用于判断空中目标的意图的知识和规则的样本见表2。请分析识别空中各目标可能的意图。

五、如果我方的预警机和水面舰艇编队的雷达和通信系统遭到敌方强烈的电子干扰，后果将是极其严重的。建立宏观的战略级信息化战争评估模型，从一般意义上反映信息化战争的规律和特点，利用模型分析信息系统、指挥对抗、信息优势、信息系统稳定性，以及其它信息化条件下作战致胜因素的相互关系和影响。并通过信息化战争的经典案例，对模型加以验证。

## 二、模型假设

- (1) 假设敌方恶意攻击，沿着超低空来袭，舰艇的监测半径为 20 千米。
- (2) 计算抗饱和攻击时，忽略来袭导弹的高度。
- (3) 假设饱和攻击时，来袭导弹处于连续发射状态。
- (4) 假设在拦截导弹的射程范围内，来袭导弹都可以被击中。
- (5) 假设任何拦截导弹不可以进入舰艇的安全距离内。
- (6) 假设信息系统某些设备不能同时用于远近距离作战。

## 三、基本符号说明

符号	符号说明
$d$	来袭导弹与指挥舰之间的距离
$\theta$	来袭导弹的入射角
$k$	来袭导弹运行轨迹的斜率
$D$	以最危险的角度入射，来袭导弹与指挥舰之间的距离
$E_{fd}$	导弹以随机角度攻击时的平均发现距离
$E_{sd}$	导弹以随机角度攻击时的平均击落距离
$E'_{fd}$	导弹以最危险角度攻击时的最小发现距离
$E'_{sd}$	导弹以最危险角度攻击时的最小击落距离
$v_1$	来袭导弹的速度
$v_2$	拦截导弹的速度
$L$	拦截导弹的射程
$Q$	舰艇距离拦截导弹运动轨迹的最小值
$w_1$	不使用电子干扰和近程火炮，最佳编队的抗饱和攻击能力
$w_2$	加入预警机后，最佳编队的抗饱和攻击能力
$P$	最佳编队所能击落的导弹的最大批次

---

$\lambda_i$	主成分的特征值
$\eta_i$	主成分 $\lambda_i$ 的贡献率
$X_i$	第 $i$ 组样本集数据
$S_t$	监测数据集的总体散布矩阵
$\mu$	数据集平均值向量
$e_{ms}$	最小均方意义下的重建误差
$\xi$	分类误差
$r^*$	红方兵力数量
$b^*$	蓝方兵力数量
$\alpha_l$	红方作战成员作战效能
$\beta_l$	蓝方作战成员作战效能
$A_1$	红方战斗成员的平均分布面积
$A_2$	蓝方战斗成员的平均分布面积
$n_r$	红方战斗成员的战术射速
$n_b$	蓝方战斗成员的战术射速
$U_I$	信息系统的配置级别
$U_E$	指挥对抗效能
$U_A$	信息优势系数
$U_S$	信息系统的稳定性系数

---

#### 四、问题分析

针对问题一，首先要使得编队能够应对所有可能的突发事件，那么就要使编队发现来袭导弹的时间尽可能早，这样才能保证舰队有足够的时间应对突发事件，并采取相应的行动。其次，编队的监测范围应该尽可能大，尽量不要让来袭导弹有漏洞穿过直接指

向指挥舰。因此本题的关键目标是求解在最大范围内尽早的发现来袭导弹。由于越早发现来袭导弹，那么来袭导弹距离指挥舰的距离越长，所以可以把尽可能早发现来袭导弹这个目标转化为发现来袭导弹时，来袭导弹距离指挥舰尽可能远。建立所求目标与编队护卫舰位置之间的联系，进而求解出舰队处于最佳编队状态时，各护卫舰相对指挥舰的方位和距离。

针对问题二，题目要求求出最佳编队的抗饱和攻击能力，根据抗饱和攻击能力的定义，首先需要找到舰队处于最佳编队时的最危险的方向，所谓最危险的方向应该是最早发现来袭导弹的方向。首先应该求解出在最危险的方向上，来袭导弹的发现点和击落点，该击落点必须在拦截导弹的射程范围内，且拦截导弹不能穿过任一舰艇的安全距离内，在来袭导弹距离指挥舰的距离大于 10 千米的范围内，舰艇所能击落的来袭导弹的最大批次就是最佳编队的抗饱和攻击能力。

针对问题三，加入预警机后，发现来袭导弹的距离变远了，并且最佳编队的最危险的方向也会改变，所以本题在第二问的基础上做了一些改变。首先，找到来袭导弹的发现点和被击落点，在各舰的安全范围外，计算各舰的最大拦截批次，将其相加得到编队总体的最大拦截批次，编队的最大拦截批次的最小值，就是在最危险的方向，编队的抗饱和攻击能力。

针对问题四，题目要求通过雷达监测数据，判断出空中各目标的可能意图，本题的关键是要找出一个判断标准，因此论文将题干中表 2 的数据作为一个训练样本来学习。由于学习样本所涉及的变量比较多，为了更准确地判断目标意图，首先需要进行去噪处理，去除学习样本中的误差数据。然后，利用 PCA 算法获取样本的主成分，由于样本的数目比较少，所以本题适合利用支持向量机算法来建立分离器。接下来，为了验证支持向量机算法的可靠性，可以利用 Jackknife 估算法进行验证。最后，建立一个高准确率的分隔器，用该分离器来判断空中目标的可能意图。

针对问题五，首先分析传统作战的弊端，找出兰彻斯特方程失效的原因，然后考虑信息化条件下，作战胜利的关键因素：信息系统、指挥对抗、信息优势和信息系统稳定性，考虑这四个因素对作战效果的影响，基于兰彻斯特方程的传统作战评估模型，加入信息化作战的关键元素，建立战略级信息化战争评估模型。在该模型的基础上分析信息化战争的规律和特点及信息系统、指挥对抗、信息优势和信息系统稳定性对抗战胜利的影响。

## 五、模型的建立与问题的求解

### 5.1 问题一：设计编队最佳队形

本题要求在未发现敌方来袭目标时，设计一个最佳队形，使该舰队在未发现敌方来袭导弹时，能够应对所有可能的突发事件，并保护好指挥舰。不考虑多批次来袭导弹，并且假设在护卫舰的射程内，来袭导弹都可以被击中，因此该题的关键因素为最早发现来袭目标。以这个因素为目标建立模型，求解出该舰队的最佳队形。

#### 5.1.1 最早发现来袭目标模型

由题目已知，敌方导弹超低空来袭，高度影响不必考虑，所以建立平面直角坐标系，如图 5.1 所示。

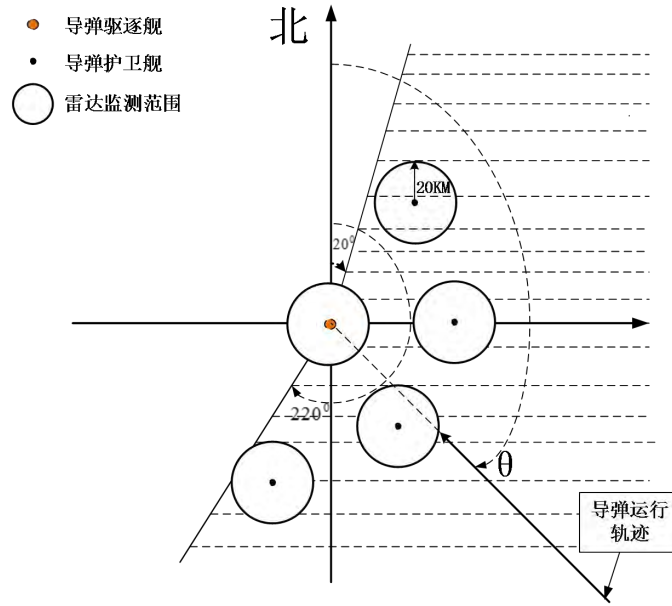


图 5.1 舰队抗击来袭导弹态势图

在上述平面直角坐标系中，假设导弹来袭轨迹的斜率为 $k$ ，4个掩护舰的坐标分别为 $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ 、 $(x_3, y_3)$ 、 $(x_4, y_4)$ ，则来袭导弹的运行轨迹方程为：

$$y = kx \quad (1)$$

由于敌方的意图未知，所以论文假设最糟糕的情况，由题目已知各舰发现导弹的随机变量都服从均匀分布，均匀分布的范围是导弹与该舰之间的距离在20-30千米的范围内。由于未发现目标时需要应对所有可能的突发事件，所以舰艇编队需要在护卫舰的监测半径最小的情况设计队形，才能更好地保护指挥舰。因此本题选用护卫舰的监测半径为20km。

设来袭导弹被护卫舰 $i$ 监测到时的坐标为 $(a_i, b_i)$ ，护卫舰 $i$ 发现来袭导弹时，来袭导弹与指挥舰之间的距离为 $d_i$ ，则有：

$$d_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad (2)$$

这里 $(a_i, b_i)$ 分三种情况讨论：



1) 当来袭导弹的入射角  $\theta$  的范围在  $[20^\circ, 180^\circ)$  时

$$a_i = \frac{(2x_i + 2ky_i) + \sqrt{(2x_i + 2ky_i)^2 - 4(1+k^2)(x_i^2 + y_i^2 - 400)}}{2(1+k^2)} \quad (3)$$

$$b_i = ka_i$$

其中：入射角  $\theta$  定义为来袭导弹入射方向与正北方向的夹角。

2) 当来袭导弹的入射角  $\theta$  的范围在  $(180^\circ, 220^\circ]$  时

$$a_i = \frac{(2x_i + 2ky_i) - \sqrt{(2x_i + 2ky_i)^2 - 4(1+k^2)(x_i^2 + y_i^2 - 400)}}{2(1+k^2)} \quad (4)$$

$$b_i = ka_i$$

3) 当来袭导弹的入射角  $\theta = 180^\circ$ ，即导弹轨迹与  $y$  轴方向重合时

$$a_i = 0$$

$$b_i = \frac{2y_i - \sqrt{4y_i^2 - 4(x_i^2 + y_i^2 - 400)}}{2} \quad (5)$$

由题目知，各艘舰艇之间可以通过数据链，实现信息共享，并且来袭导弹既可以被护卫舰发现，也可以被驱逐舰发现，所以本文给出如下定义。

定义 1：来袭导弹首次被发现时，来袭导弹与指挥舰之间的距离为  $d$ 。

$d$  的取值可分以下两种情况讨论：

1) 当来袭导弹被护卫舰发现时

$$d = \max_{i=1,2,3,4} d_i \quad (6)$$

2) 当来袭导弹被指挥舰发现时

$$d = 20km \quad (7)$$

因此  $d$  的大小与  $k, x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4$  这 9 个参数有关，可记为

$$d = d(k, x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4) \quad (8)$$

为了能够更灵敏的应对各种突然袭击，更好的保护驱逐舰，必须找到来袭导弹最危险的来袭情况。

定义 2：假设来袭导弹从最危险的角度入射，当发现来袭导弹时，来袭导弹距指挥舰的距离为

$$D = \min_{\theta \in [20^\circ, 220^\circ]} d(k, x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4) \quad (9)$$

由式 (9) 可知， $D$  与  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4$  有关，记为

$$D = D(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4) \quad (10)$$

这里  $D = D(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4)$  是个多自变量的非线性函数，当来袭导弹沿着最危险的入射角度侵袭时，计算出它初次被监测到距离指挥舰的距离，由于来袭导弹的速度是确定的，所以这个距离应该越大越好，距离越大，编队才有充足的时间准备并进行拦截任务，即  $D = D(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4)$  越大越好，这样就将在最危险的情况最早发现来袭导弹问题转化为求  $D$  的最大值问题，也就是将编队问题转化为求非线性函数的极值问题。

### 5.1.2 求解舰队的最佳队形

在上述模型的基础上，为了计算出来袭导弹以最危险的入射角度来袭时，来袭导弹距离指挥舰的最大距离，即求出  $D = D(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4)$  的极大值，本文利用 MATLAB 编程求解，由于 MATLAB 中没有求极大值得函数，所以先对目标函数进行变换，转换成求  $-D$  得极小值，然后利用 *fminsearch* 函数求解  $-D$  的极小值。

由于 *fminsearch* 函数求得的解，对选取的初始值较为敏感，所以为得到  $D$  的全局最优解，需要选取多组初始值进行计算，并比较所有解，然后从中选出最优解。具体计算步骤如下所示：

*step1*: 随机选取 100 组护卫舰坐标点  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ 、 $(x_3, y_3)$ 、 $(x_4, y_4)$  作为初始解；

*step2*: 对每组初始解，利用 *fminsearch* 函数求  $-D$  的一个极小值；

*step3*: 比较 *step2* 中所有的解，从中选出最小的解作为全局最优解，该解即为最佳编队时，各护卫舰所对应的坐标。

利用上述步骤计算最优解，发现对应多组初始解得到的最佳队形都收敛到同一位置，因此得到最佳编队队形如图 5.2 所示，其中每个护卫舰相对指挥舰的坐标、角度、距离等信息如表 5.1 所示。

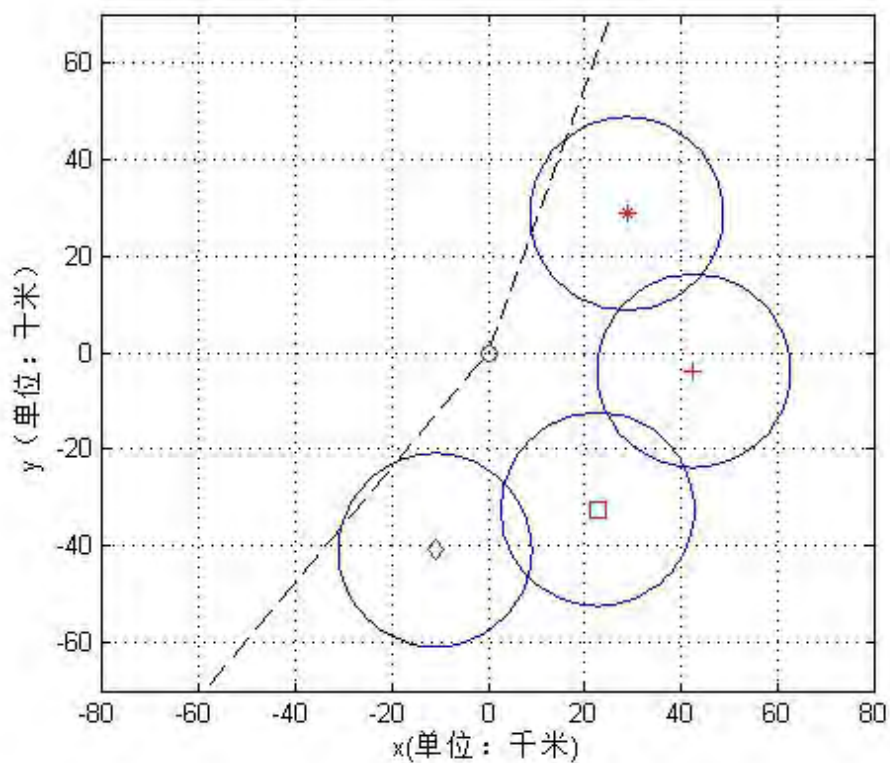


图 5.2 无来袭目标时，舰队最佳队形

护卫舰编号	坐标(km)	角度(°)	距离(km)
1	(28.70,28.77)	44.93	40.64
2	(42.53,-3.80)	95.10	42.70
3	(22.67,-32.45)	145.06	39.59
4	(-10.96,-40.87)	195.02	42.32

表 5.1 最佳编队时，护卫舰相对指挥舰位置

注：表中的坐标以指挥舰为原点，正北方向为  $y$  轴方向，单位为千米；

角度是与正北方向的夹角，单位为度；

距离是指护卫舰与指挥舰之间的距离，单位为千米。

结果分析：

由图 5.2 和表 5.1 可知，当处于最佳编队状态时，四艘护卫舰的位置大致分布在以指挥舰为圆心，以 40 千米为半径的弧线上。这种编队形式能够兼顾来袭导弹的各种入射角度，有利于应对所有可能的突发事件，保护好指挥舰。

### 5.1.3 模型检验

为了检验上述模型的合理性，在舰队处于上述最佳队形的情况下，论文模拟了两类

攻击情形：随机攻击情形和薄弱攻击情形。检验最佳队形在上述两种攻击情形下的表现，具体做法如下。

### （一） 随机攻击情形

为了观测最佳编队在随机攻击下的防御效果，本文以平均发现距离和平均击落距离为指标来评价模型的有效性。

定义 3：平均发现距离是指在导弹袭击角度随机的情况下，舰队发现来袭导弹时，来袭导弹与指挥舰之间距离的期望值，用符号  $E_{fd}$  表示。其数学定义式为

$$E_{fd} = \text{mean}(d_{fn}) \quad (11)$$

其中  $d_{fn}$  表示在第  $n$  个入射角度，舰队发现来袭导弹时，来袭导弹与指挥舰之间的距离。由大数定律可知，当入射角度选取无穷多个时，可用下式来逼近  $E_{fd}$ 。

$$E_{fd} = \frac{\sum_{n=1}^N d_{fn}}{N} \quad (12)$$

其中  $N$  为选取的入射角度的个数。

平均发现距离  $E_{fd}$  越大，说明舰队发现随机导弹的时间越早，越有利于应对各种突发事件。

定义 4：平均击落距离是指在导弹袭击角度随机的情况下，舰队以最快速度击落来袭导弹时，来袭导弹与指挥舰之间距离的期望值，用符号  $E_{sd}$  表示。其数学定义式为

$$E_{sd} = \text{mean}(d_{sn}) \quad (13)$$

其中：  $d_{sn}$  表示在第  $n$  个入射角度，舰队发现并以最快速度击落来袭导弹时，来袭导弹与指挥舰之间的距离。

由大数定律可知，当入射角度选取无穷多个时，可用下式来逼近  $E_{sd}$ 。

$$E_{sd} = \frac{\sum_{n=1}^N d_{sn}}{N} \quad (14)$$

其中：  $N$  为选取的入射角度的个数。

平均击落距离  $E_{sd}$  越大，说明舰队发现并击落随机导弹的时间越早，越有利于保护指挥舰。

为计算平均发现距离和平均击落距离的大小，在可能攻击范围  $[20^\circ, 220^\circ]$  内，随机

选取 100 个导弹攻击角度，计算来袭导弹在每个角度的发现距离和击落距离，最后求出这 100 个发现距离和击落距离的平均数就得到平均发现距离和平均击落距离。如表 5.2 所示。

平均发现距离 $E_{fd}$	57.0953 km
平均击落距离 $E_{sd}$	50.7097 km

表 5.2 随机攻击时模型评价指标

## (二) 薄弱攻击情形

为了检验最佳队形在薄弱攻击下的防御情形，本文以最小发现距离和最小击落距离为指标来评价模型的拦截效果。

定义 5：最小发现距离是指来袭导弹以最危险的角度入射，舰队发现来袭导弹时，来袭导弹与指挥舰之间的距离，用符号  $E'_{fd}$  表示。

最小发现距离  $E'_{fd}$  越大，说明在最危险的角度上舰队发现导弹的时间越早，越有利于保护指挥舰。

定义 6：最小击落距离是指来袭导弹以最危险的角度入射时，舰队发现并以最快速度击落来袭导弹时，来袭导弹与指挥舰之间的距离，用符号  $E'_{sd}$  表示。

最小击落距离  $E'_{sd}$  越大，说明舰队发现并击落来袭导弹的时间越早，越有利于保护指挥舰。

为计算最小发现距离和最小击落距离的大小，用 MATLAB 模拟来袭导弹以最危险角度入射的情况，求出最小发现距离和最小击落距离，其结果如表 5.3 所示。

最小发现距离 $E'_{fd}$	47.1476 km
最小击落距离 $E'_{sd}$	39.1587 km

表 5.3 薄弱攻击时模型评价指标

结论：

通过以上模拟发现，在应对随机攻击和薄弱攻击时，上述求解的最佳队形具有较好的抵御效果，均能迅速发现并击落来袭目标，这说明模型所求的最佳编队队形是合理的。

## 5.2 问题二：计算编队的抗饱和攻击能力

考虑多批次导弹同时来袭，在不使用电子干扰和近程火炮等拦截手段时，仅使用防空导弹拦截来袭目标，求解上述最佳队形的抗饱和攻击能力。题目要求求出舰队最佳队形的抗饱和攻击能力，也就是要求出，当指挥舰遭遇多批次导弹同时攻击时，在最危险的方向，编队最多能拦截多少批次的导弹，因此下面我们建立模型，分析该队形拦截导弹的具体情况。

### 5.2.1 抗饱和攻击能力模型

在图 5.2 所示的最佳队形中，其最危险的方向就是最晚发现来袭导弹的方向，即为图 5.2 中几个圆的交点加上圆与袭击区域临界边的交点，题目中需要计算五个薄弱点拦截的最大批次，这里先求出其中一个薄弱点的最大拦截批次。然后依次计算其他四个点的最大拦截批次，取五个薄弱环节最大拦截批次的最小值作为最佳编队的抗饱和攻击能力。因此本文在上述最佳队形的二维平面坐标系中分析舰队的抗饱和攻击能力。

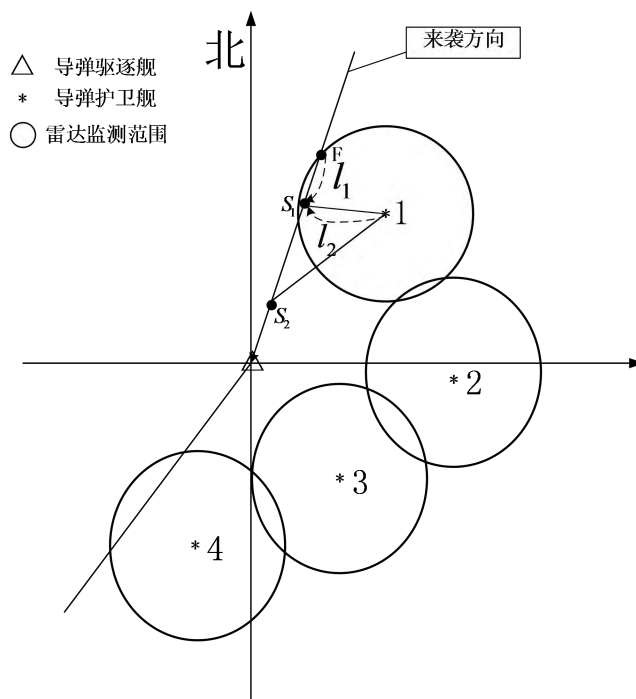


图 5.3 最佳编队的抗饱和攻击分析图

图 5.3 中的  $F$  点为在最危险的方向上，发现来袭导弹的点，坐标为  $(a_1, b_1)$ ，点  $S_1$  为击落来袭导弹的点，设第  $i$  批来袭导弹被击落时，坐标为  $(m_i, n_i)$ 。令

$$d_i = \sqrt{m_i^2 + n_i^2} \quad (15)$$

为第  $i$  批来袭导弹被击落时距离指挥舰的距离。

设来袭导弹的速度为  $v_1$ ，拦截导弹的速度为  $v_2$ ，由题目可知：

$$v_1 = 0.9 \text{ 马赫}, v_2 = 2.4 \text{ 马赫}$$

换算成米/秒，则

$$v_1 = 0.9 \times 340 \text{ m/s} = 0.306 \text{ km/s}, v_2 = 2.4 \times 340 \text{ m/s} = 0.816 \text{ km/s}$$

设导弹沿着如图 5.3 所示的危险方向来袭时，其轨迹的斜率为  $k'$

$$k' = \tan 20^\circ \quad (16)$$

则来袭导弹的轨迹方程为

$$y = k' x \quad (17)$$

联立方程

$$\begin{aligned} y &= k' x \\ (x - 128.70)^2 + (y - 28.77)^2 &= 400 \end{aligned} \quad (18)$$

求解出交点坐标  $(a_1, b_1)$ ，令

$$R_0 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (19)$$

当来袭导弹被击落时，来袭导弹和拦截导弹的运动情况满足下式

$$\frac{R_0 - d_i}{v_1} - \gamma = \frac{\sqrt{(x_j - m_i)^2 + (y_j - n_i)^2}}{v_2} \quad (20)$$

其中：  $(x_j, y_j)$  为第  $j$  个舰艇（包括指挥舰）的坐标。

联立方程（15）（17）（19）（20），求出  $(m_i, n_i)$ 。

令第  $j$  个舰艇（包括指挥舰，设指挥舰为第 5 艘舰艇）发射的拦截导弹的射程为  $L_j$ ，则

$$L_j = \sqrt{(x_j - m_i)^2 + (y_j - n_i)^2} \quad (21)$$

舰  $j$  发射的拦截导弹的运动轨迹为

$$\frac{y - y_j}{n_i - y_j} = \frac{x - x_j}{m_i - x_j} \quad (22)$$

将（22）式整理成标准形式为

$$\frac{1}{n_i - y_j} y - \frac{1}{m_i - x_j} x - \frac{y_j}{n_i - y_j} + \frac{x_j}{m_i - x_j} = 0 \quad (23)$$

考虑到安全距离，任何拦截导弹都不能进入五个舰艇的 10 千米范围内进行拦截任务，因为拦截导弹可能将舰艇作为目标，造成误伤。

除发射拦截导弹的舰艇外，其余各个舰艇，假设坐标为  $(x_0, y_0)$  到拦截导弹运行轨迹的最小值为

$$Q_0 = \frac{\frac{1}{n_i - y_j} y_0 - \frac{1}{m_i - x_j} x_0 - \frac{y_j}{n_i - y_j} + \frac{x_j}{m_i - x_j}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_i - y_j}\right)^2 + \left(\frac{1}{m_i - x_j}\right)^2}} \quad (24)$$

整个拦截过程需要满足下列三个约束条件：

- 1) 拦截导弹攻击来袭目标，必须在其射程范围内，即

$$10 \leq L_j = \sqrt{(x_j - m_i)^2 + (y_j - n_i)^2} \leq 80 ;$$

- 2) 导弹必须在距离指挥舰 10 千米之外被击落，即  $d_i \geq 10$ ；

- 3) 拦截导弹不能进入任何舰艇的 10 千米范围内进行拦截任务，即  $Q_0 > 10$ 。

满足上述三个约束条件的最大的  $i$  值  $i_{\max}$  就是整个舰队的最大拦截批次。

### 5.2.2 求解抗饱和攻击能力

下面给出求解抗饱和攻击能力的算法。

*step1*: 令  $i=1$ ，计算  $L$ 、 $Q_0$ 、 $d_i$ ；

*step2*: 判断是否满足

$$10 \leq L_j = \sqrt{(x_j - m_i)^2 + (y_j - n_i)^2} \leq 80$$

$$d_i \geq 10$$

$$Q_0 > 10$$

若满足，进行 *step3*；

若不满足，令  $i_{\max} = i$ ，跳出循环。

*step3*: 令  $i = i + 1$ ，重新计算  $L$ 、 $Q_0$ 、 $d_i$ ，返回 *step2*。

利用 MATLAB 编程，求解上述模型在三个约束条件下的约束规划问题。拦截示意



图如图 5.4 所示，每个拦截点的具体坐标如表 5.4~5.7 所示。

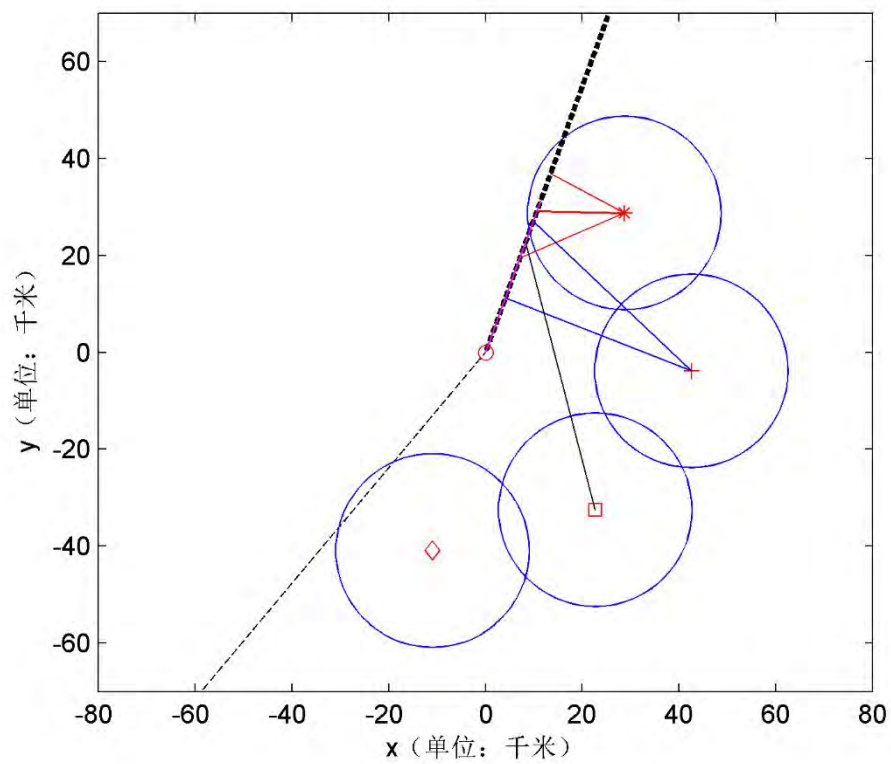


图 5.4 饱和攻击时拦截示意图

注：粗虚线为来袭导弹的入射方向，红色线段代表护卫舰 1 的拦截轨迹，蓝色线段代表护卫舰 2 的拦截轨迹，黑色线段代表护卫舰 3 的拦截轨迹，粉红色线段代表指挥舰的拦截轨迹。

拦截点编号	拦截坐标
1	(13.4186,36.8672)
2	(10.5961,29.1125)
3	(7.0751,19.4387)

表 5.4 护卫舰 1 的拦截点

拦截点编号	拦截坐标
1	(9.8690,27.1148)
2	(4.0752,11.1964)

表 5.5 护卫舰 2 的拦截点

拦截点编号	拦截坐标
1	(8.3100,22.8315)

表 5.6 护卫舰 3 的拦截点

拦截点编号	拦截坐标
1	(11.3718,31.2438)
2	(7.9046,21.7225)
3	(5.3860,14.7980)
4	(3.5531,9.7620)

表 5.7 指挥舰的拦截点

令  $w_1$  为该种情况的抗饱和攻击能力，则

$$w_1 = 3 + 2 + 1 + 4 = 10 \text{ (批)}$$

结论：

由以上可知，在最危险入射角为 20 度，最佳编队拦截的最大批次为 10 批，其中护卫舰 1 拦截下 3 批，护卫舰 2 拦截下 2 批，护卫舰 3 拦截下 1 批，指挥舰拦截下 4 批。同理，对其他四个危险入射角度进行计算可得，这 5 个薄弱环节的最大拦截批次是相同的，因此在没有电磁干扰和不使用近程火炮等情况下，最佳编队的抗饱和攻击能力为 10 批。

### 5.3 问题三：分析有预警机的编队抗饱和攻击能力

在编队仍然保持上面设计的队形，得到空中预警机的信息支援时，要求求出仅使用防空导弹拦截敌来袭导弹，编队的抗饱和攻击能力提高多少，因此问题的关键在于找出在有预警机支援时，编队的最大拦截批次。

#### 5.3.1 有预警机的抗饱和攻击能力模型

从预警机发现来袭导弹开始到来袭导弹与护卫舰距离 10 千米的范围内，记第  $i$  艘舰艇所能击落的最大来袭导弹的批次为  $P_i$ ，很显然  $P_i$  与导弹的入射角  $\theta$  有关，记为

$$P_i = P_i(\theta) \quad (25)$$

则  $P_i$  可由下列流程计算。

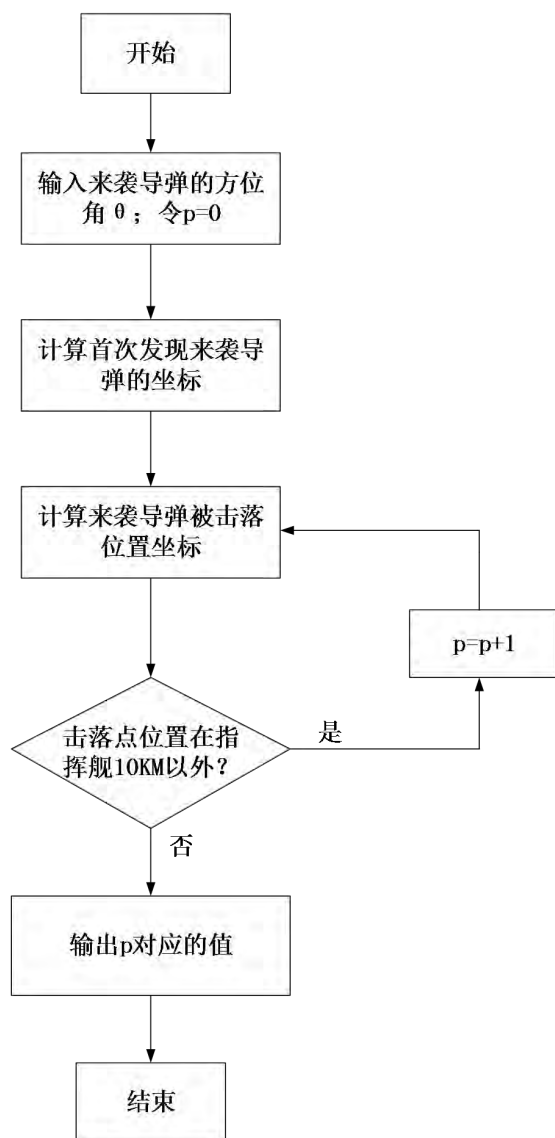


图 5.5 计算最大拦截批次流程图

### 1) 计算首次发现来袭导弹的坐标

预警机首次发现来袭导弹时，来袭导弹距离指挥舰的距离为 200 千米，因此我们可以求出此时来袭导弹的坐标为

$$\begin{aligned} x_{\text{初}} &= 200 \sin \theta \\ y_{\text{初}} &= 200 \cos \theta \end{aligned} \quad (26)$$

### 2) 计算来袭导弹击落点坐标

计算击落点坐标要考虑以下因素：

- (1) 击落点必须在射程范围内；

(2) 除发射拦截导弹的舰艇外, 我方拦截导弹不能穿过我方舰艇 10 千米半径范围内;

(3) 击落点与指挥舰的距离大于 10 千米。

设导弹的击落点坐标为  $(x_p, y_p)$ , 要最快击落来袭导弹, 就要使击落点距离指挥舰的距离尽可能最大, 因此求击落点的问题是个非线性规划问题。

$$\begin{aligned} \max \quad & x_p^2 + y_p^2 \\ \text{s.t.} \quad & y_p = k(\theta)x_p \\ & 10 \leq \sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2} \leq 80 \\ & Q_0 = \frac{\frac{1}{y_p - y_i} y_j - \frac{1}{x_p - x_i} x_j - \frac{y_i}{y_p - y_i} + \frac{x_i}{x_p - x_i}}{\sqrt{\left(\frac{1}{y_p - y_i}\right)^2 + \left(\frac{1}{x_p - x_i}\right)^2}} > 10 \quad \text{其中 } j=1, 2, 3, 4, 5 \\ & \quad \quad \quad \text{且 } i \neq j \\ & \frac{\sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2}}{v_2} + 7 \leq \frac{\sqrt{(x_p - x_{\text{初}})^2 + (y_p - y_{\text{初}})^2}}{v_1} \end{aligned} \quad (27)$$

当击落点与指挥舰之间的距离大于 10 千米时, 可以尝试打击下一批次, 当对下一批次进行拦截任务时, 仍然需要考虑上述约束条件, 当击落点与指挥舰之间的距离小于等于 10 千米时, 舰  $i$  不能再进行拦截任务, 此时的  $P_i$  就是舰  $i$  拦截的最大批次。

定义 7: 令  $P(\theta)$  为来袭导弹的入射角等于  $\theta$  时, 最佳编队所能击落的导弹的最大批次, 用数学公式表达为

$$P(\theta) = \max_{i=1}^5 P_i(\theta) \quad (28)$$

令  $w_2$  为加入预警机后, 最佳编队的抗饱和攻击能力, 则最佳编队的抗饱和攻击能力为最佳编队所能击落的最大批次的最小值, 即

$$w_2 = \min_{\theta \in [20^\circ, 220^\circ]} P(\theta) \quad (29)$$

### 5.3.2 求解有预警机的抗饱和攻击能力

用 MATLAB 编程求得加入预警机后, 最佳编队的抗饱和攻击情况如下所示。

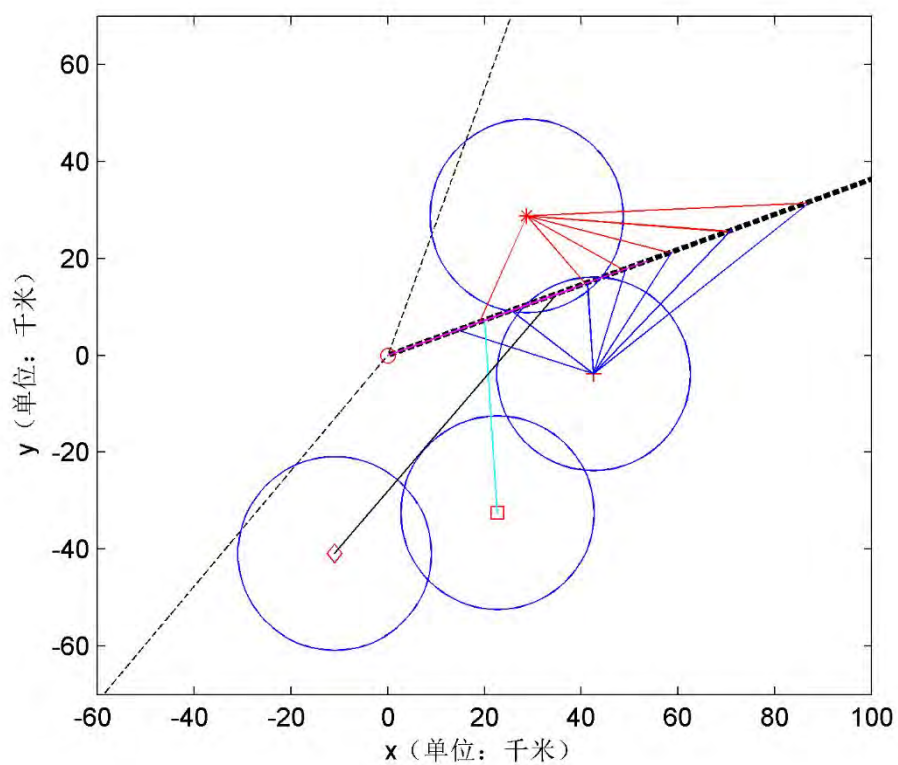


图 5.6 预警机支援下抗饱和攻击示意图

拦截点编号	拦截坐标
1	(86.3049,31.3868)
2	(70.2435,25.5457)
3	(58.1470,21.1466)
4	(48.7130,17.7156)
5	(40.8294,14.8486)
6	(19,6.9098)

表 5.8 护卫舰 1 拦截点

拦截点编号	拦截坐标
1	(87.4602,31.8070)
2	(71.1043,25.8588)

3	(58.8039,21.3854)
4	(49.2389,17.9069)
5	(41.2910,15.0165)
6	(25.4979,9.2729)
7	(14.4257,5.2463)

表 5.9 护卫舰 2 拦截点

拦截点编号	拦截坐标
1	(20,7.2735)

表 5.10 护卫舰 3 拦截点

拦截点编号	拦截坐标
1	(35,12.7286)

表 5.11 护卫舰 4 拦截点

拦截点编号	拦截坐标
1	(53.6779,19.5213)
2	(38.6382,13.8335)
3	(26.6638,9.6969)
4	(18.3916,6.6885)
5	(12.3754,4.5006)

表 5.12 指挥拦的拦截点

$$w_2 = 6 + 7 + 1 + 1 + 5 = 20 \quad (\text{批})$$

$$\Delta w = w_2 - w_1 = 10$$

结论：

通过上述的求解可知，加入预警机后，舰队能够更早的对所有来袭导弹进行准确预

警，相比较仅使用雷达探测，最佳编队的抗饱和攻击能力提高了一倍。

#### 5.4 问题四：识别空中目标意图

识别空中目标意图问题是一个模式分类问题，该问题的解决需充分考虑到数据包含噪声、样本数量少、样本维数高、分类种类多等因素。其解决流程下所示。

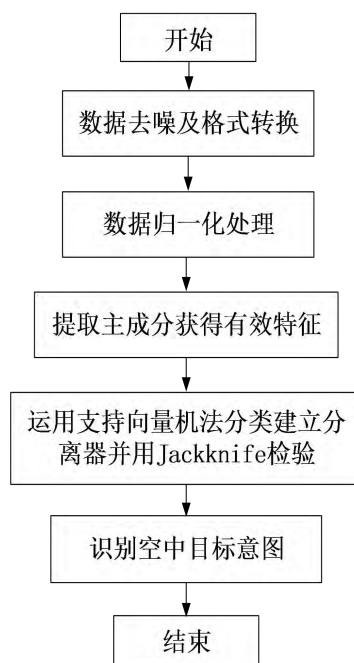


图 5.7 识别空中目标意图流程图

下面论文将详细说明模型的具体内容。

##### 5.4.1.PCA 算法理论

主成分分析 PCA (Principle Component Analysis) 是模式识别中一种有效的特征提取方法, 其目的是用较少数量的特征对样本进行描述, 降低特征空间的维数; 同时又能保留所需要的识别信息[1]. 该方法是模式识别判别分析中最常用的一种线性映射方法, 它根据样本点在多维模式空间的位置分布, 以样本点在空间中变化最大方向, 即方差最大的方向, 作为判别矢量来实现数据的特征提取与数据压缩的。从概率统计观点可知, 一个随机变量的方差越大, 该随机变量所包含的信息就越多[2], 如当一个变量的方差为零时, 该变量为一常数, 不含任何信息。所谓主成分就是原始数据的  $m$  个变量经线性组合 (或映射) 后得到的变量, 该变化使得其变换后的变量方差为最大 (第一主成分) 的部分。各个主成分之间是相互线性无关的 (正交的), 从第一主成分往后, 主成分按方差大小的顺序排列 (对应特征值按大小顺序排列)。对于特征值为  $\lambda_i$  的主成分,  $\lambda_i$  也是该主成分的方差, 该值表示样本点在该主成分方向上的离散程度, 主成分  $\lambda_i$  的贡献率  $\eta_i$  可用下式表示:

$$\eta_i = \lambda_i / (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p)$$

主成分中方差较小或 $\lambda_i$ 较小的主成分被认为包含的是噪声, 在分析时不使这些变量引入模型, 这样使分析的主成分减少, 以达到降维的目的。

主成分中任意两个元素, 可构成判别分析平面, 因此可实现高维空间向两维平面及其他维平面映射的目的。一般取方差较大的几个主成分构成判别分析平面。

本文所用的 PCA 的基本原理如下:

雷达所监测的每一项数组, 都包含七个元素(方位角、距离、水平速度、航向角、高度、雷达反射面积、目标属性), 将这些元素按列进行排列可以构成一个  $M=7 \times 1$  的列向量, 本题目中样本集的数目为  $N=15$ ,  $X_i$  为第  $i$  组样本集数据, 则该监测数据集的总体散布矩阵

$$S_i = \sum_{i=1}^N (X_i - \mu)(X_i - \mu)^T \quad (30)$$

其中:  $\mu$  为数据集平均值向量,

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (31)$$

令

$$X = [X_1 - \mu, X_2 - \mu, \dots, X_N - \mu] \quad (32)$$

那么  $S_i = XX^T$ 。由于  $S_i$  为对称矩阵, 可以将其对角化:  $S_i = W\Lambda W^T$ 。若对  $X$  做线性变换:  $Y = W^T X$ , 则  $Y$  的协方差矩阵  $Y = YY^T = W^T XX^T W = \Lambda$ 。因此, 经过上述线性变换后, 矩阵  $Y$  的协方差阵变成了对角阵, 消除了数据间的冗余。

将  $W$  的每一列向量正交归一化, 记为:  $[W_1, W_2, \dots, W_N]$ , 数据组向量  $X_i$  在由  $W_1, W_2, \dots, W_N$  组成的子空间中的投影  $Q = W^T X_i$ , 重构时,

$$X_i = WQ = \sum_{i=1}^e W_i Q_i + \sum_{i=e+1}^N W_i Q_i \quad (33)$$

若只用前  $e$  个投影进行重构, 则最小均方意义下的重建误差

$$e_{ms} = \sum_{i=k+1}^N \lambda_i \quad (34)$$

其中:  $\lambda_i$  为矩阵  $S_i$  的特征值。因此, 可以将特征值从大到小排列, 选取最大的前  $e$  个特征值对应的特征向量, 将数据组向量前  $e$  个特征值对应的特征向量投影, 可获得一组坐标系数, 它代表了该图像在子空间的位置, 可作为识别数据的依据, 这样就把数据组向量从原来的七维降到  $e$  ( $e < 7$ ) 维。该  $e$  维向量就作为雷达监测数据向量的特征向量输入分类器进行识别。



#### 5.4.2 支持向量机 (SVM) 分类算法

在获得有效的特征以后，形成了训练样本集  $X_i = (x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 15$ ，其中  $x_i$  表示降维后的  $e$  维向量， $y_i = \{\text{侦查, 攻击, 掩护, 监视, 其它}\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。识别空中目标意图是一个多分类模式识别问题，通过“一对多法”将多分类问题转化为二值分类问题，二值分类问题可用 SVM 方法解决。SVM 是一种泛化能力很强的分类器，它在解决小样本问题方面表现出了许多特有的优势。它的基本思想是对于非线性可分样本，将其输入向量经非线性变换映射到另一个高维空间  $Z$ ；在变换后的空间中寻找一个最优的分界面（超平面）使其推广能力最好。

对训练样本  $X_i$  作线性变换： $Z = \Phi(x)$ ，使  $X_i$  成为线性可分离的训练样本，则可以找到全分量  $m$  和偏置量  $b$  满足： $m^T Z + b \geq 1$  或者  $m^T Z + b \leq -1$ 。

设最优分界面  $H$  的方程为：

$$m_0^T Z + b_0 = 0 \quad (35)$$

那么所分的类别中靠近  $H$  的点之间的距离为：

$$\rho(m, b) = \min_{\{x|y=1\}} \frac{Z^T m}{\|m\|} - \max_{\{x|y=-1\}} \frac{Z^T m}{\|m\|} \quad (36)$$

因此  $m_0$  的值应满足

$$\rho(m_0, b_0) = 2 / \|m_0\| = 2 / \sqrt{m_0^T m_0} \quad (37)$$

到达最大，这样，求最优分界面  $H$  的问题可归结为以下的二次规划问题：

$$\min_{w, b} \phi(m) = \frac{1}{2} (m^T m) \quad (38)$$

对于线性不可分的情况，可求：

$$\min_{w, b} \phi(m) = \frac{1}{2} m^T m + \gamma \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (39)$$

的最小值， $\xi$  可理解为分类误差。利用 Lagrange 乘子法，最终可求得

$$m_0 = \sum_{i=1}^l \lambda_i y_i Z_i \quad (40)$$

可求得决策函数为：

$$f = \text{sgn} \sum_{i=1}^{15} \lambda_i y_i (Z^T Z_i) + b \quad (41)$$

#### 5.4.3 jackknife 方法验证 SVM 算法的可靠性

论文涉及的分类问题是一个小样本分类问题，为验证分类器的准确度，采用 jackknife 方法，每次取样本集中的 14 组数据训练分类器，用剩余的一组数据检验分类器。定义识别准确率  $acc$  为检验正确的组数与总组数 15 的比值，准确率越高，说明分类器性能越好。

#### 5.4.4 模型求解

将题干中表 1 及附件 1 的数据，利用数据拟合等方法，可将数据转化为所需格式，如表 5.13 所示：

空中 目标	方位角 $\beta$ (mil)	距 离 $D$ (km)	水 平速度 $V$ (m/s)	航 向角 $\theta$ ( $^{\circ}$ )	高 度 $H$ (km)	雷 达反射 面积 $\sigma$ ( $\text{m}^2$ )	目标 属性
41006830	3974.9	215.2	141.3	28.6	7.0	3.5	中目标
41006831	5160.9	210.4	268.4	76.9	9.2	5.7	大目标
41006836	4383.2	224.2	228.0	79.9	4.6	1.9	小目标
41006837	5970.9	223.9	195.1	142.9	5.2	4.3	大目标
41006839	1243.3	233.3	194.9	189.9	5.2	5.5	大目标
41006842	448.0	166.2	265.9	220.0	3.4	2.6	中目标
41006851	1633.1	170.5	291.0	297.9	2.6	5.5	大目标
41006860	6126.9	205.6	284.4	279.9	9.4	6.2	大目标
41006872	3267.3	237.8	138.9	78.5	6.0	1.7	小目标
41006885	3056.8	211.8	300.1	350.1	1.4	1.1	小目标
41006891	722.9	230.2	177.9	167.3	4.8	3.6	中目标
41006893	1518.2	243.4	107.3	214.4	8.6	3.1	中目标

表 5.13 去噪并转化格式后的数据

将数据进行归一化处理（小目标、中目标、大目标分别用 0、0.5、1 表示，限于篇幅，归一化处理后的数据不在论文中显示）并经主成分分析（PCA）后可得，其中前五

个成分贡献率达到 98.9183%，前三个成分贡献率达到 88.5063%，如图 x 所示。论文选取前五个成分代入支持向量机中训练分类器并进行分类。

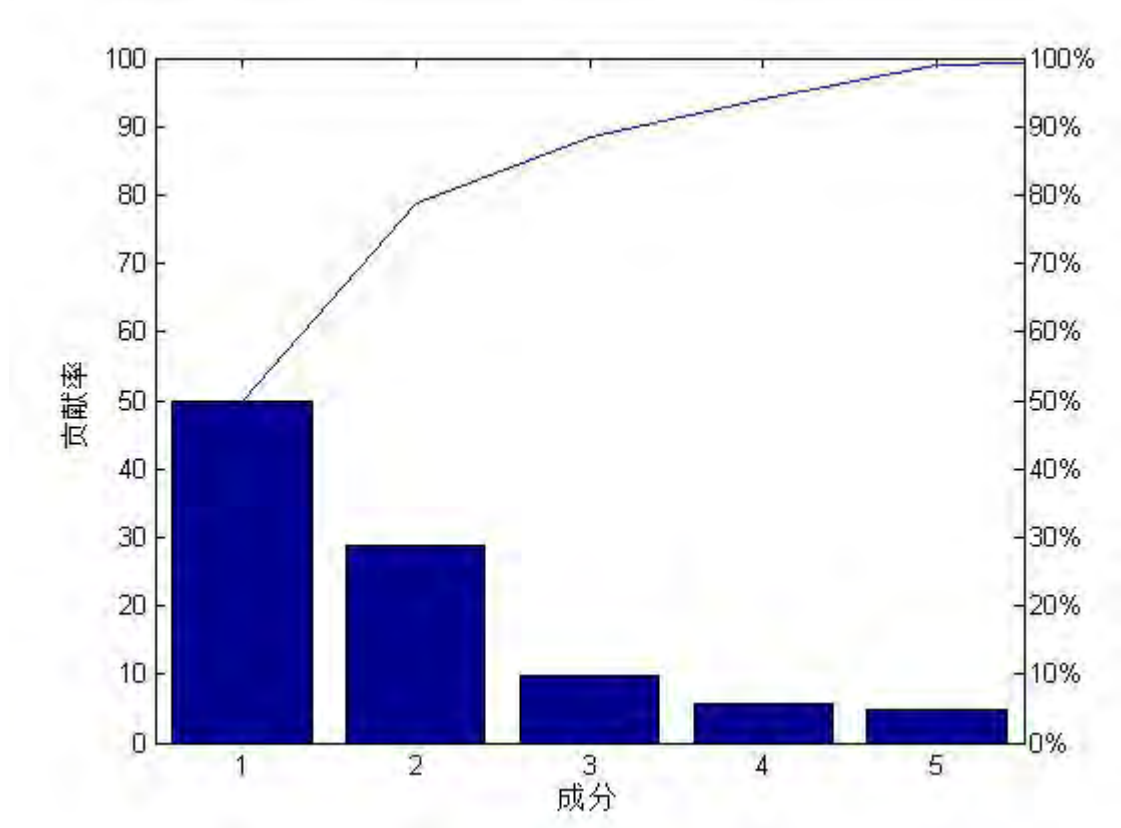


图 5.8 主成分分析图

通过 *jackknife* 方法，得到模型的分类准确度为  $acc = 14/15$ ，说明论文采用的分类方法具有较高的可靠性，将其应用到空中目标意图识别中，其结果如表 5.14 所示。

空中目标	意图
41006830	掩护
41006831	其它
41006836	掩护
41006837	其它
41006839	侦查
41006842	其它
41006851	攻击
41006860	其它
41006872	掩护

41006885	攻击
41006891	侦查
41006893	监视

表 5.14 空中目标识别结果

## 5.5 问题五：信息化战争评估模型的建立和验证

在作战过程中，如果我方的预警机和水面舰艇编队的雷达和通信系统遭到敌方强烈的电子干扰，后果将会非常严重，防空导弹的拦截效能几乎降低到零。因此，信息化条件下作战对传统的作战评估模型和作战结果已经产生重要的影响，接下来本文将会建立战略级信息化战争评估模型。

### 5.5.1 预备知识——经典的兰彻斯特方程

经典的兰彻斯特方程对战争中的两种战术情况进行了研究。

- 1) 第一种情况是远距离作战，交战双方兵力互相隐蔽，每一方火力集中在对方战斗成员的集结区域，火力为面火力，满足线性率；
  - 2) 第二种情况是近距离作战，交战双方互相暴露在对方视线范围内，每一方都可以运用他们的全部兵力并集中火力射击对方的兵力，满足平方率；
- 兰彻斯特线性率方程数学模型如下：

$$\begin{aligned}\frac{dr^*}{dt} &= -\beta_l r^* b^* \\ \frac{db^*}{dt} &= -\alpha_l r^* b^*\end{aligned}\quad (42)$$

其中， $r^*$  为红方兵力数量， $b^*$  为蓝方兵力数量， $\alpha_l$  为红方战斗成员作战效能， $\beta_l$  为蓝方作战效能。

$$\begin{aligned}\beta_l &= \frac{A_r}{A_1} n_b p(r^*) \\ \alpha_l &= \frac{A_b}{A_2} n_r p(b^*)\end{aligned}\quad (43)$$

其中： $A_1$ 、 $A_2$  分别是红、蓝战斗成员的平均分布面积， $A_r$ 、 $A_b$  分别为红蓝双方战斗成员的易损面积， $n_r$ 、 $n_b$  分别为红蓝双方战斗成员的战术射速[3]。 $p(b^*)$ 、 $p(r^*)$  为一对一格斗中红、蓝方成员对对方成员的毁伤概率。

将（42）中两式相除并积分得到远距离交战过程，双方兵力关系的状态方程为

$$\beta_l (b_0^* - b^*(t)) = \alpha_l (r_0^* - r^*(t)) \quad (44)$$

其中： $r_0^*$ 、 $b_0^*$  为双方初始兵力， $r^*(t)$ 、 $b^*(t)$  为战斗过程中的瞬时兵力。在间接瞄准并向面目标射击条件下，各方战斗成员数量和战斗成员平均面积毁伤效能的乘积就是每一

方的实力。

兰切斯特平方律方程数学模型如下：

$$\begin{aligned}\frac{dr^*}{dt} &= -\beta_s b^* \\ \frac{db^*}{dt} &= -\alpha_s r^*\end{aligned}\quad (45)$$

其中： $\alpha_s$ 、 $\beta_s$  分别是红、蓝方每一个战斗成员在单位时间内平均毁伤对方战斗成员的数量。

$$\begin{aligned}\beta_s &= n_b p(r^*) \\ \alpha_s &= n_r p(b^*)\end{aligned}\quad (46)$$

将式 (45) 中两式相除并积分得到近距离交战过程双方兵力关系的状态方程为

$$\beta_l \left\{ (b^*_0)^2 - [b^*(t)]^2 \right\} = \alpha_l \left\{ (r^*_0)^2 - [r^*(t)]^2 \right\} \quad (47)$$

由上式可得如下方程

$$\alpha_l [r^*(t)]^2 - \beta_l [b^*(t)]^2 = \alpha_l (r^*_0)^2 - \beta_l (b^*_0)^2 \quad (48)$$

在平方律描述的作战过程中，交战双方任何一方的兵力都以平方的形式对战斗进程产生影响。

### 5.5.2 战略级信息化战争评估模型

信息化条件下作战对传统的作战评估模型和作战结果已经产生重要的甚至某种程度上是决定性的影响，而论文的 5.5.1 节介绍的兰彻斯特方程不能反应信息化对战争进程的影响，因此，本文在战略级层次上建立信息化战争的评估模型.[4]

在经典的兰彻斯特战争评估模型的基础上，考虑以下四个关键因素：信息系统的配置级别  $U_R$ 、指挥对抗效能  $U_E$ 、信息优势系数  $U_A$ 、信息系统的稳定性系数  $U_S$ ，建立战略级战争评估模型。

由于远距离作战时，红蓝双方互相隐蔽，每一方主要是对敌方的兵力集中区进行火力攻击，所以每一方的兵力损失与己方作战区域的兵力数量及敌方作战区域的兵力数量成正比；近距离作战时，红蓝双方互相暴露在视线内，双方主要进行一对一的格斗，因此每一方的兵力损失和敌方的兵力数量成正比。下面分析信息系统的配置级别  $U_I$ 、指挥对抗效能  $U_E$ 、信息优势系数  $U_A$ 、信息系统的稳定性系数  $U_S$  对战争进程的影响，假设信息系统某些设备不能同时用于远近距离作战。

#### 1) 信息系统的配置级别 $U_I$ 和指挥对抗效能 $U_E$ 对战争进程的影响

$$\begin{aligned}\frac{dr^*}{dt} &= -U_{lb} \beta_e b^* - (1 - U_{lb}) \beta_c r^* b^* - U_{Eb} \beta_e b^* - (1 - U_{Eb}) \beta_c r^* b^* \\ \frac{db^*}{dt} &= -U_{lr} \alpha_e r^* - (1 - U_{lr}) \alpha_c r^* b^* - U_{Er} \alpha_e r^* - (1 - U_{Er}) \alpha_c r^* b^*\end{aligned}\quad (49)$$

其中：  $U_{lr}$ 、 $U_{lb}$  分别为红方和蓝方的信息系统配置级别（ $0 < U_{lr} < 1$ 、 $0 < U_{lb} < 1$ ）， $U_{Er}$ 、 $U_{Eb}$  分别为红方和蓝方的指挥对抗性能（ $0 < U_{Er} < 1$ 、 $0 < U_{Eb} < 1$ ）， $\beta_e$  为蓝方对暴露的红方战斗成员的毁伤系数， $\beta_c$  是蓝方对隐蔽的红方战斗成员的毁伤系数， $\alpha_e$  是红方对暴露的蓝方战斗成员的毁伤系数， $\alpha_c$  是红方对隐蔽的蓝方战斗成员的毁伤系数。

## 2) 信息优势系数 $U_A$ 和信息系统的稳定性系数 $U_S$ 对战争进程的影响

红蓝双方在近距离作战时，双方互相暴露在视线范围内，设红方对蓝方的单发毁伤概率为  $p(b^*)$ ，则

$$p(b^*) = \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{lr}^2} \quad (50)$$

其中：  $R_{kr}$  是红方武器的杀伤半径， $R_{lr}$  是红方对蓝方目标定位的不确定半径。

考虑到信息优势系数  $U_A$  和信息系统的稳定性系数对目标定位的影响，信息优势越大和信息系统的稳定性越高[5]，检测到的不确定半径越小，因此引入系数  $k_r$  来衡量红方对蓝方战斗成员定位时的准确性。

$$k_r = \frac{U_{Ar} + U_{Sr}}{U_{Ab} + U_{Sb}} \quad (51)$$

其中：

$U_{Ar}$  为红方的信息优势系数（ $0 < U_{Ar} < 1$ ）， $U_{Ab}$  为蓝方的信息优势系数（ $0 < U_{Ab} < 1$ ），

且  $U_{Ar} + U_{Ab} = 1$ ； $U_{Sr}$  为红方的信息系统稳定系数， $U_{Sb}$  为蓝方的信息系统稳定系数。

红方相对于蓝方的信息优势系数  $U_A$  和信息系统的稳定性系数  $U_S$  越大， $k_r$  越大，红方对蓝方的定位越准确。

由上述分析得，信息化作战条件下，红方对蓝方的毁伤概率可以表示为

$$p(b^*) = \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{lr}^2} k_r \quad (52)$$

同理，设蓝方对红方的单发毁伤概率为  $p(r^*)$ ，则

$$p(r^*) = \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{lb}^2} \quad (53)$$

其中：  $R_{kb}$  是蓝方武器的杀伤半径， $R_{lb}$  是蓝方对红方目标定位的不确定半径。

引入系数  $k_b$  来衡量蓝方对红方战斗成员定位时的准确性。

$$k_b = \frac{U_{Ab} + U_{Sb}}{U_{Ar} + U_{Sr}} \quad (54)$$

由式 (51) (54) 可知,  $k_r$  和  $k_b$  互为倒数, 即

$$k_r = \frac{1}{k_b} \quad (55)$$

所以信息化作战条件下, 蓝方对红方的毁伤概率可以表示为

$$p(r^*) = \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{lb}^2} k_b \quad (56)$$

由式 (46) (54) (56) 得: 蓝方对暴露的红方战斗成员的毁伤系数  $\beta_e$  为

$$\begin{aligned} \beta_e &= n_b p(r^*) \\ &= \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{lb}^2} k_b n_b \\ &= \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{lb}^2} \frac{U_{Ab} + U_{Sb}}{U_{Ar} + U_{Sr}} n_b \end{aligned} \quad (57)$$

由式 (46) (51) (52) 得: 红方对暴露的蓝方战斗成员的毁伤系数  $\alpha_e$  为

$$\begin{aligned} \alpha_e &= n_r p(b^*) \\ &= \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{lr}^2} k_r n_r \\ &= \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{lr}^2} \frac{U_{Ar} + U_{Sr}}{U_{Ab} + U_{Sb}} n_r \end{aligned} \quad (58)$$

红蓝双方远距离作战时, 双方互相隐蔽, 信息优势大和信息系统稳定性高的得一方可以更好地获得敌方信息, 从而快速采取相应的措施来减小自身的易损面积。

所以由式 (43) (54) (56), 蓝方对隐蔽的红方战斗成员的毁伤系数  $\beta_c$  为

$$\begin{aligned} \beta_c &= \frac{A_r}{k_r A_1} n_b p(r^*) \\ &= \frac{A_r}{A_1} n_b \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{lb}^2} \left( \frac{U_{Ab} + U_{Sb}}{U_{Ar} + U_{Sr}} \right)^2 \end{aligned} \quad (59)$$

由式 (43) (51) (52) 得: 红方对隐蔽的蓝方战斗成员的毁伤系数  $\alpha_c$  为

$$\begin{aligned}\alpha_c &= \frac{A_b}{k_b A_2} n_r p(b^*) \\ &= \frac{A_b}{A_2} n_r \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{lr}^2} \left( \frac{U_{Ar} + U_{Sr}}{U_{Ab} + U_{Sb}} \right)^2\end{aligned}\quad (60)$$

将式 (57) (58) (59) (60) 代入式 (49) 可以得到战略级信息化战争评估模型为:

$$\begin{aligned}\frac{dr^*}{dt} &= -(U_{lb} + U_{Eb}) \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{lb}^2} \frac{U_{Ab} + U_{Sb}}{U_{Ar} + U_{Sr}} n_b b^* \\ &\quad - (2 - U_{lb} - U_{Eb}) \frac{A_r}{A_1} n_b \frac{\pi R_{kb}^2}{\pi R_{lb}^2} \left( \frac{U_{Ab} + U_{Sb}}{U_{Ar} + U_{Sr}} \right)^2 r^* b^*\end{aligned}\quad (61)$$

$$\begin{aligned}\frac{db^*}{dt} &= -(U_{lr} + U_{Er}) \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{lr}^2} \frac{U_{Ar} + U_{Sr}}{U_{Ab} + U_{Sb}} n_r r^* \\ &\quad - (2 - U_{lr} - U_{Er}) \frac{A_b}{A_2} n_r \frac{\pi R_{kr}^2}{\pi R_{lr}^2} \left( \frac{U_{Ar} + U_{Sr}}{U_{Ab} + U_{Sb}} \right)^2 r^* b^*\end{aligned}$$

结论:

1) 信息化战争的规律和特点

由式 (61) 描述的战争评估模型可知:

信息系统的配置级别  $U_I$ 、指挥抗战效能  $U_E$ 、信息优势  $U_A$ 、信息系统的稳定性  $U_S$  是作战胜利的影响因素。

当信息系统的配置级别越高  $U_I$ 、指挥抗战效能  $U_E$  越大, 近距离作战时, 对敌方的兵力削弱作用越大。相反在远距离作战时,  $U_I$ 、 $U_E$  增大, 会减弱作战效果, 但是系统的配置级别高, 指挥抗战效能好会加大信息优势系数  $U_A$  和信息系统的稳定性系数  $U_S$ , 并且是以平方项的形式增强作战效果。所以在远距离作战时, 能否增强我方的作战效果, 依赖于  $U_I$ 、 $U_E$  与  $U_A$ 、 $U_S$  的相对大小。

信息优势系数  $U_A$ 、信息系统的稳定性系数  $U_S$  对近距离作战以一次方对作战效果进行影 响, 我方相对于敌方的信息优势和系统稳定性越大, 对敌方的兵力的削弱效果越强。信息优势系数  $U_A$ 、信息系统的稳定性系数  $U_S$  对远距离作战以二次方对作战效果进行影 响, 对敌方兵力的削弱效果比较显著。所以在信息化战争中, 谁占据了信息优势的主动权, 谁的信息系统更稳定将是作战胜利的关键因素。

2) 信息系统、指挥对抗、信息优势、信息系统的稳定性对作战胜利的影响及相互关系

- 在近距离作战时, 提高信息系统的配置级别  $U_I$  和指挥对抗效能  $U_E$  能够更多地削弱敌方兵力。



- 在远距离作战时，提高 $U_I$ 、 $U_E$ 能否加大抗战胜利的几率，依赖于 $U_I$ 、 $U_E$ 与 $U_A$ 、 $U_S$ 的相对大小。
- 增大信息优势系数 $U_A$ 和信息系统的稳定性系数 $U_S$ 能够提高作战升力的几率，并且 $U_A$ 、 $U_S$ 对于远距离作战的作用更显著。

### 5.5.3 模型验证——以海湾战争为例

针对海湾战争案例，分别用问题 5 所建立的战略级信息化战争评估模型和传统作战评估模型进行评估。表 5.15 所示数据为海湾战争中的参数设置。将该参数代入模型中可得关于战争实力动态变化的微分方程模型，如下公式所示，

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -1.333b - 0.7111rb \\ \frac{db}{dt} = -20.16r - 16.2rb \end{cases} \quad (62)$$

作战双方实力动态如图 5.8 所示。在表 5.15 中，将信息化相关参数设置为 0.5，其它参数值不变，即可得到传统的战争评估模型，该模型微分方程如下公式所示，

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -2b - 1.6rb \\ \frac{db}{dt} = -9.6r - 7.68rb \end{cases} \quad (63)$$

相应的作战双方实力动态如表 5.15 所示。对比图 5.9 和图 5.10，发现传统战争模型预测的战争结束时间是考虑信息化的模型预测的战争结束时间的 2.5 倍左右。

多国部队	伊拉克
$r^*(0) = 76/120$	$b^*(0) = 1$
$U_{I_r} = 0.8$	$U_{I_b} = 0.6$
$U_{E_r} = 0.6$	$U_{E_b} = 0.4$
$U_{A_r} = 0.6$	$U_{A_b} = 0.4$
$U_{S_r} = 0.6$	$U_{S_b} = 0.4$
$R_{K_r} = 0.8$	$R_{K_b} = 0.6$
$R_{I_r} = 0.2$	$R_{I_b} = 0.3$
$n_r = 0.6$	$n_b = 0.5$

$A_r = 0.4$	$A_b = 0.5$
$A_1 = 0.5$	$A_2 = 0.4$

表 5.15 海湾战争模型参数设置

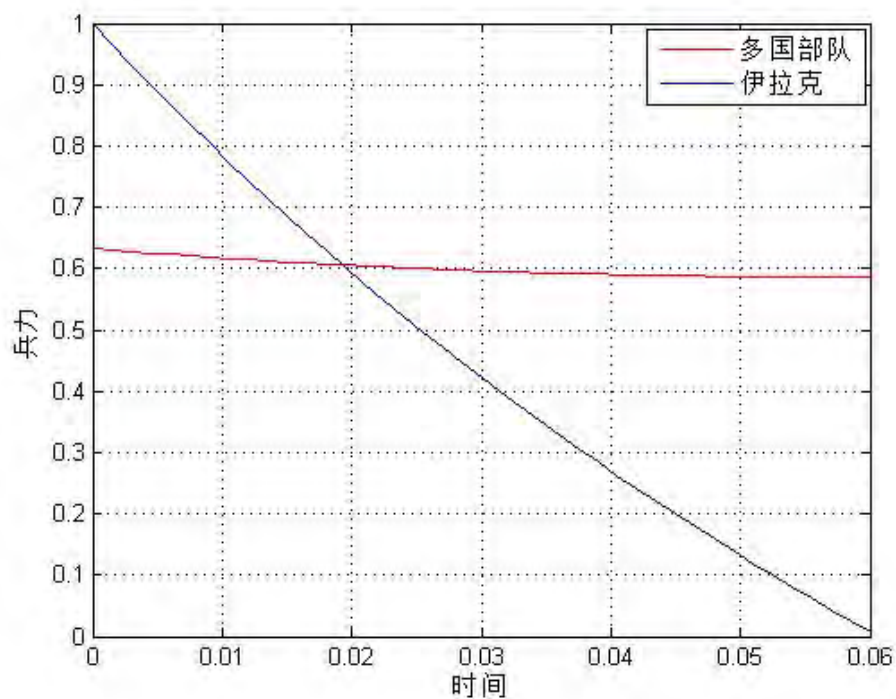


图 5.9 战略级信息化战争评估模型

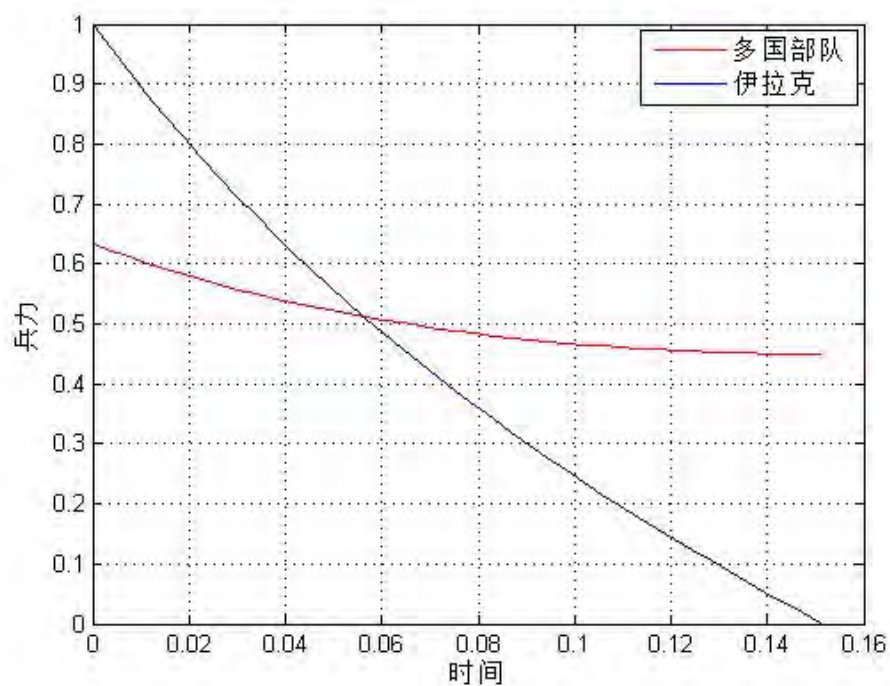


图 5.10 传统战争评估模型

## 六、模型评价与改进

### 6.1 模型的优点：

本文充分考虑了模型的现实条件，对模型的多种情况进行了讨论。如在第一问中对导弹的来袭位置分三种情况进行了讨论，对发现导弹的情况分两种情况进行分类。为了确保模型的可靠性，还分别对随机攻击和饱和攻击进行了检验。在第二问以及第三问中对影响击落点的因素考虑非常充分，依据模型能够准确计算出落点位置，同时引进了非线性数据处理方法，使计算的结果更加精准，而且模型抗饱和攻击能力比较强，更说明了所构造模型的可靠性。

对第四问数据的处理采用了多种方法和技术，使用的噪处理、数据归一化处理、PCA 技术、SVM 分类算法、Jackknife 检验等技术确保的分离器的可靠与准确，能够准确地预测了空中目标的意图。

针对第五问，本模型给出了详细的兰彻斯特战争评估模型以及对应的推导过程，对信息化战争的规律和特点做了比较好的总结，最后还对海湾战争为例验证了对应模型的可靠性。

### 6.2 模型的不足：

针对第四问由于样本训练样本变量太多，本模型采用了提取主成分获得主要特征的方法，使得对空中目标意图的预测精准度有些下降；由于数据的缺乏，在第五问中关于信息化战争的有些方面的稳定性总结得不是很全面。

## 参考文献

- [1]张燕昆, & 杜平. (2002). 基于主元分析与支持向量机的人脸识别方法. 上海交通大学学报, 36, 884-886.
- [2]马晓普. 关于人脸识别系统中的 PCA 算法[D]. 电子科技大学, 2004.
- [3]吴俊, 杨峰, 梁彦, 程咏梅, & 潘泉. (2010). 面向信息化战争的广义兰切斯特作战模型. 火力与指挥控制, 35, 50-53.
- [4]周奕, 周锦鹏, & 郝维平. (2006). 基于兰彻斯特方程不同信息条件下的空战效能分析. 航天控制, 24, 54-57.
- [5]史彦斌, 高宪军, & 张安. (2007). 基于兰彻斯特方程的信息支援效能研究. 航空计算技术, 37, 21-24.