厦门大学《数字信号处理》期中试题·答案

考试日期：2015.11　信息学院自律督导部整理

自律督导部

1、

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} t\delta(2t-1)\mathrm{d}t = 0.5$

(2) $\int_{0_-}^{\infty} \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})\delta(t)\mathrm{d}t = \int_{0_-}^{\infty} \cos(-\frac{\pi}{3})\delta(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}$

(3) $\int_{0_-}^{0_+} \mathrm{e}^{-3t}\delta(-t)\mathrm{d}t = \int_{0_-}^{0_+} \mathrm{e}^{-3t}\delta(t)\mathrm{d}t = \int_{0_-}^{0_+} \delta(t)\mathrm{d}t = 1$

(4) 0　(5) 1/3　(6) $e^{-1}+1$ (7) $e^{-j\omega t_0}$

2、

(1)线性 时不变 因果;　　　(2)线性 时不变 因果;

(3)线性 时变 因果;　　　(4) 线性 时不变 非因果

3、

解　因方程的特征根$\lambda = -3$，故有

$$x_1(t) = \mathrm{e}^{-3t} \cdot \varepsilon(t)$$

当 $h(t) = \delta(t)$时，则冲激响应

$$h(t) = x_1(t) * [\delta'(t) + \delta(t)] = \delta(t) - 2\mathrm{e}^{-3t} \cdot \varepsilon(t)$$

阶跃响应

$$s(t) = \int_0^t h(\tau)\mathrm{d}\tau = \frac{1}{3}(1 + 2\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$$

4、

解（1） $H(j\omega)=\dfrac{2}{(j\omega)^2+8j\omega+15}=\dfrac{1}{j\omega+3}-\dfrac{1}{j\omega+5}$ 2 分

$$h(t)=e^{-3t}u(t)-e^{-5t}u(t) \qquad 3 \text{ 分}$$

（2） $X(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega+4}$ 2分

$$Y(j\omega)=\frac{2}{(j\omega+4)(j\omega+3)(j\omega+5)}=\frac{1}{j\omega+3}+\frac{1}{j\omega+5}-\frac{2}{j\omega+4}$$

$$y(t)=e^{-3t}u(t)+e^{-5t}u(t)-2e^{-4t}u(t) \qquad 3\text{分}$$

5、

解

$$f(t)=f_1(t)*f_2(t)=f_1^{(-1)}(t)*f_2'(t)$$

$$f_1^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)\right]dt=R(t)-R(t-2)$$

$$f_2'(t)=2\delta(t+2)-3\delta(t-2)=\delta(t-4)$$

所以 $f(t)=2R(t+2)-2R(t)-3R(t-2)+4R(t-4)$

将 $t=2,t=3,t=4$ 分别代入上式，可求得

$$f(2)=2R(4)-2R(2)-3R(0)+4R(-2)=4$$

$$f(3)=2R(5)-2R(3)-3R(1)+4R(-1)=1$$

$$f(4)=2R(6)-2R(4)-3R(2)+4R(0)=-2$$

6、

解：$F(jw)=\frac{T}{2}Sa^2(\frac{wT}{4})$

$f_T(t)$的第一个周期$f_0(t)$（0～T）是f(t)在时间上延迟$\frac{\mathrm{T}}{2}$，即

$$f_0(t)=f(t-\frac{\mathrm{T}}{2})$$

根据时移性质得$\mathrm{F}_0(jw)=F(jw)e^{-jw\frac{T}{2}}=\frac{T}{2}Sa^2(\frac{wT}{4})e^{-jw\frac{T}{2}}$

$$\mathrm{F}_n=\frac{1}{T}\mathrm{F}_0(jw)|_{w=nw_0}=\frac{1}{2}Sa^2(\frac{nw_0T}{4})e^{-jnw_0\frac{T}{2}}=\frac{1}{2}Sa^2(\frac{n\pi}{2})e^{-jn\pi}$$

周期信号指数型傅立叶级数展开式为

$$f_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}Sa^2(\frac{n\pi}{2})e^{-jn\pi}e^{-jnw_0t}$$

7、

解 (a)因为

$$f(t)=\begin{cases}\frac{t}{\tau}, & |t|<\tau\\ 0, & |t|>\tau\end{cases}$$

为奇函数，故

$$\begin{aligned}F(\omega)&=-\mathrm{j}2\int_0^{\tau}\frac{t}{\tau}\sin\omega t\mathrm{d}t\\&=-\mathrm{j}\frac{2}{\tau\omega^2}[\sin\omega\tau-\omega\tau\cos\omega\tau]\\&=\mathrm{j}\frac{2}{\omega}[\cos\omega\tau-\mathrm{Sa}(\omega\tau)]\end{aligned}$$

(b) $f(t)$为奇函数，故

$$F(\omega)=-\mathrm{j}2\int_0^{\tau}(-1)\sin\omega t\mathrm{d}t \quad =\frac{2}{\mathrm{j}\omega}[\cos\omega\tau-1]=\mathrm{j}\frac{4}{\omega}\sin^2(\frac{\omega\tau}{2})$$

若用微分-积分定理求解，可先求出$f'(t)$，即

$$f'(t)=\delta(t+\tau)+\delta(t-\tau)-2\delta(t)$$

所以

$$f'(t)\leftrightarrow F_1(\mathrm{j}\omega)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}-2=2\cos\omega\tau-2$$

又因为$F_1(0)=0$，故

$$F(\omega)=\frac{1}{\mathrm{j}\omega}F_1(\omega)=\frac{2}{\mathrm{j}\omega}(\cos\omega\tau-1)$$

8、

解　因

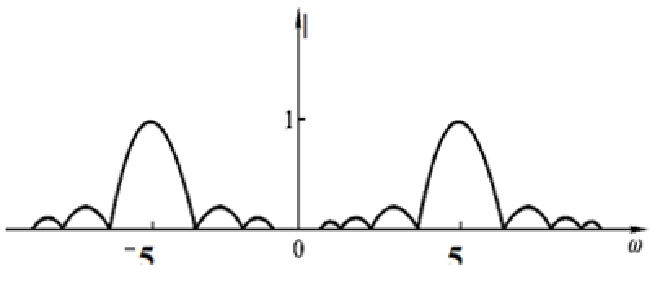
$$F(\omega)=2\tau\mathrm{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\omega}=8\mathrm{Sa}(2\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\omega}$$

故

$$F_2(\omega)=\frac{1}{2}[F_1(\omega+50)+F_1(\omega-50)]$$

$$=4\mathrm{Sa}[2(\omega+50)]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2(\omega+50)}+4\mathrm{Sa}[2(\omega-50)]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2(\omega-50)}$$

幅度频谱见图 8。



9、

解　由于 $f_1(t)$ 的 $A=2$，$\tau=2$，故其变换

$$F_1(\omega)=A\tau\mathrm{Sa}^2(\frac{\omega\tau}{2})=4\mathrm{Sa}^2(\omega)$$

根据尺度特性，有

$$f_1(\frac{t}{2})\leftrightarrow 2F_1(2\omega)=8\mathrm{Sa}^2(2\omega)$$

再由调制定理得

$$f_2(t)=f_1(\frac{t}{2})\cos\pi t\leftrightarrow F_2(\omega)$$

$$F_2(\omega)=\frac{1}{2}[8\mathrm{Sa}^2(2\omega-2\pi)+8\mathrm{Sa}^2(2\omega+2\pi)]$$

$$=4\mathrm{Sa}^2(2\omega-2\pi)+4\mathrm{Sa}^2(2\omega+2\pi)$$

$$=\frac{\sin^2(2\omega)}{(\omega-\pi)^2}+\frac{\sin^2(2\omega)}{(\omega+\pi)^2}$$