

## “华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

学 校 厦门大学

参赛队号 K0723

队员姓名 1. 梅海阳  
2. 王鹤如  
3. 卫星

参赛密码 \_\_\_\_\_

(由组委会填写)



## “华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

题 目 航班恢复问题

摘 要：

随着经济的发展，航空运输在我们的生活中越来越普遍，成为一种重要的交通工具，然而，航班延误或者航班取消不仅给乘客的出行带来很大的不方便，也会使航空公司遭受巨大的损失，因此航班的恢复就成了航空业亟需解决的问题。如今，寻找合适的数学模型以及算法来求解飞机航班恢复的问题成为国内外的主要研究方向。本文按照这个思路，首先针对航班恢复的背景问题进行了描述与分析，然后针对四个循序渐进的问题，结合附件的数据建立了相应的模型以及约束条件，通过分析计算得出了相应的新航班计划。

针对问题一：

问题一算例中的航班计划共涉及 1 中机型，包含 16 架飞机，执行 97 个航班，覆盖 25 个机场。因 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭，共 9 架飞机执行的航班串受到影响。经过计算，优化方案下航班总延误时间合计为 1104 分钟（18 小时 24 分钟），置换飞机航班 20 班，延误航班 13 班，取消航班 0 班。

针对问题二：

问题二算例中的航班计划共涉及 9 中机型, 包含 151 架飞机, 执行 749 个航班, 覆盖 119 个机场。因 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭, 共 72 架飞机执行的航班串受到影响。经过计算, 优化方案下航班总延误时间合计为 12687 分钟 (211 小时 27 分钟), 置换飞机航班 86 班, 延误航班 123 班, 取消航班 0 班。

针对问题三:

问题三算例中的航班计划共涉及 9 中机型, 包含 151 架飞机, 执行 749 个航班, 覆盖 119 个机场, 运载 122978 名旅客 (座位数)。因 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭, 共 72 架飞机执行的航班串受到影响。经过计算, 优化方案下航班总延误时间合计为 1990095 分钟 (33168 小时 15 分钟), 置换飞机航班 86 班, 延误航班 126 班, 取消航班 0 班, 不存在未登机旅客。

针对问题四:

问题四算例中的航班计划共涉及 9 中机型, 包含 151 架飞机, 执行 749 个航班, 覆盖 119 个机场, 其中 147 架飞机执行非空航班 657 个, 运载 41148 名旅客, 含联程旅客 21805 名。因 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭, 共 72 架飞机执行的航班串受到影响。经过计算, 优化方案下航班总延误时间合计为 6097100 分钟 (101618 小时 20 分钟)。

**关键词:** 航班恢复、航班取消、延误时间、飞机置换

## 目 录

<b>一、问题重述 .....</b>	<b>5</b>
(一) 背景知识 .....	5
(二) 常见的航班恢复模型 .....	11
(三) 要解决的问题 .....	17
<b>二、问题分析 .....</b>	<b>19</b>
(一) 概念定义 .....	19
(二) 时空网络 .....	19
(三) 网络构建 .....	21
(四) 算法设计 .....	21
<b>三、问题 1：单一机型的航班恢复问题 .....</b>	<b>23</b>
(一) 基本假设 .....	23
(二) 相关定义 .....	23
(三) 航班恢复模型 .....	24
(四) 算例分析 .....	25
<b>四、问题 2：多机型的航班恢复问题 .....</b>	<b>28</b>
(一) 基本假设 .....	28
(二) 相关定义 .....	28
(三) 航班恢复模型 .....	28
(四) 算例分析 .....	28
<b>五、问题 3：考虑商务约束的多机型航班恢复问题 .....</b>	<b>38</b>
(一) 基本假设 .....	38
(二) 相关定义 .....	38
(三) 航班恢复模型 .....	38
(四) 算例分析 .....	39
<b>六、问题 4：考虑联程旅客的多机型航班恢复问题 .....</b>	<b>48</b>
(一) 基本假设 .....	48
(二) 相关定义 .....	48
(三) 航班恢复模型 .....	48
(四) 算例分析 .....	49
<b>参考文献 .....</b>	<b>51</b>

## 一、问题重述

### (一) 背景知识

#### 1、总背景的介绍

航空运输,是使用飞机直升机及其他航空器运送人员、货物、邮件的一种运输方式。具有快速、机动的特点,是现代旅客运输,尤其是远程旅客运输的重要方式,为国际贸易中的贵重物品、鲜活货物和精密仪器运输所不可缺。

1949年11月2日,中国民用航空局成立,揭开了我国民航事业发展的新篇章。从十一届三中全会以来,我国民航事业无论在航空运输、通用航空、机群更新、机场建设、航线布局、航行保障、飞行安全、人才培养等方面都持续快速发展,取得了举世瞩目的成就。

在1980年~2004年的24年时间内,我国航空运输周转量由不足5亿吨公里增至230亿吨公里,年均增长率为17.34%,运输总周转量在国际民航组织缔约国中的位次,由1978年的第37位上升到2004年的第三位。截止2004年底,我国定期航班航线达到1200条,其中国内航线(包括香港、澳门航线)975条,国际航线225条,境内民航定期航班通航机场133个(不含香港、澳门),形成了以北京、上海、广州机场为中心,以省会、旅游城市机场为枢纽,其它城市机场为支干,联结国内127个城市,联结38个国家80个城市的航空运输网络。民航机队规模不断扩大,截止至2004年底,中国民航拥有运输飞机754架,其中大中型飞机680架,均为世界上最先进的飞机。2004年中国民航运输总周转量达到230亿吨公里(不包括香港、澳门特别行政区以及台湾省)。截止2005年底,全国共有民用运输机863架,民航机场135个,年运输总周转量居世界第二位,达到257.77亿吨公里(不含台湾、香港、澳门)。2007年1月份,全国民航运输总周转量,旅客周转量和货邮周转量同比分别增长14.7%、8.1%和24.2%。“十一五”期间,航空运输业又迎来了新的发展机遇,进入一个高速发展周期。“十一五”规划明确指出:要“优先发展交通运输业”,统筹规划、合理布局交通基础设施,优化民用机场布局,计划总体改扩建37个机场,25个机场的航站区,9个机场的飞行区,迁建12个机场,新建40个机场,改造复航4个机场,实施军民合用12个机场。“十一五”前四年,年均增幅为13.4%。通用航空增长加速,截止2009年底,全行业完成运输总周转量、旅客运输量和货邮运输量为427.1亿吨公里、2.3亿人和445.5万吨,与1978年相比,年平均增长率分别为17.4%、16%和14.7%。同时拥有通用航空企业99家,飞机近1000架,完成作业飞行12.6万小时,比2008年增长13.5%。“十一五”期间,枢纽机场和支线机场建设也将齐头并进,内地机场建设总投资将达1400亿元。国家将加强航空枢纽建设,规划中明确要求将北京首都、上海浦东、广州新白云机场建设成为我国的三大航空枢纽港,成为我国连接世界的客、货集散中心。与此同时,国家将积极推进支线航空发展,加快中西部地区机场建设。由于西部地域广阔,随着经济的增长,对民用航空的需求将越来越大。为此,在“十一五”期间,民航将在西部地区新增机场37个,迁建机场6个,改扩建机场31个,新、迁、扩建机场总数达到74个。

#### 2、问题的产生

然而,随着国内对航空运输的需求越来越多,各种各样的问题也随着而来。航空业务需求的快速增加使得航空资源越来越紧张,空中交通拥挤现象相比其他



国家要严重的多,在近十年里,各大航空公司都在不断地加大投资力度以应对市场需求,但众所周知,在我们生活中经常会遇见飞机不能准时起飞或者飞机航班取消的情况,飞机航班如果不能按原计划执行,不仅会给航空公司造成巨大的经济损失,同时还会给旅客出行带来极大的不便。据资料统计分析,在造成航班不正常的种种因素中,可以大致分为以下几个方面:

一是不可抗阻的自然因素,在飞机的飞行中,需要考虑很多的气象方面的因素来确保飞机可以稳定飞行,如暴风雪、飓风、大雾等恶劣的天气条件会给飞机的飞行带来极大的困难,包括无线电通讯、飞行的稳定性,能见度等等,在这种情况下,为了保证乘客的安全,就会选择延误飞机或者直接取消航班,直到不利的天气因素消除为止。

二是不可预测的突发事件,如突发恐怖袭击、飞机机械故障等,其中飞机的机械故障因素的发生概率较高,由此也会引起其下线的其他航班的延误。

三是空中管制的原因,在航空运输中,依旧有类似于地面运输的管理条例,如果有禁航令或者限流的要求,就会导致航班的延误或者取消。

四是旅客的影响。比较常见的情形就是有的航班会有些许旅客迟到,为了不耽误旅客的正常行程,一般都会延误一段时间,或者旅客会有突发情况需要或特殊要求等等。

引起航班不正常的原因虽然很多,但签派员在针对具体航班延误状态调整航班时,不是完全针对不同原因给出不同调整策略的,如恶劣天气导致航班不正常,在天气好转之前,飞机无法正常起降,只能等待天气转好;天气转好之后,又会有空中流量控制,导致飞机积压在机场无法及时起飞,所以很多时候天气原因造成的航班不正常会又归结到空中交通原因;航空公司计划紧凑是造成航班延误的一大原因,但这种延误时间都不会很长,通常不对航班计划调整;机务故障的调整策略与其他原因的调整有很大不同,其他原因没有飞机短缺现象,而机务故障会造成飞机短缺;机场关闭会造成严重的航班大面积延误现场,这时的调整策略又和一般的流量控制造成的航班不正常调整策略不同。根据签派员处理不正常航班的策略。

这些因素总结起来,发生概率较高的依次是机械故障,空中管制以及天气因素,这也是我们生活中经常能遇见的。

世界范围内,近年来快速增长的航空旅客数量已超过了很多人主要机场的容量,加上近年气候的反常变化和安全突发事件的增多,航班恢复问题越来越受到各国民航管理机构和各大航空公司的重视,中国主要航空公司也已经把航班恢复的自动化提上议事日程。

目前,我国空中交通流量分布不均衡,起降架次排名前十位的机场总起降次数占到全国总起降次数的一半以上,京、沪、穗机场到达终端区和华东部分区域空中交通容量已基本处于饱和状态,致使航班延误正在大幅度提高,给航空运输企业和旅客带来了不小的直接和间接经济损失。以超过班期时刻表规定离港或者进港时刻 15 分钟(包括取消的航班)定义不正常航班,我国国内的不正常航班班次由 1992 年的 22499 班次增加到 2002 年的 214284 班次,增长 8.5 倍,年均增长 25.28%。2002 年航班正常率仅为 73%,这是 1978 年以来最低点。若以旅客服务成本、飞机空中/地面等待成本和机场服务成本等计算延误成本,2002 年国内航班延误总成本已达 21 亿元,据统计分析,我国 2005 年由于不正常航班引起的各类经济损失已经超过 30 亿元,到 2020 年预计将达到 76 亿元。

面对日益突出的不正常航班问题,社会各方面呼吁航空公司尽快采取有效解

决措施。

由于目前中国航空公司在国内主要航线上航班安排已经比较稠密,一旦某个航班出现故障,就有可能造成一系列的连锁反应,影响成千上万旅客的出行。一些航空公司没有把航班延误作为要事来抓,缺乏有效应对手段。

最近发生的美国联航乘客被打事件,表面上是一个旅客服务管理问题,但本质上是航班恢复管理不慎造成的结果。联航为了避免外地航班机组人员缺位,紧急从芝加哥基地调遣机组前往。由于机组缺位造成的航班中断有扩散到整个网络的可能,联航赋予了他们很高的登机优先级。这些都是正确的决策并且被正确地执行了,但在最后环节,联航工作人员没有能把座位“拍卖”坚持到最后时刻,从而导致了世界民航史上的这一重大事件的发生,给联航造成了不可挽回的重大损失。

从根本上来讲,不正常航班问题是世界各航空公司都普遍面临的难题,要根除航班出现不正常是几乎不可能的事情。当不正常情况出现时,运行调度人员会根据航班的计划时间、飞机的航线、飞机的维护和保养计划,以及机组的编排计划等一系列信息,考虑飞机资源的重新分配,提出飞机计划的调整方案,尽量使航空公司的航班能在较短时间内恢复正常。调度人员在人工决策时,一般的指导原则是,采用最直接简单的调整方案,使得受影响的航班最少。而通常的考虑是尽量少取消航班,这是因为取消航班对旅客造成的影响最大,给航空公司造成的经济损失也比较严重。在航空业发达的美国,航空公司飞机拥有量大,航班密度高,运输市场竞争激烈,对不正常情况的调整通常会限定恢复期,即通过调配使得在飞行日的某一时刻以后所有的航班都能指派到合适的飞机按原计划的时刻表执行。我国航空公司机队规模小,飞机资源的稀缺,全国所有的客运飞机总数尚不及美国一个航空公司的飞机数量。因此,与美国公司采用取消航班加快计划恢复策略不同,国内航空公司在不正常航班的恢复调整中一般都采取能延误则延误,迫不得已再取消的策略,而且通常不会对计划的恢复设时间限制,只要求调整方案保证在飞行日结束恢复原计划的机队配置,尽可能不影响次日计划的执行。

因此,刻画不正常航班恢复问题的准确模型和寻找优化算法一直是航空运筹学领域研究的热点,只有这样,才能从根本上以最经济和快速有效的方法解决航空公司经常发生的或多或少的不正常航班问题,才能更有效的配置有限的资源,最大化公司和客户的效用。

### 3、国内外的研究方向

不正常航班的恢复首先是飞机计划恢复,第二阶段是机组恢复,第三阶段是旅客中转衔接恢复。关于飞机计划恢复的决策对航空公司的收益影响最大,因此这一步也是最重要的。

从解决不正常航班问题的过程来看,由于飞机的维修保养大部分是在飞行日所有航班任务结束后进行,计划的调整主要是进行飞机的调配和机组调配。飞机的调配是为了重新部署飞机的资源,使得在未来的某一时刻,各架飞机能够在所要求的时间处于正确的机场位置,满足更改后航班的需要。同样地,机组的调配问题也是要根据改变了的机型、航班时间来进行,使得机组的重新部署能够和飞机的调配方案达到匹配。这两个问题是密切联系的,是整个航班扰动调整计划的两个相对独立,又相互依赖的两个方面。一般认为,在整个不正常航班情况下,关于飞机调配的决策对航空公司的收益的影响最大,因此这一步也是最重要的,但往往机组的调配在整个不正常航班恢复过程中是个瓶颈问题,这是因为在解决机组问题中的动态的决策环境、机组安排过程的复杂性、严格的机组可行性要求,

以及对解决问题所要求的快速反应时间等一系列因素所决定的。

国外对于航班的恢复问题研究的较早, Teodorovic 和 Gubernic<sup>[5]</sup>(1984)第一次提出了以最小化旅客总延误为目标函数的模型, 在受到干扰的航线网络上进行航班任务的最优调整。该文假设航空公司所有的飞机都是相同类型的, 并限定一个或多个航班在飞行日的初期就发生故障。这个问题被描述成网络流问题, 在这个网络里节点代表航班, 而弧代表由于重新安排航班出发时间而造成的时间损失, 通过在航线网络中解 TSP 问题来获得模型的解。Teodorovic 在文中对纯延误策略进行了评估, 即仅仅延误航班而不取消任何航班。模型采用分支定界法求解, 并给出了一个 3 架飞机 8 个航班的例子。尽管该模型考虑了计划的扰动问题, 但是文章对飞机故障发生的时间限制在每天的开始, 并且没有考虑使用修复后的飞机。这些因素限制了模型的使用。除此之外, 多机队/座容量、旅客流等因素也未考虑。尽管诸多的假设极大简化了建模的难度, 但该文开创了对扰动问题的研究。

Jarrah<sup>[3]</sup>(1993)考虑了一个暂时短缺飞机的实时扰动问题, 并增加了调机策略的使用。文章分别对延误和取消策略建立了最小费用网络流模型, 考虑的因素包括: 航班取消和延误的成本、旅客转移到其他航空公司的航班给本公司造成的损益损失、后续航班串不连续的成本。他假设可以给每一个航班分配一个效用值, 代表该航班取消或者延误可能造成的后续影响, 文中给出了一个以递归函数计算效用的方法, 并且对不正常航班成本给予了充分考虑: 航班取消/延误的成本、旅客退票选择其他航空公司航班造成的收益损失、后续航班串不能续接的成本、旅客不满意的成本。Jarrah 的模型在飞机和航班之间构建匹配关系以及在航班和航班之间建立关联, 这使得模型可以在一个综合的框架中同时提供了飞机指派和航班串连接的解决方案。但是, Jarrah 提供的两个模型只能分别使用, 不能同时使用, 在决定使用哪一个模型时, 通常需要在考虑诸如航班上旅客的人数、在下一航站需要转机旅客的人数、可能的后续航班取消数量、机组执勤时间的延误损失等因素。此外, 模型的计算一次只能从一个航站开始, 由于在网络中计算对后续航班延误影响的效用值具有一定难度, 因此无法评估在处理大规模问题时该算法的效率。

Gershkoff<sup>[7]</sup>(1987)使用连续最短路方法求解一个时空网络来处理航班计划的扰动问题, 只考虑航班取消策略来解决飞机的短缺问题, 即取消某些航班, 保留重要的航班, 以维持航班计划的资源平衡。但是他的研究没有考虑采用航班延误和使用空闲飞机等策略, 在实际应用时会缺乏可行性。

Cao and Kanafani<sup>[6]</sup>(1995)在 Jarrah (1993)模型的基础上, 整合了两个模型, 同时考虑取消和延误两种情况建立模型, 整合后的调度模型具有更好的适应性。

Teodorovic and Stojkovic<sup>[8]</sup>(1995)尝试将机组、飞机和维修计划综合考虑, 建模采用字典序优化技术/分层优化技术, 不使用调机策略。求解时, 该模型首先优化第一级目标函数-最大化飞行航班的总数即最小化取消航班的数量, 然后优化第二级目标函数-最小化旅客延误。

Argüello<sup>[9]</sup>(1997)等研究了由于故障产生飞机临时短缺等情况下的航空公司航班计划恢复问题, 目标函数是航班收益损失和延误损失最小。Argüello 针对飞机路径的重构问题提出了一种贪婪随机自适应搜索算法 (GRASP)。首先, 通过取消已经延误或已落地航班的所有后续航班来生成一个初始执行解 (Initial Incumbent Solution), 通过对初始执行解进行邻域搜索, 寻找符合航班连接规定的航段, 获得一个邻域解 (Neighbouring Solutions)。对每个邻域解计算延误成本,



将较优的解存储在一个限制选择列表（Restricted Candidate List, RCL）内。然后新的飞机执行计划通过随机选取限制选择列表中的航段生成,这个过程一直重复到列表内容为空或达到 CPU 运行时间限制。在这个循环的过程中,如果新生成的解比当前的解要优,则更新最优解并存储之。文章提供了一个机队 16 架飞机执行 42 个航班在一个有 13 个航站的网络的例子,对每个例子只用了 10 秒 CPU 运行时间。Argüello 在文中考虑了多种机型的情况,但是他的模型对不同的机型分别求解,因此没有真正意义上实现不同机队之间地交换。

这里简单阐述一下 GRASP 模型:

首先需要引入四个定义:航班环、航班串、实际飞行飞机路线、取消飞行飞机路线。

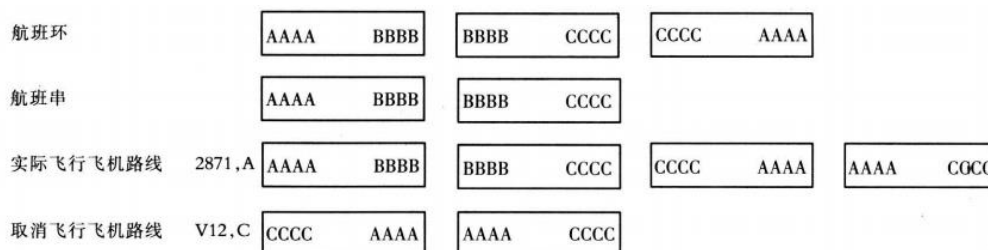
航班环是指一组首尾相联的航班,其中第一个航班的出发机场与最后一个航班的到达机场相同;

航班串是指一组首尾相联的航班,其中第一个航班的出发机场与最后一个航班的到达机场不同;

实际飞行飞机路线是指以原计划中的飞机号(4 位数字)作为其后航班运行所使用飞机的飞机路线;

取消飞行飞机路线是指以一个虚拟飞机号(虚拟飞机号以 V 开头)作为其后航班运行所使用飞机的飞机路线。虚拟飞机实质上不是航空公司所拥有的飞机,只是为了运算所假设的飞机。该飞机路线所包含的航班将被取消。

具体如下图所示:



GRASP 算法包括不断循环的三个阶段:一是从初始的执行解(可行解)进行领域解的构造;二是把较好的领域解放入 RCL 表(限制性候选列表)中;最后从 RCL 表中随机选择一个领域解来构造执行解。算法的具体操作都是建立在航班环与航班串上的,操作共分为 7 种:航班环的前缀、航班环的中缀、航班环的后缀、航班环的取消、航班串的尾接、具有相同的出发机场的航班串互换、具有相同的出发与到达机场的航班串互换。GRASP 算法的不足表现为三个方面:

(1) GRASP 算法提出领域解的构造可以通过 7 种操作完成,有 3 种操作可以合并;

(2) RCL 表的长度不容易确定,而且把领域解插入 RCL 表时进行排序操作,导致时间效率较差;

(3) GRASP 算法中只有一个单一选择的方向,就是向着成本更小的方向发展,但这样容易陷入局部最优解陷阱。

另外,机组是航空公司继飞机之后重要的资源,特别是随着机组薪酬制度的完善,备份机组成本越来越高。随着机组排班系统的研究,机组任务被安排的非常紧凑,这是对机组资源的充分利用,同时为了保证飞行安全,机组超时被严格

禁止,这就导致机组任务串中任何一个短暂的航班延误都会使其后续航班因缺机组而出现延误,飞行过程中的延误又会导致机组超时而无法继续执行后续航班任务,这样的延误会像滚雪球般的在系统中蔓延,如果不进行机组恢复,整个系统都会面临瘫痪。以下是一些对机组恢复建模的研究,Wei<sup>[10]</sup>等人(1997)建立了一种基于多商品流的机组恢复模型,同时给出了一种分歧定界的启发式搜索算法。研究结果表明该算法的运行结果接近于实际计划,并且被修改过的机组任务的个数设置了上限。

Lettovsky<sup>[11]</sup>等人(2000)提出了一种最小化机组恢复成本的方法,首先定义时间窗口的受扰机组的最大数量,然后使用有效的搜索算法去搜索没有指派机组的航班,最后使用列生成法去选择最小的任务配对的集合。

Kohl<sup>[12]</sup>等人(2007)对航班计划和航班恢复的方法做了概括,同时提出了机组恢复的方法,给出了多种资源决定支持系统的原型,其中包括飞机路线恢复问题,机组恢复问题和旅客流恢复问题的算法。

机组恢复问题有以下两种求解思路,一是采用列生成和分支定界方法,子问题在基于任务期的机组网络上求最短路;二是采用启发式方法,这种方法很难获得全局最优解,但可以快速得到一个至数个可行解或者近优解,在处理大规模机组恢复的实际问题上,能够契合航空公司的实时性要求。

综上所述,国外的研究主要集中在模型和算法上,不断建立合适的模型,不断的扩展,选择合适的算法。

相对于国外的研究,国内的研究较晚,相关文献较少,随着国内运营规模的扩大,慢慢的加强了对这方面的重视和研究。

刘德刚<sup>[13]</sup>(1995)提出了不正常航班发生情况下飞机路线和机组一体化恢复的算法,其步骤为先调用飞机调配算法生成飞机调配方案,调用机组调配算法,生成机组调配方案,然后查看是否所有的航班都指派了机组,如果是输出的是可行解,如果不是则修改网络结构,再次执行上述过程。

周志忠<sup>[14]</sup>(2000)提出了一个运行控制实时优化的整体框架,包括飞机资源、机组人员资源和可用的座位资源,同时还包括航班计划恢复优化模型、飞机恢复优化模型、机组人员恢复优化模型以及旅客恢复优化模型四种优化模型。

姚韵<sup>[15]</sup>(2006)研究了不正常航班旅客冲突管理,航班延误责任鉴定技术和方法,同时对飞机路线的恢复提出了新的求解思路,研究了航班任务置换的机理,论证了任务路径置换的成本关系,首次将匈牙利法引入时空网络模型中处理边界约束,提出基于机号路径置换的分阶段优化算法。

唐小卫,高强,朱金福<sup>[16]</sup>(2009)设计了不正常航班恢复模型的贪婪模拟退火算法,该算法是在贪婪随机自适应搜索算法的基础上,加上了模拟退火算法,从而提高了搜索领域解的效率,降低了解陷于局部最优解的可能性。算例表明,该算法可用于求解大规模不正常航班回复问题,算法的运行时间满足航空公司实时调度的要求。

国内的研究也主要通过建立模型,引进相应的约束条件和算法来进行实例研究。

综合国内外的不正常航班计划恢复问题的文献,按照研究的进阶,飞机路线恢复问题是不正常航班计划恢复的第一个阶段,这方面的研究开始较早,研究也相对成熟,机组恢复问题是继飞机路线恢复之后的第二个恢复阶段,也是以后重要的研究方向。

另外,20世纪90年代中期,这方面的研究主要集中于单机型、小规模延误

的恢复问题。但是单机型模型对于航空公司的作用不是很大,因为很少有航空公司是单一机型的,即使是单机型,同一机型各飞机之间的适航性也存在很大区别,本质上来说也是多机型的。从 20 世纪 90 年代中后期至今,多机型、多经停、大规模延误的情况逐渐成为研究的重点,相继出现了资源指派模型和多商品流模型。不论是单机型模型还是多机型模型,面临的一个共同问题就是算法的复杂性。

其实,航班恢复问题的“难”除了相关因素的复杂,更主要的原因在于恢复方案的即时性。航班紊乱发生后,恢复方案的决定和实施是越早越好。在手工调整的情况下,调度员只能考虑到影响飞行安全的一些基本因素,很难考虑到全局网络的优化,更别说旅客的行程规划或根据旅客价值信息确定航班恢复的优先级了。

要最终可行,还有两个关键因素必须解决: 1. 如何创建合适的数学模型; 2. 如何用合适的算法快速求解这个数学模型。学术界研究航班恢复问题已经很久,取得了很好的进展,但业界至今还很少有实际的应用解决方案。因为理论研究一般都局限于有限的时间和空间,运行约束也仅仅是实际约束的部分子集,这样的方法很难被航空公司的运控部门采纳而直接用于生产实践。

总而言之,在未来的研究中,创建合适的数学模型和采用行之有效的算法求解仍是解决航班恢复问题的关键。

## (二) 常见的航班恢复模型

下面给出常见的不正常航班恢复问题常用数学模型,并对其优缺点进行评价,为模型和算法的改进奠定基础。常用的不正常航班恢复问题数学模型有针对飞机路线恢复的资源指派模型、多商品网络流模型和时间离散近似模型,针对机组恢复的多商品网络流模型和集合分割问题数学模型<sup>[18]</sup>。

### 1、资源指派模型

资源指派模型是一种路径流集合模型,将可用资源指派给适当的飞行路线,使其总的费用最小。以下是对模型中用到的集合、上下标、参数和变量的解释。

上下标:

$i$ : 航班下标,  $i \in F$

$j$ : 飞机路径下标,  $j \in P$

$k$ : 飞机上标,  $k \in K$

$a$ : 机场下标,  $a \in A$

集合:

$F$ : 航班集合

$K$ : 可利用飞机的集合

$A$ : 机场的集合

$P$ : 可行路径的

参数:

$a_{ij}$ : 当航班  $i$  包含在路径  $j$  中时等于 1, 否则等于 0

$b_{ja}$ : 当路径  $j$  在机场  $a$  终止时等于 1, 否则等于 0

$c_i$ : 取消航班  $i$  的成本

$h_a$ : 恢复期结束时, 为执行正常航班计划机场  $a$  需要的飞机架数

$d_j^k$ : 将飞机  $k$  指派给路径  $j$  的成本, 包括航班延误成本和飞机交换成本, 存在调机航班时,

应当包括调机成本。

决策变量:

$x_j^k$ : 将飞机  $k$  指派给路径  $j$  时等于 1, 否则等于 0

$y_i$ : 航班  $i$  取消时等于 1, 否则等于 0。

资源指派模型:

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{k \in K} \sum_{j \in P} d_j^k x_j^k + \sum_{i \in F} c_i y_i \\ \text{s.t. } &\sum_{k \in K} \sum_{j \in P} a_{ij} x_j^k + y_i = 1, i \in F \\ &\sum_{k \in K} \sum_{j \in P} b_{ja} x_j^k = h_a, a \in A \\ &\sum_{j \in P} x_j^k = 1, k \in K \\ &x_j^k = 0, 1; j \in P, k \in K; y_i = 0, 1, i \in F \end{aligned}$$

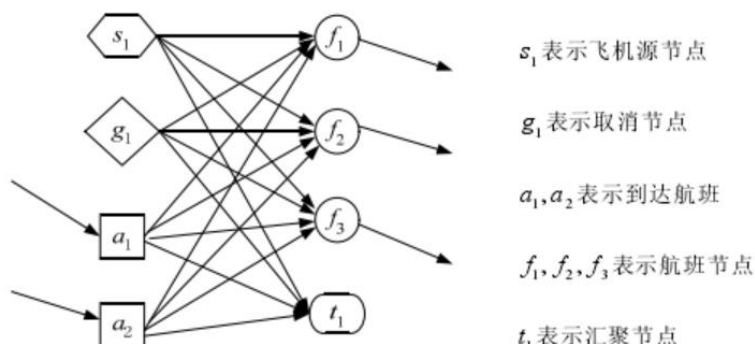
目标函数要求航班延误成本和取消成本之和最小; 约束条件依次是航班覆盖约束, 表示每个航班要么被取消, 要么被执行; 飞机流平衡约束, 表示恢复期结束后各机场拥有的飞机架数必须等于后续航班正常执行需要的架数; 可行路径的流量约束, 表示每架飞机最多只能执行一条可行路径; 变量取值约束。

资源指派模型易于理解, 对飞机调度问题描述准确、简洁, 几乎包含了所有可能的调度策略, 但该模型是一个一般的整数规划问题, 求解困难。

## 2、多商品网络流模型

为构建不正常航班恢复问题的多商品流模型, 首先构造用于该模型的多商品流网络。该网络含有两种商品: 一种是飞机, 一种是“取消航班”, 并且由若干子偶图网络组合而成。每个机场构造一个子偶图网络, 其中左边的节点包括飞机源节点、取消源节点和到达节点, 每架飞机对应一个源节点, 每个到达航班对应一个到达节点。右边有两类节点: 一类是航班节点, 一类是汇聚节点, 汇聚节点表示过夜航班的集聚。左边的每个节点连接到右边的所有的节点, 每条边都附有对应的成本。





上图是一个机场的子偶图网络，它在恢复期初有一架可使用的飞机，在恢复期有两个航班到达，三个航班出发，节点  $g_1$  是取消源节点， $t_1$  是汇聚节点。在子偶图中将飞机源节点与航班节点连接起来的边表示飞机和航班的一个配对，将到达节点与航班节点连接起来的边表示两个前后衔接的航班，将飞机源节点或到达节点与汇聚节点连接的边表示该飞机不再执行任务，在此机场过夜准备第二天的航班飞行，将取消源节点与航班节点连接的边表示取消相关航班，将取消源节点与汇聚节点相连的边表示本机场不取消任何航班。在这些边上可以赋以相应的成本，包括航班取消成本、延误成本和飞机交换成本。

以下是对模型中用到的集合、上下标、参数和变量的解释。

集合：

$A$ ：到达节点的集合

$A(i)$ ：与节点  $i$  相连的先前到达节点的集合

$F$ ：航班节点集合

$F(i)$ ：与节点  $i$  相连的后继航班节点的集合

$G$ ：取消源节点的集合

$S$ ：可利用飞机源节点的集合

$S(i)$ ：与节点  $i$  相连的飞机源节点的集合

$T$ : 机场聚汇节点的集合

上下标:

$i, j$ : 表示节点的下标

$g(i)$ : 含有节点  $i$  的机场的取消源节点下标

$p(i)$ : 与到达节点  $i$  相连的前一个机场的航班节点下标

$q(i)$ : 与航班节点  $i$  相连的下一个机场的到达节点下标

$t(i)$ : 含有节点  $i$  的机场的汇聚节点下标

参数:

$c_i$ : 取消航班  $i$  的成本

$d_{ij}$ : 从到达节点/飞机源节点  $i$  到航班节点  $j$  的估计成本, 即执行航班  $j$  的延误/交换成本

$h_i$ : 必须在机场汇聚节点  $i$  停场过夜的飞机数。

变量:

$x_{ij}$ : 从节点  $i$  到节点  $j$  的飞机流变量, 0-1 型变量。

$y_{ij}$ : 从节点  $i$  到节点  $j$  的航班取消流变量, 0-1 型变量。

多商品流模型:

$$\begin{aligned}
 \min z = & \sum_{i \in A \cup S} \sum_{j \in F(i)} d_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in F} c_i y_{iq(i)} \\
 \text{s.t. } & x_{iq(i)} + y_{iq(i)} = 1, i \in F \\
 & \sum_{j \in F(i)} x_{ij} + x_{it(i)} = 1, i \in S \\
 & \sum_{j \in F(i)} x_{ij} + x_{it(i)} - x_{p(i)i} = 0, i \in A \\
 & \sum_{j \in F(i)} y_{ij} + y_{it(i)} - y_{p(i)i} = 0, i \in A \\
 & \sum_{j \in A(i) \cup S(i)} x_{ji} - x_{iq(i)} = 0, i \in F \\
 & \sum_{j \in A(i) \cup G(i)} y_{ji} - y_{iq(i)} = 0, i \in F \\
 & \sum_{j \in A(i) \cup S(i)} x_{ji} \geq h_i, i \in T \\
 & x_{ij} = 0, 1; i, j \in \{i \in A \cup S, j \in F(i) \cup \{t(i)\}\} \cup \{i \in F, j = q(i)\} \\
 & y_{ij} = 0, 1; i, j \in \{i \in A \cup G, j \in F(i) \cup \{t(i)\}\} \cup \{i \in F, j = q(i)\}
 \end{aligned}$$

上述模型中, 目标函数要求总的恢复成本最小, 包括航班延误成本、取消成本。上述约束条件依次表示的是航班覆盖约束, 表示航班要么被执行, 要么取消。飞机利用约束, 要求所有可用飞机, 要么执行航班, 要么停场等待到恢复期结束后使用。到达节点流平衡条件, 保证在每个节点上的飞机要么执行后续航班, 要

么停车场等待到恢复期结束后使用。航班节点流平衡条件，表示每个航班节点上流入的航班和流出的航班数量相等，这里的流出包括航班取消或进入汇聚节点。资源平衡条件，要求进入汇聚节点的飞机数不少于恢复期后执行航班计划所需要的飞机。变量的取值约束。该模型很好的表达了飞机、航班的时间和空间特性，但存在如下不足：（1）延误成本不能准确计算；（2）未考虑调机策略；（3）没有考虑机场宵禁约束；（4）没有考虑不同机型之间的飞机交换策略。

### 3、时间离散近似模型

建立一种离散的时空网络，然后再建立近似优化模型，叫做时间离散近似模型(Time Band Approximation Model)。构建时间离散近似模型包括两个步骤：建立时空网络和构造相应的数学模型表达。时间离散近似模型本身是一个网络流模型，充分考虑了飞机路线的时空特性，模型中包含了航班延误和取消策略，但对约束条件的表达不够充分，且决策变量数量较多，难以求解，解的精确度受时间离散区间的影响较大。

以上介绍的三种模型，实质上都是构造出飞机的飞行路线、确定被取消的航班，从中挑出总费用最小的方案。困难在于如何生成可行的飞机路线和确定被取消的航班，又能够计算出每一可行飞机路线的费用成本。到目前为止，还没有文章通过直接求解这些模型来找到最优解。

### 4、机组恢复的多商品网络流模型

在该模型中，每个机组被视为一种商品。下面首先给出相关参数、变量和上下标的解释：

参数：

$m$  代表机组的总人数；

$n$  代表航班的总数量；

$a_{ik_k}$  表示航班  $i$  是否被机组  $k$  的第  $j_k$  个任务配对覆盖，如果是，则  $a_{ik_k} = 1$ ，否则  $a_{ik_k} = 0$ ；

$c_{kj_k}$  表示机组  $k$  的第  $j_k$  任务配对的成本。

上下标：

$i$  表示航班的下标；

$k$  表示机组的下标；

$j_k$  表示机组  $k$  的第  $j_k$  个任务配对。

变量：

$x_{kj_k}$  表示机组  $k$  的第  $j_k$  的任务配对是否是解的一部分，如果是，则  $x_{kj_k} = 1$ ，否则  $x_{kj_k} = 0$ 。

数学模型：

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{k \in K} c_{k \in K} x_{k \in K} \\ \text{s.t. } &\sum_{k \in K} a_{i \in K} x_{k \in K} \geq 1, \quad i = 1 \dots n \\ &\sum_{j \in K} x_{k \in K} = 1, \quad k = 1 \dots m \\ &x_{k \in K} = 0, 1 \end{aligned}$$

目标函数要求所有航班的机组总执行成本最小；约束条件依次是航班覆盖约束，每个航班至少被覆盖一次；流平衡约束，每个机组只能执行一个机组任务配对，其中包括空的机组任务配对；变量取值约束。

该模型比较简洁的描述了机组恢复问题，目标函数中对成本的定义很笼统，确定成本较难。且模型还没有能够将所有的调度策略清晰的表达出来，没有涉及加机组和使用备份机组策略。

## 5、机组恢复的集合分割数学模型

下面是对模型中用到的集合、参数和变量的解释。

$F$ : 航班集合

$R$ : 机队集合

$W$ : 所有机组人员的集合

参数：

$c_i^w$  表示机组  $w$  执行机队  $i$  的成本

$u_f$  表示使用备份机组或等待机组执行航班  $f$  的额外的成本

$v_i^w$  表示机组  $w$  执行的任务配对不是原任务配对的惩罚值

$a_{f,i}$  表示航班  $f$  是否在任务配对  $i$  中，如果在，则  $a_{f,i}=1$ ，否则  $a_{f,i}=0$

$b_{iw}$  表示任务配对  $i$  是否由机组  $w$  执行，如果是，则  $b_{iw}=1$ ，否则  $b_{iw}=0$

变量：



$x_i^w$  表示机组  $w$  是否执行任务配对  $i$ , 如果是则  $x_i^w=1$ , 否则  $x_i^w=0$

$y_f$  表示航班  $f$  是否被取消, 如果是则  $y_f=1$ , 否则  $y_f=0$

数学模型:

$$\begin{aligned} \min. & \sum_{w \in W} \sum_{i \in R} (c_i^w + v_i^w) x_i^w + \sum_{f \in F} u_f y_f \\ \text{s.t.} & \sum_{w \in W} \sum_{i \in R} a_{fi} x_i^w + y_f = 1, \quad \forall f \in F \\ & \sum_{i \in R} b_{wi} x_i^w \leq 1, \quad \forall w \in W \\ & x_i^w \in \{0, 1\}, \quad \forall f \in F \\ & y_f \in \{0, 1\}, \quad \forall w \in W \end{aligned}$$

目标函数表示机组调度总的费用最小, 包括执行某航班的费用、机组执行的任务配对不是原来任务配对的惩罚值和航班取消的成本。约束条件依次是航班覆盖约束, 表示航班要么被执行要么被取消。流平衡约束, 表示每个机组最多只能执行一个任务配对。表示变量取值约束。

该模型能够很好的描述机组调度问题, 在目标函数中加入了惩罚值, 能够保证每个机组尽量执行原来的任务配对。但在描述调度策略时依然不完整, 且在使用 ILOG 和 MOPS 软件求解该模型时, 耗时较长, 难以满足航空公司的实时需要。

### (三) 要解决的问题

本文针对附件中的案例要求以及数据, 将主要解决以下问题:

**问题一:** 不考虑旅客信息, 如何重新规划机型 9 (不考虑其他机型) 的航班计划, 制定起飞时间表 (给出延误分钟), 使得所有原计划安排给机型 9 的航班尽可能不被取消, 同时保证机型 9 的所有航班总体延误时间最短?

**问题二:** 不考虑旅客信息, 假定同一机型的所有飞机的载客量相同, 其间航班调整没有成本, 但在不同机型间调整有成本。比方说飞机 DIBPV 属于 320 机型, 飞机 COBPV 属于 321 机型, 航班 174774110 原计划是安排给飞机 DIBPV 执行, 如果将 174774110 分配给飞机 COBPV 执行则需要产生额外的成本。假设此额外成本等价于航班延误半小时 (置换和延误有可能会同时发生, 则成本叠加)。在这样的假设下如何重新规划飞机航班 (包括所有机型的所有航班), 制定起飞时间表 (给出延误分钟) 使原计划航班尽可能不被取消, 同时保证所有航班总体延误时间最短?

**问题三:** 进一步考虑飞机的载客量, 假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外, 还要加上不能登机旅客的成本 (这里仍不考虑旅客的联程信息, 即假定旅客行程都是直达的, 并假设所有航班都是 100% 的上座率)。比如飞机 DIBPV 的载客量是 140 人, COBPV 的载客量是 170 人。如果将飞机 COBPV 的航班分给 DIBPV 去执行, 将会有 30 名旅客因没有座位而无法登机。但如果将 DIBPV 的原计划航班分配给 COBPV 去执行则没有这种情况。假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当, 该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短?

**问题四：**在第二题的基础上，假设在不同机型间调整航班不考虑成本。我们在旅客数据中提供了旅客的行程信息，包括旅客号，同行旅客数量，和相应的航班。每个旅客行程中的相连航班间最少需要 45 分钟间隔时间用于中转，如 23 日的航班 174778458 (02:05 JOG—03:00 OVS) 与 23 日的航班 174777524 (05:50 OVS—08:10 XVS) 的间隔时间为 2 小时 50 分钟。旅客的延误按照旅客计划到达最终目的地时间为基准计算。例如在案例中旅客号为 6 的旅客计划到达 XVS 时间是 23 日 08:10，如果不晚于该时间到达则延误为 0，如果到达 XVS 时间是 23 日 08:40 则延误时间是 30 分钟，考虑旅客号为 6 的同行旅客数量为 8，则总体延误时间是  $8 \times 30 = 240$  分钟。假定旅客号为 6 的旅客最终不能到达目的地相当于总体延误了  $8 \times 24$  小时。该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短？如果某旅客号对应的航班号在航班表里找不到相应记录则不需要考虑该旅客。如果某航班没有对应的旅客信息，可认为该航班目前没有乘客，则延误该航班没有成本代价。

## 二、问题分析

根据赛题具体案例的要求,本文主要解决机场关闭导致的不正常航班计划恢复问题。机场关闭就是航路的终端流量为零,即不允许该终端有飞机通过,是严重流量控制的极端案例。针对机场关闭情况下的航班延误,需要调整的航班主要包括以下两类:出发机场或到达机场受影响的航班集合及由此导致后续航班需延误的集合。

### (一) 概念定义

航班恢复问题中涉及的相关概念定义如下:

可用飞机: 在进行航班恢复时机场内待执行航班的飞机。

航班串: 对于给定飞机(以尾号为唯一标识),其按照计划飞行路线执行的,在时间和空间上连续衔接的多个航班序列。

恢复期: 从不正常航班调整开始至航班恢复正常的时间段。

飞机置换: 将航班安排给不同于原计划执行飞机的其他飞机去执行。

飞机间隔时间: 同一架飞机在执行完上一趟航班到执行下一趟航班前的地面停留时间。

### (二) 时空网络

为实现对飞机在时间和空间上的跟踪,本文以二维时空网络作为建模和算法工具。时空网络由节点和有向弧(边)组成,节点中含有时间和空间二维坐标。时空网络中的每个连接都代表时间和空间的变动,从当前时点 $t$ 的地点 $a$ 转换到时点 $t+x$ 的另一地点 $b$ ,其中时间变动值 $x$ 大于零。

在航班恢复问题中,以机场为横坐标,各机场的代码为一单位横轴刻度,对每一机场自上向下引出时间纵轴,起点为最早航班的始发时间,终点为最后一个航班的到达时间。每个网络节点指代特定时间的特定机场,进入节点的弧代表根据航班计划在特定的时间间隔内某架飞机到达该机场,从节点出发的弧代表在特定的时间间隔内某架可用的飞机执行该航班。航班恢复问题中时空网络的节点和弧(边)主要有:

#### 1、航班弧(边)

航班弧(边)连接飞机的出发和到达节点,只是指代一个可能的飞机路线。通常边上的流量为1,航班边的成本由机型和路程长度决定。

#### 2、过站弧(边)

过站弧(边)连接在同一机场两个不同时间的节点,流量代表在过站时间内留在地面的飞机。过站边的成本为停场费用,设施使用费用等。通常过站弧不产生收益。

#### 3、过夜弧(边)

过夜弧(边)是另一类过站弧,边上的流量为在具体机场过夜的飞机数量。边上的费用和过站弧的类似。

#### 4、调机弧(边)

调机弧(边)表示在航班不正常情况下,调动飞机到某一机场去服务而不携带任何旅客。调机弧从一个供给节点出发到需要的节点,连接被调用飞机所在的

节点到所有需要的节点，并且将这一束弧的总流量设置为小于等于 1。调机弧上的费用包括调机成本和管理费用，不产生收益。

#### 5、延误航班弧（边）

延误航班弧（边）表示可能采取的延误策略，通过在原计划的航班边上添加带离散时间间隔的平行弧生成。例如，航班 174774124 在 4 月 22 日 18:50 离开 LEH 机场且于同日 20:26 到达 OVS 机场，若以 10 分钟为延误方案间隔，则可以在 LEH 机场 19:00, 19:10, 19:20 等时点上添加延误弧，相应地连接到 OVS 机场 20:36, 20:46, 20:56 时点上。延误航班边上的费用包括延误费用和由于延误引起的其他费用。

#### 6、其他类型的功能弧（边）

根据各种研究邻域的特点，时空网中可以出现一些不代表具体活动的边（弧）。例如航班计划保护弧，用以表示经停航班、联程航班任务的计划完整性；沉淀弧，指向最终需求节点的弧，表示飞机所有航班任务结束。

#### 7、飞机到达节点

飞机在特定的时间到达特定的机场，则该节点记录了到达时间和机场。在网络中，一个航班的连接将汇集在到达节点。

#### 8、飞机离开节点

飞机在特定的时间离开特定的机场，则该节点记录了离开时间和机场。在网络中，一个航班的连接将从该节点连接到其他的机场。

#### 9、供给节点

供给节点表示拥有一定可使用飞机数量的特定时点。供给节点可以位于一天的起始时刻，或者是经过修复后飞机的所在时点以及空闲飞机所在的时点。

#### 10、需求节点

需求节点可认为是事件节点，如果出现在一天中间的时刻，则表示在某个机场的这个时刻出现飞机短缺。如果它出现在一天的末尾，则是真正的需求节点，表示所有的飞行结束后飞机的聚集点。在需求节点上，机场拥有的飞机数量可以与早晨出发时同样多，也可以不相同。



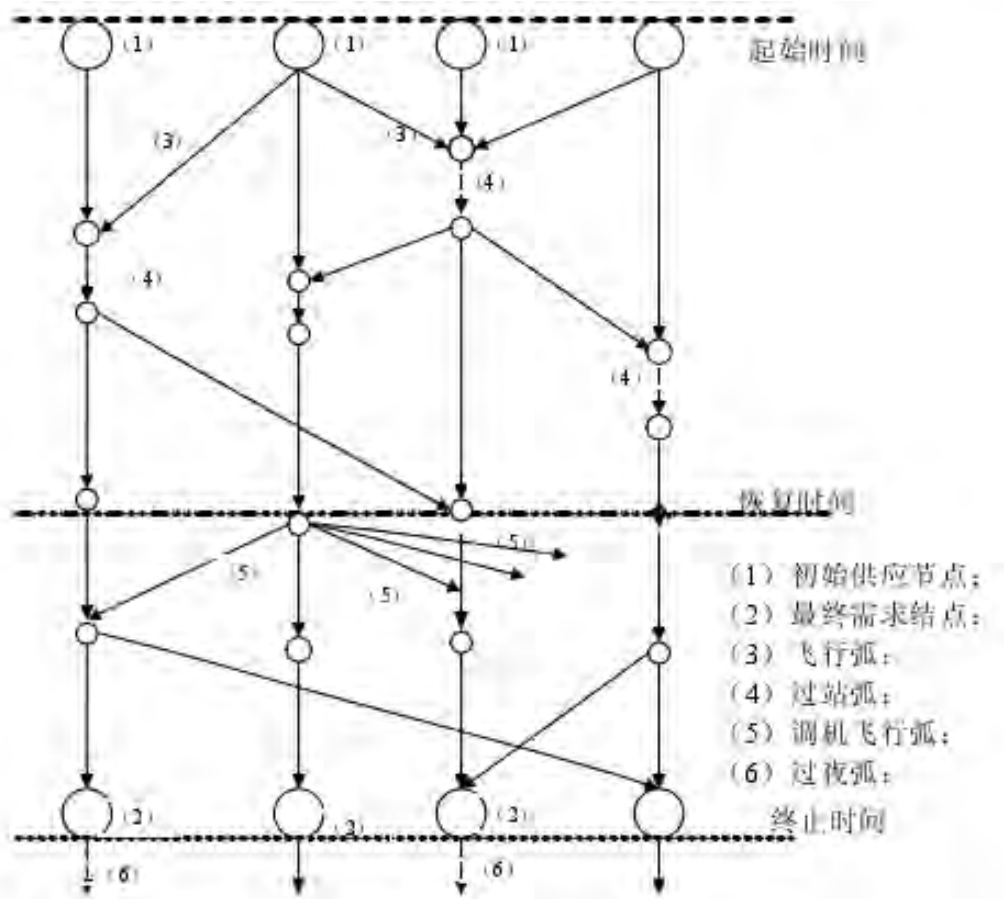


图 2-1 时空网络示意图

### (三) 网络构建

构建时空网络的步骤大致如下:

步骤一: 加载相关数据。加载飞机尾号、飞机机型、飞机初始可用时间、飞机起飞机场等飞机信息, 生成飞机集合 ( $P$ ); 加载机场名称、机场不可用时间区间等机场信息, 生成机场集合 ( $S$ ); 加载航班编号、航班起飞时间、航班到达时间、起飞机场、到达机场、航班的飞行时间等航班信息, 生成航班集合 ( $F$ )

步骤二: 生成时空网络。首先遍历可用飞机集合, 对每架飞机的起飞机场处根据机场的起飞时间生成对应的机场飞机节点。遍历航班集合, 对每一个从特定规则生成的节点出发的航班生成一条航班边, 并保存期间生成的机场时间节点。最后根据机场最后一班航班生成汇聚节点, 存于汇聚节点集合之中; 得到汇聚节点之后, 连接机场时间节点和相应汇聚节点得到汇聚边, 保存在汇聚边集合中。

步骤三: 网络中的后续处理; 网络中若存在没有到达航班边并且没有出发航班边的机场时间节点, 就删除这些节点。

### (四) 算法设计

本文通过跟踪延误航班的飞行路径, 动态地进行飞机指派, 重新生成飞机的航班计划和路径。基本思路如下: 在发生航班延误的机场内, 搜索可用飞机和从该机场出发的未被执行的航班串, 对可用飞机与航班串建立指派矩阵, 将可用飞机与延误航班两两校验约束条件, 符合约束条件的, 计算这个指派结果造成航班串上各航班总的延误时间, 写入指派矩阵的相应位置, 如果可用飞机数量不足,

以虚拟飞机代替，被指派了虚拟飞机的航班串延误时间为无穷大。对建立的指派矩阵采用匈牙利算法指派，保存各航班串上首航班的指派结果并更新后续航班串。对所有还没有被指派的航班串及已经指派过的后续航班串迭代，直到所有航班都完成指派。

指派算法主要由三部分组成：更新和排序延误航班串，检查约束条件和构造指派矩阵，更新航班串信息。根据附件内容，输入信息包括：航班计划表、可用飞机信息和机场状态信息。基本步骤如下：

第一，根据航班数据和流控数据，检索出受影响的航班串，记录航班编号、起飞到达时间和机场等航班串信息，以及飞机尾号、型号等数据。

第二，从最早延误的 OVS 机场开始调整，从延误开始到恢复期结束，检索出经停该机场的航班串。对于后续动态生成的受影响航班串，按其延误的第一个航班的原计划出发时间进行升序排序，从最早延误的机场开始调整。

第三，为延误机场内的可用飞机建立可用飞机表，记录飞机尾号、型号、起飞时间、座位数等数据。将可用飞机表中的飞机指派给经停该机场的航班串，构造指派矩阵。

第四，对指派矩阵采用匈牙利算法指派，将指派结果中飞机及相应路径上的第一个航班信息保存到新的航班计划表中，更新可用飞机表中的飞机起飞时间，新起飞时间 = 飞机在机场的就绪时间 + 飞机最小飞行间隔时间（45 分钟），同时要考虑飞机是否受到 OVS 机场起降数量限制的影响。

第五，删除已经指派过的延误航班和经指派后不再延误的路径，添加新产生的延误路径，更新受影响的航班串，重新从第二步开始执行，直到不再有受影响的航班串。

第六，新的航班计划表按飞机起飞时间排序，计算延误航班的目标函数值，虚拟飞机执行的航班表示该航班取消。最后输出整理过的新航班计划表。

在构建指派矩阵时，进行约束条件的有效性检验，对于符合所有约束条件的指派，计算路径上航班总的延误时间，写入指派矩阵的相应位置；不符合约束条件的，指派矩阵中的相应位置写入无穷大；有效性检验两两进行的，保证所有机型交换的可能性；一对一的指派保证了每条路径上都会有符合约束条件的飞机。

### 三、问题 1：单一机型的航班恢复问题

#### （一）基本假设：

1、不考虑旅客信息，不考虑其他机型的航班计划，不考虑从其他机场调机，不考虑机组人员的恢复，不考虑旅客行程重新规划。

2、航班最大延误时间为 5 小时，延误超过 5 小时时一定取消该航班。为了最大可能保护航班，尽量不取消航班。

3、所有航班只能延误，不能提前，最早起飞时间不能早于原计划的起飞时间。

4、各航班的飞行时间是常量，飞机的飞行时间不会因延误而受影响。

5、每架飞机前一航班到达时间与后一航班起飞时间之间的最小间隔时间为 45 分钟。

6、不考虑机场可停留飞机的容量。理论上所有机场可以全天 24 小时工作。

7、机场 OVS 在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭。在该时间段内（不包括 18:00 和 21:00 这两个时刻）该机场不能起飞或降落任何航班，而该时间段之前的所有航班都处于正常状态，该时间段之后机场可立即恢复正常起降。

8、OVS 机场的跑道限制，该机场每 5 分钟最多能起飞 5 架飞机，同时降落 5 架飞机。其它机场不考虑跑道限制。

#### （二）相关定义

模型中用到的上下标、参数及变量定义如下：

$F$ : 正常航班计划中的航班集合

$f$ : 航班,  $f \in F$

$P$ : 可用飞机的集合

$p$ : 飞机,  $p \in P$

$s_n^p$ : 飞机  $p$  第  $n$  次飞行的起飞机场, 其中  $s_1^p$  为飞机  $p$  的起点机场

$S_n^p$ : 飞机  $p$  第  $n$  次飞行的降落机场

$s_f$ : 航班  $f$  的起飞机场

$S_f$ : 航班  $f$  的降落机场

$t_n^p$ : 飞机  $p$  第  $n$  次飞行的起飞时间

$T_n^p$ : 飞机  $p$  第  $n$  次飞行的降落时间

$t_f$ : 航班  $f$  原定的起飞时间

$T_f$ : 航班  $f$  原定的降落时间

$t_f^p$ : 航班  $f$  的实际起飞时间。

$T_f^p$ : 航班  $f$  的实际降落时间。

$t_{\min}^p$ : 飞机  $p$  最早可用时间

$t_{\max}^p$ : 飞机  $p$  最晚可用时间

$d_f^p$ : 飞机  $p$  执行航班  $f$  时对应的延误时间,  $d_f^p = t_f^p - t_f$

$$x_f^p = \begin{cases} 1 & \text{飞机 } p \text{ 执行航班 } f \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$y_f = \begin{cases} 1 & \text{航班 } f \text{ 被取消} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$a_t^s = \begin{cases} 1 & t_n^p = t \cap s_n^p = s \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$b_t^s = \begin{cases} 1 & T_n^p = t \cap S_n^p = s \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

### (三) 航班恢复模型

目标函数:

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} d_f^p x_f^p + \sum_{f \in F} 18000 y_f \quad (3-1)$$

约束条件:

$$\sum_{p \in P} x_f^p + y_f = 1, \quad \forall f \in F \quad (3-2)$$

$$\sum_{p \in P} x_f^p \leq 1, \quad \forall f \in F \quad (3-3)$$

$$t_{n+1}^p - T_n^p \geq 2700, \quad \forall p \in P \quad (3-4)$$

$$s_{n+1}^p = S_n^p, \quad \forall p \in P \quad (3-5)$$

$$t_1^p \geq t_{\min}^p, T_n^p \leq t_{\max}^p, \quad \forall p \in P \quad (3-6)$$

$$\sum a_t^s \leq 5, \quad s = OVS \quad (3-7)$$

$$\sum b_t^s \leq 5, \quad s = OVS \quad (3-8)$$

$$t = 60k, k \in [24354900, 24358500] \cap k \in \mathbb{Z} \quad (3-9)$$

$$x_f^p \in \{0,1\}, y_f \in \{0,1\}, \quad (3-10)$$



$$a_t^s \in \{0,1\}, b_t^s \in \{0,1\}$$

模型的目标函数（式 3-1）为航班总延误时间最短的目标函数，单位为秒。第一项是延误航班的总延误时间，第二项是取消航班的当量航班延误时间，取消航班当量为 5 小时的延误。式（3-2）航班的覆盖约束，保证每一个航班仅由满足相关约束的某一架飞机去执行或者取消。式（3-3）为飞机的利用约束，保证每架可用飞机同时至多只能执行一个航班。式（3-4）为飞机最小间隔时间的约束，保证每架飞机前一航班到达时间与后一航班起飞时间之间的最小间隔时间为 45 分钟。式（3-5）为航班串的约束，保证每架飞机的飞行在空间上连续衔接。式（3-6）为飞机可用时间的约束，保证飞机在最早和最晚可用时段内执行航班。式（3-7）、（3-8）为 OVS 机场跑道限制约束，保证同一时点起飞和降落的飞机分别不超过 5 架。式（3-9）为最小时间单位约束，限制 Unix 时间格式下的最小时间单位为分钟。式（3-10）为 0-1 整数约束，表示变量取值为 0 或 1。

#### （四）算例分析

问题一算例中的航班计划共涉及 1 中机型，包含 16 架飞机，执行 97 个航班，覆盖 25 个机场。因 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭，共 9 架飞机执行的航班串受到影响。经过计算，优化方案下航班总延误时间合计为 1104 分钟（18 小时 24 分钟），置换飞机航班 20 班，延误航班 13 班，取消航班 0 班，优化后的部分航班计划表如下，橘色为置换飞机航班，黄色为延误航班。



表 3-1 新航班计划表节选

航班唯一编号	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	起飞机场	到达机场	飞机型号	新飞机型号	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间
174773957	4/22/16 17:25	4/22/16 19:23	4/22/16 19:02	4/22/16 21:00	WTR	OVS	9	9	14098	14098	118
174773636	4/22/16 16:05	4/22/16 18:38	4/22/16 18:32	4/22/16 21:05	KMM	OVS	9	9	15098	15098	153
174773751	4/22/16 17:40	4/22/16 19:25	4/22/16 19:15	4/22/16 21:00	LLT	OVS	9	9	23098	23098	105
174774144	4/22/16 18:30	4/22/16 19:35	4/22/16 20:00	4/22/16 21:05	XIR	OVS	9	9	26098	26098	65
174774204	4/22/16 21:05	4/22/16 21:05	4/22/16 23:00	4/22/16 23:00	OVS	VOR	9	9	44098	32098	0
174773919	4/22/16 23:55	4/22/16 23:55	4/23/16 1:50	4/23/16 1:50	VOR	OVS	9	9	44098	32098	0
174774076	4/22/16 20:05	4/22/16 21:00	4/22/16 21:45	4/22/16 22:40	OVS	XIR	9	9	15098	36098	55
174774222	4/22/16 23:50	4/22/16 23:50	4/23/16 1:30	4/23/16 1:30	XIR	OVS	9	9	15098	36098	0
174774124	4/22/16 18:50	4/22/16 19:24	4/22/16 20:26	4/22/16 21:00	LEH	OVS	9	9	41098	41098	34
174774298	4/22/16 16:25	4/22/16 17:35	4/22/16 19:50	4/22/16 21:00	GKS	OVS	9	9	44098	44098	70
174774048	4/22/16 19:45	4/22/16 21:00	4/22/16 21:15	4/22/16 22:30	OVS	QSM	9	9	85098	46098	75
174778414	4/23/16 3:15	4/23/16 3:15	4/23/16 4:35	4/23/16 4:35	QSM	OVS	9	9	85098	46098	0
174778222	4/23/16 5:45	4/23/16 5:45	4/23/16 7:20	4/23/16 7:20	OVS	ONV	9	9	85098	46098	0
174777722	4/23/16 8:15	4/23/16 8:15	4/23/16 9:40	4/23/16 9:40	ONV	OVS	9	9	85098	46098	0
174778136	4/23/16 11:45	4/23/16 11:45	4/23/16 13:35	4/23/16 13:35	OVS	CBN	9	9	85098	46098	0
174778132	4/23/16 14:40	4/23/16 14:40	4/23/16 16:25	4/23/16 16:25	CBN	OVS	9	9	85098	46098	0
174773887	4/22/16 18:35	4/22/16 19:25	4/22/16 20:10	4/22/16 21:00	NZK	OVS	9	9	51098	51098	50
174773380	4/22/16 15:10	4/22/16 18:14	4/22/16 18:01	4/22/16 21:05	MJT	OVS	9	9	64098	64098	184
174773432	4/22/16 20:50	4/22/16 21:00	4/22/16 22:00	4/22/16 22:10	OVS	JOG	9	9	64098	75098	10
174778458	4/23/16 2:05	4/23/16 2:05	4/23/16 3:00	4/23/16 3:00	JOG	OVS	9	9	64098	75098	0
174773460	4/22/16 20:50	4/22/16 21:00	4/22/16 22:05	4/22/16 22:15	OVS	ZOV	9	9	14098	82098	10
174777548	4/23/16 3:15	4/23/16 3:15	4/23/16 4:20	4/23/16 4:20	ZOV	OVS	9	9	14098	82098	0
174774314	4/22/16 16:20	4/22/16 19:15	4/22/16 18:10	4/22/16 21:05	HRA	OVS	9	9	85098	85098	175

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174773536	4/22/16 21:50	4/22/16 21:50	4/23/16 0:05	4/23/16 0:05	OVS	FQM	9	9	46098	85098	0
174777432	4/23/16 1:05	4/23/16 1:05	4/23/16 3:20	4/23/16 3:20	FQM	OVS	9	9	46098	85098	0
174777646	4/23/16 5:00	4/23/16 5:00	4/23/16 6:45	4/23/16 6:45	OVS	FUK	9	9	46098	85098	0
174777644	4/23/16 8:10	4/23/16 8:10	4/23/16 9:50	4/23/16 9:50	FUK	OVS	9	9	46098	85098	0
174777992	4/23/16 12:00	4/23/16 12:00	4/23/16 13:20	4/23/16 13:20	OVS	JOG	9	9	46098	85098	0
174778446	4/23/16 14:30	4/23/16 14:30	4/23/16 15:35	4/23/16 15:35	JOG	OVS	9	9	46098	85098	0

## 四、问题 2：多机型的航班恢复问题

### （一）基本假设

飞机置换并不需要在完全相同的飞机之间进行，航空公司可以安排给满足约束条件的任何其它飞机。

在问题二中，除放松问题一第一条中“不考虑其他机型航班计划”的假设条件外，其余假设条件不变。问题二考虑不同机型之间的置换，同时假定同一机型的所有飞机的载客量相同，其间航班调整没有成本，但在不同机型间的调整有成本。假设此额外成本等价于航班延误半小时，置换和延误同时发生时，延误成本叠加。

### （二）相关定义

模型中新增上下标、参数及变量定义如下，其余参见问题一中的相关定义：

$M$ : 飞机型号的集合

$m$ : 飞机型号,  $m \in M$

$m_f$ : 正常航班计划中航班  $f$  使用的飞机型号

$m_p$ : 飞机  $p$  的飞机型号

$$z_f^p = \begin{cases} 1 & m_f = m_p \\ 0 & m_f \neq m_p \end{cases}$$

### （三）航班恢复模型

目标函数：

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} d_f^p x_f^p + \sum_{f \in F} 18000 y_f + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} 1800 z_f^p \quad (4-1)$$

相对于问题一新增的约束条件：

$$z_f^p \in \{0,1\} \quad (4-2)$$

模型的目标函数（式 4-1）为航班总延误时间最短的目标函数，单位为秒。第一项是延误航班的总延误时间，第二项是取消航班的当量航班延误时间，取消航班当量为 5 小时的延误，第三项是置换飞机的当量航班延误时间，置换航班当量为 30 分钟的延误。式（4-2）为 0-1 整数约束，表示变量取值为 0 或 1。其余约束条件与问题一一致。

### （四）算例分析

问题二算例中的航班计划共涉及 9 中机型，包含 151 架飞机，执行 749 个航班，覆盖 119 个机场。因 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭，共 72 架飞机执行的航班串受到影响。经过计算，优化方案下航班总延误时间合计为 12687 分钟（211 小时 27 分钟），置换飞机航班 86 班，延误航班 123

班，取消航班 0 班，优化后的部分航班计划表如下，橘色为置换飞机航班，黄色为延误航班。





表 4-1 新航班计划表节选

航班唯一编号	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	起飞机场	到达机场	飞机型号	新飞机型号	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间
174773957	4/22/16 17:25	4/22/16 19:38	4/22/16 19:02	4/22/16 21:15	WTR	OVS	9	9	14098	14098	133
174773636	4/22/16 16:05	4/22/16 18:48	4/22/16 18:32	4/22/16 21:15	KMM	OVS	9	9	15098	15098	163
174773642	4/22/16 21:10	4/22/16 21:30	4/22/16 23:40	4/23/16 0:00	OVS	XKA	9	9	16098	16098	20
174773751	4/22/16 17:40	4/22/16 19:40	4/22/16 19:15	4/22/16 21:15	LLT	OVS	9	9	23098	23098	120
174774144	4/22/16 18:30	4/22/16 19:50	4/22/16 20:00	4/22/16 21:20	XIR	OVS	9	9	26098	26098	80
174774204	4/22/16 21:05	4/22/16 21:15	4/22/16 23:00	4/22/16 23:10	OVS	VOR	9	9	44098	32098	10
174773919	4/22/16 23:55	4/22/16 23:55	4/23/16 1:50	4/23/16 1:50	VOR	OVS	9	9	44098	32098	0
174774076	4/22/16 20:05	4/22/16 21:25	4/22/16 21:45	4/22/16 23:05	OVS	XIR	9	9	15098	36098	80
174774222	4/22/16 23:50	4/22/16 23:50	4/23/16 1:30	4/23/16 1:30	XIR	OVS	9	9	15098	36098	0
174774124	4/22/16 18:50	4/22/16 19:44	4/22/16 20:26	4/22/16 21:20	LEH	OVS	9	9	41098	41098	54
174773332	4/22/16 21:10	4/22/16 21:25	4/22/16 22:55	4/22/16 23:10	OVS	HRA	9	9	42098	42098	15
174774298	4/22/16 16:25	4/22/16 17:55	4/22/16 19:50	4/22/16 21:20	GKS	OVS	9	9	44098	44098	90
174774048	4/22/16 19:45	4/22/16 21:30	4/22/16 21:15	4/22/16 23:00	OVS	QSM	9	9	85098	46098	105
174778414	4/23/16 3:15	4/23/16 3:15	4/23/16 4:35	4/23/16 4:35	QSM	OVS	9	9	85098	46098	0
174778222	4/23/16 5:45	4/23/16 5:45	4/23/16 7:20	4/23/16 7:20	OVS	ONV	9	9	85098	46098	0
174777722	4/23/16 8:15	4/23/16 8:15	4/23/16 9:40	4/23/16 9:40	ONV	OVS	9	9	85098	46098	0
174778136	4/23/16 11:45	4/23/16 11:45	4/23/16 13:35	4/23/16 13:35	OVS	CBN	9	9	85098	46098	0
174778132	4/23/16 14:40	4/23/16 14:40	4/23/16 16:25	4/23/16 16:25	CBN	OVS	9	9	85098	46098	0
174773887	4/22/16 18:35	4/22/16 19:40	4/22/16 20:10	4/22/16 21:15	NZK	OVS	9	9	51098	51098	65
174773380	4/22/16 15:10	4/22/16 18:29	4/22/16 18:01	4/22/16 21:20	MJT	OVS	9	9	64098	64098	199
174773432	4/22/16 20:50	4/22/16 21:30	4/22/16 22:00	4/22/16 22:40	OVS	JOG	9	9	64098	75098	40
174778458	4/23/16 2:05	4/23/16 2:05	4/23/16 3:00	4/23/16 3:00	JOG	OVS	9	9	64098	75098	0

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174773460	4/22/16 20:50	4/22/16 21:35	4/22/16 22:05	4/22/16 22:50	OVS	ZOV	9	9	14098	82098	45
174777548	4/23/16 3:15	4/23/16 3:15	4/23/16 4:20	4/23/16 4:20	ZOV	OVS	9	9	14098	82098	0
174774314	4/22/16 16:20	4/22/16 19:15	4/22/16 18:10	4/22/16 21:05	HRA	OVS	9	9	85098	85098	175
174773536	4/22/16 21:50	4/22/16 21:50	4/23/16 0:05	4/23/16 0:05	OVS	FQM	9	9	46098	85098	0
174777432	4/23/16 1:05	4/23/16 1:05	4/23/16 3:20	4/23/16 3:20	FQM	OVS	9	9	46098	85098	0
174777646	4/23/16 5:00	4/23/16 5:00	4/23/16 6:45	4/23/16 6:45	OVS	FUK	9	9	46098	85098	0
174777644	4/23/16 8:10	4/23/16 8:10	4/23/16 9:50	4/23/16 9:50	FUK	OVS	9	9	46098	85098	0
174777992	4/23/16 12:00	4/23/16 12:00	4/23/16 13:20	4/23/16 13:20	OVS	JOG	9	9	46098	85098	0
174778446	4/23/16 14:30	4/23/16 14:30	4/23/16 15:35	4/23/16 15:35	JOG	OVS	9	9	46098	85098	0
174773390	4/22/16 19:50	4/22/16 20:05	4/22/16 21:05	4/22/16 21:20	DEL	OVS	321	321	AEBQV	AEBQV	15
174773741	4/22/16 19:25	4/22/16 21:05	4/22/16 22:45	4/23/16 0:25	OVS	SMO	32A	32A	LLBPV	AJBPV	100
174773610	4/22/16 23:50	4/23/16 1:10	4/23/16 3:15	4/23/16 4:35	SMO	OVS	32A	32A	LLBPV	AJBPV	80
174773773	4/22/16 18:35	4/22/16 21:05	4/23/16 1:50	4/23/16 4:20	OVS	KEP	77W	77W	AUBQV	AUBQV	150
174778252	4/23/16 3:40	4/23/16 5:05	4/23/16 11:45	4/23/16 13:10	KEP	OVS	77W	77W	AUBQV	AUBQV	85
174774068	4/22/16 19:35	4/22/16 21:35	4/22/16 21:55	4/22/16 23:55	OVS	FSA	73H	73H	BWBQV	BWBQV	120
174774008	4/22/16 18:50	4/22/16 21:00	4/22/16 23:00	4/23/16 1:10	OVS	XAB	320	320	CBBQV	CBBQV	130
174777848	4/23/16 0:15	4/23/16 1:55	4/23/16 4:40	4/23/16 6:20	XAB	OVS	320	320	CBBQV	CBBQV	100
174777752	4/23/16 8:10	4/23/16 8:10	4/23/16 11:45	4/23/16 11:45	OVS	PXM	320	320	CKBPV	CBBQV	0
174777552	4/23/16 12:45	4/23/16 12:45	4/23/16 16:10	4/23/16 16:10	PXM	OVS	320	320	CKBPV	CBBQV	0
174774412	4/22/16 15:50	4/22/16 19:01	4/22/16 18:14	4/22/16 21:25	GRP	OVS	320	320	CKBPV	CKBPV	191
174777516	4/23/16 5:35	4/23/16 5:35	4/23/16 7:00	4/23/16 7:00	OVS	QSM	320	320	YKBPV	CKBPV	0
174778358	4/23/16 7:55	4/23/16 7:55	4/23/16 9:15	4/23/16 9:15	QSM	OVS	320	320	YKBPV	CKBPV	0
174777890	4/23/16 10:45	4/23/16 10:45	4/23/16 13:05	4/23/16 13:05	OVS	VRM	320	320	YKBPV	CKBPV	0
174777390	4/23/16 14:30	4/23/16 14:30	4/23/16 16:55	4/23/16 16:55	VRM	OVS	320	320	YKBPV	CKBPV	0
174774242	4/22/16 19:15	4/22/16 21:35	4/22/16 21:40	4/23/16 0:00	OVS	KEC	321	321	COBPV	COBPV	140

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174773883	4/22/16 20:55	4/22/16 21:15	4/22/16 23:10	4/22/16 23:30	OVS	XVS	321	77W	HOBQV	CUBQV	50
174777514	4/23/16 0:15	4/23/16 0:15	4/23/16 2:40	4/23/16 2:40	XVS	OVS	321	77W	HOBQV	CUBQV	30
174773979	4/22/16 20:40	4/22/16 21:15	4/23/16 1:10	4/23/16 1:45	OVS	ABA	73H	73H	CWBQV	CWBQV	35
174773382	4/22/16 19:30	4/22/16 21:05	4/22/16 22:00	4/22/16 23:35	OVS	REA	320	73H	RZBPV	DCBPV	125
174773805	4/22/16 23:45	4/23/16 0:20	4/23/16 2:10	4/23/16 2:45	REA	OVS	320	73H	RZBPV	DCBPV	65
174773594	4/22/16 18:15	4/22/16 21:05	4/22/16 22:40	4/23/16 1:30	OVS	ALA	321	321	DEBQV	DEBQV	170
174773544	4/22/16 23:50	4/23/16 2:15	4/23/16 4:45	4/23/16 7:10	ALA	OVS	321	321	DEBQV	DEBQV	145
174777436	4/23/16 12:55	4/23/16 12:55	4/23/16 15:25	4/23/16 15:25	OVS	REA	321	321	MHBQV	DEBQV	0
174774036	4/22/16 16:00	4/22/16 19:01	4/22/16 18:24	4/22/16 21:25	XVS	OVS	320	320	DWBPV	DWBPV	181
174774050	4/22/16 17:45	4/22/16 19:45	4/22/16 19:05	4/22/16 21:05	QSM	OVS	321	321	EEBQV	EEBQV	120
174773706	4/22/16 20:15	4/22/16 21:50	4/22/16 21:35	4/22/16 23:10	OVS	DEL	321	321	EEBQV	EEBQV	95
174773785	4/22/16 18:05	4/22/16 21:05	4/22/16 20:30	4/22/16 23:30	OVS	VRM	320	320	EMBPV	EMBPV	180
174773630	4/22/16 23:50	4/23/16 0:15	4/23/16 2:15	4/23/16 2:40	VRM	OVS	320	320	EMBPV	EMBPV	25
174774312	4/22/16 19:00	4/22/16 20:05	4/22/16 20:20	4/22/16 21:25	DEL	OVS	321	321	EOBPV	EOBPV	65
174778574	4/23/16 6:20	4/23/16 6:20	4/23/16 9:05	4/23/16 9:05	OVS	EIV	321	321	NWBPV	EOBPV	0
174778506	4/23/16 10:05	4/23/16 10:05	4/23/16 12:40	4/23/16 12:40	EIV	OVS	321	321	NWBPV	EOBPV	0
174773654	4/22/16 18:25	4/22/16 21:20	4/22/16 22:05	4/23/16 1:00	OVS	TSI	32A	32A	ESBQV	ESBQV	175
174773498	4/22/16 22:55	4/23/16 1:45	4/23/16 2:20	4/23/16 5:10	TSI	OVS	32A	32A	ESBQV	ESBQV	170
174777774	4/23/16 7:40	4/23/16 7:40	4/23/16 10:40	4/23/16 10:40	OVS	JAH	32A	32A	GSBQV	ESBQV	0
174777484	4/23/16 11:30	4/23/16 11:30	4/23/16 14:15	4/23/16 14:15	JAH	OVS	32A	32A	GSBQV	ESBQV	0
174774178	4/22/16 19:30	4/22/16 21:10	4/22/16 23:50	4/23/16 1:30	OVS	ZON	320	320	DWBPV	EWBPV	100
174778356	4/23/16 0:55	4/23/16 2:15	4/23/16 5:25	4/23/16 6:45	ZON	OVS	320	320	DWBPV	EWBPV	80
174773364	4/22/16 18:15	4/22/16 21:10	4/22/16 23:50	4/23/16 2:45	OVS	TKI	73H	73H	EWBQV	EWBQV	175
174777446	4/23/16 1:25	4/23/16 3:30	4/23/16 7:25	4/23/16 9:30	TKI	OVS	73H	73H	EWBQV	EWBQV	125
174777442	4/23/16 14:25	4/23/16 14:25	4/23/16 20:00	4/23/16 20:00	OVS	TKI	73H	73H	HRBPV	EWBQV	0

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174774334	4/22/16 17:15	4/22/16 18:22	4/22/16 20:18	4/22/16 21:25	NVE	OVS	321	321	FEBQV	FEBQV	67
174773464	4/22/16 20:45	4/22/16 21:10	4/22/16 23:25	4/22/16 23:50	OVS	MJT	32A	77W	HSBQV	FQBQV	55
174777538	4/23/16 0:25	4/23/16 0:35	4/23/16 3:10	4/23/16 3:20	MJT	OVS	32A	77W	HSBQV	FQBQV	40
174774224	4/22/16 16:10	4/22/16 17:55	4/22/16 19:45	4/22/16 21:30	GDC	OVS	320	320	FWBPV	FWBPV	105
174773542	4/22/16 18:10	4/22/16 21:10	4/23/16 3:30	4/23/16 6:30	OVS	KKB	332	332	GBBQV	GBBQV	180
174777634	4/23/16 5:10	4/23/16 7:15	4/23/16 14:55	4/23/16 17:00	KKB	OVS	332	332	GBBQV	GBBQV	125
174773765	4/22/16 16:10	4/22/16 17:50	4/22/16 19:20	4/22/16 21:00	SMA	OVS	321	321	GEBQV	GEBQV	100
174774108	4/22/16 21:05	4/22/16 21:45	4/22/16 23:30	4/23/16 0:10	OVS	KEC	321	321	GEBQV	GEBQV	40
174778034	4/23/16 0:20	4/23/16 0:55	4/23/16 2:45	4/23/16 3:20	KEC	OVS	321	321	GEBQV	GEBQV	35
174778172	4/23/16 4:45	4/23/16 4:45	4/23/16 7:00	4/23/16 7:00	OVS	VRM	32A	32A	ESBQV	GSBQV	0
174778160	4/23/16 8:25	4/23/16 8:25	4/23/16 10:45	4/23/16 10:45	VRM	OVS	32A	32A	ESBQV	GSBQV	0
174777562	4/23/16 11:55	4/23/16 11:55	4/23/16 14:35	4/23/16 14:35	OVS	PIS	32A	32A	ESBQV	GSBQV	0
174773534	4/22/16 16:45	4/22/16 19:06	4/22/16 19:09	4/22/16 21:30	REA	OVS	321	321	GTBPV	GTBPV	141
174773907	4/22/16 19:25	4/22/16 21:15	4/22/16 23:05	4/23/16 0:55	OVS	FGK	32A	32A	HLBPV	HLBPV	110
174777962	4/23/16 0:10	4/23/16 1:40	4/23/16 3:55	4/23/16 5:25	FGK	OVS	32A	32A	HLBPV	HLBPV	90
174773510	4/22/16 14:50	4/22/16 17:15	4/22/16 19:05	4/22/16 21:30	NCB	OVS	321	321	HOBQV	HOBQV	145
174774372	4/22/16 13:45	4/22/16 16:30	4/22/16 18:45	4/22/16 21:30	PGA	OVS	73H	73H	HRBPV	HRBPV	165
174778048	4/23/16 8:35	4/23/16 8:35	4/23/16 12:20	4/23/16 12:20	OVS	OCF	73H	73H	EWBQV	HRBPV	0
174777958	4/23/16 13:30	4/23/16 13:30	4/23/16 17:15	4/23/16 17:15	OCF	OVS	73H	73H	EWBQV	HRBPV	0
174774190	4/22/16 16:20	4/22/16 19:16	4/22/16 18:34	4/22/16 21:30	RRK	OVS	32A	32A	HSBQV	HSBQV	176
174774288	4/22/16 15:40	4/22/16 19:12	4/22/16 18:03	4/22/16 21:35	REA	OVS	321	321	IOBQV	IOBQV	212
174774240	4/22/16 18:05	4/22/16 21:35	4/22/16 20:20	4/22/16 23:50	OVS	RRK	32A	32A	ISBQV	ISBQV	210
174777688	4/23/16 4:30	4/23/16 4:30	4/23/16 7:30	4/23/16 7:30	OVS	VIK	32A	32A	LLBPV	ITBPV	0
174777686	4/23/16 8:30	4/23/16 8:30	4/23/16 11:25	4/23/16 11:25	VIK	OVS	32A	32A	LLBPV	ITBPV	0
174777474	4/23/16 5:30	4/23/16 5:30	4/23/16 9:00	4/23/16 9:00	OVS	URB	320	320	YABQV	JEBQV	0

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174777650	4/23/16 10:00	4/23/16 10:00	4/23/16 13:20	4/23/16 13:20	URB	OVS	320	320	YABQV	JEBQV	0
174774256	4/22/16 21:15	4/22/16 21:25	4/23/16 1:50	4/23/16 2:00	OVS	AJK	3KR	3KR	JPBQV	JPBQV	10
174773470	4/22/16 18:05	4/22/16 21:20	4/22/16 22:00	4/23/16 1:15	OVS	SAT	333	333	KEBQV	KEBQV	195
174773442	4/23/16 0:00	4/23/16 2:00	4/23/16 4:20	4/23/16 6:20	SAT	OVS	333	333	KEBQV	KEBQV	120
174773783	4/22/16 16:10	4/22/16 18:25	4/22/16 18:45	4/22/16 21:00	EIV	OVS	321	321	KHBQV	KHBQV	135
174773817	4/22/16 21:20	4/22/16 21:45	4/23/16 1:15	4/23/16 1:40	OVS	BVO	321	321	KHBQV	KHBQV	25
174773851	4/22/16 18:00	4/22/16 18:53	4/22/16 20:17	4/22/16 21:10	WTS	OVS	320	320	LHBQV	LHBQV	53
174773408	4/22/16 16:30	4/22/16 19:36	4/22/16 18:09	4/22/16 21:15	DGK	OVS	32A	32A	LLBPV	LLBPV	186
174773320	4/22/16 22:00	4/22/16 22:00	4/23/16 0:40	4/23/16 0:40	OVS	PIS	32A	32A	AJBPV	LLBPV	0
174778412	4/23/16 1:30	4/23/16 1:30	4/23/16 4:05	4/23/16 4:05	PIS	OVS	32A	32A	AJBPV	LLBPV	0
174778164	4/23/16 5:10	4/23/16 5:10	4/23/16 7:50	4/23/16 7:50	OVS	PIS	32A	32A	ITBPV	LLBPV	0
174777994	4/23/16 9:00	4/23/16 9:00	4/23/16 11:40	4/23/16 11:40	PIS	OVS	32A	32A	ITBPV	LLBPV	0
174773424	4/22/16 18:00	4/22/16 18:32	4/22/16 20:38	4/22/16 21:10	PIS	OVS	32A	32A	LSBQV	LSBQV	32
174773646	4/22/16 17:05	4/22/16 19:36	4/22/16 19:04	4/22/16 21:35	VOR	OVS	320	320	MCBQV	MCBQV	151
174773652	4/22/16 18:20	4/22/16 21:35	4/22/16 20:40	4/22/16 23:55	OVS	XVS	321	321	MHBQV	MHBQV	195
174778240	4/23/16 7:05	4/23/16 7:05	4/23/16 11:00	4/23/16 11:00	OVS	ACL	321	321	DEBQV	MHBQV	0
174778086	4/23/16 12:00	4/23/16 12:00	4/23/16 15:45	4/23/16 15:45	ACL	OVS	321	321	DEBQV	MHBQV	0
174774322	4/22/16 17:35	4/22/16 19:49	4/22/16 18:51	4/22/16 21:05	DEL	OVS	321	321	MUBPV	MUBPV	134
174773574	4/22/16 21:30	4/22/16 21:50	4/22/16 23:00	4/22/16 23:20	OVS	NZK	321	321	MUBPV	MUBPV	20
174774074	4/22/16 18:05	4/22/16 20:35	4/22/16 19:05	4/22/16 21:35	JOG	OVS	320	320	NCBQV	NCBQV	150
174773564	4/22/16 16:50	4/22/16 18:35	4/22/16 19:50	4/22/16 21:35	ARF	OVS	320	320	NHBQV	NHBQV	105
174773434	4/22/16 19:05	4/22/16 21:00	4/22/16 23:15	4/23/16 1:10	OVS	URF	321	321	NWBPV	NWBPV	115
174777476	4/23/16 0:20	4/23/16 1:55	4/23/16 4:50	4/23/16 6:25	URF	OVS	321	321	NWBPV	NWBPV	95
174777860	4/23/16 7:55	4/23/16 7:55	4/23/16 9:15	4/23/16 9:15	OVS	DEL	321	321	MHBQV	NWBPV	0
174778000	4/23/16 10:05	4/23/16 10:05	4/23/16 11:20	4/23/16 11:20	DEL	OVS	321	321	MHBQV	NWBPV	0



"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174773346	4/22/16 15:40	4/22/16 17:05	4/22/16 19:45	4/22/16 21:10	VLT	OVS	321	321	OWBPV	OWBPV	85
174778028	4/23/16 4:40	4/23/16 4:40	4/23/16 7:25	4/23/16 7:25	OVS	GRP	320	320	EWBPV	OZBPV	0
174778016	4/23/16 8:15	4/23/16 8:15	4/23/16 10:50	4/23/16 10:50	GRP	OVS	320	320	EWBPV	OZBPV	0
174774380	4/22/16 18:05	4/22/16 19:30	4/22/16 20:10	4/22/16 21:35	NRA	OVS	320	320	PQBPV	PQBPV	85
174777586	4/23/16 6:05	4/23/16 6:05	4/23/16 7:45	4/23/16 7:45	OVS	LLT	320	320	PZBPV	PQBPV	0
174777420	4/23/16 8:35	4/23/16 8:35	4/23/16 10:10	4/23/16 10:10	LLT	OVS	320	320	PZBPV	PQBPV	0
174773662	4/22/16 18:30	4/22/16 19:15	4/22/16 20:55	4/22/16 21:40	DUB	OVS	321	321	PUBPV	PUBPV	45
174774308	4/22/16 18:25	4/22/16 21:20	4/22/16 22:40	4/23/16 1:35	OVS	JEK	320	320	PZBPV	PZBPV	175
174774294	4/22/16 23:50	4/23/16 2:20	4/23/16 4:10	4/23/16 6:40	JEK	OVS	320	320	PZBPV	PZBPV	150
174774286	4/22/16 15:35	4/22/16 18:15	4/22/16 18:20	4/22/16 21:00	CUM	OVS	320	320	QZBPV	QZBPV	160
174773791	4/22/16 19:40	4/22/16 21:45	4/22/16 21:25	4/22/16 23:30	OVS	GOV	320	320	QZBPV	QZBPV	125
174774362	4/22/16 17:50	4/22/16 18:30	4/22/16 20:25	4/22/16 21:05	GRP	OVS	320	320	RIBQV	RIBQV	40
174773592	4/22/16 17:05	4/22/16 19:24	4/22/16 18:41	4/22/16 21:00	FUK	OVS	32A	32A	RLBPV	RLBPV	139
174773735	4/22/16 21:35	4/22/16 21:45	4/23/16 0:50	4/23/16 1:00	OVS	SMO	32A	32A	RLBPV	RLBPV	10
174774454	4/22/16 18:10	4/22/16 19:50	4/22/16 20:00	4/22/16 21:40	DGK	OVS	321	321	RQBPV	RQBPV	100
174773506	4/22/16 20:55	4/22/16 21:30	4/23/16 2:30	4/23/16 3:05	OVS	TKI	73H	73H	RRBPV	RRBPV	35
174773835	4/22/16 20:10	4/22/16 21:25	4/23/16 0:15	4/23/16 1:30	OVS	FOT	321	321	IOBQV	RTBPV	75
174778340	4/23/16 1:20	4/23/16 2:15	4/23/16 5:35	4/23/16 6:30	FOT	OVS	321	321	IOBQV	RTBPV	55
174774346	4/22/16 16:00	4/22/16 19:10	4/22/16 18:30	4/22/16 21:40	FXS	OVS	320	320	RZBPV	RZBPV	190
174773704	4/22/16 18:15	4/22/16 19:10	4/22/16 20:10	4/22/16 21:05	WAW	OVS	320	320	SKBQV	SKBQV	55
174774420	4/22/16 16:30	4/22/16 17:45	4/22/16 19:55	4/22/16 21:10	VIT	OVS	320	320	TIBQV	TIBQV	75
174773512	4/22/16 19:10	4/22/16 21:00	4/22/16 22:00	4/22/16 23:50	OVS	SBT	32A	32A	TSBQV	TSBQV	110
174773330	4/22/16 23:00	4/23/16 0:35	4/23/16 1:35	4/23/16 3:10	SBT	OVS	32A	32A	TSBQV	TSBQV	95
174773318	4/22/16 16:25	4/22/16 19:04	4/22/16 19:01	4/22/16 21:40	PIS	OVS	32A	32A	UPBQV	UPBQV	159
174774324	4/22/16 18:25	4/22/16 19:18	4/22/16 20:47	4/22/16 21:40	REA	OVS	32A	32A	USBQV	USBQV	53

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174778380	4/23/16 4:05	4/23/16 4:05	4/23/16 6:30	4/23/16 6:30	OVS	KEC	32A	32A	YJBPV	USBQV	0
174778512	4/23/16 7:20	4/23/16 7:20	4/23/16 9:45	4/23/16 9:45	KEC	OVS	32A	32A	YJBPV	USBQV	0
174773988	4/22/16 20:50	4/22/16 21:15	4/23/16 0:15	4/23/16 0:40	OVS	EST	321	333	GTBPV	VCBQV	55
174777882	4/23/16 1:25	4/23/16 1:25	4/23/16 5:05	4/23/16 5:05	EST	OVS	321	333	GTBPV	VCBQV	30
174773694	4/22/16 19:00	4/22/16 21:30	4/22/16 20:45	4/22/16 23:15	OVS	FUK	320	320	VIBQV	VIBQV	150
174774364	4/22/16 16:05	4/22/16 18:14	4/22/16 19:01	4/22/16 21:10	SUD	OVS	320	320	VQBPV	VQBPV	129
174773873	4/22/16 19:35	4/22/16 21:40	4/22/16 22:25	4/23/16 0:30	OVS	NVE	32A	32A	VRBQV	VRBQV	125
174774078	4/22/16 20:05	4/22/16 21:40	4/22/16 21:50	4/22/16 23:25	OVS	CBN	320	320	WIBQV	WIBQV	95
174773990	4/22/16 17:00	4/22/16 18:38	4/22/16 19:22	4/22/16 21:00	VRM	OVS	32A	32A	WPBQV	WPBQV	98
174773456	4/22/16 20:20	4/22/16 21:45	4/22/16 22:20	4/22/16 23:45	OVS	EEP	32A	32A	WPBQV	WPBQV	85
174773967	4/22/16 18:50	4/22/16 21:40	4/22/16 20:50	4/22/16 23:40	OVS	VOR	320	320	WQBPV	WQBPV	170
174774316	4/22/16 17:25	4/22/16 18:56	4/22/16 20:14	4/22/16 21:45	SBT	OVS	32A	32A	WRBQV	WRBQV	91
174777936	4/23/16 5:25	4/23/16 5:25	4/23/16 7:40	4/23/16 7:40	OVS	QAA	32A	32A	HLBPV	WRBQV	0
174777934	4/23/16 8:30	4/23/16 8:30	4/23/16 10:40	4/23/16 10:40	QAA	OVS	32A	32A	HLBPV	WRBQV	0
174773504	4/22/16 16:20	4/22/16 18:00	4/22/16 20:05	4/22/16 21:45	ACL	OVS	320	320	XABQV	XABQV	100
174773490	4/22/16 20:25	4/22/16 21:00	4/22/16 22:55	4/22/16 23:30	OVS	KMM	320	332	NCBQV	XLBPV	65
174773334	4/22/16 23:55	4/23/16 0:15	4/23/16 2:20	4/23/16 2:40	KMM	OVS	320	332	NCBQV	XLBPV	50
174773889	4/22/16 21:10	4/22/16 21:25	4/23/16 0:10	4/23/16 0:25	OVS	DYG	320	3KR	MCBQV	XMBQV	45
174777792	4/23/16 1:10	4/23/16 1:10	4/23/16 4:15	4/23/16 4:15	DYG	OVS	320	3KR	MCBQV	XMBQV	30
174773624	4/22/16 17:20	4/22/16 20:00	4/22/16 19:05	4/22/16 21:45	GOV	OVS	320	320	XRBPV	XRBPV	160
174774452	4/22/16 18:30	4/22/16 21:20	4/22/16 22:30	4/23/16 1:20	OVS	BVO	320	320	YABQV	YABQV	170
174774472	4/22/16 23:50	4/23/16 2:05	4/23/16 4:00	4/23/16 6:15	BVO	OVS	320	320	YABQV	YABQV	135
174778376	4/23/16 11:35	4/23/16 11:35	4/23/16 14:45	4/23/16 14:45	OVS	CUM	320	320	JEBQV	YABQV	0
174773853	4/22/16 18:50	4/22/16 21:00	4/22/16 21:55	4/23/16 0:05	OVS	CGS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	130
174773700	4/22/16 23:15	4/23/16 0:50	4/23/16 2:35	4/23/16 4:10	CGS	OVS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	95

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174778290	4/23/16 5:15	4/23/16 5:15	4/23/16 6:45	4/23/16 6:45	OVS	NZK	32A	32A	USBQV	YJBPV	0
174777694	4/23/16 7:35	4/23/16 7:35	4/23/16 9:10	4/23/16 9:10	NZK	OVS	32A	32A	USBQV	YJBPV	0
174773877	4/22/16 19:25	4/22/16 21:40	4/22/16 21:30	4/22/16 23:45	OVS	AFU	320	320	CKBPV	YKBPV	135
174777678	4/23/16 3:30	4/23/16 3:30	4/23/16 5:40	4/23/16 5:40	AFU	OVS	320	320	CKBPV	YKBPV	0
174778544	4/23/16 7:00	4/23/16 7:00	4/23/16 10:35	4/23/16 10:35	OVS	HRZ	320	320	CBBQV	YKBPV	0
174778548	4/23/16 11:25	4/23/16 11:25	4/23/16 14:50	4/23/16 14:50	HRZ	OVS	320	320	CBBQV	YKBPV	0
174774422	4/22/16 20:00	4/22/16 21:20	4/22/16 23:20	4/23/16 0:40	OVS	CJN	32A	3KR	UPBQV	YMBQV	110
174778532	4/23/16 0:35	4/23/16 1:25	4/23/16 4:00	4/23/16 4:50	CJN	OVS	32A	3KR	UPBQV	YMBQV	80
174774184	4/22/16 21:05	4/22/16 21:10	4/22/16 23:25	4/22/16 23:30	OVS	RRK	320	320	XRBPV	ZRBPV	5
174778248	4/23/16 0:15	4/23/16 0:15	4/23/16 2:25	4/23/16 2:25	RRK	OVS	320	320	XRBPV	ZRBPV	0

## 五、问题 3：考虑商务约束的多机型航班恢复问题

### （一）基本假设

由于不同机型的飞机座位数会有所不同，飞机置换时如果出现各舱位订座数超过飞机上各舱位座位数的超售现象，则会导致部分旅客因为没有座位而没有办法登机。

在问题二的基础上，问题三进一步考虑飞机的载客量，假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外，还要加上不能登机旅客的成本，且假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当。除上述情况外，问题三与问题二的假设条件一致，具体参见问题二的基本假设。

### （二）相关定义

模型中新增上下标、参数及变量定义如下，其余参见问题一和问题二中的相关定义：

$C$ : 座位数的集合

$c$ : 座位数,  $c \in C$

$c_f$ : 正常航班计划中航班  $f$  对应的座位数

$c_p$ : 飞机  $p$  的座位数

$$u_f^p = \begin{cases} 1 & c_f \leq c_p \\ 0 & c_f > c_p \end{cases}$$

$$v_f^p = \begin{cases} 1 & c_f > c_p \\ 0 & c_f \leq c_p \end{cases}$$

### （三）航班恢复模型

目标函数：

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} (d_f^p x_f^p + 1800 z_f^p) (c_f u_f^p + c_p v_f^p) + 7200 (c_f - c_p) v_f^p + \sum_{f \in F} 18000 y_f c_f \quad (5-1)$$

相对于问题二新增的约束条件：

$$u_f^p \in \{0,1\}, v_f^p \in \{0,1\} \quad (5-2)$$

模型的目标函数（式 5-1）为旅客总延误时间最短的目标函数，单位为秒。第一项是延误航班的旅客延误时间，以及置换飞机未发生超售的当量旅客延误时间，置换航班当量为 30 分钟的延误，第二项为置换飞机发生超售未能登机的旅客的当量延误时间，第三项是取消航班的当量旅客延误时间，取消航班当量为 5

小时的延误。式 (5-2) 为 0-1 整数约束，表示变量取值为 0 或 1。其余约束条件与问题二一致。

#### (四) 算例分析

问题三算例中的航班计划共涉及 9 中机型，包含 151 架飞机，执行 749 个航班，覆盖 119 个机场，运载 122978 名旅客（座位数）。因 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭，共 72 架飞机执行的航班串受到影响。经过计算，优化方案下航班总延误时间合计为 1990095 分钟（33168 小时 15 分钟），置换飞机航班 86 班，延误航班 126 班，取消航班 0 班，不存在未登机旅客，优化后的部分航班计划表如下，橘色为置换飞机航班，黄色为延误航班。





表 5-1 新航班计划表节选

航班唯一编号	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	起飞机场	到达机场	飞机型号	新飞机型号	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间
174773957	4/22/16 17:25	4/22/16 19:38	4/22/16 19:02	4/22/16 21:15	WTR	OVS	9	9	14098	14098	11571
174773636	4/22/16 16:05	4/22/16 18:48	4/22/16 18:32	4/22/16 21:15	KMM	OVS	9	9	15098	15098	14181
174773642	4/22/16 21:10	4/22/16 21:40	4/22/16 23:40	4/23/16 0:10	OVS	XKA	9	9	16098	16098	2610
174773751	4/22/16 17:40	4/22/16 19:40	4/22/16 19:15	4/22/16 21:15	LLT	OVS	9	9	23098	23098	10440
174774144	4/22/16 18:30	4/22/16 19:50	4/22/16 20:00	4/22/16 21:20	XIR	OVS	9	9	26098	26098	6960
174774204	4/22/16 21:05	4/22/16 21:35	4/22/16 23:00	4/22/16 23:30	OVS	VOR	9	9	44098	32098	2610
174773919	4/22/16 23:55	4/23/16 0:15	4/23/16 1:50	4/23/16 2:10	VOR	OVS	9	9	44098	32098	1740
174774076	4/22/16 20:05	4/22/16 21:35	4/22/16 21:45	4/22/16 23:15	OVS	XIR	9	9	15098	36098	7830
174774222	4/22/16 23:50	4/23/16 0:00	4/23/16 1:30	4/23/16 1:40	XIR	OVS	9	9	15098	36098	870
174774124	4/22/16 18:50	4/22/16 19:44	4/22/16 20:26	4/22/16 21:20	LEH	OVS	9	9	41098	41098	4698
174773332	4/22/16 21:10	4/22/16 21:40	4/22/16 22:55	4/22/16 23:25	OVS	HRA	9	9	42098	42098	2610
174774330	4/22/16 23:55	4/23/16 0:10	4/23/16 1:40	4/23/16 1:55	HRA	OVS	9	9	42098	42098	1305
174774298	4/22/16 16:25	4/22/16 17:55	4/22/16 19:50	4/22/16 21:20	GKS	OVS	9	9	44098	44098	7830
174774048	4/22/16 19:45	4/22/16 21:40	4/22/16 21:15	4/22/16 23:10	OVS	QSM	9	9	85098	46098	10005
174778414	4/23/16 3:15	4/23/16 3:15	4/23/16 4:35	4/23/16 4:35	QSM	OVS	9	9	85098	46098	0
174778222	4/23/16 5:45	4/23/16 5:45	4/23/16 7:20	4/23/16 7:20	OVS	ONV	9	9	85098	46098	0
174777722	4/23/16 8:15	4/23/16 8:15	4/23/16 9:40	4/23/16 9:40	ONV	OVS	9	9	85098	46098	0
174778136	4/23/16 11:45	4/23/16 11:45	4/23/16 13:35	4/23/16 13:35	OVS	CBN	9	9	85098	46098	0
174778132	4/23/16 14:40	4/23/16 14:40	4/23/16 16:25	4/23/16 16:25	CBN	OVS	9	9	85098	46098	0
174773887	4/22/16 18:35	4/22/16 19:40	4/22/16 20:10	4/22/16 21:15	NZK	OVS	9	9	51098	51098	5655
174773380	4/22/16 15:10	4/22/16 18:29	4/22/16 18:01	4/22/16 21:20	MJT	OVS	9	9	64098	64098	17313
174773432	4/22/16 20:50	4/22/16 21:40	4/22/16 22:00	4/22/16 22:50	OVS	JOG	9	9	64098	75098	4350
174778458	4/23/16 2:05	4/23/16 2:05	4/23/16 3:00	4/23/16 3:00	JOG	OVS	9	9	64098	75098	0

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174773460	4/22/16 20:50	4/22/16 21:35	4/22/16 22:05	4/22/16 22:50	OVS	ZOV	9	9	14098	82098	3915
174777548	4/23/16 3:15	4/23/16 3:15	4/23/16 4:20	4/23/16 4:20	ZOV	OVS	9	9	14098	82098	0
174774314	4/22/16 16:20	4/22/16 19:15	4/22/16 18:10	4/22/16 21:05	HRA	OVS	9	9	85098	85098	15225
174773536	4/22/16 21:50	4/22/16 21:50	4/23/16 0:05	4/23/16 0:05	OVS	FQM	9	9	46098	85098	0
174777432	4/23/16 1:05	4/23/16 1:05	4/23/16 3:20	4/23/16 3:20	FQM	OVS	9	9	46098	85098	0
174777646	4/23/16 5:00	4/23/16 5:00	4/23/16 6:45	4/23/16 6:45	OVS	FUK	9	9	46098	85098	0
174777644	4/23/16 8:10	4/23/16 8:10	4/23/16 9:50	4/23/16 9:50	FUK	OVS	9	9	46098	85098	0
174777992	4/23/16 12:00	4/23/16 12:00	4/23/16 13:20	4/23/16 13:20	OVS	JOG	9	9	46098	85098	0
174778446	4/23/16 14:30	4/23/16 14:30	4/23/16 15:35	4/23/16 15:35	JOG	OVS	9	9	46098	85098	0
174773390	4/22/16 19:50	4/22/16 20:05	4/22/16 21:05	4/22/16 21:20	DEL	OVS	321	321	AEBQV	AEBQV	2550
174773741	4/22/16 19:25	4/22/16 21:10	4/22/16 22:45	4/23/16 0:30	OVS	SMO	32A	32A	LLBPV	AJBPV	16590
174773610	4/22/16 23:50	4/23/16 1:15	4/23/16 3:15	4/23/16 4:40	SMO	OVS	32A	32A	LLBPV	AJBPV	13430
174773773	4/22/16 18:35	4/22/16 21:00	4/23/16 1:50	4/23/16 4:15	OVS	KEP	77W	77W	AUBQV	AUBQV	58290
174778252	4/23/16 3:40	4/23/16 5:00	4/23/16 11:45	4/23/16 13:05	KEP	OVS	77W	77W	AUBQV	AUBQV	32160
174774068	4/22/16 19:35	4/22/16 21:15	4/22/16 21:55	4/22/16 23:35	OVS	FSA	73H	73H	BWBQV	BWBQV	15800
174774008	4/22/16 18:50	4/22/16 21:20	4/22/16 23:00	4/23/16 1:30	OVS	XAB	320	320	CBBQV	CBBQV	21000
174777848	4/23/16 0:15	4/23/16 2:15	4/23/16 4:40	4/23/16 6:40	XAB	OVS	320	320	CBBQV	CBBQV	16800
174777752	4/23/16 8:10	4/23/16 8:10	4/23/16 11:45	4/23/16 11:45	OVS	PXM	320	320	CKBPV	CBBQV	0
174777552	4/23/16 12:45	4/23/16 12:45	4/23/16 16:10	4/23/16 16:10	PXM	OVS	320	320	CKBPV	CBBQV	0
174774412	4/22/16 15:50	4/22/16 19:01	4/22/16 18:14	4/22/16 21:25	GRP	OVS	320	320	CKBPV	CKBPV	26740
174777516	4/23/16 5:35	4/23/16 5:35	4/23/16 7:00	4/23/16 7:00	OVS	QSM	320	320	YKBPV	CKBPV	0
174778358	4/23/16 7:55	4/23/16 7:55	4/23/16 9:15	4/23/16 9:15	QSM	OVS	320	320	YKBPV	CKBPV	0
174777890	4/23/16 10:45	4/23/16 10:45	4/23/16 13:05	4/23/16 13:05	OVS	VRM	320	320	YKBPV	CKBPV	0
174777390	4/23/16 14:30	4/23/16 14:30	4/23/16 16:55	4/23/16 16:55	VRM	OVS	320	320	YKBPV	CKBPV	0
174774242	4/22/16 19:15	4/22/16 21:05	4/22/16 21:40	4/22/16 23:30	OVS	KEC	321	321	COBPV	COBPV	18700

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174773883	4/22/16 20:55	4/22/16 21:00	4/22/16 23:10	4/22/16 23:15	OVS	XVS	321	77W	HOBQV	CUBQV	5950
174777514	4/23/16 0:15	4/23/16 0:15	4/23/16 2:40	4/23/16 2:40	XVS	OVS	321	77W	HOBQV	CUBQV	5100
174773979	4/22/16 20:40	4/22/16 21:15	4/23/16 1:10	4/23/16 1:45	OVS	ABA	73H	73H	CWBQV	CWBQV	5530
174773382	4/22/16 19:30	4/22/16 21:25	4/22/16 22:00	4/22/16 23:55	OVS	REA	320	73H	RZBPV	DCBPV	20300
174773805	4/22/16 23:45	4/23/16 0:40	4/23/16 2:10	4/23/16 3:05	REA	OVS	320	73H	RZBPV	DCBPV	11900
174773594	4/22/16 18:15	4/22/16 21:05	4/22/16 22:40	4/23/16 1:30	OVS	ALA	321	321	DEBQV	DEBQV	28900
174773544	4/22/16 23:50	4/23/16 2:15	4/23/16 4:45	4/23/16 7:10	ALA	OVS	321	321	DEBQV	DEBQV	24650
174777436	4/23/16 12:55	4/23/16 12:55	4/23/16 15:25	4/23/16 15:25	OVS	REA	321	321	MHBQV	DEBQV	0
174774036	4/22/16 16:00	4/22/16 19:01	4/22/16 18:24	4/22/16 21:25	XVS	OVS	320	320	DWBPV	DWBPV	25340
174774050	4/22/16 17:45	4/22/16 19:45	4/22/16 19:05	4/22/16 21:05	QSM	OVS	321	321	EEBQV	EEBQV	20400
174773706	4/22/16 20:15	4/22/16 21:50	4/22/16 21:35	4/22/16 23:10	OVS	DEL	321	321	EEBQV	EEBQV	16150
174773785	4/22/16 18:05	4/22/16 21:25	4/22/16 20:30	4/22/16 23:50	OVS	VRM	320	320	EMBPV	EMBPV	28000
174773630	4/22/16 23:50	4/23/16 0:35	4/23/16 2:15	4/23/16 3:00	VRM	OVS	320	320	EMBPV	EMBPV	6300
174774312	4/22/16 19:00	4/22/16 20:05	4/22/16 20:20	4/22/16 21:25	DEL	OVS	321	321	EOBPV	EOBPV	11050
174778574	4/23/16 6:20	4/23/16 6:20	4/23/16 9:05	4/23/16 9:05	OVS	EIV	321	321	NWBPV	EOBPV	0
174778506	4/23/16 10:05	4/23/16 10:05	4/23/16 12:40	4/23/16 12:40	EIV	OVS	321	321	NWBPV	EOBPV	0
174773654	4/22/16 18:25	4/22/16 21:20	4/22/16 22:05	4/23/16 1:00	OVS	TSI	32A	32A	ESBQV	ESBQV	27650
174773498	4/22/16 22:55	4/23/16 1:45	4/23/16 2:20	4/23/16 5:10	TSI	OVS	32A	32A	ESBQV	ESBQV	26860
174777774	4/23/16 7:40	4/23/16 7:40	4/23/16 10:40	4/23/16 10:40	OVS	JAH	32A	32A	GSBQV	ESBQV	0
174777484	4/23/16 11:30	4/23/16 11:30	4/23/16 14:15	4/23/16 14:15	JAH	OVS	32A	32A	GSBQV	ESBQV	0
174774178	4/22/16 19:30	4/22/16 21:25	4/22/16 23:50	4/23/16 1:45	OVS	ZON	320	320	DWBPV	EWBPV	16100
174778356	4/23/16 0:55	4/23/16 2:30	4/23/16 5:25	4/23/16 7:00	ZON	OVS	320	320	DWBPV	EWBPV	13300
174773364	4/22/16 18:15	4/22/16 21:10	4/22/16 23:50	4/23/16 2:45	OVS	TKI	73H	73H	EWBQV	EWBQV	27650
174777446	4/23/16 1:25	4/23/16 3:30	4/23/16 7:25	4/23/16 9:30	TKI	OVS	73H	73H	EWBQV	EWBQV	19750
174777442	4/23/16 14:25	4/23/16 14:25	4/23/16 20:00	4/23/16 20:00	OVS	TKI	73H	73H	HRBPV	EWBQV	0

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174774334	4/22/16 17:15	4/22/16 18:22	4/22/16 20:18	4/22/16 21:25	NVE	OVS	321	321	FEBQV	FEBQV	11390
174773464	4/22/16 20:45	4/22/16 21:10	4/22/16 23:25	4/22/16 23:50	OVS	MJT	32A	77W	HSBQV	FQBQV	8690
174777538	4/23/16 0:25	4/23/16 0:35	4/23/16 3:10	4/23/16 3:20	MJT	OVS	32A	77W	HSBQV	FQBQV	6320
174774224	4/22/16 16:10	4/22/16 17:55	4/22/16 19:45	4/22/16 21:30	GDC	OVS	320	320	FWBPV	FWBPV	14700
174773542	4/22/16 18:10	4/22/16 21:00	4/23/16 3:30	4/23/16 6:20	OVS	KKB	332	332	GBBQV	GBBQV	40970
174777634	4/23/16 5:10	4/23/16 7:05	4/23/16 14:55	4/23/16 16:50	KKB	OVS	332	332	GBBQV	GBBQV	27715
174773765	4/22/16 16:10	4/22/16 17:50	4/22/16 19:20	4/22/16 21:00	SMA	OVS	321	321	GEBQV	GEBQV	17000
174774108	4/22/16 21:05	4/22/16 21:45	4/22/16 23:30	4/23/16 0:10	OVS	KEC	321	321	GEBQV	GEBQV	6800
174778034	4/23/16 0:20	4/23/16 0:55	4/23/16 2:45	4/23/16 3:20	KEC	OVS	321	321	GEBQV	GEBQV	5950
174778172	4/23/16 4:45	4/23/16 4:45	4/23/16 7:00	4/23/16 7:00	OVS	VRM	32A	32A	ESBQV	GSBQV	0
174778160	4/23/16 8:25	4/23/16 8:25	4/23/16 10:45	4/23/16 10:45	VRM	OVS	32A	32A	ESBQV	GSBQV	0
174777562	4/23/16 11:55	4/23/16 11:55	4/23/16 14:35	4/23/16 14:35	OVS	PIS	32A	32A	ESBQV	GSBQV	0
174773534	4/22/16 16:45	4/22/16 19:06	4/22/16 19:09	4/22/16 21:30	REA	OVS	321	321	GTBPV	GTBPV	23970
174773907	4/22/16 19:25	4/22/16 21:15	4/22/16 23:05	4/23/16 0:55	OVS	FGK	32A	32A	HLBPV	HLBPV	17380
174777962	4/23/16 0:10	4/23/16 1:40	4/23/16 3:55	4/23/16 5:25	FGK	OVS	32A	32A	HLBPV	HLBPV	14220
174773510	4/22/16 14:50	4/22/16 17:15	4/22/16 19:05	4/22/16 21:30	NCB	OVS	321	321	HOBQV	HOBQV	24650
174774372	4/22/16 13:45	4/22/16 16:30	4/22/16 18:45	4/22/16 21:30	PGA	OVS	73H	73H	HRBPV	HRBPV	26070
174778048	4/23/16 8:35	4/23/16 8:35	4/23/16 12:20	4/23/16 12:20	OVS	OCF	73H	73H	EWBQV	HRBPV	0
174777958	4/23/16 13:30	4/23/16 13:30	4/23/16 17:15	4/23/16 17:15	OCF	OVS	73H	73H	EWBQV	HRBPV	0
174774190	4/22/16 16:20	4/22/16 19:16	4/22/16 18:34	4/22/16 21:30	RRK	OVS	32A	32A	HSBQV	HSBQV	27808
174774288	4/22/16 15:40	4/22/16 19:12	4/22/16 18:03	4/22/16 21:35	REA	OVS	321	321	IOBQV	IOBQV	36040
174774240	4/22/16 18:05	4/22/16 21:20	4/22/16 20:20	4/22/16 23:35	OVS	RRK	32A	32A	ISBQV	ISBQV	30810
174777688	4/23/16 4:30	4/23/16 4:30	4/23/16 7:30	4/23/16 7:30	OVS	VIK	32A	32A	LLBPV	ITBPV	0
174777686	4/23/16 8:30	4/23/16 8:30	4/23/16 11:25	4/23/16 11:25	VIK	OVS	32A	32A	LLBPV	ITBPV	0
174777474	4/23/16 5:30	4/23/16 5:30	4/23/16 9:00	4/23/16 9:00	OVS	URB	320	320	YABQV	JEBQV	0

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174777650	4/23/16 10:00	4/23/16 10:00	4/23/16 13:20	4/23/16 13:20	URB	OVS	320	320	YABQV	JEBQV	0
174773470	4/22/16 18:05	4/22/16 21:00	4/22/16 22:00	4/23/16 0:55	OVS	SAT	333	333	KEBQV	KEBQV	52850
174773442	4/23/16 0:00	4/23/16 1:40	4/23/16 4:20	4/23/16 6:00	SAT	OVS	333	333	KEBQV	KEBQV	30200
174773783	4/22/16 16:10	4/22/16 18:25	4/22/16 18:45	4/22/16 21:00	EIV	OVS	321	321	KHBQV	KHBQV	22950
174773817	4/22/16 21:20	4/22/16 21:45	4/23/16 1:15	4/23/16 1:40	OVS	BVO	321	321	KHBQV	KHBQV	4250
174773851	4/22/16 18:00	4/22/16 18:53	4/22/16 20:17	4/22/16 21:10	WTS	OVS	320	320	LHBQV	LHBQV	7420
174773408	4/22/16 16:30	4/22/16 19:36	4/22/16 18:09	4/22/16 21:15	DGK	OVS	32A	32A	LLBPV	LLBPV	29388
174773320	4/22/16 22:00	4/22/16 22:00	4/23/16 0:40	4/23/16 0:40	OVS	PIS	32A	32A	AJBPV	LLBPV	0
174778412	4/23/16 1:30	4/23/16 1:30	4/23/16 4:05	4/23/16 4:05	PIS	OVS	32A	32A	AJBPV	LLBPV	0
174778164	4/23/16 5:10	4/23/16 5:10	4/23/16 7:50	4/23/16 7:50	OVS	PIS	32A	32A	ITBPV	LLBPV	0
174777994	4/23/16 9:00	4/23/16 9:00	4/23/16 11:40	4/23/16 11:40	PIS	OVS	32A	32A	ITBPV	LLBPV	0
174773424	4/22/16 18:00	4/22/16 18:32	4/22/16 20:38	4/22/16 21:10	PIS	OVS	32A	32A	LSBQV	LSBQV	5056
174773646	4/22/16 17:05	4/22/16 19:36	4/22/16 19:04	4/22/16 21:35	VOR	OVS	320	320	MCBQV	MCBQV	21140
174773652	4/22/16 18:20	4/22/16 21:05	4/22/16 20:40	4/22/16 23:25	OVS	XVS	321	321	MHBQV	MHBQV	28050
174778240	4/23/16 7:05	4/23/16 7:05	4/23/16 11:00	4/23/16 11:00	OVS	ACL	321	321	DEBQV	MHBQV	0
174778086	4/23/16 12:00	4/23/16 12:00	4/23/16 15:45	4/23/16 15:45	ACL	OVS	321	321	DEBQV	MHBQV	0
174774322	4/22/16 17:35	4/22/16 19:49	4/22/16 18:51	4/22/16 21:05	DEL	OVS	321	321	MUBPV	MUBPV	22780
174773574	4/22/16 21:30	4/22/16 21:50	4/22/16 23:00	4/22/16 23:20	OVS	NZK	321	321	MUBPV	MUBPV	3400
174774074	4/22/16 18:05	4/22/16 20:35	4/22/16 19:05	4/22/16 21:35	JOG	OVS	320	320	NCBQV	NCBQV	21000
174773564	4/22/16 16:50	4/22/16 18:35	4/22/16 19:50	4/22/16 21:35	ARF	OVS	320	320	NHBQV	NHBQV	14700
174773434	4/22/16 19:05	4/22/16 21:00	4/22/16 23:15	4/23/16 1:10	OVS	URF	321	321	NWBPV	NWBPV	19550
174777476	4/23/16 0:20	4/23/16 1:55	4/23/16 4:50	4/23/16 6:25	URF	OVS	321	321	NWBPV	NWBPV	16150
174777860	4/23/16 7:55	4/23/16 7:55	4/23/16 9:15	4/23/16 9:15	OVS	DEL	321	321	MHBQV	NWBPV	0
174778000	4/23/16 10:05	4/23/16 10:05	4/23/16 11:20	4/23/16 11:20	DEL	OVS	321	321	MHBQV	NWBPV	0
174773346	4/22/16 15:40	4/22/16 17:05	4/22/16 19:45	4/22/16 21:10	VLT	OVS	321	321	OWBPV	OWBPV	14450



"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174778028	4/23/16 4:40	4/23/16 4:40	4/23/16 7:25	4/23/16 7:25	OVS	GRP	320	320	EWBPV	OZBPV	0
174778016	4/23/16 8:15	4/23/16 8:15	4/23/16 10:50	4/23/16 10:50	GRP	OVS	320	320	EWBPV	OZBPV	0
174774380	4/22/16 18:05	4/22/16 19:30	4/22/16 20:10	4/22/16 21:35	NRA	OVS	320	320	PQBPV	PQBPV	11900
174777586	4/23/16 6:05	4/23/16 6:05	4/23/16 7:45	4/23/16 7:45	OVS	LLT	320	320	PZBPV	PQBPV	0
174777420	4/23/16 8:35	4/23/16 8:35	4/23/16 10:10	4/23/16 10:10	LLT	OVS	320	320	PZBPV	PQBPV	0
174773662	4/22/16 18:30	4/22/16 19:15	4/22/16 20:55	4/22/16 21:40	DUB	OVS	321	321	PUBPV	PUBPV	7650
174774308	4/22/16 18:25	4/22/16 21:30	4/22/16 22:40	4/23/16 1:45	OVS	JEK	320	320	PZBPV	PZBPV	25900
174774294	4/22/16 23:50	4/23/16 2:30	4/23/16 4:10	4/23/16 6:50	JEK	OVS	320	320	PZBPV	PZBPV	22400
174774286	4/22/16 15:35	4/22/16 18:15	4/22/16 18:20	4/22/16 21:00	CUM	OVS	320	320	QZBPV	QZBPV	22400
174773791	4/22/16 19:40	4/22/16 21:45	4/22/16 21:25	4/22/16 23:30	OVS	GOV	320	320	QZBPV	QZBPV	17500
174774362	4/22/16 17:50	4/22/16 18:30	4/22/16 20:25	4/22/16 21:05	GRP	OVS	320	320	RIBQV	RIBQV	5600
174773592	4/22/16 17:05	4/22/16 19:24	4/22/16 18:41	4/22/16 21:00	FUK	OVS	32A	32A	RLBPV	RLBPV	21962
174773735	4/22/16 21:35	4/22/16 21:45	4/23/16 0:50	4/23/16 1:00	OVS	SMO	32A	32A	RLBPV	RLBPV	1580
174774454	4/22/16 18:10	4/22/16 19:50	4/22/16 20:00	4/22/16 21:40	DGK	OVS	321	321	RQBPV	RQBPV	17000
174773506	4/22/16 20:55	4/22/16 21:15	4/23/16 2:30	4/23/16 2:50	OVS	TKI	73H	73H	RRBPV	RRBPV	3160
174773835	4/22/16 20:10	4/22/16 21:05	4/23/16 0:15	4/23/16 1:10	OVS	FOT	321	321	IOBQV	RTBPV	9350
174778340	4/23/16 1:20	4/23/16 1:55	4/23/16 5:35	4/23/16 6:10	FOT	OVS	321	321	IOBQV	RTBPV	5950
174774346	4/22/16 16:00	4/22/16 19:10	4/22/16 18:30	4/22/16 21:40	FXS	OVS	320	320	RZBPV	RZBPV	26600
174773704	4/22/16 18:15	4/22/16 19:10	4/22/16 20:10	4/22/16 21:05	WAW	OVS	320	320	SKBQV	SKBQV	7700
174774420	4/22/16 16:30	4/22/16 17:45	4/22/16 19:55	4/22/16 21:10	VIT	OVS	320	320	TIBQV	TIBQV	10500
174773512	4/22/16 19:10	4/22/16 21:10	4/22/16 22:00	4/23/16 0:00	OVS	SBT	32A	32A	TSBQV	TSBQV	18960
174773330	4/22/16 23:00	4/23/16 0:45	4/23/16 1:35	4/23/16 3:20	SBT	OVS	32A	32A	TSBQV	TSBQV	16590
174773318	4/22/16 16:25	4/22/16 19:04	4/22/16 19:01	4/22/16 21:40	PIS	OVS	32A	32A	UPBQV	UPBQV	25122
174774324	4/22/16 18:25	4/22/16 19:18	4/22/16 20:47	4/22/16 21:40	REA	OVS	32A	32A	USBQV	USBQV	8374
174778380	4/23/16 4:05	4/23/16 4:05	4/23/16 6:30	4/23/16 6:30	OVS	KEC	32A	32A	YJBPV	USBQV	0

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174778512	4/23/16 7:20	4/23/16 7:20	4/23/16 9:45	4/23/16 9:45	KEC	OVS	32A	32A	YJBPV	USBQV	0
174773988	4/22/16 20:50	4/22/16 21:05	4/23/16 0:15	4/23/16 0:30	OVS	EST	321	333	GTBPV	VCBQV	7650
174777882	4/23/16 1:25	4/23/16 1:25	4/23/16 5:05	4/23/16 5:05	EST	OVS	321	333	GTBPV	VCBQV	5100
174773694	4/22/16 19:00	4/22/16 21:30	4/22/16 20:45	4/22/16 23:15	OVS	FUK	320	320	VIBQV	VIBQV	21000
174774364	4/22/16 16:05	4/22/16 18:14	4/22/16 19:01	4/22/16 21:10	SUD	OVS	320	320	VQBPV	VQBPV	18060
174773873	4/22/16 19:35	4/22/16 21:20	4/22/16 22:25	4/23/16 0:10	OVS	NVE	32A	32A	VRBQV	VRBQV	16590
174774078	4/22/16 20:05	4/22/16 21:30	4/22/16 21:50	4/22/16 23:15	OVS	CBN	320	320	WIBQV	WIBQV	11900
174773990	4/22/16 17:00	4/22/16 18:38	4/22/16 19:22	4/22/16 21:00	VRM	OVS	32A	32A	WPBQV	WPBQV	15484
174773456	4/22/16 20:20	4/22/16 21:45	4/22/16 22:20	4/22/16 23:45	OVS	EEP	32A	32A	WPBQV	WPBQV	13430
174773967	4/22/16 18:50	4/22/16 21:35	4/22/16 20:50	4/22/16 23:35	OVS	VOR	320	320	WQBPV	WQBPV	23100
174774316	4/22/16 17:25	4/22/16 18:56	4/22/16 20:14	4/22/16 21:45	SBT	OVS	32A	32A	WRBQV	WRBQV	14378
174777936	4/23/16 5:25	4/23/16 5:25	4/23/16 7:40	4/23/16 7:40	OVS	QAA	32A	32A	HLBPV	WRBQV	0
174777934	4/23/16 8:30	4/23/16 8:30	4/23/16 10:40	4/23/16 10:40	QAA	OVS	32A	32A	HLBPV	WRBQV	0
174773504	4/22/16 16:20	4/22/16 18:00	4/22/16 20:05	4/22/16 21:45	ACL	OVS	320	320	XABQV	XABQV	14000
174773490	4/22/16 20:25	4/22/16 21:25	4/22/16 22:55	4/22/16 23:55	OVS	KMM	320	332	NCBQV	XLBPV	12600
174773334	4/22/16 23:55	4/23/16 0:40	4/23/16 2:20	4/23/16 3:05	KMM	OVS	320	332	NCBQV	XLBPV	10500
174773889	4/22/16 21:10	4/22/16 21:25	4/23/16 0:10	4/23/16 0:25	OVS	DYG	320	3KR	MCBQV	XMBQV	6300
174777792	4/23/16 1:10	4/23/16 1:10	4/23/16 4:15	4/23/16 4:15	DYG	OVS	320	3KR	MCBQV	XMBQV	4200
174773624	4/22/16 17:20	4/22/16 20:00	4/22/16 19:05	4/22/16 21:45	GOV	OVS	320	320	XRBPV	XRBPV	22400
174774452	4/22/16 18:30	4/22/16 21:30	4/22/16 22:30	4/23/16 1:30	OVS	BVO	320	320	YABQV	YABQV	25200
174774472	4/22/16 23:50	4/23/16 2:15	4/23/16 4:00	4/23/16 6:25	BVO	OVS	320	320	YABQV	YABQV	20300
174778376	4/23/16 11:35	4/23/16 11:35	4/23/16 14:45	4/23/16 14:45	OVS	CUM	320	320	JEBQV	YABQV	0
174773853	4/22/16 18:50	4/22/16 21:10	4/22/16 21:55	4/23/16 0:15	OVS	CGS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	22120
174773700	4/22/16 23:15	4/23/16 1:00	4/23/16 2:35	4/23/16 4:20	CGS	OVS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	16590
174778290	4/23/16 5:15	4/23/16 5:15	4/23/16 6:45	4/23/16 6:45	OVS	NZK	32A	32A	USBQV	YJBPV	0

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



174777694	4/23/16 7:35	4/23/16 7:35	4/23/16 9:10	4/23/16 9:10	NZK	OVS	32A	32A	USBQV	YJBPV	0
174773877	4/22/16 19:25	4/22/16 21:35	4/22/16 21:30	4/22/16 23:40	OVS	AFU	320	320	CKBPV	YKBPV	18200
174777678	4/23/16 3:30	4/23/16 3:30	4/23/16 5:40	4/23/16 5:40	AFU	OVS	320	320	CKBPV	YKBPV	0
174778544	4/23/16 7:00	4/23/16 7:00	4/23/16 10:35	4/23/16 10:35	OVS	HRZ	320	320	CBBQV	YKBPV	0
174778548	4/23/16 11:25	4/23/16 11:25	4/23/16 14:50	4/23/16 14:50	HRZ	OVS	320	320	CBBQV	YKBPV	0
174774422	4/22/16 20:00	4/22/16 21:20	4/22/16 23:20	4/23/16 0:40	OVS	CJN	32A	3KR	UPBQV	YMBQV	17380
174778532	4/23/16 0:35	4/23/16 1:25	4/23/16 4:00	4/23/16 4:50	CJN	OVS	32A	3KR	UPBQV	YMBQV	12640
174774184	4/22/16 21:05	4/22/16 21:30	4/22/16 23:25	4/22/16 23:50	OVS	RRK	320	320	XRBPV	ZRBPV	3500
174778248	4/23/16 0:15	4/23/16 0:35	4/23/16 2:25	4/23/16 2:45	RRK	OVS	320	320	XRBPV	ZRBPV	2800

## 六、问题 4：考虑联程旅客的多机型航班恢复问题

### （一）基本假设

问题四进一步考虑联程旅客因素，航班延误的可能导致联程旅客赶不上下趟航班。在第二题的基础上，问题四假设在不同机型间调整航班不考虑成本，每位旅客行程中的相连航班间最少需要 45 分钟间隔时间用于中转，旅客的延误按照旅客计划到达最终目的地时间为基准计算，同时假定每位旅客最终不能到达目的地相当于每人延误了 24 小时。除上述情况外，问题四与问题二的假设条件一致，具体参见问题二的基本假设。

### （二）相关定义

模型中新增上下标、参数及变量定义如下，其余参见问题一和问题二中的相关定义：

$G$ : 有编号旅客的集合

$g$ : 有编号旅客,  $g \in G$

$h_g$ : 和 $g$ 同行的旅客数量

$f_g^i$ : 旅客 $g$ 搭乘的第 $i$ 个航班( $i \geq 1$ ), 其中 $f_g^{i_{max}}$ 为旅客 $g$ 搭乘的最后一个航班

$t_{f_g^i}$ : 旅客 $g$ 搭乘的第 $i$ 个航班的原定起飞时间

$T_{f_g^i}$ : 旅客 $g$ 搭乘的第 $i$ 个航班的原定降落时间

$t_{f_g^i}^p$ : 旅客 $g$ 搭乘的第 $i$ 个航班的实际起飞时间

$T_{f_g^i}^p$ : 旅客 $g$ 搭乘的第 $i$ 个航班的实际降落时间

$$d_{f_g^i}^p = t_{f_g^i}^p - t_{f_g^i}$$

$$w_f^g = \begin{cases} 1 & i_{max} = 1 \quad \text{或者} \quad i_{max} \geq 2 \text{ 且 } t_{f_g^i}^p - T_{f_g^{i-1}}^p \geq 2700 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$j_f^g = \begin{cases} 1 & i_{max} \geq 2 \text{ 且 } t_{f_g^i}^p - T_{f_g^{i-1}}^p < 2700 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

### （三）航班恢复模型

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} \sum_{g \in G} (d_{f_g^{i_{max}}}^p x_{f_g^{i_{max}}}^p w_f^g h_g + 86400 j_f^g h_g) \quad (6-1)$$

相对于问题二新增的约束条件：

$$\sum_{p \in P} (x_f^p + j_f^g) = 1, \quad \forall f \in F \quad (6-2)$$

$$w_f^g \in \{0,1\}, j_f^g \in \{0,1\} \quad (6-3)$$

模型的目标函数（式 6-1）为旅客总延误时间最短的目标函数，单位为秒。式 6-1 中括号内的前半部分计算有延误但旅客  $g$  能登机的总延误成本，包括连乘旅客和单程旅客；后半部分计算的连乘旅客无法登机情况的延误成本，旅客最终不能到达目的地相当于延误了 24 小时，86400 即为 24 小时折合的描述。式(6-2)为对前述几个问题中类式（4-2）的约束条件修改。式（6-3）是问题四新增的约束条件。其余约束条件与问题二一致。

#### （四）算例分析

问题四算例中的航班计划共涉及 9 中机型，包含 151 架飞机，执行 749 个航班，覆盖 119 个机场，其中 147 架飞机执行非空航班 657 个，运载 41148 名旅客，含联程旅客 21805 名。因 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭，共 72 架飞机执行的航班串受到影响。经过计算，优化方案下航班总延误时间合计为 6097100 分钟（101618 小时 20 分钟），优化后的部分航班计划表如下：

"华为杯"第十四届中国研究生数学建模竞赛



表 6-1 新航班计划表节选

旅客号	航班唯一编号	同行旅客数量	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	起飞机场	到达机场	飞机型号	新飞机型号	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间
19	174774048	14	4/22/16 19:45	4/22/16 21:30	4/22/16 21:15	4/22/16 23:00	OVS	QSM	9	9	85098	46098	1470
34	174773432	11	4/22/16 20:50	4/22/16 21:30	4/22/16 22:00	4/22/16 22:40	OVS	JOG	9	9	64098	75098	15840
41	174778554	8	4/23/16 9:50	4/23/16 9:50	4/23/16 14:05	4/23/16 14:05	OVS	VLT	321	321	IEBQV	IEBQV	11520
61	174777942	9	4/23/16 7:25	4/23/16 7:25	4/23/16 10:25	4/23/16 10:25	OVS	GEB	73H	73H	PVBQV	PVBQV	12960
75	174773574	14	4/22/16 21:30	4/22/16 21:50	4/22/16 23:00	4/22/16 23:20	OVS	NZK	321	321	MUBPV	MUBPV	20160
95	174773907	8	4/22/16 19:25	4/22/16 21:15	4/22/16 23:05	4/23/16 0:55	OVS	FGK	32A	32A	HLBPV	HLBPV	11520
104	174778212	8	4/23/16 7:20	4/23/16 7:20	4/23/16 10:05	4/23/16 10:05	OVS	GRP	32A	32A	UPBQV	UPBQV	11520
142	174773456	13	4/22/16 20:20	4/22/16 21:45	4/22/16 22:20	4/22/16 23:45	OVS	EEP	32A	32A	WPBQV	WPBQV	1105
167	174773432	12	4/22/16 20:50	4/22/16 21:30	4/22/16 22:00	4/22/16 22:40	OVS	JOG	9	9	64098	75098	17280
175	174774120	12	4/22/16 21:55	4/22/16 21:55	4/23/16 0:45	4/23/16 0:45	OVS	NVE	320	320	SKBQV	SKBQV	17280
179	174774204	11	4/22/16 21:05	4/22/16 21:15	4/22/16 23:00	4/22/16 23:10	OVS	VOR	9	9	44098	32098	15840
188	174773853	12	4/22/16 18:50	4/22/16 21:00	4/22/16 21:55	4/23/16 0:05	OVS	CGS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	1560
215	174777464	9	4/23/16 7:10	4/23/16 7:10	4/23/16 8:20	4/23/16 8:20	OVS	JOG	9	9	44098	44098	12960
221	174773889	10	4/22/16 21:10	4/22/16 21:25	4/23/16 0:10	4/23/16 0:25	OVS	DYG	320	3KR	MCBQV	XMBQV	150
232	174773574	12	4/22/16 21:30	4/22/16 21:50	4/22/16 23:00	4/22/16 23:20	OVS	NZK	321	321	MUBPV	MUBPV	240
244	174774048	9	4/22/16 19:45	4/22/16 21:30	4/22/16 21:15	4/22/16 23:00	OVS	QSM	9	9	85098	46098	945
258	174774078	13	4/22/16 20:05	4/22/16 21:40	4/22/16 21:50	4/22/16 23:25	OVS	CBN	320	320	WIBQV	WIBQV	18720
267	174773741	7	4/22/16 19:25	4/22/16 21:05	4/22/16 22:45	4/23/16 0:25	OVS	SMO	32A	32A	LLBPV	AJBPV	700
277	174773512	14	4/22/16 19:10	4/22/16 21:00	4/22/16 22:00	4/22/16 23:50	OVS	SBT	32A	32A	TSBQV	TSBQV	1540
281	174778066	14	4/23/16 6:05	4/23/16 6:05	4/23/16 9:45	4/23/16 9:45	OVS	AVG	320	320	TKBQV	TKBQV	20160
284	174778024	14	4/23/16 6:40	4/23/16 6:40	4/23/16 8:25	4/23/16 8:25	OVS	GOV	320	320	TIBQV	TIBQV	20160
285	174777800	10	4/23/16 6:25	4/23/16 6:25	4/23/16 9:15	4/23/16 9:15	OVS	MAH	320	320	VIBQV	VIBQV	14400



## 参考文献

- [1] Jon D. Petersen, Gustaf Sölveling, John-Paul Clarke, Ellis L. Johnson, and Sergey Shebalov (2012). An Optimization Approach to Airline Integrated Recovery. *Transportation Science*, 46(4), 482-500
- [2] J. M. Rosenberger, E. L. Johnson, G. L. Nemhauser(2003). Rerouting Aircraft for Airline Recovery. *Transportation Science*, 37(4), 408–421.
- [3] Ahmad I. Z. Jarrah, Gang Yu, Nirup Krishnamurthy, and Ananda Rakshit (1993). A Decision Support Framework for Airline Flight Cancellations and Delays. *Transportation Science*, 27(3), 266-280.
- [4] Stephen J. Maher (2015). Solving the Integrated Airline Recovery Problem Using Column-and-Row Generation. *Transportation Science*, 50(1), 216-237
- [5] Teodorovic, Guberinic. Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation[J]. *European Journal of Operational Research*, 1984, 15(2): 178-182
- [6] Cao J ,Kanafani. A Real-time decision support for integration of airline flight cancellations and delays, part I: mathematical formulations[J]. *Transportation Planning and Technology*, 1997, 20(3): 183-199
- [7] Gershkof. Aircraft shortage evaluation[C]. ORSA/TIMS joint national meeting, St.Louis, MO, 1987.
- [8] Teodorovic D., Stojkovic G. Model to reduced airline schedule disturbances[J]. *Journal of Transportation Engineering*, 1995, 121(4): 324-331.
- [9] Argüello M.F., Bard J.F., Yu G. A GRASP for aircraft routing in response to groundings and delays[J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 1997, 5: 211-228.
- [10] Guo Wei, Gang Yu. Optimization Model and Algorithm for Crew Management During Airline Irregular Operations[J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 1997, 1: 305-321.
- [11] L. Lettovsky, E.L. Johnson, and G.L. Nemhauser. Airline crew recovery[J]. *Transportation Science*, 2000, 34(4): 337-348.
- [12] Niklas Kohl. Airline disruption management-perspect, experience and outlook[J]. *Journal of Air Transport Management*. 2007, 13(3): 149-162.
- [13] 刘德刚. 航空公司实时飞机和机组调配问题的研究[D]. 北京: 中国科学院数学与系统科学研究所, 2002.
- [14] 周志忠. 飞行运行实时优化控制研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2001.
- [15] 姚韵. 航空公司不正常航班管理和调度算法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006.
- [16] Tang Xiaowei, Gao Qiang, Zhu Jinfu. Research on Greedy Simulated Annealing Algorithm for Irregular Flight Schedule Recovery Model. *Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services*. 2009, 2(2): 1469-1475.
- [17] 白凤.不正常航班的飞机和机组调度研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.



---

[18] 赵秀丽.航空公司不正常航班恢复模型及算法研究[D].南京:南京航空航天大学, 2010.