

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校	解放军信息工程大学	
参赛队号	90005023	
队员姓名	1.	李 晶
	2.	高 强
	3.	丁永超

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 功率放大器非线性特性及预失真建模

摘 要：

随着现代微波电路仿真技术与数字预失真技术的发展，功率放大器行为模型的研究已经成为功率放大器研究领域的重要方向之一，而采用多项式结构描述放大器的特性是行为模型研究中最主要的方法。本文主要研究了无记忆功率放大器和有记忆功率放大器的多项式结构的系统建模，放大器的预失真处理技术，以及非线性放大器对输出信号频谱的影响。

本文的主要工作及创新可概括如下。

1. 构建无记忆功率放大器基于一般多项式及和多项式的正交、非正交模型，利用最小二乘(LS)算法求解模型参数。通过数据仿真可知，和多项式及正交和多项式模型优于一般多项式模型，当多项式为 12 阶时，其归一化均方误差(NMSE)达到-100dB；并且在阶数较大时，正交和多项式模型性能优于和多项式模型，具有更高的稳定性。
2. 建立无记忆功率放大器的和多项式预失真模型，通过系统逆辨识获取预失真处理器输出端的理想信号，将整体系统简化为预失真模块处理过程。利用最小均方(LMS)和 LS 算法求解预失真模型参数，并对预失真补偿效果进行评价。实验结果表明，本文构建的预失真模型能够使功放整体输出具有较好的线性特性，且逼近理想特性曲线。随着多项式阶数的增加，通过本文正交和多项式预失真模型处理后，功放输出的归一化均方误差(NMSE)和误差矢量幅度(EVM)

逐渐减小，当阶数大于 10 时，正交和多项式模型 NMSE 小于-61dB，EVM 低于 0.1%。

3. 构建有记忆功率放大器和多项式模型，并利用 LS 算法求解模型参数。仿真结果表明，随着多项式阶数和系统记忆深度的增加，系统模型的精度越高；当多项式大于 5 阶，系统记忆深度大于 5 时，系统的 NMSE 低于-45dB，而传统多项式模型仅为-34dB。
4. 建立有记忆功率放大器的预失真和多项式模型，根据线性约束、输出幅度限制和功率最大化约束，获取预失真处理器理想输出信号，通过 LS 算法解算其参数。通过 NMSE 和 EVM 分析可知，当给定功率放大器的阶数为 5，记忆深度为 5 时，解算得预失真器的多项式阶数等于 5，记忆深度等于 3 时的系统最优，此时的 NMSE 等于-45dB，EVM 为 0.3%。为了使预失真系统能够应对实际运用中放大器特性随着环境变化导致的预失真失效的问题，本文提出一种基于功放逆辨识的自适应预失真处理模块，模块求解采用最小均方算法(LMS)。
5. 通过周期图法估计信号的功率谱密度，计算输入输出信号的相邻信道比(ACPR)。输入信号的 ACPR 等于-78.4687dB，未经预失真处理的功放系统输出信号的 ACPR 等于-37.2605dB，预失真处理后的功放输出信号的 ACPR 等于-51.9625dB。

关键词：正交多项式模型，系统逆辨识，最小二乘算法，最小均方算法，自适应预失真系统

1 问题重述

信号的功率放大是电子通信系统的关键功能之一,其实现模块称为功率放大器(PA, Power Amplifier),简称功放。功放的输出信号相对于输入信号可能产生非线性失真。影响信息的正确传递和接收。目前已提出了各种技术来改善功放的非线性失真,如降低输出功率方式、预失真技术等。其中预失真技术是被研究和应用较多的一项新技术,其最新的研究成果已经被用于实际的产品,但在新算法、实现复杂度、计算速度、效果精度等方面仍有相当的研究价值。

本题要求根据功放的非线性特性的当前时刻输出值是否与前某一时间段的输入有关,分别构建无记忆功放和有记忆功放非线性模型。并构建预失真处理模型,使功放和预失真合成后整体输入输出效果呈线性。总体原则是使预失真和功放的联合模型呈线性后误差最小,同时满足以下2个约束条件,一是预失真处理的“输出幅度限制”即功放的输入幅度需保持在一定范围。二是预失真处理加载后,尽可能使功放的输出“功率最大化”。

具体需要解决如下几个问题。

1. 请根据提供的数据,完成以下任务。

A. 建立功放的非线性特性的数学模型,然后用 NMSE 评价所建模型的准确度。

B. 根据线性化原则以及“输出幅度限制”和“功率最大化”约束,建立预失真模型。写出目标误差函数,计算线性化后最大可能的幅度放大倍数,运用评价指标参数 NMSE/EVM 评价预失真补偿的结果。

2. 数据文件 2 给出了某功放的有记忆效应的复输入-输出数据,请完成以下任务。

A. 建立功放的非线性特性的数学模型,然后用 NMSE 评价所建模型的准确度。

B. 根据线性化原则以及“输出幅度限制”和“功率最大化”约束,以框图的方式建立预失真处理的模型实现示意图(提示:可定义基本实现单元模块和确定其之间关系,组成整体图),然后计算预失真模型相关参数。运用评价指标参数 NMSE/EVM 评价预失真补偿的计算结果。

3. 拓展研究

相邻信道功率比(Adjacent Channel Power Ratio, ACPR)是表示信道的带外失真的参数,衡量由于非线性效应所产生的新频率分量对邻道信号的影响程度。如果题 2 所附的数据采样频率 $30.72 \times 12 \text{ MHz}$,传输信道按照 20 MHz 来算,邻信道也是 20 MHz 。根据给出的数据,请计算功放预失真补偿前后的功率谱密度,并用图形的方式表示三类信号的功率谱密度(输入信号、无预失真补偿的功率放大器输出信号、采用预失真补偿的功率放大器输出信号),最后用 ACPR 对结果进行分析评价。

2 符号说明

2.1 系统输入输出符号

$x(t)/z(t)$: 复合系统的连续输入/输出信号形式;
 $x(n)/z(n)$: 复合系统的离散输入/输出信号形式;
 $z_d(n)$: 复合系统期望输出信号;
 $y_d(n)$: 预失真处理器期望输出信号;
 $e(n)$: 系统误差;
 $y(n)$: 预失真处理器离散输出;

2.2 函数符号

$F(x)$: 预失真处理器特性函数;
 $G(x)$: 功放特性函数;
 $E[x]$: 求期望运算

2.3 常量符号

K : 多项式阶数;
 N : 信号采样点数;
 M : 有记忆系统记忆深度;
NMSE: 归一化均方误差;
EVM: 误差矢量幅度;
 x_b : 复合系统任意输入点;
 x_a : 与 x_b 对应的预失真处理器输出点;
 A_a : 与 x_b 对应的复合系统输出点;
 B_a : 功放最大输出点;
 C_a : 功放最大输入, 预失真处理器最大输出点;
 G_n/G_h : 无/有记忆功放增益;
 $\hat{\bullet}$: 变量的估计值。
 \bullet^H : 变量的共轭转置

2.4 矩阵符号

由于本文存在多种模型, 各个模型的输入矩阵、输出向量和参数向量的形式是相同的, 那么, 本文中所有输入输出系统的矩阵向量用相同的加粗字母表示, 利用字母的角标区分不同的模型。

\mathbf{X}_{XX} : 系统多项式模型输入信号构成的矩阵;
 \mathbf{Z}_{XX} : 系统输出向量;

H_{XX} ：系统多项式模型未知参数向量；

x_{XXi} ： X_{XX} 的第 i 列向量。

R_{dX} ：自适应预失真系统的输入输出互相关向量；

R_{XX} ：自适应预失真系统的输入自相关矩阵；

β_i ： x_i 对应的正交基向量；

XX 用不同的字母表示不同的模型，下面给出角标含义说明；

n ：无记忆一般多项式模型；

nO ：无记忆正交一般多项式模型；

nA ：无记忆和多项式模型；

nAO ：无记忆正交和多项式模型；

nAP ：无记忆预失真处理器和多项式模型；

$nAOP$ ：无记忆预失真处理器正交和多项式模型；

hA ：有记忆和多项式模型；

hAO ：有记忆正交和多项式模型；

hAP ：有记忆和多项式模型；

$hAOP$ ：有记忆正交和多项式模型；

3 问题分析

3.1 无记忆功放问题分析

无记忆功放的功率特性建模问题的关键在于建立一个合理的模型结构，通过输入、输出信号来估计模型参数，从而得到功放的非线性特性模型。问题背景给出的多项式模型是一种比较直观和实用的逼近非线性特性的函数模型，多项式模型构建的关键是输入数据基函数的构建，合理的基函数可以提高模型的精度，降低计算复杂度。本文选择以多项式模型为参考，通过施密特正交化方法构建输入数据的正交基向量，构建无记忆功放非线性特性的正交多项式模型。对于参数的求解，根据构建矩阵与未知参数之间的关系，最小二乘算法(LS)是最直观和理想的求解算法。

在功放特性已知的条件下，预失真处理的原则是使预失真和功放的联合模型呈线性后的误差最小。现有的预失真处理算法有很多，包括查询表方式^[1]，Volterra 级数法^[2]，基于 Hammerstein 模型的预失真方法^[3]，基于神经网络的有记忆功率放大器预失真方法^[4]等。但是这些算法大多是在预失真处理模块输出已知的情况下对其建模并实现参数辨识。因此，本文构建预失真模型关键是如何有效利用输出幅度限制和功率最大化这两个限制条件，通过已知的系统输入、输出估计出预失真模块的理想输出信号，然后再利用 LS 算法估计模型参数。

本题的建模中限定预失真处理的输出幅度不大于所给出的功放输入幅度的最大值，由于无功放放大特性的单调性，本题输出幅度的限制可以转化为预失真处理后功放的输出幅度不大于给出的功放输出幅度最大值。因此，根据线性化原则，预失真处理后功放输出的理想特性曲线为原点和给定输出幅度最大点确定的直线段。本题同时约束预失真加载后尽可能使功放的输出“功率最大化”，当理想特性曲线确定时，功率最大化约束条件和输出幅度限制是统一的。

由功放输出理想特性曲线确定预失真输出的理想值，可根据给定的输出和输入拟合放大器的逆辨识模型，将功放输出理想特性曲线代入求取预失真输出的理想值，但是逆辨识模型拟合的精度会影响预失真输出理想值的精确程度。由题目中的图 2 可知，功放的输入输出曲线单调递增，根据单调函数的特性，预失真输出的理想值可以通过逆向对应的方法精确获得。

3.2 有记忆功放问题分析

对于有记忆系统的建模，可通过无记忆非线性系统和有记忆线性系统级联的方式构建，如 Hammerstein 模型。将级联之后的系统参数化简合并，使之成为已知矩阵和未知参数相乘的形式，通过两步最小二乘算法求解^[5]。由于该模型需要两步估计，增加了模型复杂度和参数估计的误差，所以本文选择题设背景模型。

由背景材料可知，有记忆功放也可利用多项式构建模型。利用输入输出信号构建模型的输入矩阵和输出向量，采用最小二乘算法求解多项式未知参数，进而获得有记忆功放模型。

求有记忆预失真处理器模型可参考无记忆预失真处理器的建模方法。为了实现预失真处理器的模型参数估计，需要已知一组预失真处理器的输入输出数据。由于复合系统是线性的，那么可知复合系统的输入是其输出端信号除以系统线性增益。因此，以题中给出的功放输出数据作为复合系统的输出，则根据整体线性关系可求出复合系统的输入，又根据功放本身的特性可知功放的输入，也就是预失真处理器的输出，就是题中给出的输入数据。这样就得到了预失真处理器的输入输出数据，进而利用 LS 算法求得模型参数。

由于在实际应用中，温度、电压以及功率放大管老化等因素会造成非线性功率放大器工作点发生改变，即使非线性功率放大器响应特性曲线随时间改变^[6]。因此，设计预失真器时须考虑预失真器的模型参数也能随功率放大器特性的改变而自适应的改变。参照无记忆功放预失真建模分析可知，根据线性化约束、预失真器输出幅度限制和最大输出功率约束，输出、输入信号幅度比值的最大值为复合系统理想线性增益。将输入信号乘以理想增益即可得到复合系统的理想输出信号，理想输出信号经过功放的逆系统，得到预失真器的理想输出信号。输入信号经过预失真器的输出实际信号，利用实际输出信号与理想输出信号的误差值自适应的调整预失真器的模型参数。由于功放的输入输出信号均已知，可直接构造多项式模型，将输入输出互换，利用 LS 算法得到功放逆系统模型参数。预失真器参数自适应调整可用 LMS 算法实现。

3.3 相邻信道功率比问题分析

由于功放的非线性特性，通过功放的信号会产生新的频率分量，从而对其邻道信号产生影响。相邻信道功率比（Adjacent Channel Power Ratio, ACPR）是表示信道的带外失真的参数，衡量由于非线性效应所产生的新频率分量对邻道信号的影响程度。

由于计算相邻信道功率比需要输入输出信号的功率谱密度，那么本题关键在于求功率谱密度的方法。而功率谱密度函数的计算最简单常用的是周期图法，分为直接法、间接法两种。直接法先求信号的频谱，再取频谱和其共轭的乘积，得到功率谱；间接法是通过信号的自相关函数进行 Fourier 变换计算^[7]。

4 模型建立与求解

4.1 无记忆功放

无记忆模型是基于器件的无记忆假设，即认为放大器当前的输出信号仅取决于当前的输入信号，而与历史输入信号无关。无记忆模型的研究已较为成熟，最常用的无记忆模型是多项式模型。

4.1.1 无记忆功放非线性特性的数学模型

A 多项式模型

功放的某一时刻的输出仅与此时刻的输入相关，称之为无记忆功放，其特性表示为

$$z(t) = \sum_{k=1}^K h_k x^k(t) \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

式中 K 表示非线性的阶数（即多项式次数）， h_k 为各次幂的系数。如果对功放的输入和输出进行离散采样之后分别为 $x(n)/z(n)$ ，且采样过程满足 Nyquist 采样定理，那么式(1)可表示为如下离散多项式，

$$z(n) = \sum_{k=1}^K h_k x^k(n) = h_1 x(n) + h_2 x^2(n) + \cdots + h_K x^K(n) \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

在函数逼近理论中， $z(n)$ 是用函数组 $\{x(n), x^2(n), x^3(n), \dots, x^K(n)\}$ 生成的 K 维空间里的这组基的线性组合表示，可通过最小二乘算法估计其参数。

首先构建已知参数矩阵，并将式(2)写为矩阵形式

$$\mathbf{Z}_n = \mathbf{X}_n \mathbf{H}_n \quad (3)$$

$$\text{其中, } \mathbf{Z}_n = [z(1), z(2), \dots, z(N)]^T, \quad \mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} x(1) & x^2(1) & \cdots & x^K(1) \\ x(2) & x^2(2) & \cdots & x^K(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N) & x^2(N) & \cdots & x^K(N) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_n = [h_1, h_2, \dots, h_K]^T,$$

其中 N 为输入数据长度， K 为多项式的阶数。

对于式(3)所示的线性参数估计问题，典型的方法为最小二乘(LS)算法。为求解多项式的系数，假设存在一组参数 $\hat{\mathbf{H}}_n$ 使得 $\hat{\mathbf{Z}}_n = \mathbf{X}_n \hat{\mathbf{H}}_n$ ，满足使 $\|\mathbf{Z}_n - \hat{\mathbf{Z}}_n\|_2^2$ 最小的参数 $\hat{\mathbf{H}}_n$ 即为所求参数。即

$$\hat{\mathbf{H}}_n = \arg(\min_{\mathbf{H}_n} \|\mathbf{Z}_n - \mathbf{X}_n \mathbf{H}_n\|_2^2) \quad (4)$$

对式(4)的右边展开，有

$$\begin{aligned}\|Z_n - X_n \hat{H}_n\|_2^2 &= (Z_n - X_n \hat{H}_n)^H (Z_n - X_n \hat{H}_n) \\ &= Z_n^H Z_n - Z_n^H X_n \hat{H}_n - \hat{H}_n^H X_n^H Z_n + \hat{H}_n^H X_n^H X_n \hat{H}_n\end{aligned}\quad (5)$$

其一阶导等于零时，所对应的 \hat{H}_n 为所求参数。对式(5)求关于 \hat{H}_n 的导，可得

$$\frac{\partial \|Z_n - X_n \hat{H}_n\|_2^2}{\partial \hat{H}_n} = -2X_n^H Z_n + 2X_n^H X_n \hat{H}_n \quad (6)$$

并另其等于零，

$$-2X_n^H Z_n + 2X_n^H X_n \hat{H}_n = 0 \quad (7)$$

求解得到

$$\hat{H}_n = (X_n^H X_n)^{-1} X_n^H Z_n \quad (8)$$

由于常采用复输入-输出信号，为了方便计算，将式(2)写成“和多项式”模型。

$$z(n) = \sum_{k=1}^K h_k x(n) |x(n)|^{k-1} = h_1 x(n) + h_2 x(n) |x(n)| + \cdots + h_K x(n) |x(n)|^{K-1} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

采用最小二乘算法对上述模型进行求解，其解的形式同式(8)，为

$$\hat{H}_{nA} = (X_{nA}^H X_{nA})^{-1} X_{nA}^H Z_{nA} \quad (10)$$

$$\text{其中, } X_{nA} = \begin{bmatrix} x(1) & x(1)|x(1)| & \cdots & x(1)|x(1)|^{K-1} \\ x(2) & x(2)|x(2)| & \cdots & x(2)|x(2)|^{K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N) & x(N)|x(N)| & \cdots & x(N)|x(N)|^{K-1} \end{bmatrix}, Z_{nA} = Z_n.$$

B 正交多项式模型

由题设背景可知，如果将矩阵 X_n 和 X_{nA} 用函数空间的一组正交基构造，系统将获得更好的性能，且解算也将更加方便。

对于函数空间的正交化，文献[8]给出了一种方法，但是该算法需要已知输入信号幅的统计特性，根据其概率密度函数，进行正交化处理。下面给出一种典型的正交化算法——施密特正交化算法^[9]，该算法不需要已知输入信号的统计特性，直接通过向量的正交化方法得到一组正交基向量。

假设矩阵 X_n 由 K 个列向量组成，即 $X_n = [x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nK}]$ 。寻找一组正交基 $[\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K]$ ，使其与 $[x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nK}]$ 等价。其正交化过程，

$$\beta_1 = x_{n1} \quad (11)$$

$$\beta_2 = x_{n2} - \frac{\langle x_{n2}, \beta_1 \rangle}{\langle \beta_1, \beta_1 \rangle} \beta_1 \quad (12)$$

$$\beta_K = x_{nK} - \frac{\langle x_{nK}, \beta_1 \rangle}{\langle \beta_1, \beta_1 \rangle} \beta_1 - \frac{\langle x_{nK}, \beta_2 \rangle}{\langle \beta_2, \beta_2 \rangle} \beta_2 - \dots - \frac{\langle x_{nK}, \beta_{K-1} \rangle}{\langle \beta_{K-1}, \beta_{K-1} \rangle} \beta_{K-1} \quad (13)$$

将正交化之后的向量构成的矩阵 $X_{nO} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K]$ 作为函数空间，构建新的数学模型

$$X_{nO} H_{nO} = Z_{nO} \quad (14)$$

其最小二乘解为

$$\hat{H}_{nO} = (X_{nO}^H X_{nO})^{-1} X_{nO}^H Z_{nO} \quad (15)$$

其中， $Z_{nO} = Z_n$ 。

对于 X_{nA} 对应的函数空间，假设其正交化之后的正交基向量构成矩阵 $X_{nAO} = [x_{nAO1}, x_{nAO2}, \dots, x_{nAOK}]$ ，那么其最小二乘解为

$$\hat{H}_{nAO} = (X_{nAO}^H X_{nAO})^{-1} X_{nAO}^H Z_{nAO} \quad (16)$$

其中， $Z_{nAO} = Z_n$ 。

C 模型的准确度评价

对于模型的数值计算结果，一般采用 NMSE 和 EVM 等参数评价其准确度，其具体的定义如下。归一化均方误差(Normalized Mean Square Error, NMSE)用来表征计算精度，其表达式为。

$$NMSE = 10 \log_{10} \frac{\sum_{n=1}^N |z(n) - \hat{z}(n)|^2}{\sum_{n=1}^N |z(n)|^2} \quad (17)$$

如果用 z 表示实际信号值， \hat{z} 表示通过模型计算的信号值，NMSE 就反映了模型与物理实际模块的接近程度。功放前加载预失真处理后，也可用 NMSE 判断整体模型输出值与理想输出值的近似程度。

误差矢量幅度 (Error Vector Magnitude, EVM) 定义为误差矢量信号平均功率的均方根和参照信号平均功率的均方根的比值，以百分数形式表示。如果用 Z 表示理想的信号输出值， e 表示理想输出与整体模型输出信号的误差，可用 EVM 衡量整体模型对信号的幅度失真程度。

$$EVM = \sqrt{\frac{E[|e|^2]}{E[|Z|^2]}} \times 100\% \quad (18)$$

4.1.2 建立无记忆功放预失真模型

首先，根据线性模型的要求，复合系统的输出特性为一条自原点出发的直线。

其次，根据输出幅度约束条件，预失真处理的输出幅度不大于所给出的功放输入幅度最大值，即是预失真系统的输出值得最大幅度必须小于或等于图 2 中曲线对应的横坐标的最大值 1.05。因为复合系统特性是直线，而功放特性为凹函数，所以预失真处理器特性是凸函数曲线。由于输出幅度限制，特性曲线是在斜率等于 1 的直线下方的凸函数，且其输出的最大值 $\max(|y(n)|) \leq 1.05$ ，如图 1 所示，

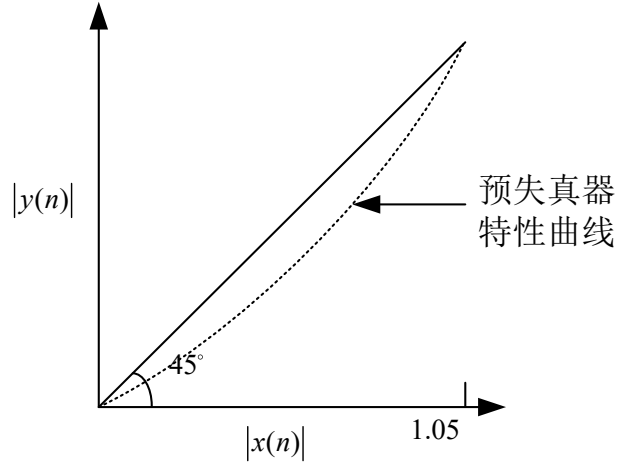


图 1 无记忆预失真器输出特性

欲使系统的输出功率最大化，功放输入端的信号幅值越大越好。因为功放输入端为预失真处理器的输出端，当且仅当预失真处理器的输出最大值等于实际输入信号的最大值时，复合系统输出的功率最大。至此可知，复合系统的输出是一条由原点到功放输出最大幅度点的连线。复合系统的输出特性曲线如图 2 所示。

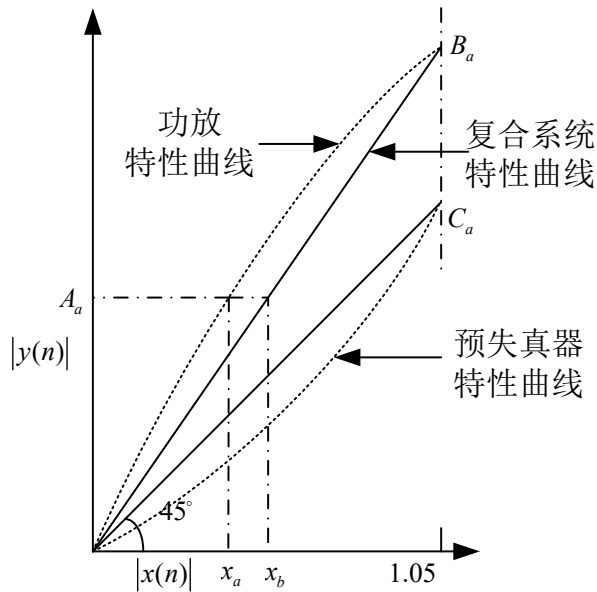


图 2 无记忆复合系统输出特性曲线图

复合系统的理想最大增益为原点到 B_a 点的连线的斜率。设为 G_n ，那么

$$G_n = \frac{\max |z(n)|}{\max |x(n)|} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

将已知数据代入式(19)计算得到 $G_n = 1.8265$ ，那么，复合系统的理想输出 $z_d(n)$ 通过已知输入信号和理想增益得到。

$$z_d(n) = Gx(n) \quad (20)$$

设预失真处理器的特性函数为 $F(x)$ ，功放的特性函数为 $G(x)$ ，如图 2 所示的 x_b 点的复合系统特性为

$$G[F(x_b)] = A_a \quad (21)$$

又因为在功放系统中，图 2 中的 x_a 点有

$$G(x_a) = A_a \quad (22)$$

结合式(21)和式(22)可知，

$$F(x_b) = x_a \quad (23)$$

此时， x_a 即为复合系统输入为 x_b 时的预失真处理器的输出信号。

以上分析可知，任意输入信号 $x(n)$ 都可通过式(21)-(23)的方法求出一一对应的预失真处理器的输出 $y(n)$ 。

为预失真处理器构建和多项式特性模型，如式(9)，那么，预失真处理器的输出特性函数表示为

$$\mathbf{Z}_{nAP} = \mathbf{X}_{nAP} \mathbf{H}_{nAP} \quad (24)$$

$$\text{其中, } \mathbf{Z}_{nAP} = [y(0), y(1), \dots, y(N)]^T, \mathbf{X}_{nAP} = \begin{bmatrix} x(1) & x(1)|x(1)| & \cdots & x(1)|x(1)|^{K-1} \\ x(2) & x(2)|x(2)| & \cdots & x(2)|x(2)|^{K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N) & x(N)|x(N)| & \cdots & x(N)|x(N)|^{K-1} \end{bmatrix}, \mathbf{H}_{nAP}$$

为预失真处理器的特性参数。通过最小二乘算法可以直接获得 \mathbf{H}_{nAP} 的估计值。

$$\hat{\mathbf{H}}_{nAP} = (\mathbf{X}_{nAP}^H \mathbf{X}_{nAP})^{-1} \mathbf{X}_{nAP}^H \mathbf{Z}_{nAP} \quad (25)$$

也可用 \mathbf{X}_{nA} 的正交基 $\mathbf{X}_{nAO} = [\mathbf{x}_{nAO1}, \mathbf{x}_{nAO2}, \dots, \mathbf{x}_{nAOK}]$ 作为新的已知矩阵，估计得到新的参数估计值。

4.2 有记忆功放

从时域角度来看，记忆效应是指放大器当前的输出信号不仅取决于当前的输入信号，而且还与过去的输入信号有关。文献[10]从频域的角度，将记忆效应定义为放大器的幅度和相位特性随着输入信号包络频率的变化而改变的现象。

4.2.1 有记忆功放非线性特性的数学模型

许多有记忆非线性系统可以用无记忆非线性增益与线性系统的组合来描述。这类模型有三种组态。Wiener 模型，Hammerstein 模型和 wiener-Hammerstein 模型。这一类模型中无记忆非线性子系统用于描述功率放大器的非线性，线性子系统用于模拟放大器的记忆效应^[11]。Hammerstein 模型模型如图 3 所示，

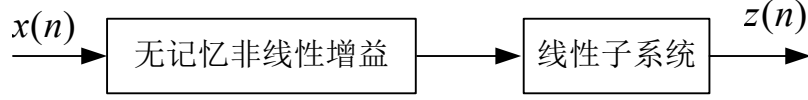


图 3 Hammerstein 模型

针对该 Hammerstein 模型参数辨识算法是两步法^[11]。该方法首先对两组未知参数的乘积进行估计，然后再从中将两组未知参数估计分离。

本文结合背景材料，直接利用多项式建模，参照无记忆方法模型求解，可通过一步 LS 算法估计出模型的参数。

有记忆系统是在无记忆系统的基础上增加记忆效应，那么其系统写为

$$\begin{aligned} z(n) = & \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^M h_{km} x^k(n-m) = h_{10}x(n) + h_{11}x(n-1) + \dots + h_{1M}x(n-M) \\ & + h_{20}x^2(n) + h_{21}x^2(n-1) + \dots + h_{2M}x^2(n-M) \\ & + \dots + h_{K0}x^K(n) + h_{K1}x^K(n-1) + \dots + h_{KM}x^K(n-M) \\ & n = 0, 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (26)$$

为了便于计算将式(26)写为“和记忆多项式”模型

$$z(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^M h_{km} x(n-m) |x(n-m)|^{k-1} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

采用 4.1.1 节的解算思想，构建已知输入信号矩阵和未知参数向量，将式(27)写为矩阵运算形式，

$$\mathbf{Z}_{hA} = \mathbf{X}_{hA} \mathbf{H}_{hA} \quad (28)$$

其中，

$$\mathbf{X}_{hA} = \begin{bmatrix} x(n) & \dots & x(n-M) & |x(n)|x(n) & \dots & |x(n)|x(n) & \dots & |x(n-M)|^{K-1}x(n-M) & \dots & |x(n-M)|^{K-1}x(n-M) \\ x(n+1) & \dots & x(n-M+1) & |x(n+1)|x(n+1) & \dots & |x(n+1)|x(n+1) & \dots & |x(n+1-M)|^{K-1}x(n+1-M) & \dots & |x(n+1-M)|^{K-1}x(n+1-M) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(n+N) & \dots & x(n-M+N) & |x(n+N)|x(n+N) & \dots & |x(n+N)|x(n+N) & \dots & |x(n+N-M)|^{K-1}x(n+N-M) & \dots & |x(n+N-M)|^{K-1}x(n+N-M) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{hA} = [h_{10} \quad \dots \quad h_{1M} \quad h_{20} \quad \dots \quad h_{2M} \quad \dots \quad h_{K0} \quad \dots \quad h_{KM}]$$

利用式(11)-(13)的施密特正交化方法，对 \mathbf{X}_{hA} 的列向量进行正交化处理。正交化之后的函数空间正交基构成的矩阵为 \mathbf{X}_{hAO} ，其对应的系统参数为 \mathbf{H}_{hAO} ，即可通过最小二乘算法对其参数进行辨识。

$$\hat{\mathbf{H}}_{hAO} = (\mathbf{X}_{hAO}^H \mathbf{X}_{hAO})^{-1} \mathbf{X}_{hAO}^H \mathbf{Z}_{hAO} \quad (29)$$

4.2.2 建立无记忆功放预失真模型

A 直接级联预失真处理

类似于无记忆功放模型，因为有记忆功放的复合系统为线性，所以复合系统的输出与输入信号的幅度比值为常数，该常数为有记忆功放的增益。

根据输出幅度限制和功率最大化约束，可知，复合功放系统的输入输出幅度比值为一由原点出发至比值最大点之间的连线。假设有记忆功放复合系统的增益为常数 G_h ，根据约束条件，可得

$$G_h = \frac{\max |z(n)|}{\max |x(n)|} \quad (30)$$

功放复合系统的原理如图所示，

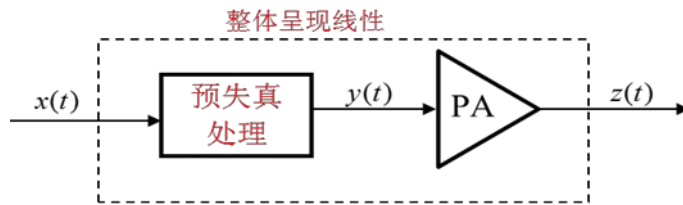


图 4 预失真技术原理图

对应于题设附录给出的数据，假设本系统的输出为 $z_h(n)$ ，功率放大器 PA 的输入端为 $y_h(n)$ ，即该组数据均已知。通过 5.2.1 的分析可知，可以通过这组数据求出 PA 的特性参数。根据复合系统的线性关系，当复合系统的输出端为 $z_h(n)$ 时，系统的输入端即预失真处理器输入端的输入信号为

$$x_h(n) = z_h(n)/G_h \quad (31)$$

由此可得预失真处理器两端的输入输出数据 $x_h(n)$ 和 $y_h(n)$ 。

构建预失真系统的多项式模型，并化为矩阵形式

$$\mathbf{Z}_{hAP} = \mathbf{X}_{hAP} \mathbf{H}_{hAP} \quad (32)$$

其中， \mathbf{X}_{hAP} 由 $x_h(n)$ 构成的矩阵， \mathbf{Z}_{hAP} 由 $y_h(n)$ 组成的向量， \mathbf{H}_{hAP} 是未知参数向量。式(32)利用 LS 算法求解参数。

$$\hat{\mathbf{H}}_{hAP} = (\mathbf{X}_{hAP}^H \mathbf{X}_{hAP})^{-1} \mathbf{X}_{hAP}^H \mathbf{Z}_{hAP} \quad (33)$$

对式(32)的求解，亦可采用正交化处理之后的正交基构成的矩阵进行求解。

B 自适应预失真处理

模拟预失真的方法是在输入信号和功放之间插入一个非线性发生器，通过控制其相位和幅值，可以有效删除射频功放的交调失真。但是，随着工作条件和工作环境的变化，

信号预失真器和功放的特性会发生变化,线性效果将会下降^[12]。为了保持好的线性效果,就需对预失真信号发生器的幅度和相位进行自适应控制。

本文参数文献[13]和文献[14]的自适应预失真模型,设计出一种适用于题设已知条件的自适应预失真系统,系统流程如图 5 所示。

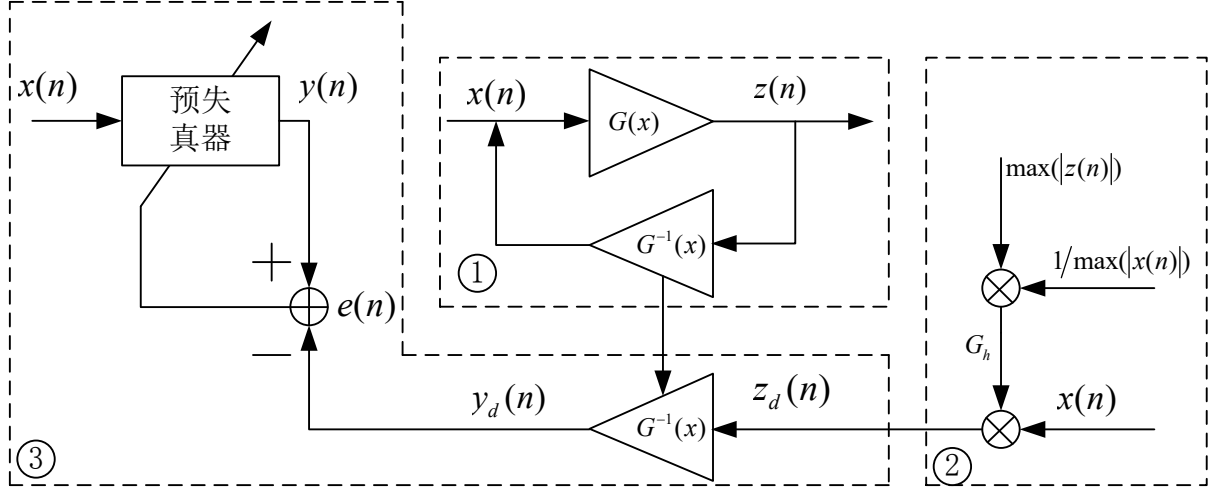


图 5 有记忆预失真系统流程图

图 5 所示流程图由三个主要模块构成,分别为求功放逆系统模块、求理想输出模块和预失真器参数自适应调整模块。下面对三个部分分别介绍。

① 求功放逆系统

当功放系统的输入 $x(n)$ 和输出 $z(n)$ 已知时,可以求得多项式模型下的功放系统的参数;即由 $G[x(n)] = z(n)$, 得到 $G(x)$ 的参数 \hat{H}_{hd} 。如果假想一个系统 $G^{-1}(x)$, 将输出信号 $z(n)$ 作为输入,得到的输出为原系统的输入 $x(n)$, 求解其参数;即由 $G^{-1}[z(n)] = x(n)$, 得到 $G^{-1}(x)$ 的参数 H_{hAinv} 。 H_{hAinv} 为 $G(x)$ 逆系统的多项式模型参数。

② 求复合理想输出

根据复合系统线性化要求,其理想输出与输入幅值比为直线;根据最大输出幅度约束条件预失真器的输出端最大只能为输入信号的最大值;根据输出功率最大化原则,当预失真器输出最大时,功率最大。此时复合系统的输入输出特性曲线为从原点到输入输出最大幅度比对应的点的连线。即复合系统增益为式(30)所示的 G_h , 因为系统输入已知,那么得到复合系统的理想输出为

$$z_d(n) = G_h x(n) \quad (34)$$

③ 预失真器参数自适应调整

通过模块 2 得到复合系统的理想输出,将理想输出 $z_d(n)$ 通过功放逆系统 $G^{-1}(x)$, 可以得到复合系统的理想预失真器输出 $y_d(n)$,

$$G^{-1}[z_d(n)] = y_d(n) \quad (35)$$

当实际的输入信号经过预失真系统时，得到一个实际的预失真器实际输出 $y(n)$ ，求取实际输出与理想输出的差值

$$e(n) = y(n) - y_d(n) \quad (36)$$

然后利用 $e(n)$ 自适应调整预失真器的参数。

目前预失真中常用的自适应算法包括最小均方算法(LMS)、递归最小二乘算法(RLS)及这两种算法的各种变形和优化算法^[14]。本文采用 LMS 算法实现预失真器参数的自适应调整。

已知输入信号为 $x_h(n)$ ，根据和多项式模型，构建已知输入信号向量 $\mathbf{X}_p(n) = [x_h(n), \dots, x_h(n-M), x_h(n)|x_h(n)|, \dots, x_h(n-M)|x_h(n-M)|, \dots, x_h(n)|x_h(n)|^{K-1}, \dots, x_h(n-M)|x_h(n-M)|^{K-1}]$ ，预失真器的期望输出信号为输出为 $y_d(n)$ ，构造预失真器模型参数为 $\mathbf{H}_{hAP} = [h_{10}, \dots, h_{1M}, h_{20}, \dots, h_{2M}, \dots, h_{K1}, \dots, h_{KM}]^T$ ，则预失真器的实际输出信号为

$$y(n) = \mathbf{H}_{hAP}^T \mathbf{X}_p(n) \quad (37)$$

估计误差为

$$e(n) = y_d(n) - y(n) \quad (38)$$

将式(38)带入式(37)中得

$$e(n) = y_d(n) - \mathbf{H}_{hAP}^T \mathbf{X}_p(n) \quad (39)$$

计算得到均方误差

$$E[e^2(n)] = E[y_d(n)] - 2\mathbf{R}_{Xd}^H \mathbf{H}_{hAP} + \mathbf{H}_{hAP}^H \mathbf{R}_{XX} \mathbf{H}_{hAP} \quad (40)$$

其中 \mathbf{R}_{Xd} 为输入信号与期望信号的互相关向量， \mathbf{R}_{XX} 为输入信号向量的自相关矩阵。

LMS 算法是将当前时刻预失真系数向量加上一个负均方误差梯度，使系统误差向着梯度方向收敛，取一个迭代因子，对待估计的参数更新，即

$$\mathbf{H}_{hAP}(n+1) = \mathbf{H}_{hAP}(n) - \mu \nabla E[e^2(n)] \quad (41)$$

其中， μ 为迭代因子。其值的大小影响着迭代系统的收敛速度和稳定性， μ 值越大收敛越快，越不稳定； μ 值越小收敛越慢，越稳定。

LMS 算法需要用瞬时值的梯度矢量，那么

$$\nabla E[e^2(n)] = \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial \mathbf{H}_{hAP}} = -2E[e(n)\mathbf{X}_p(n)] \quad (42)$$

因为在实际估计中，瞬时数据只有一组，期望不可求，那么利用瞬时 $-2e(n)\mathbf{X}_p(n)$ 来代替 $-2E[e(n)\mathbf{X}_p(n)]$ ，即可得到 LMS 的迭代公式为

$$\mathbf{H}_{hAP}(n+1) = \mathbf{H}_{hAP}(n) - \mu e(n)\mathbf{X}_p(n) \quad (43)$$

LMS 算法的优点是运算简便，但收敛速度受到一定的限制。 μ 的选择影响系统的收

敛速度和稳定性，但是 μ 的选取必须满足^[7]

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (44)$$

其中， λ_{\max} 为 \mathbf{R}_{XX} 的最大特征值。

4.3 计算相邻信道功率比

ACPR 表示信道的带外失真的参数，衡量由于非线性效应所产生的新频率分量对邻道信号的影响程度。其定义为

$$ACPR = 10 \log_{10} \frac{\int_{f_2}^{f_3} s(f) df}{\int_{f_1}^{f_2} s(f) df} \quad (45)$$

其中 $s(f)$ 为信号的功率谱密度函数， $[f_1, f_2]$ 为传输信道， $[f_2, f_3]$ 为相邻信道。功率谱密度函数的计算最简便常用的是周期图法，分为直接法、间接法两种。下面分别给出两种方法的计算公式。

直接法先计算数据的 Fourier 变换（即频谱），

$$X_N(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jn\omega} \quad (46)$$

然后取频谱和其共轭的乘积，得到功率谱

$$P_x(\omega) = \frac{1}{N} |X_N(\omega)|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jn\omega} \right|^2 \quad (47)$$

间接法则先根据样本数据估计样本自相关函数

$$\hat{R}_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n+k) x^*(n), \quad k = 0, 1, \dots, M \quad (48)$$

其中 $1 \leq M < N$ ，且 $\hat{R}_x(-k) = \hat{R}_x^*(k)$ 。然后计算自相关函数的 Fourier 变换，得到功率谱

$$P_x(\omega) = \sum_{k=-M}^M \hat{R}_x(k) e^{-jk\omega} \quad (49)$$

本题选用直接法计算信号的功率谱密度，此方法原理简单，操作方便，工程实现容易，是实际求解中广泛应用的一种方法^[7]。

根据假设，本文数据采用频率 $F_s = 30.72 \times 12 \text{MHz}$ ，传输信道按照 20MHz 计算，邻信道也是 20MHz。因此分别对输入信号、无预失真补偿的功率放大器输出信号和采用预失真补偿的功率放大器输出信号作 Fourier 变换，进而得到功率谱。

得到三类信号的功率谱密度之后，根据 ACPR 的定义表达式(45)，求出三类信号的 ACPR，并用所求的 ACPR 对结果进行分析评价。

5 结果仿真与分析

5.1 无记忆功放

5.1.1 无记忆功放特性函数求解

A 多项式模型

根据文章 5.1.1 节的分析，可知估计参数需要以下 2 个步骤。

- 1) 通过已知输入数据 $\mathbf{x}=[x(1),x(2),...,x(N)]^T$ ，构建数据矩阵 $\mathbf{X}_n=[\mathbf{x},\mathbf{x}^2,...,\mathbf{x}^K]$ 和 $\mathbf{X}_{nA}=[\mathbf{x},\mathbf{x}|\mathbf{x}|,...,\mathbf{x}|\mathbf{x}|^{K-1}]$ ；
- 2) 通过式(8)和式(10)分别得到相应多项式阶数条件下的模型系数。

利用 MATLAB 软件计算，计算得出 7 阶多项式模型估计参数

表 1 无记忆 7 阶多项式模型参数

参数 \hat{H}_n	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7
数值	3.0116	-0.2778	1.9415	-4.6023	-3.2040	8.8443	-3.8001

从表 1 结果可以看出，在无记忆多项式功放系统中，其模型参数均为实数。

同时仿真得到，多项式模型为 19 阶条件下的实际输入输出信号幅值对比曲线图。

图 6 为一般多项式模型的拟合结果，图 7 为和多项式模型的拟合结果。

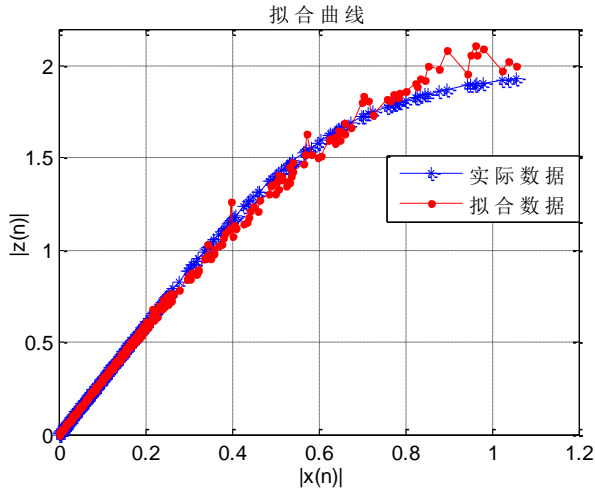


图 6 无记忆多项式模型拟合

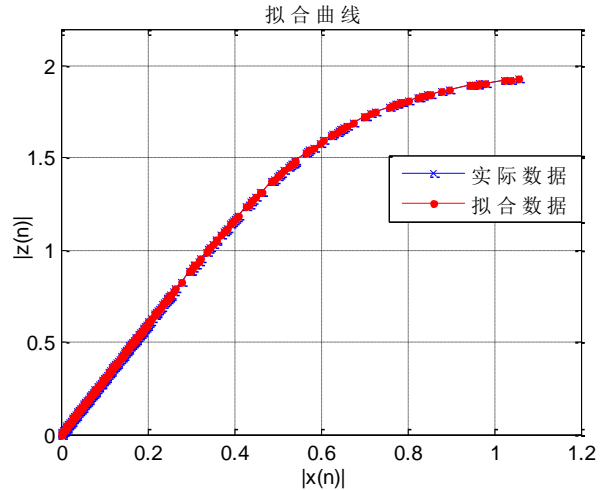


图 7 无记忆和多项式模型拟合

由图 6 可以看出，采用一般多项式模型进行拟合时，在输入数据幅度较小时可以得到比较好的结果，这是因为此时功率放大器的非线性比较弱，而随着输入数据幅度变大，功率放大器的非线性加强，拟合的结果也随之恶化。由图 7 可知，采用和多项式进行拟合的结果要明显好于一般多项式的拟合结果，此方法在功率放大器非线性较强时也会得到较高的拟合精度。

B 正交模型

将矩阵 \mathbf{x} 和矩阵 \mathbf{x}_A 通过式(11)-(13)的施密特正交化方法实现正交化。对已知的无记忆模型中，当多项式阶数 $K=7$ 时， \mathbf{x}_A 的正交化向量与已知向量之间的关系如表 1 所示。

表 2 正交基与原向量关系表

$\beta_{A1} = \mathbf{x}$
$\beta_{A2} = \mathbf{x} \mathbf{x} - 0.6317\mathbf{x}$
$\beta_{A3} = \mathbf{x} \mathbf{x} ^2 - 0.4740\mathbf{x} \mathbf{x} - 0.8729\mathbf{x}$
$\beta_{A4} = \mathbf{x} \mathbf{x} ^3 - 0.3873\mathbf{x} \mathbf{x} ^2 - 0.9975\mathbf{x} \mathbf{x} - 0.6702\mathbf{x}$
$\beta_{A5} = \mathbf{x} \mathbf{x} ^4 - 0.3332\mathbf{x} \mathbf{x} ^3 - 1.0254\mathbf{x} \mathbf{x} ^2 - 1.3809\mathbf{x} \mathbf{x} + 0.3384\mathbf{x}$
$\beta_{A6} = \mathbf{x} \mathbf{x} ^5 - 0.2970\mathbf{x} \mathbf{x} ^4 - 1.0239\mathbf{x} \mathbf{x} ^3 - 1.8657\mathbf{x} \mathbf{x} ^2 - 0.8795\mathbf{x} \mathbf{x} + 2.3962\mathbf{x}$
$\beta_{A7} = \mathbf{x} \mathbf{x} ^6 - 0.2781\mathbf{x} \mathbf{x} ^5 - 1.0142\mathbf{x} \mathbf{x} ^4 - 2.2093\mathbf{x} \mathbf{x} ^3 - 2.1330\mathbf{x} \mathbf{x} ^2 - 1.7350\mathbf{x} \mathbf{x} + 5.032\mathbf{x}$

经过正交化处理之后的新矩阵，通过式(15)和式(16)分别得到相应多项式阶数条件下的模型系数。通过软件求解得到拟合曲线。图 8 为一般多项式模型经过正交化之后的拟合结果，图 9 为和多项式模型经过正交化处理之后的拟合结果。

由图 7 图 8 可以看出，一般多项式模型经正交化后还是没有克服其强非线性时拟合效果较差的缺点，而和多项式经过正交处理后拟合效果与处理前相比变化亦不大。

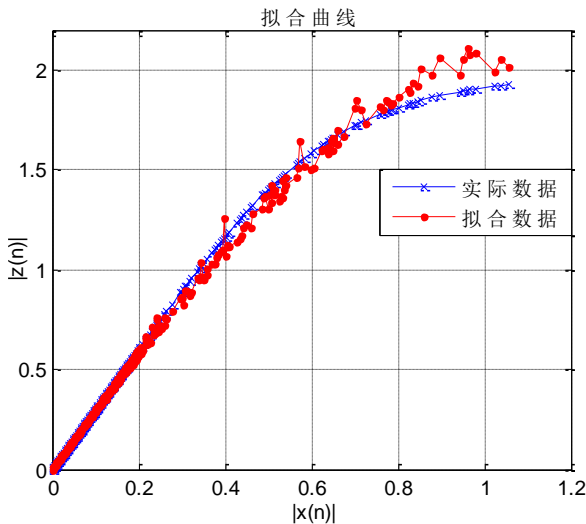


图 8 无记忆多项式正交化模型拟合

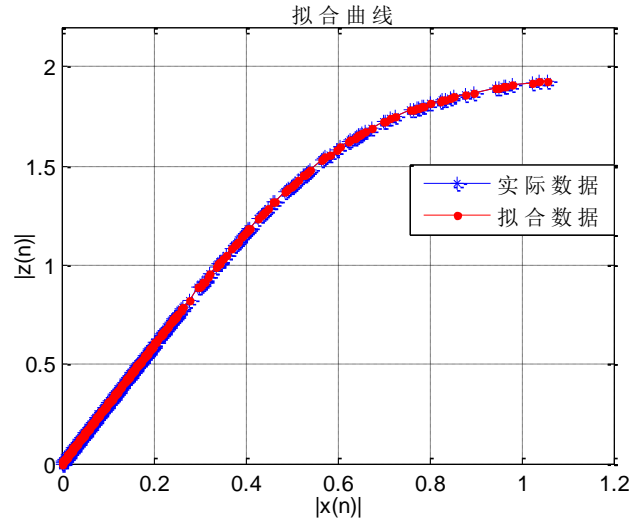


图 9 无记忆和多项式正交化模型拟合

C 准确度定对比

为了评判非线性模型的准确度，需要用 NMSE 来对建立的模型进行评价。且当拟合的结果与实际模型比较接近时，通过画输入输出信号的幅度关系对比图已经不能直观的

分辨出两种方法的拟合结果。如图 7 和图 9 所示, 两种方法基本相同, 那么, 通过式(17)求解两种方法的 NMSE 结果, 可以直观分辨两种方法的准确度。图 10 给出了无记忆的功放非线性特性的四种数学模型从 1 阶到 19 阶的模型归一化均方误差曲线。通过观察曲线, 可以直观的看出不同建模方法的准确度。

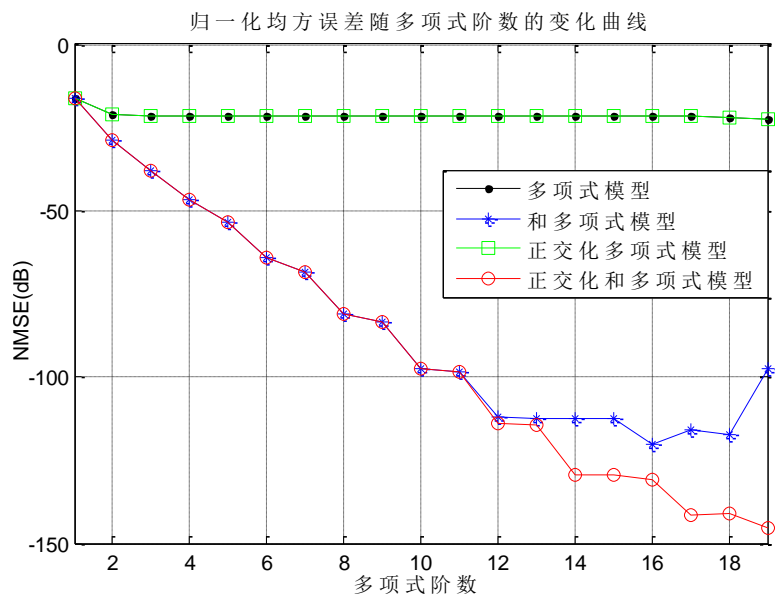


图 10 无记忆模型的 NMSE 对比图

由图 10 可以看出, 多项式模型和正交化多项式模型的归一化均方误差几乎不随多项式阶数的增加而改变, 无法逼近功率放大器的非线性特性。和多项式模型和正交化和多项式模型的归一化均方误差随着多项式阶数的增加而迅速减小, 说明此两种方法可以有效地逼近功率放大器的非线性曲线。当多项式达到一定阶数时, 和多项式模型的归一化均方误差开始出现上下波动, 不再减小。因此, 在多项式模型阶数较大时, 正交化和和多项式模型要优于和多项式模型。

5.1.2 无记忆预失真模型

无记忆预失真处理器的参数估计需要如下几个步骤完成。

- 1) 利用式(19)计算无记忆复合系统线性增益, $G_n=1.8265$;
- 2) 结合图 2 利用式(21)-(23)的方法求出预失真处理器的输出信号 $y(n)$;
- 3) 利用 $y(n)$ 和 $x(n)$ 分别构造 \mathbf{Z}_{nAP} 和 \mathbf{X}_{nAP} ;
- 4) 利用式(24)计算得到预失真器模型参数。

画出复合系统输出 $z(n)$ 与 $y(n)$ 的幅度比值如图 11 所示, 系统输入 $x(n)$ 与 $y(n)$ 的幅度比值如图 12 所示。

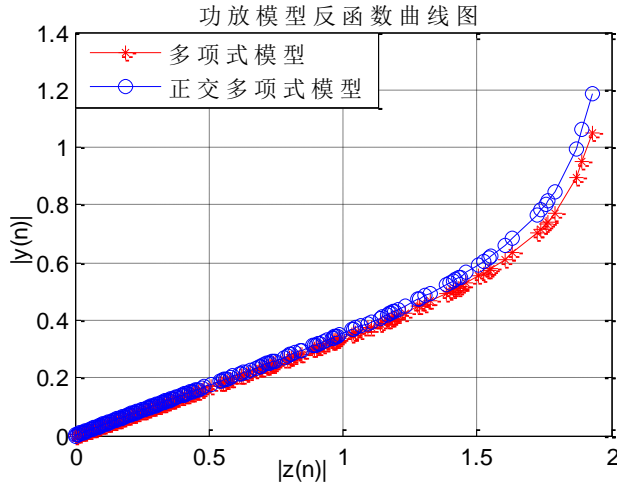


图 11 功放模型反函数

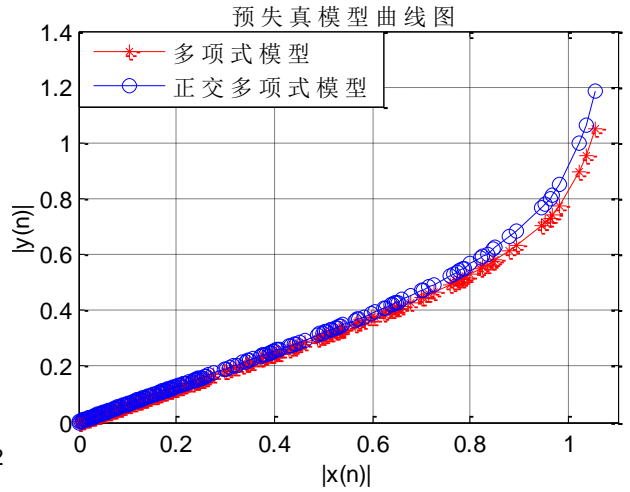


图 12 预失真器模型特性曲线

图 11 为功放模型非线性特性的反函数，可用于由功放的输出反解出输入，图 12 为所要设计的预失真器模型的特性曲线。由图可以看出，两图曲线的形状大体相似，符合预失真器特性是放大器特性的逆这一理论分析，说明以上两种方法建立的预失真模型是正确的。

通过以上求解，利用 $y(n)$ ，通过式(25)，求解得到 7 阶条件下的预失真处理器的多项式模型参数如表 3 所示。

表 3 预失真处理器 7 阶多项式模型参数

预失真模型系数 H_{nAP}	数值
h_1	$0.66416 - 5.80619\text{e-}12\text{i}$
h_2	$-1.37054 - 2.07041\text{e-}10\text{i}$
h_3	$10.91201 + 2.56393\text{e-}09\text{i}$
h_4	$-39.00791 - 9.83906\text{e-}09\text{i}$
h_5	$69.13748 + 1.67761\text{e-}08\text{i}$
h_6	$-59.14873 - 1.32304\text{e-}08\text{i}$
h_7	$19.63886 + 3.94121\text{e-}09\text{i}$

利用估计得到的预失真处理器的参数值和 5.2.1 节中估计得到的功放的模型参数，将信号输入到复合系统中，将复合系统的输出与根据约束条件求解得到的理想输出结果对比如图 13 所示。

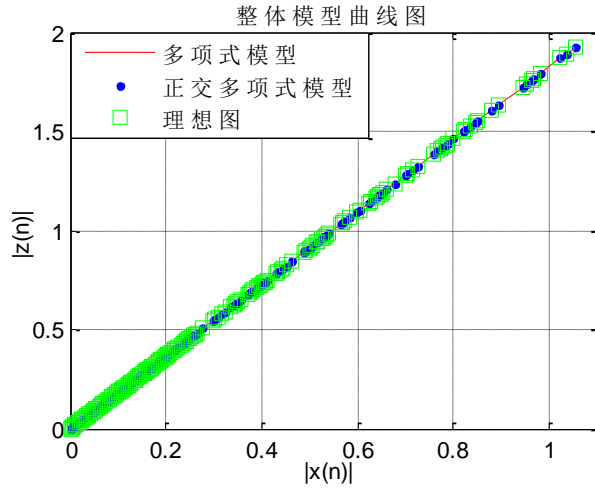


图 13 复合系统特性曲线

由图 13 可知，通过多项式模拟的结果与正交多项式模拟的结果与实际期望结果基本重合，说明模型构建及参数估计的正确性。但是，从图上亦可看出，通过拟合输入输出的幅度比值，已不能直观的对比两种模型的性能。下面给出计算的 NMSE 和 EVM 随着多项式阶数改变的变化曲线图来对比不同模型的性能。

当预失真处理器的模型阶数增加时，复合系统的性能将得到提高。根据式(17)计算，给出了图 14 系统的 NMSE 随着模型阶数从 3-19 阶的值的变化的情况。根据式(18)计算给出了系统的 EVM 随着预失真系统阶数从 3-10 阶增加时的变化情况如图 15 所示。

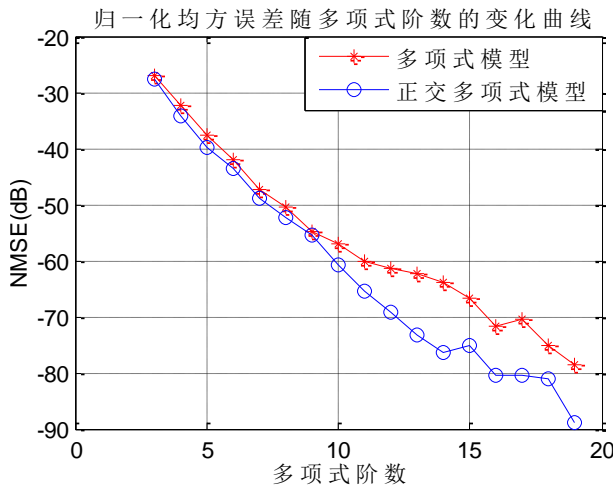


图 14 复合系统 NMSE 随模型阶数变化图

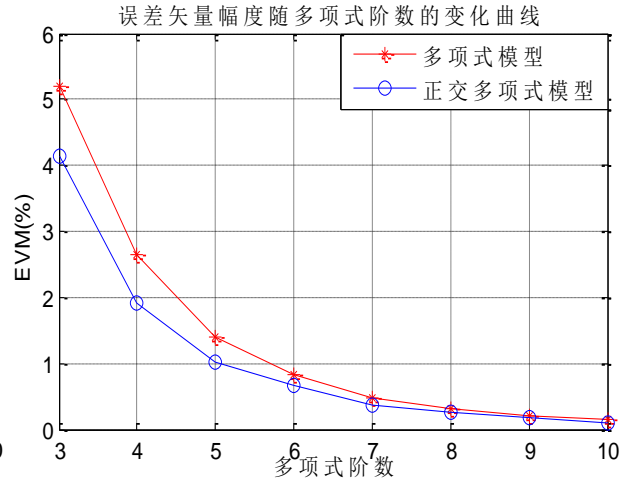


图 15 系统误差矢量随阶数变化图

图 14 所示结果显示，正交和多项式模型的准确度高于和多项式模型，且当多项式阶数 $K > 10$ 时，正交和多项式模型的性能优越性更加明显。当多项式阶数 $K > 14$ 时，两种方法的 NMSE 均出现一定的震荡。如果在实际的应用中，对于两种方法的选取，应该综合模型的整体性能和算法的复杂度，从模型的建立和求解过程可知，正交化和多项式模型计算更复杂。

图 15 显示了整体模型对信号幅度的失真程度随着多项式阶数增加的变化曲线。由图可知，正交和多项式模型的幅度失真较和多项式模型小，但是随着系统多项式阶数增

加，两个模型的失真程度越接近，当多形式阶数 $K > 6$ 时，两个模型的幅度失真基本相同。

5.2 有记忆功放

5.2.1 有记忆功放特性函数参数估计

对于 5.2.1 节建立的有记忆一般多项式模型，其求解方法与无记忆模型相同。解算方法与无记忆模型的区别在于输入信号所构造的矩阵不同，待估计的参数数量不同。其计算步骤为，

- 1) 根据式(28)中所含矩阵的结构，构造矩阵 \mathbf{x}_{hA} ；
- 2) 然后利用式(29)即可估计得到有记忆的功放特性模型的参数值。

同时，也可将 \mathbf{x}_{hA} 进行正交化处理，再估计模型参数。表 4 给出了多项式阶数 $K=3$ ，记忆深度 $M=2$ 的模型参数估计结果。

表 4 有记忆功放多项式模型参数

预失真模型系数 \mathbf{H}_{hAP}	数值
h_{10}	$2.6491 + 1.3193i$
h_{11}	$12.8923 - 6.0183i$
h_{13}	$-7.2751 + 4.2061i$
h_{20}	$5.5537 + 1.9981i$
h_{21}	$1.3665 - 0.3246i$
h_{22}	$0.0382 + 0.7153i$
h_{30}	$-7.2502 - 2.7754i$
h_{31}	$-0.1585 + 0.3985i$
h_{32}	$-0.1612 - 0.7132i$

当多项式阶数 $K=5$ ，模型记忆深度 $M=5$ 时，画出实际输出信号与输入信号的幅度比同估计系统的输出与输入幅度比值图，如图 16 和图 17 所示。

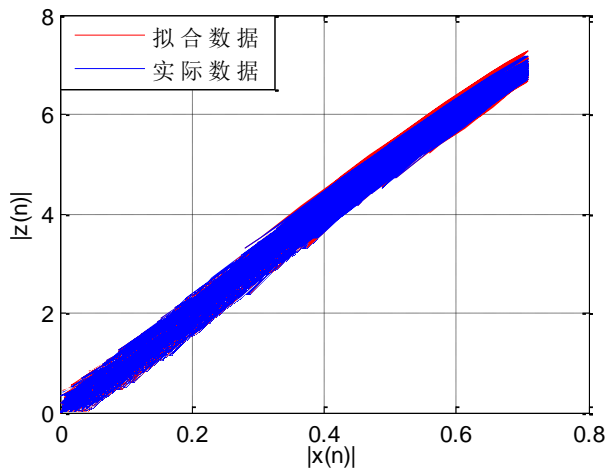


图 16 有记忆功放拟合（全部点）

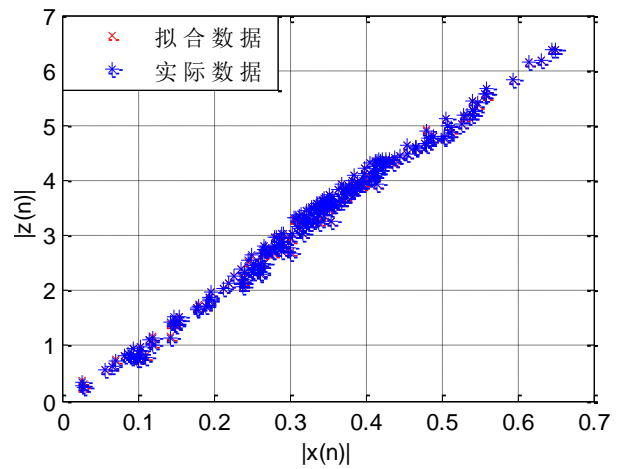


图 17 有记忆功放拟合（局部点）

图 16 所示的结果可以看出，利用估计参数计算得到的拟合结果与实际结果基本重

合。为了更清晰显示实际数据与拟合数据的重合程度，选取其中 200 个点作为对比，结果如图 17 所示的散点图。由图可知，实际数据与拟合的数据的重合度很高。为了进一步判断系统参数估计的准确度，下面讨论估计结果的 NMSE。

为了评价系统的准确度，图 16 和图 17 所示的结果不能作为评价标准。因为系统模型不仅与多项式的阶数有关，还与模型的记忆深度有关。为了更好的评价系统准确度随着多项式阶数 k 和模型记忆深度 M 的变化情况，图 18 和图 19 分别给出了多项式系统和正交多项式系统准确度随着 k 和 M 变化的变化情况。

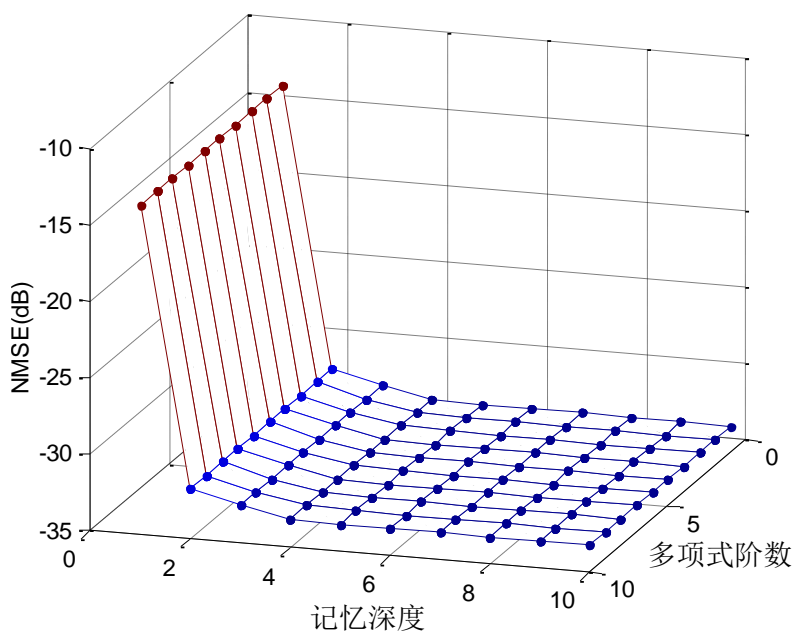


图 18 有记忆多项式系统 NMSE 图

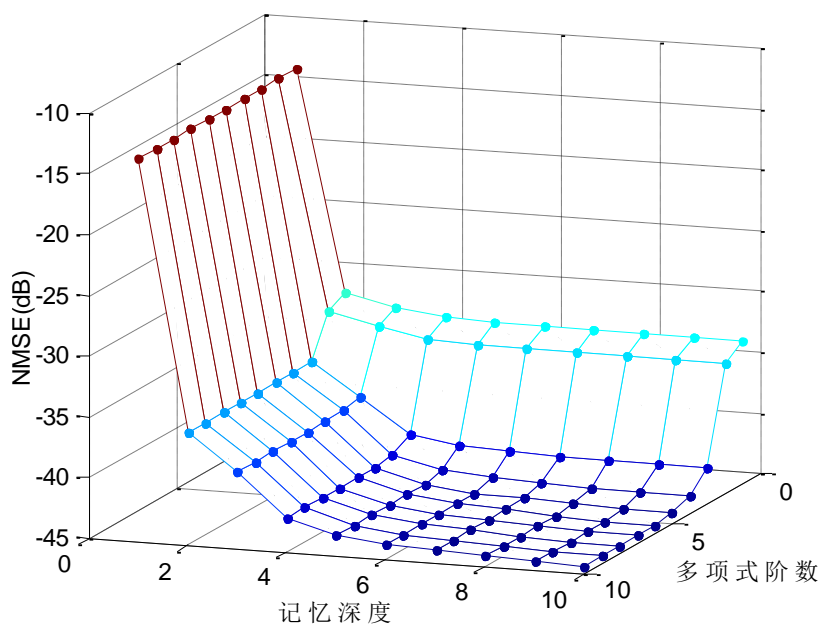


图 19 有记忆正交多项式系统 NMSE 图

由图 18 可知，系统采用和多项式模型时，随着记忆深度的增加，系统性能得到提高，且当系统从 1 阶增加到 2 阶时，性能提高最为明显。这是由于当 $M=1$ 时，系统是无

记忆的,而实际的输入输出数据是有记忆系统产生的,所以 $M=1$ 时系统性能很差,当 $M \geq$ 时为有记忆系统,因而在 $M=1,2$ 处性能提高最显著。当记忆深度增加到 5 阶之后,系统性能趋于稳定值-35dB。从图中还可看出,随着多项式阶数的增加,系统性能并没有随之提高。

由图 19 可知,随着系统的多项式阶数的增加,系统性能得到提高。但是如果系统记忆深度较小,即使系统的多项式阶数增加,系统的性能也几乎不变。随着系统记忆深度的增加,系统性能也得到提高,如果系统非线性阶数很小,即使记忆深度增加,系统性能也将得不到改善。当系统的多项式阶数和记忆深度均大于一定值时,系统的性能将趋于一个相对稳定的值-45dB。由于 K 和 M 的增加会使得模型的计算量大大增加,那么,通过观测图 19 将可以选择一组理想的比较 K 和 M , 使得系统在相应的模型下,利用最小的计算量能够到达较好的估计状态。由图可知,对于本模型, K 和 M 理想的一组值为 $(K=4, M=5)$ 。

对比图 18 和图 19 可知,在有记忆功放模型中,正交多项式模型具有优于多项式模型的性能特性。且当多项式阶数和记忆深度较大时,正交多项式模型显著优于多项式模型, NMSE 高出 10dB。

5.2.2 有记忆预失真模型

A 直接级联预失真处理

采用直接估计法求解系统的预失真估计器模型参数,主要由一下需要一下几个步骤。

- 1) 利用式(30)求出复合系统增益 $G_h = 9.605$;
- 2) 通过式(31)得出复合系统输入端输入信号 $x_h(n)$;
- 3) 构建 $\mathbf{Z}_{hA}, \mathbf{X}_{hA}$ 矩阵、向量;
- 4) 利用式(33)估计得到预失真处理器的多项式模型参数;

经过软件计算,当多项式阶数 $K=3$, $M=2$ 时,得到预估计处理器系统的模型参数为

表 5 预失真处理器模型参数表

预失真模型系数	数值
h_{10}	1.67914 - 0.11809i
h_{20}	-0.78543 - 0.25481i
h_{30}	0.91628 + 0.37627i
h_{11}	-1.29818 + 0.59455i
h_{21}	0.52207 - 0.04696i
h_{31}	-0.65639 - 0.05259i
h_{12}	0.74381 - 0.41494i
h_{22}	-0.37093 + 0.01919i
h_{32}	0.40670 + 0.01954i

为了验证复合系统的线性特性,分别画出预失真处理器、功放和复合系统的输入输

出信号幅度比值曲线图，如图 20-图 22 所示。

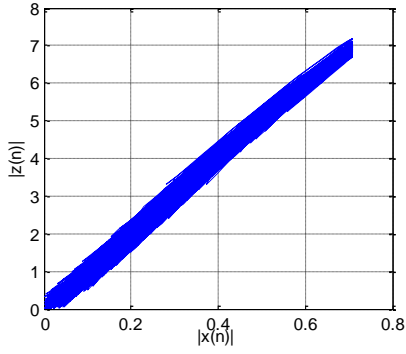


图 20 功放特性

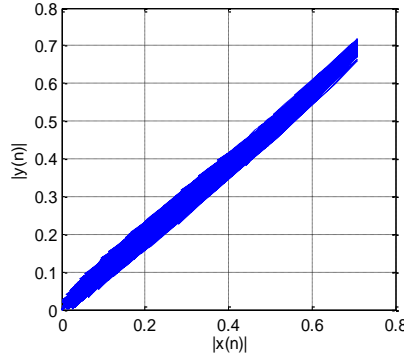


图 21 预失真器特性

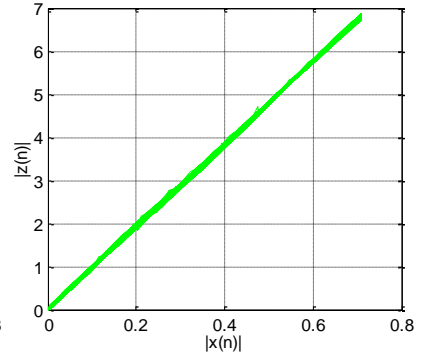


图 22 复合模型特性

从图 20-图 22 所示结果可以看出，系统满足了题设要求的输出幅度约束和功率最大化约束条件。从图 22 所示可知，复合系统为线性系统，即是利用一般的多项式反推预失真模型的有效性，但是，从特性曲线比较宽，从而说明该模型的缺陷，即使系统性能较差。为了进一步研究此方法的系统性能，下面画出系统性能曲线，如图 23 和图 24 所示。

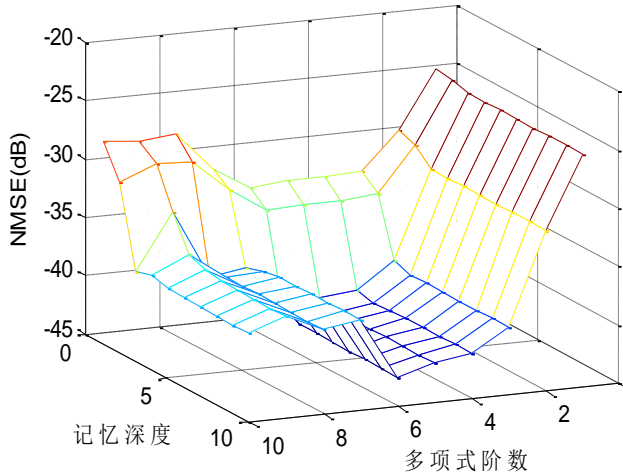


图 23 有记忆系统 NMSE 特性图

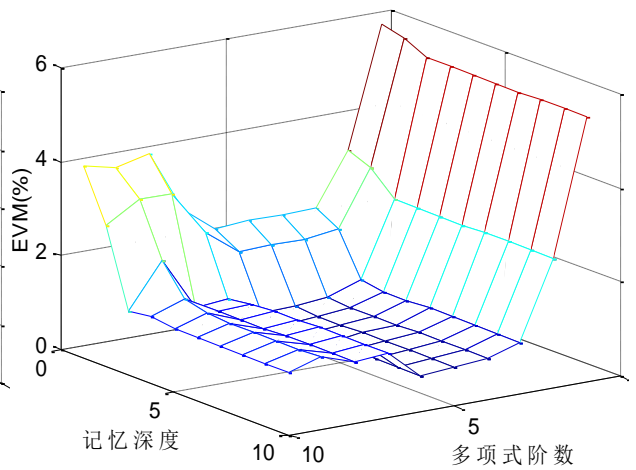


图 24 有记忆系统 EVM 特性图

由图 23 和图 24 所示，随着系统记忆深度的增加，系统性能变好，当系统记忆深度大于 3 之后，随着记忆深度增加，性能不变。随着系统的多项式阶数的增加，系统的性能得到提高，当多项式阶数增加到 3 之后，性能达到一个比较稳定的值， $NMSE=45dB$ 。当多项式阶数再增加时，系统性能变坏。产生这个现象的原因也是两个有记忆的多项式模型级联在一起造成的。

B 自适应预失真

根据 5.2.2 节的分析，可知将自适应预失真系统参数估计可分为以下几步。

- 1) 利用式(30)得到理想复合系统的线性增益 G_h ；
- 2) 利用式(50)得到理想复合系统输出 $z_d(n)$ ；
- 3) 自适应系统参数初始化 $\mathbf{H}_{hAP}(0)=[1,1,\dots,1]^T$ ， $\mu=0.45$ ；
- 4) 利用式(51)得到功放逆系统 $G^{-1}(x)$ 参数 \mathbf{H}_{hInv} ；

- 5) 将理想系统输出 $z_d(n)$ 经过 $G^{-1}(x)$ 系统，得到预失真系统理想输出 $y_d(n)$ ；
- 6) 实际输入信号经过预失真系统，如式(52)；
- 7) 利用式(38)计算系统误差 $e(n)$ ；
- 8) 利用系统误差更新权值， $\mathbf{H}_{hAP}(n+1) = \mathbf{H}_{hAP}(n) - \mu e(n) \mathbf{X}_p(n)$ ；
- 9) 重复 4)到 8)，直至系统收敛。

假设多项式阶数 $K=3$ ，记忆深度 $M=2$ ，求得预失真和多项式系统的模型参数如表 6 所示

表 6 自适应和多项式预失真系统参数	
预失真模型系数 \mathbf{H}_{hAP}	数值
h_{10}	$1.7639 - 0.1241i$
h_{11}	$-1.3637 + 0.6246i$
h_{13}	$0.7814 - 0.4359i$
h_{20}	$-0.8668 - 0.2812i$
h_{21}	$0.5761 - 0.0518i$
h_{22}	$-0.4093 + 0.0212i$
h_{30}	$1.0622 + 0.4362i$
h_{31}	$-0.7609 - 0.0610i$
h_{32}	$0.4715 + 0.0227i$

下面给出复合系统的实际输入输出特性图与理想输入输出特性图。

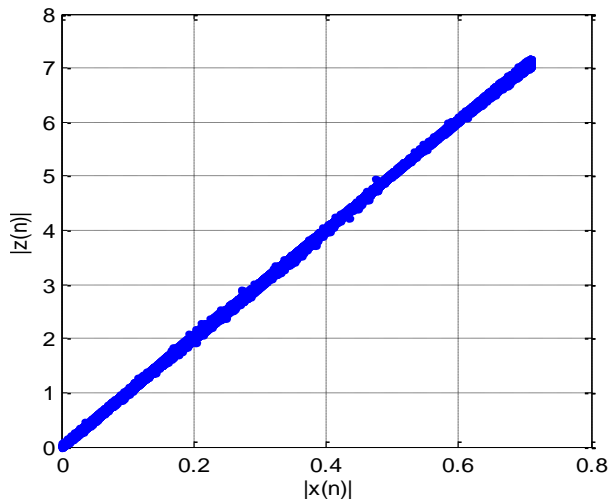


图 25 自适应复合系统实际输出特性

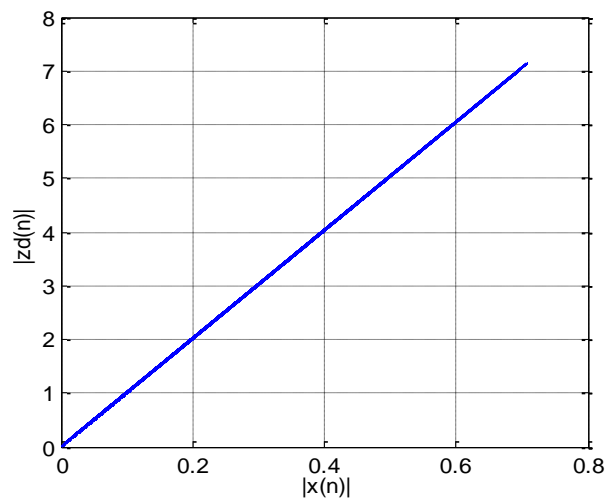


图 26 复合系统理想输出特性

将图 25 的实际输出特性与图 26 理想系统的输出特性相比较可以看出，经过自适应系统预失真处理之后的输入信号再经过功放，得到的输出信号与输入信号满足线性化要求。且实际输出的最大功率与理想的输出的最大功率相等（最大输出信号幅度与输入信号幅度比值相等），即该系统满足功率最大化原则，下文做详细讨论。同时，图 25 结构也可以看出，输出特性曲线较宽，且有些毛刺，这是因为自适应系统的自适应的调整预失真器的参数，而没有调整功放的参数，所以在只能提高预失真器的参数精度，进而复合系统的出现图 25 的现象。

对于系统的线性增益 G_k 的计算，如果按式(30)计算，得到实际最大输出幅度比值不一定刚好等于理想最大输出幅度比。图 27 给出了选择不同系统增益情况下的实际输出信号与输入信号最大幅度比。

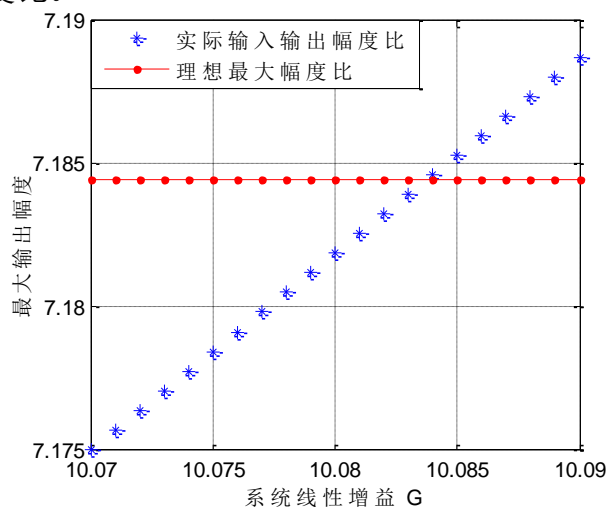


图 27 实际线性增益与最大输出幅度关系图

图 27 显示了系统线性增益的不同取值对系统最大输出幅度的影响。由图可知，只有当系统线性增益 $G < 10.84$ 时，系统才满足最大输出功率限制的条件。

图 28 和图 29 分别给出了自适应预失真系统的 NMSE 和 EVM 图。

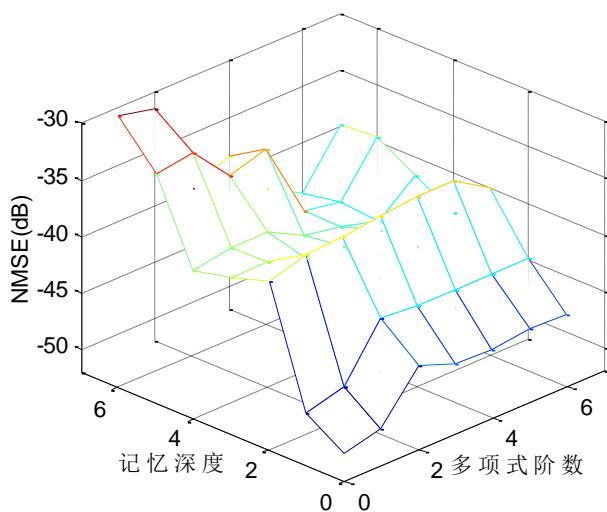


图 28 有记忆自适应系统 NMSE 图

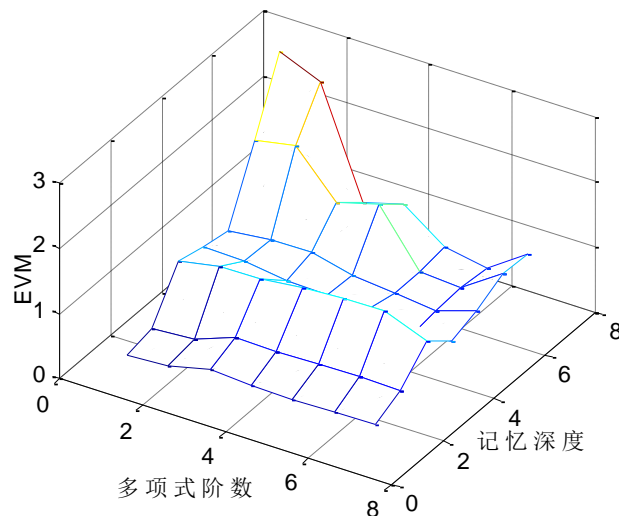


图 29 有记忆自适应系统 EVM 图

图 28 和图 29 所示结果，可知，记忆深度小时，随着多项式阶数的增加，系统性能变化较小，稍有变差的趋势；当记忆深度较大时，随着多项式阶数的增加，系统性能提高。

5.3 ACPR 仿真分析

根据 ACPR 计算公式，对比输入信号、没有经过预失真处理的功放输出信号和经过预失真处理再经过功放系统的输出信号的功率谱密度。

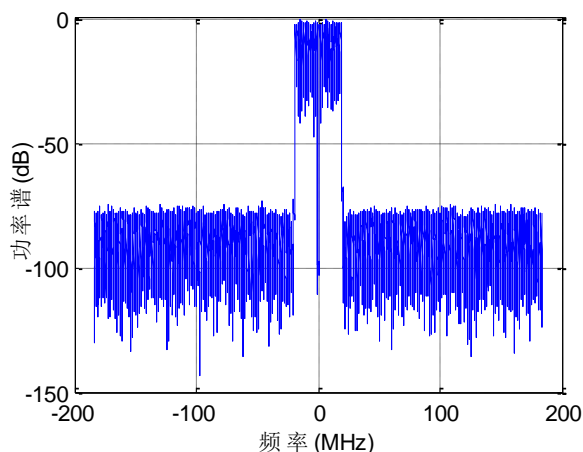


图 30 输入信号功率谱密度

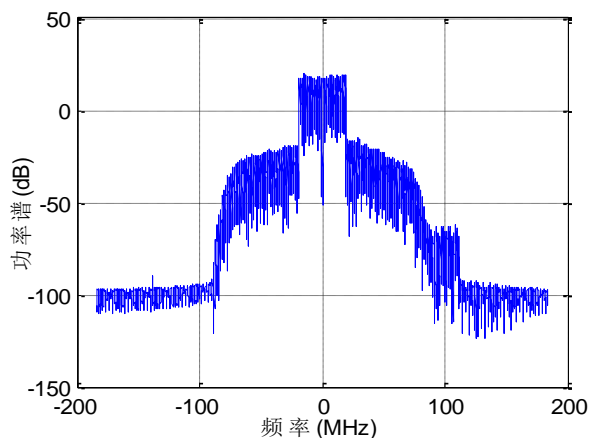


图 31 没有预失真补偿输出信号功率谱密度

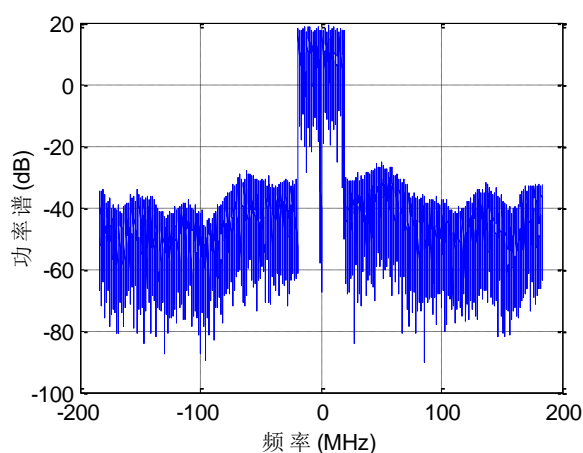


图 32 预失真补偿后输出信号功率谱密度
(直接法)

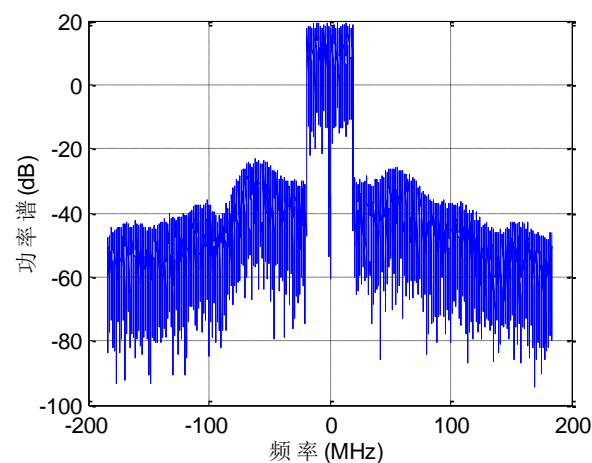


图 33 预失真补偿后输出信号功率谱密度
(自适应)

表 7 三类信号的 ACPR 结果比较

信号类别	输入信号	未补偿输出	直接发补偿后输出	自适应补偿输出
ACPR(dB)	-78.4687	-37.2605	-51.9625	-49.1352

由以上图表可以看出，输出信号的能量都集中在 0 到 20MHz 频率区间内，此频率区间之外全是噪声；而预失真补偿前功放输出信号的能量明显向其相邻信道有了泄露，即信号通过功率放大器后产生了新的频率分量，对其相邻信道产生了影响；经过预失真补偿后，功率放大器的输出信号的频率泄露问题有了明显的改善，信号的能量大都集中在 0 到 20MHz 频率区间内。由表 7 所示的 ACPR 结果也可以很好地反映出这一结论，本文提出的预失真模型能够有效地补偿功率放大器的非线性特性，使信号通过功率放大器后可以保持一个良好的线性关系。

6 模型的分析与评价

对比本文中应用到的四种多项式模型，一般多项式模型、和多项式模型、正交一般多项式模型以及正交和多项式模型。通过实验数据，利用这四种模型估计无记忆功率放大器的模型参数，然后将输入信号通过构造的新模型得到的输出与实际输出比较发现，和多项式模型的性能更加优越，更加可靠。通过仿真验证，输入信号构建的矩阵经过正交化处理之后，构建的模型在多项式阶数比较大时，系统取得更好的性能。但是经过正交化处理之后的模型，估计得到的参数不是实际构建的多项式系统参数，还需要经过一定的换算，这个过程也就增加了系统的复杂度。所以综合评价，和多项式模型是比较优越的功率放大器系统模型。

在实现预失真系统建模并求解参数的过程中，本文用到两种方法获取预失真处理器的输入输出端信号。其一是在无记忆系统功放系统中的，利用功放的逆系统，将理想输出信号经过功放逆系统，得到预失真器的理想输出信号，那么实际输入与理想输出构成一组已知数据。其二是根据复合系统的线性化约束，利用理想输出信号除以理想增益得到理想输入信号，理想输入与功放端的输入构成一组已知数据。虽然两种构造数据的方法不同，一是由后向前，一是从前往后，但是实质上原理是相同的，都是利用复合系统的线性化原则。

本文建模的重点不仅在于系统模型的构建和参数的估计，还在于选择合理的模型阶数和记忆深度。而通过实际数据的仿真为选取合理的模型阶数和记忆深度提供了有效的方法，但是，对于这两个数据的选取不光需要考虑系统的性能参数 NMSE 和 EVM，还应该考虑系统实现的复杂度。对于无记忆功放系统，模型参数的个数等于其阶数，所以为了达到更高的系统性能，可以选取阶数较高的模型。而对于有记忆系统，当模型的阶数和记忆深度增加到一定量级时，再增加参数的数量性能反而降低，所以通过仿真的数据，可以找到合理的模型阶数。例如，在本文中的模型，当功放的阶数为 5，记忆深度等于 5 时，性能已经达到一个相对稳定的值，即使再增加参数数量也不能提高性能，反而增加了系统结算的复杂度，得不偿失。

对于有记忆的功放预失真处理器建模及参数估计的方法，本文利用两种方法实现，其一是直接构造预失真器两端的输入输出信号，由 LS 算法解算其参数。算法直接，简单，易于理解。但是，在实际的应用当中，功率放大器的特性会随着其工作的时候以及工作的环境的改变而变化，那么，直接求解的方法将面临这样的问题，即是模拟的功放参数已经不能满足实际功放，从而导致系统达不到预失真的目的。利用自适应算法来实现预失真系统模型参数估计，可以根据放大器的性能变化来调整系统模型参数，从而使复合系统的满足实时线性化的要求。

ACPR 用来评价由于非线性效应所产生的新频率分量对信道的影响程度。通过观测

输入和不同系统的输出信号的功率谱图，就可看出预失真系统的线性化在频域的重要作用，以及评价不同模型的优劣作为参考。而 ACPR 以数值的方式给出这种影响更直观的评价。

总体来说，本文所采用的构建功放和预失真系统所采用是最为简单和常见的多项式模型，但是该模型的求解简单直观，更为实用。但是，针对多项式功放系统建模仍然需要进一步的研究，因为系统性能不光与模型的阶数有关，还与多项式的结构有关，例如多项式的某一次项或许会对系统造成很大的影响。所以，多项式系统建模还需要更加深入的研究。

7 拓展研究及思考

在本文形成的过程中，建模和实验的过程查阅了许多相关的资料，了解到功率放大器的非线性建模和预失真处理是一个非常博大的课题。经过前人的不断努力，针对这一问题的方法已经很多。但是，由于时间和精力有限，还有许多值得深入研究和探讨的问题。主要包括：

- 1) 由奇数或者偶数阶构成的多项式模型对于构建功放系统模型能否有有理的因素，或者在增加少数参数的同时更容易提高系统性能；
- 2) 研究除 LS 算法以外的其他求解模型参数的算法，例如神经网络算法，遗传算法等；
- 3) 在画输入信号功率谱时，发现输入信号含有比较大的噪声，那么，在研究的过程中，如果考虑对输入信号的噪声处理过后再对系统参数辨识，能否得到更好的结果；
- 4) 研究更加合理的，贯穿整个预失真功放系统的自适应算法。

参考文献

- [1] B. Ai, Z. X. Yang, C. Y. Pan, S. G. Tang, and T. T. Zhang. Analysis on LUT Based Predistortion Method for HPA with Memory [J]. IEEE Trans. on Broadcasting, 53(1):127-131, 2007.
- [2] C. Eun and E. J. Powers. A New Volterra Predistorter Based on the Indirect Learning Architecture [J]. IEEE Trans. On Signal Processing, 45(1):223-227, 1997.
- [3] E. Cottais, S. Nomm, Y. Wang, S. Toutain, and C. Moog. Baseband Adaptive Predistorter to Linearize Power Amplifiers with Memory [A]. 34th European Microwave Conference [C]. Amsterdam, Netherlands, 189-192, 2004.
- [4] 钱业青, 姚天任. 记忆非线性功率放大器的神经网络预失真[J]. 计算机工程与应用, 40(21):100-103, 2004.
- [5] 闫彩明. 自适应预失真器的设计与实现[D], 成都: 电子科技大学, 2009.
- [6] 田松. B3G 和 OFDM 调制与预失真技术研究 with 实现[D], 成都: 电子科技大学, 2007.
- [7] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.
- [8] Raviv Raich, et al. Orthogonal Polynomials for Power Amplifier Modeling and Predistorter Design. IEEE Trans. Vehicular technology, 53(5):1468-1479, 2004.
- [9] 张全新, 施密特(Schmidt)正交化的几何意义[J]. 数学通报, 11: 245-249, 1999.
- [10] J. H. K. Vuolevi, T. Rahkonen, and J.P.A. Manninen Measurement Technique for Characterizing Memory Effects in RF Power Amplifiers [J]. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 49(8):1383-138, 2001.
- [11] 冯培梯. 系统辨识[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2004.
- [12] 贾建华, 刘洋. 自适应预失真射频功率放大器线性化[J]. 同济大学学报(自然科学版), 33(10): 1377-1379, 2005.
- [13] 黄圣, 胡泽鑫, 龚文斌. 一种具有普适性的功放线性化预失真方案[J]. 计算机应用研究, 29(5): 1854-1859, 2012.
- [14] 闫彩明. 自适应预失真器的设计与实现[D], 成都: 电子科技大学, 2009.