Se considera v.a. discreta simpla $X: \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{p}{2} & p^2 & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$

Sa se arate ca $p = \frac{1}{2}$ si sa se determine $M(X)$, $D^2(X)$, mediana si entropia $H(X)$.

Se considera v.a. discreta simpla $X: \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{9} & \frac{p}{2} & 2p^2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Sa se arate ca $p = \frac{1}{3}$ si sa se determine $M(X)$, $D^2(X)$, mediana si entropia $H(X)$.

Se considera lantul Markov $(X_k)_{k\geq 0}$ asociat tripletului $(S, p^{(0)}, \Pi)$, unde $S = \{1, 2\}$, $p^{(0)} = (2a, 3a)$ si $\prod = \begin{pmatrix} a & p \\ \frac{1}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$. Sa se arate ca $5a = 1$, $5p = 4$ si sa se determine :

(i) Probabilitatea ca lantul sa evolueze pe traiectoria (1, 2, 2, 1)

(ii) $P(X_{200} = 2,\ X_{199} = 2,\ X_{198} = 1 / X_{197} \neq 1)$

(iii) $P(X_{500} = 1,\ X_{498} = 2 / X_{496} \neq 2)$

Se considera lantul Markov $(X_k)_{k\geq 0}$ asociat tripletului $(S, p^{(0)}, \Pi)$,

unde S = { 1, 2, 3 }, $p^{(0)} = (\frac{1}{4}, a^2, a)$ si $\prod = \begin{pmatrix} 3p & \frac{1}{3} & a \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}$

. Sa se arate ca $2a = 18p = 1$ si sa se determine :

(i) Probabilitatea ca lantul sa evolueze pe traiectoria (2, 3, 1, 2)

(ii) $P(X_{900} = 3, X_{899} = 1, X_{898} = 1 / X_{897} = 2)$

(iii) $P(X_{20} = 3, X_{18} = 2 / X_{16} = 1)$

Statistic, s-a constatat ca 95% din aparatele electrice comercializate la un magazin de specialitate nu prezinta defectiuni. Admitem ca variabila aleatoare care da numarul de defectiuni este de tip Bernoulli (binomiala). Utilizand aproximarea legii Bernoulli prin legea Gauss, sa se determine, pentru un esantion de 40000 de aparate:

1⁰ Probabilitatea ca numarul aparatelor fara defectiuni sa fie cuprins intre 37900 si 38300

2⁰ Probabilitatea ca numarul aparatelor cu defectiuni sa fie cuprins intre 1820 si 2120

3⁰ Un interval in care se afla numarul aparatelor cu defectiuni, luand in considerare o eroare de 2%

4⁰ Un interval in care se afla numarul aparatelor fara defectiuni, luand in considerare o probabilitate de 99%

Intr-un sistem de asteptare timpul de servire a unui client este descris de o v.a. de tip B(p,n), avand media m = 11 (secunde) si deviatia standard $\sigma = 3$. Fie X_k v.a. care descrie timpul de servire a clientului de rang k si $S_N = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_N$, $N \geq 1$ Admitem ca v.a. X_k , $k \geq 1$, sunt independente.

1⁰ Sa se arate ca $M(S_N) = 11N$ si $Var(S_N) = 9N$

2⁰ Sa se determine probabilitatea ca durata de servire a primilor 70 de clienti sa depaseasca 790 secunde

3⁰ Sa se determine probabilitatea ca durata de servire a primilor 200 de clienti sa fie situatea in intervalul [2150 s ; 2240s]

4⁰ Sa se determine numarul de client serviti astfel incat, cu probabilitate de 95% , timpul de servire sa depaseasca 1100s.

Se considera lantul Markov $(X_k)_{k\geq 0}$ asociat tripletului $(S, p^{(0)}, \Pi)$,

unde S = { 1, 2, 3 }, $p^{(0)} = \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$ si $\Pi = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

Sa se determine:

1⁰ Repartitia limita a lantului Markov

2⁰ $P(X_0 \neq 3 \,/\, X_2 = 3)$

3⁰ $P\,(X_1 = 2 \;/\; X_2 \neq 2)$

4⁰ $P\,(X_2 + X_0 = 6 \;/\; X_1 + X_2 + X_3 = 5)$

Functia f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(t) = $\begin{cases} 0, & t < 0 \\ a(3t+1)e^{-t}, & t \geq 0 \end{cases}$, $a > 0$, este p.d.f. pentru o v.a. 1D, notata X. Sa se determine:

1⁰ Parametrul a

2⁰ Momentul de ordin n al v.a. X, i.e. M_n(X), n ≥ 0

3⁰ Deviatia standard (abaterea medie patratica) $\sigma(X)$

4⁰ Functia de fiabilitate ***R(t)*** si rata de hazard ***r(t)***

5⁰ P(0 ≤ X ≤ ln 2)

Se considera v.a. discreta

X: $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & \ldots & 2n-1 & \ldots \\ p & 4p^2 & 12p^3 & \ldots & n.2^{n-1}p^n & \ldots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2n-1 \\ n.2^{n-1}p^n \end{pmatrix}_{n\geq 1}$

1⁰ Sa se arate ca 4p = 1

2⁰ Sa se calculeze valoarea medie a v.a. X

3⁰ Sa se calculeze dispersia (varianta) v.a. X

4⁰ Sa se calculeze P (X≥ 7)

5⁰ Sa se calculeze $F(\pi^2)$