

有 关 说 明

2004 年全国部分高校研究生数学建模竞赛组织委员会、评审委员会热烈欢迎广大研究生参加竞赛，接受挑战，真心预祝你们在竞赛中充分发挥自己的聪明才智，团结协作，顽强拼搏，赛出风格，赛出水平。衷心希望你们通过竞赛增长才干，提高能力。

本次竞赛共有 A、B、C、D 四道赛题，每队可任选一题参赛，只要在九月二十日十八时之前寄出参赛论文都可以参加评奖。但是由于赛题的难度不可能完全相同，差异在所难免。因此，在评奖中既要考虑四条题目之间的大致平衡，也会考虑到题目的难易程度，向选择难度较大题目的参赛队有所倾斜，特此说明。

由于各种原因，参赛队也有可能对题目有疑问，可以在 www.shumo.com 的网页上贴出疑问，我们将请命题人在同一网页尽快作出回答，以提高效率。但绝对不应借此进行讨论，请各参赛队自觉遵守竞赛纪律。

竞赛仅仅是个手段，不是目的。因此，我们真诚欢迎广大研究生竞赛后对赛题继续进行深入地讨论，中国数学建模网页将为大家提供交流的平台。在评奖中可能参考这里的结果，更重要的是争取把这些真刀真枪的实际问题解决得更好，扩大数学建模活动的影响，同时也进一步提高我国数学建模活动的水平。评审委员会将选择讨论中出现的优秀成果（包括少量的竞赛优秀论文）在核心期刊上发表。

研究生和教师是数模活动的主体，我们真诚地盼望能经常听到你们的意见与建议，让我们共同努力把这一活动办得既扎实又有成效。

补 充 通 知

各参赛队：

关于竞赛的几个具体问题通知如下：

- 1、 竞赛采用统一封面，请与题目一同下载。
- 2、 参赛队号已正式通知各校，为防止通信出现差错，各校的参赛队号表也与题目公布在一起备查。
- 3、 鉴于有部分学校分几次报名，有的学校对报名表的顺序没有足够地重视，也有参赛队的成员已发生变化，同时防止组委会登记工作中出现错误，请每个参赛队务必重填报名表，并由学校竞赛负责人分配属于本校的队号，不要发生本单位内或本单位与外单位重号现象。重填后的报名表应装订于论文的封面前。

B 题：实用下料问题

“下料问题 (cutting stock problem)”是把相同形状的一些原材料分割加工成若干个不同规格大小的零件的问题，此类问题在工程技术和工业生产中有着重要和广泛的应用。这里的“实用下料问题”则是在某企业的实际条件限制下的单一材料的下料问题。

现考虑单一原材料下料问题。设这种原材料呈长方形，长度为 L ，宽度为 W ，现在需要将一批这种长方形原料分割成 m 种规格的零件，所有零件的厚度均与原材料一致，但长度和宽度分别为 $(l_1, w_1), \dots, (l_m, w_m)$ ，其中 $w_i < l_i < L, w_i < W, i = 1, \dots, m$ 。 m 种零件的需求量分别为 n_1, \dots, n_m 。下料时，零件的边必须分别和原材料的边平行。这类问题在工程上通常简称为二维下料问题。特别当所有零件的宽度均与原材料相等，即 $w_i = W, i = 1, \dots, m$ ，则问题称为一维下料问题。

一个好的下料方案首先应该使原材料的利用率最大，从而减少损失，降低成本，提高经济效益。其次要求所采用的不同的下料方式尽可能少，即希望用最少的下料方式来完成生产任务。因为在生产中转换下料方式需要费用和时间，既提高成本，又降低效率。此外，每种零件有各自的交货时间，每天下料的数量受到企业生产能力的限制。因此实用下料问题的目标是在生产能力容许的条件下，以最少数量的原材料，尽可能按时完成需求任务，同时下料方式数也尽量地小。请你们为某企业考虑下面两个问题。

1. 建立一维单一原材料实用下料问题的数学模型，并用此模型求解下列问题，制定出在生产能力容许的条件下满足需求的下料方案，同时求出等额完成任务所需的原材料数，所采用的下料方式数和废料总长度。单一原材料的长度为 3000mm，需要完成一项有 53 种不同长度零件的下料任务。具体数据见表一，其中 l_i 为需求零件的长度， n_i 为需求零件的数量。此外，在每个切割点处由于锯缝所产生的损耗为 5mm。据估计，该企业每天最大下料能力是 100 块，要求在 4 天内完成的零件标号 (i) 为：5, 7, 9, 12, 15, 18, 20, 25, 28, 36, 48；要求不迟于 6 天完成的零件标号 (i) 为：4, 11, 24, 29, 32, 38, 40, 46, 50。（提示：可分层建模。（1）. 先考虑用材料既少，下料方式又少的模型，或先仅考虑所用材料最少的模型及增加一种下料方式大致相当于使原材料总损耗增加 0.08% 情况下的最佳方案。（2）. 在解决具体问题时，先制定 4 天的下料方案，再制定 6 天的下料方案，最后制定 53 种零件的下料方案。这一提示对第 2 题也部分适用。）

表一 需求材料的数据										单位：mm
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_i	1743	1680	1532	1477	1313	1285	1232	1217	1180	1177
n_i	4	216	104	38	4	60	4	8	6	10
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
l_i	1105	1055	1046	1032	1030	975	893	882	847	845
n_i	8	2	4	8	8	2	8	301	6	38
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
l_i	830	795	766	745	732	719	714	690	665	633
n_i	30	8	4	4	34	18	4	4	90	30
i	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
l_i	630	600	590	588	582	578	540	488	455	434

n_i	30	212	108	482	196	8	32	4	52	42
i	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
l_i	420	415	414	411	405	328	313	290	275	265
n_i	8	8	8	60	136	4	68	286	502	286
i	51	52	53							
l_i	255	184	155							
n_i	292	57	24							

2. 建立二维单一原材料实用下料问题的数学模型, 并用此模型求解下列问题. 制定出在企业生产能力容许的条件下满足需求的下料方案, 同时求出等额完成任务所需的原材料块数和所需下料方式数. 这个问题的单一原材料的长度为 3000mm, 宽度为100mm, 需要完成一项有43种不同长度和宽度零件的下料任务. 具体数据见表二, 其中 l_i, w_i, n_i 分别为需求零件的长度、宽度和数量. 切割时的锯缝可以是直的也可以是弯的, 切割所引起的锯缝损耗忽略不计. 据估计, 该企业每天最大下料能力是20块 要求在4天内完成的零件标号(i)为: 3, 7, 9, 12, 15, 18, 20, 25, 28, 36.

表二 需求材料的数据 单位: mm

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_i	1105	1055	1046	1032	1030	975	893	882	847	845
w_i	30	20	50	30	20	50	30	20	30	30
n_i	24	6	12	24	24	6	24	1001	20	108
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
l_i	830	795	766	745	732	719	714	690	665	633
w_i	30	20	35	30	30	30	50	30	20	30
n_i	90	40	12	12	68	54	10	12	270	90
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
l_i	630	600	590	588	582	578	540	488	455	434
w_i	30	35	20	20	30	20	50	20	20	30
n_i	90	612	508	2082	496	24	62	20	162	92
i	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
l_i	420	415	414	411	405	328	313	290	275	265
w_i	20	30	20	30	20	30	50	30	20	30
n_i	40	24	40	180	536	12	128	686	2002	686
i	41	42	43							
l_i	255	184	155							
w_i	30	20	50							
n_i	692	357	52							

