CALCULUL REGULATOARELOR ROBUSTE PENTRU PROCESE CU INCERTITUDINI STRUCTURATE FOLOSIND METODA QFT (QUANTITATIVE FEEDBACK THEORY)

QFT Toolbox - QFTCT -

Metoda se bazează pe ideea reducerii sensibilității performanțelor la variația parametrilor procesului în cazul folosirii recției negative. Proprietate fundamentală a reacției negative constă în posibilitatea formulărilor cantitative ale legăturii între incertitudinile procesului și toleranțele admise ale relațiilor intrare/ieșire, relații care definesc comportarea sistemului închis în ansamblu.

Obiectivul principal al acestei metode este proiectarea și implementarea unui sistem de control robust cu două grade de libertate, acceptând incertitudini de natură parametrică, în sensul folosirii unui regulator G(s) si a unui filtru (pre – compensator) F(s).

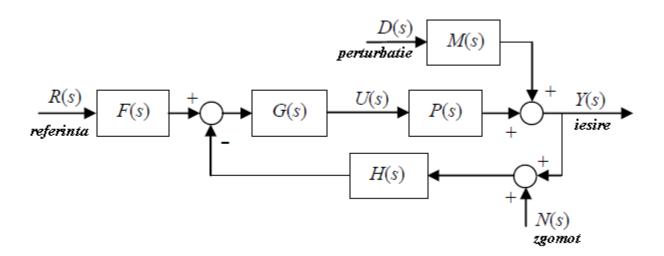


Figura 1. Structura convenţională în cazul "QFT"

Regulatorul (compensatorul) G(s) împreună cu filtrul (pre – compensatorul) F(s) trebuie să asigure:

- Stabilitatea robustă a buclei
- Robustețea performanțelor impuse
- Rejectarea perturbației D(s)
- O comportare dorită în regim de urmărire a referinței R(s)
- Atenuarea zgomotelor
- Optimizarea mărimii de comandă U(s)

Etapele metodei QFT:

1. Specificarea performanțelor impuse necesare proectării sistemului automat

- a. Stabilitate
- b. Marimi de performanță

2. Definirea modelului procesului și a incertitudinilor

- a. Definirea structurii modelului și a incertitudinilor
- b. Determinarea tiparelor (template) la pulsațiile de interes $(w_i, i = \overline{1 \div p})$ pentru care se va efectua proiectarea
- c. Selectarea modelului nominal P₀(s)

3. Stabilirea limitelor

- a. Determinarea domeniului de stabilitate robust, diagrama Nichols
- b. Determinarea limitelor optime pentru a asigura "urmărirea robustă a referinței" și rejectarea robustă a perturbațiilor

4. Loopshaping

- a. Sinteza regulatorului G(s) care presupune:
 - i. determinarea buclei $L_0(s)=C(s)$ $P_0(s)$ și se reprezentarea structurii în diagrama Nichols pentru pulsațiile de interes $(w_i, i = \overline{1 \div p})$, rezultate din setul de performanțe
 - ii. Determinarea regulatorului G(s) care să asigure stabilitatea sistemului închis, rejecția perturbațiilor și regimul de urmărire

5. Pre – filtru

- a. Sinteza pre filtrului F(s) pentru "încadrarea" răspunsului indicial sau frecvențial în limitele impuse $(y_{inf}(t), y_{sup}(t))$ respectiv $(B_{Rinf}(s), B_{Rsup}(s))$
- b. Simularea sistemului nominal
- c. Simularea sistemului cu incertitudini

Toolbox – ul QFT rulează în Matlab, ahitectura acestuia bazandu-se pe 7 ferestre principale:

- 1. W1 Plant Definition
- 2. W2 Templates
- 3. W3 Control Specifications
- 4. W4 Bounds
- 5. W5 Controller Design
- 6. W6 Pre filter Design
- 7. W7 Analysis

1. W1 – Plant Definition

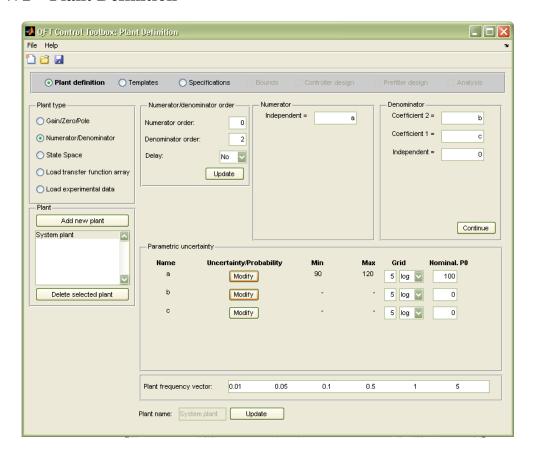


Figura 2. Fereastra folosită pentru definirea modelului și a incertitudinilor

În această fereastră utilizatorul poate defini structura modelului procesului, parametrii, incertitudinile și frecvențele de interes.

În acest moment, utilizatorul poate introduce numere sau litere pentru a definii parametri modelului. În cazul în care se introduc litere, toolbox - ul le identifică drept parametri cu incertitudine și în mod automat adaugă numele lor la panoul **Parametric uncertainty**, în care se pot defini ulterior.

Pentru a definii incertitudinile parametrilor se selectează opțiunea **Modify** din dreptul parametrului. Există trei opțiuni de distribuție posibile: uniform, normal și weibul.

Tot aici în panoul **Plant frequency vector** se pot definii pulsațiile de interes $(w_i, i = 1 \div p)$.

2. W2 – Templates

Un tipar (template) este reprezentarea răspunsului în frecvență a procesului, luând în calcul incertitudinea, în diagrama Nichols la o anumită frecvență. Există o fereastră specifică pentru definirea tiparelor, figura 3.

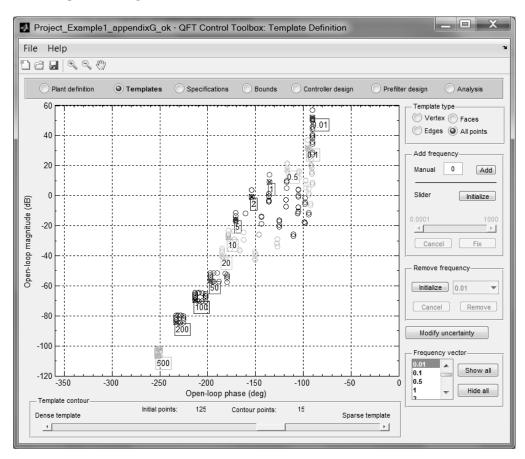


Figura 3. Fereastra folosită pentru definirea tiparelor (template-uri)

- Numărul de puncte ale tiparului depinde de trei parametri : de tipul tiparului, de incertitudinile parametrice și de conturul tiparului. În cazul în care tiparul este prea slab definit, atunci se poate să nu fie suficient de precis.
 - Tipul tiparului Template type: există patru tipuri disponibile: "Vertex",
 "Edges", "Faces" şi "All points". Cercul plin reprezintă punctul nominal al tiparului.
 - Conturul tiparului Template contour se poate ajusta folosind un "slider" disponibil în partea stângă a ferestrei. Dacă slider-ul se deplasează spre dreapta punctele din interiorul tiparului se răresc.

- Frecvențele de interes: pentru fiecare frecvență de interes există un tipar. Utilizatorul poate adăuga alte frecvențe de interes folosind panoul "Add Frequency". Pentru a șterge o frecvență de interes se folosește panoul "Remove frequency".
- Vectorul de frecvențe de interes Frequency Vector poate fi folosit pentru a modifica vizibilitatea tiparelor asociate cu frecvențele de interes – double click – pe o anumită frecvență din lista de frecvențe.
- Utilizatorul poate modifica gama incertitudinilor parametrice folosind butonul Modify uncertainty şi poate vizualiza efectele modificărilor direct in fereastra tiparelor

3. W3 – Control specifications

În această fereastră utilizatorul poate introduce specificațiile de performanțe și stabilitate robustă, figura 4.

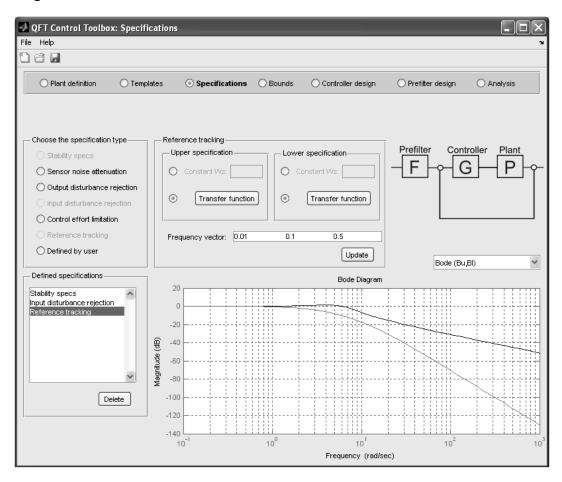


Figura 4. Fereastra folosită pentru introducerea specificațiilor de performanțe și stabilitate robustă

În panoul "Choose the specification type" sunt disponibile 7 opțiuni corespunzătoare tabelului 1

$$\begin{aligned} \left|T_{1}(j\omega)\right| &= \frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)F(j\omega)} = \frac{U(j\omega)}{D_{1}(j\omega)} = \frac{Y(j\omega)}{N(j\omega)} = \frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)F(j\omega)} = \\ &= \frac{P(j\omega)G(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)} \le \delta_{1}(\omega), \omega \in \{\omega_{1}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left|T_{2}(j\omega)\right| &= \frac{Y(j\omega)}{D_{2}(j\omega)} = \frac{1}{1 + P(j\omega)G(j\omega)} \le \delta_{2}(\omega), \omega \in \{\omega_{2}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left|T_{3}(j\omega)\right| &= \frac{Y(j\omega)}{D_{1}(j\omega)} = \frac{P(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)} \le \delta_{3}(\omega), \omega \in \{\omega_{2}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left|T_{3}(j\omega)\right| &= \frac{Y(j\omega)}{D_{1}(j\omega)} = \frac{P(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)} \le \delta_{3}(\omega), \omega \in \{\omega_{3}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left|T_{4}(j\omega)\right| &= \frac{U(j\omega)}{D_{2}(j\omega)} = \frac{U(j\omega)}{N(j\omega)} = \frac{U(j\omega)}{R(j\omega)F(j\omega)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{G(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)} \le \delta_{4}(\omega), \omega \in \{\omega_{4}\} \end{aligned}$$

$$\delta_{\text{Sinf}}(\omega) \le \left|T_{5}(j\omega)\right| &= \frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)} = \left|F(j\omega)\frac{P(j\omega)G(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)}\right| \le \delta_{\text{Ssup}}(\omega), \omega \in \{\omega_{5}\} \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} A(j\omega) + B(j\omega)G(j\omega) \\ C(j\omega) + D(j\omega)G(j\omega) \end{vmatrix} \le \delta_{6}(\omega), \omega \in \{\omega_{6}\} \end{aligned}$$
(F.10)

Tabel nr.1 Specificare performanțelor impuse necesare proiectării sistemului automat

Tipuri de specificații de proiectare:

- a. Ecuația **F.6** [T₁(jw)] definește 3 tipuri de specificații: (1) stabilitate robustă, (2) optimizarea mărimii de comandă, (3) atenuarea zgomotului.
- b. Ecuația **F.7** [T₂(jw)] definește 2 tipuri de specificații: (1) rejectarea perturbaților la ieșirea procesului, (2) sensibilitatea.
- c. Ecuația **F.8** [T₃(jw)] definește un tip de specificații: rejectarea perturbației la intrarea procesului.
- d. Ecuația **F.9** [T₄(jw)] definește 3 tipuri de specificații: limitarea mărimii de comandă în cazul (1) perturbațiilor la ieșirea procesului, (2) zgomote de măsură, (3) filtrarea semnalului de referință.
- e. Ecuația **F.10** [T₅(jw)] definește un tip de specificații: urmărirea robustă a referinței.
- f. Ecuația **F.11** permite definirea unor specificații definite de utilizator prin combinarea celor anterior descrise.

Fiecare specificație de proiectare poate fi definită pentru un set de frecvențe diferit, subset al frecvențelor de interes definite inițial.

Definirea specificațiilor de proiectare:

Utilizatorul trebuie să introducă valori numerice ale mărimilor de performanță. Metoda de introducere diferă în funcție de tipul de specificație definit.

1. Stabilitate robustă

În acest caz specificația este reprezentată de o constantă W(s). Utilizatorul poate introduce direct valoarea μ – în modul reprezentând cercurile M în diagrama Nichols (marginea de fază și marginea de câștig sunt calculate automat) sau marginea de fază și de câștig (în acest caz μ se calculează automat).

Gain Margin: $GM \ge 1 + (1 \mu)$ (magnitude) Phase margin: $PM \ge 180^{\circ} - \theta$ (deg)

where: μ is the M circle specification in magnitude, $M_{dB}=20\log_{10}(\mu)$ and $\theta=2\cos^{-1}(0.5/\mu)\epsilon[0.180^{\circ}]$

2. Performanțe robuste

Acestea pot fi definite de constante, un vector de constante de aceeași dimensiune precum vectorul frecvențelor de interes sau o funcție de transfer. În cazul în care sunt definite printr-o funcție de transfer, în panoul **Specification window** se poate vizualiza și diagrama Bode a acesteia.

3. Urmărirea robustă a referinței

În acest caz utilizatorul trebuie să impună o limită superioară și o limită inferioară. Și în acest caz valorile limitelor pot fi definite de constante, vector de constante sau funcții de transfer.

4. W4 – Bounds

Fiind cunoscute tiparele procesului și specificațiile de proiectare, metoda QFT convertește specificațiile impuse buclei închise în constrângeri de modul și fază a funcției nominale în buclă dechisă $L_0(jw)$ denumite și constrângeri QFT.

După proiectarea regulatorului, reprezentarea $L_0(jw)$ trebuie să apară sub limitările descrise cu linie continuă și deasupra limitărilor descrise cu linie punctată pentru fiecare frecvență de interes pentru a îndeplini specificațiile impuse.

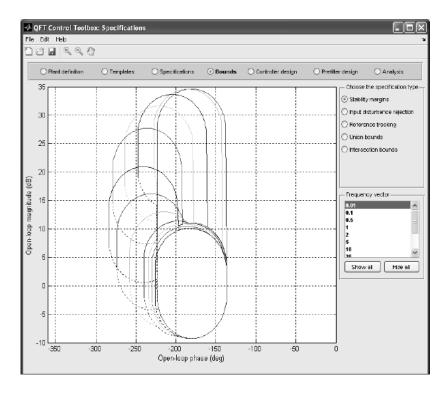


Figura 5. Fereastra folosită pentru definirea constrângerilor QFT

5. W5 – Controller Design

În această etapă se realizează proiectarea (loop - shaping) regulatorului G(s) astfel încât reprezentarea $L_0(jw)$ să se încadreze în limitările impuse. Loop — shaping presupune modificarea factorului proporțional și adăugarea de poli și zerouri (reali sau complecși) până când reprezentarea $L_0(jw)$ se încadrează în limitările impuse.

Adăugarea unui regulator se poate realiza în două moduri: adăugarea unui regulator complet nou sau prin modificarea unui regulator existent.

La definirea unui regulator utilizatorul poate lucra cu elementele prezentate în tabelul 2 potrivit ecuației:

$$L_0(s) = P_0(s) \prod_{i=0}^{n} [G_i(s)]$$

Pentru a adăuga un nou element Gi(s) regulatorului

$$G(s) = \prod G_i(s)$$

se selectează butonul "Add dynamic".

Gain	k	2° order / 2° order	$\frac{a_1s^2 + a_2s + 1}{b_1s^2 + b_2s + 1}$
Real pole	$\frac{1}{(s/p)+1}$	Integrator	$\frac{1}{s^n}$
Real zero	(s/z)+1	Differentiator	s ⁿ
Complex pole	$\frac{1}{(s/\omega_n)^2 + (2\zeta/\omega_n)s + 1}$ $(\zeta < 1)$	Lead/lag network	$\frac{(s/z)+1}{(s/p)+1}$
Complex zero	$(s/\omega_n)^2 + (2\zeta/\omega_n)s + 1$ $(\zeta < 1)$	Notch filter	$\frac{(s/\omega_n)^2 + (2\zeta_1/\omega_n)s + 1}{(s/\omega_n)^2 + (2\zeta_2/\omega_n)s + 1}$

Tabel nr.2 Tipuri de elemente, G_i(s)

Editarea elementelor se poate realiza prin:

- introducerea noilor valori in panoul "Edit selected controller dynamic", sau
- interacționând direct pe grafic cu mouse-ul.

Primul pas presupune selectarea elementului în panoul "Controller dynamics".

Factorul proportional se poate modifica:

- mutând vertical reprezentarea L₀(jw) pe diagrama Nichols
- mutând vertical diagrama de modul G(s) de pe diagrama Bode reprezentată într-o fereastră secundară

Un zero sau un pol poate fi modificat:

- mutând în stânga sau dreapta reprezentarea L₀(jw) pe diagrama Nichols
- mutând în stânga sau dreapta zeroul sau polul din diagrama de modul a lui G(s) reprezentată într-o fereastră secundară

În fereastra secundară se poate vizualiza la opțiunea utilizatorului diagrama Bode pt G(s), diagrama Bode pentru $L_0(s)$, locul rădăcinilor pentru $L_0(s)$ sau răspuns la treaptă unitară pentru $L_0(s)/[1+L_0(s)]$

6. W6 – Pre – filter Design

În cazul în care s-au definit specificații pentru urmărirea robustă a referinței, fereastra "Pre-filter design" va fi activă după proiectarea regulatorului G(s).

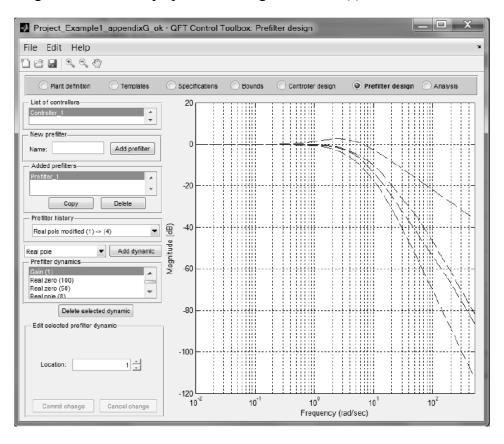


Figura 6. Fereastra folosită pentru proiectarea filtrului (pre - compensatorul)

În această fereastră se pot vizualiza limita superioară și inferioară impuse – cu linie punctată precum și cazul minim și maxim pentru $L_0(s)F(s)/[1+\ L_0(s)]$ luând în calcul și incertitudinile procesului.

Proiectarea pre-filtrului presupune determinarea răspunsurilor $L_0(s)F(s)/[1+L_0(s)]$ pentru cazurile cele mai defavorabile inferioare și superioare. Pentru îndeplinirea specificațiilor este necesar ca aceste răspunsuri să se situeze între cele două limite.

Adăugarea, editarea sau eliminarea unui filtru se face în mod similar cu adaugarea, editarea sau eliminarea unui regulator, ferestrele de lucru fiind similare.

7. W7 – Analysis

Fereastra "Analysis" devine activă doar după proiectarea regulatorului și a pre-filtrului. Analiza se poate realiza atât în domeniul timp cât și în domeniul frecvențial. Se analizează atât regulatorul G(s) cât și pre-filtrul F(s) în cel mai defavorabil caz luând în calcul incertitudinile procesului.

a. Panoul pentru analiza în domeniul frecvențial: Frequency domain analysis

Acest panou permite analiza sistemului în buclă închisă în raport cu specificațiile definite în prealabil.

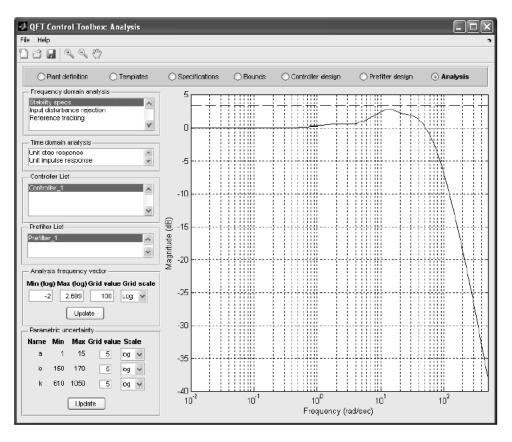


Figura 7. Fereastra folosită pentru analiza în domeniul frecvențial

Cu linie punctată sunt reprezentate specificațiile impuse iar cu linie continuă se reprezintă cel mai defavorabil caz luând în calcul incertitudinile procesului.

b. Panoul pentru analiza în domeniul timp: Time domain analysis

Acest panou permite analiza sistemului în domeniul timp considerând multiple variante ale procesului în domeniul incertitudinilor.

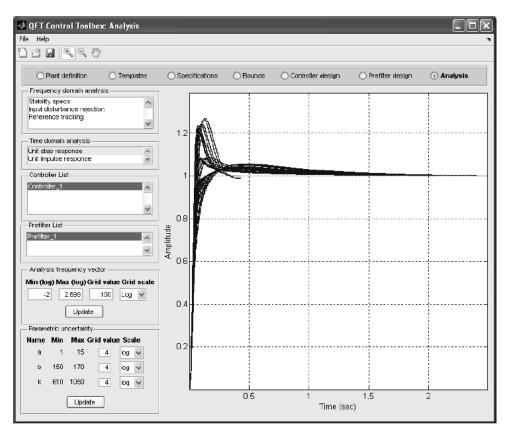


Figura 8. Fereastra folosită pentru analiza în domeniul timp

Această fereastră permite aplicarea:

- Unui semnal de tip treaptă unitară ca semnal de referință pentru a analiza performanța $L_0(s)F(s)/[1+L_0(s)]$ sau $L_0(s)/[1+L_0(s)]$
- Unui semnal de tip impuls la ieşirea procesului pentru a analiza performanța $1/[1+L_0(s)]$

Numărul de linii reprezentate depinde de valorile introduse la definirea incertitudinilor parametrice și este în concordanță cu numărul de variante ale procesului.

Bibliografie:

1. QFT Control Toolbox User Guide, http://cesc.case.edu

Exemplu 1.

Descrierea procesului

Motoarele de curent continuu sunt mașini utilizate pe scară largă în aplicații industriale, inclusiv la turbinele eoliene. Motoare de c.c de medie și mare putere sunt folosite adesea la turbine eoliene pentru sisteme de control a orientării (pentru a deplasa paletele elicelor și pentru a modifica coeficientul aerodinamic al rotorului) și pentru sisteme de control de pivotare (pentru a deplasa nacela în funcție de direcția vântului).

În acest exemplu, se consideră un sistem de control de pivotare pentru un vânt turbină. Se compune din motoare de curent continuu (dispozitivele de acționare), nacela care urmează să fie orientată (inerția), rulmenții (frecare și inerție), o paletă (senzor) și regulatorul. Funcția de transfer dintre unghiul y(s) care trebuie controlat (ieșire) și tensiunea u(s) aplicată motorului de c.c este:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = P(s) = \frac{K_m}{s(Js+D)(L_as+R_a)} = \frac{k}{s(s+a)(s+b)}$$

unde J este inerția pieselor pivotante, D reprezintă frecarea vâscoasă, K_m este constanta de cuplu motor, iar R_a este rezistența și L_a inductanța armăturii motorului. Combinarea acestor parametri, face posibilă notarea lor: $k = K_m / L_a \cdot J$ reprezentând factorul de câștig, 1/a = J/D reprezentând constanta de timp mecanică iar $1/b = L_a/R_a$ reprezentând constanta de timp electrică a sistemului.

Pentru o turbină eoliană de dimensiuni mici se consideră următoarele incertitudini parametrice ale sistemului:

$$610 \le k \le 1050$$
 $1 \le a \le 15$
 $150 \le b \le 170$

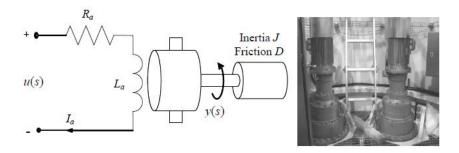


Figura 1. Motorul de cc şi sistemul de pivotare a unei turbine eoliene

Cerințele problemei:

Proiectarea unui regulator G(s) – compensatorul – și a unui filtru F(s) – pre – compensatorul pentru sistemul descris folosind metoda QFT pentru a îndeplinii următoarele specificații:

- 1. **Stabilitatea robustă**: margine de fază de minim 40°
- 2. **Urmărirea robustă a referinței**: luând în calcul limitele inferioară și superioară trebuie îndeplinite: M_p=1.30 and t_s=1.92s (pentru limita superioară) și t_s=1.70s (pentru limita inferioară).
- 3. **Rejectarea pertubației la intrarea procesului**: $\alpha_p = \langle |y_D(tp)| = 0.1$ pentru $t_p = 65$ ms și pentru o perturbație de tip treaptă unitară la intrarea procesului $yD(\infty) = 0$, $\omega < 10$ rad/s.

Soluţie:

	G(s)	F(s)
DC motor	$G(s) = \frac{89\left(\frac{s}{10} + 1\right)\left(\frac{s}{1.5} + 1\right)}{s\left(\frac{s}{300} + 1\right)}$	$F(s) = \frac{\left(\frac{s}{50} + 1\right)\left(\frac{s}{100} + 1\right)}{\left(\frac{s}{4} + 1\right)\left(\frac{s}{8} + 1\right)}$

Exemplu 2.

Fie procesul definit prin:

$$P(s) = \frac{k \cdot a}{s(s+a)}$$
 cu $1 < k < 10$ și $1 < a < 10$.

Cerințe: Proiectarea unui regulator G(s) – compensatorul – și a unui filtru F(s) – pre – compensatorul pentru sistemul descris folosind metoda QFT pentru a îndeplinii următoarele specificații:

- 4. **Stabilitatea robustă**: margine de fază de minim 40°
- 5. **Urmărirea robustă a referinței**: luând în calcul limita inferioară și superioară trebuie îndeplinite: M_p=1.30 and t_s=2s (pentru limita superioară) și t_s=2s (pentru limita inferioară).

Stabilitate robustă: rezultă implicit din condiția asigurării unei margini de câstig (m_k^*) și de fază (γ_k^*) pentru orice model (P(s))

De remarcat că este folosită frecvent aproximarea

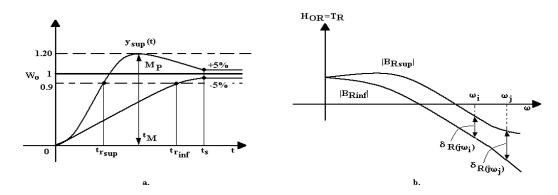
$$\left|\frac{c(jw)\cdot P(jw)}{1+c(jw)\cdot P(jw)}\right| \leq \delta$$

rezultând

$$m_k \approx 1 + \frac{1}{\delta}$$

 $\sin \gamma_k \approx 180^\circ - \arccos(\frac{0.5}{\delta^2} - 1)$

Urmărirea robustă a referinței: este stabilită prin impunerea limitărilor B_{Rsup}(jw) și B_{Rinf}(jw).



Presupunem ca dorim un model simplificat de ordinul II pentru limita superioară.

$$B_{Rsup}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

 ω_n și ξ se pot determina din σ și t_s .

Pentru limita inferioară se impune tot un model de ordinul II cu poli reali:

$$B_{Rinf}(s) = \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{(s - \sigma_1) \cdot (s - \sigma_2)}$$

Pentru a ține cont de constatările practice potrivit cărora $\delta_{R(j\omega)}$ crește dacă (ω) crește se adaugă:

■ Un zero la limita superioară – la frecvențe înalte

$$B_{Rsup}(s) = \frac{(\omega_n^2/z^0)(s-z^0)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

■ Un pol la limita inferioară – la frecvențe înalte

$$B_{Rinf}(s) = \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot p}{(s - \sigma_1) \cdot (s - \sigma_2) \cdot (s - p)}$$

Paşii descrişi anterior se pot realiza în ferestrele toolboxului QFT:

W1 – Plant Definition, W2 – Templates, W3 – Control Specifications

În fereastra W4 – Bounds se vizualizează domeniul limită admis.

Următoarea etapă constă în **proiectarea regulatorului** G(s) folosind metoda **loop** – **shaping** astfel încât reprezentarea $L_0(jw)$ să se încadreze în limitările impuse folosind fereastra W5 – Controller Design. Loop – shaping presupune modificarea factorului de proporționalitate și adăugarea de poli și zerouri (reali sau complecși) până când reprezentarea $L_0(jw)$ se încadrează în limitările impuse. După proiectarea regulatorului, reprezentarea $L_0(jw)$ trebuie să apară deasupra limitările descrise cu linie continuă pentru fiecare frecvență de interes pentru a îndeplini specificațiile impuse.

În cazul în care s-au definit specificații pentru urmărirea robustă a referinței, fereastra "**Pre-filter design**" va fi activă după proiectarea regulatorului G(s). În această fereastră se pot vizualiza limitele superioare și inferioare impuse – cu linie punctată precum și cazul minim și maxim pentru $L_0(s)F(s)/[1+L_0(s)]$ luând în calcul și incertitudinile procesului. Proiectarea pre-filtrului presupune determinarea răspunsurilor $L_0(s)F(s)/[1+L_0(s)]$ pentru sistemele din familie cele mai defavorabile inferioare și superioare. Pentru îndeplinirea specificațiilor este necesar ca aceste răspunsuri să se situeze între cele două limite predefinite.

Fereastra "Analysis" devine activă doar după proiectarea regulatorului și a pre-filtrului. Analiza se poate realiza atât în domeniul timp cât și în domeniul frecvențial. Se analizează sistemul atât cu regulatorul G(s) cât și cu pre-filtrul F(s) în cel mai defavorabil caz luând în calcul incertitudinile procesului.