

Laborator nr 1.

FOLOSIREA MEDIULUI DE SIMULARE MATLAB/SIMULINK PENTRU ANALIZA COMPORTĂRII SISTEMELOR CU STRUCTURĂ VARIABILĂ

Sistemele cu structură variabilă (SSV) sunt sisteme rezultate prin compunerea unor subsisteme continue, respectând anumite legi de interconectare sau de comutare a unor semnale exterioare. Astfel este posibilă obținerea unor comportări de ansamblu total diferite de comportările subsistemelor continue componente.

Introducerea în buclele de reglare a unor elemente cu funcționare discontinuă, în comutație, a cunoscut diferite structuri:

1. Sisteme de reglare cu două moduri

Folosite mai ales în cazul sistemelor de urmărire pentru reducerea timpului de răspuns, cu comutare a reguletoarelor proporționale în funcție de eroare cu ($V_{R1} > V_{R2}$) iar parametrul de acord (ε^*) rămânând la latitudinea proiectantului sistemului:

$$c = \begin{cases} V_{R1} \cdot \varepsilon & \text{pentru } |\varepsilon| > \varepsilon^* \\ V_{R2} \cdot \varepsilon & \text{pentru } |\varepsilon| \leq \varepsilon^* \end{cases} \quad (1)$$

În figura 1 este prezentată structura de principiu a unui sistem de reglare cu două moduri iar în figura 2 și 3 sunt prezentate variante de implementare în Matlab/SIMULINK.

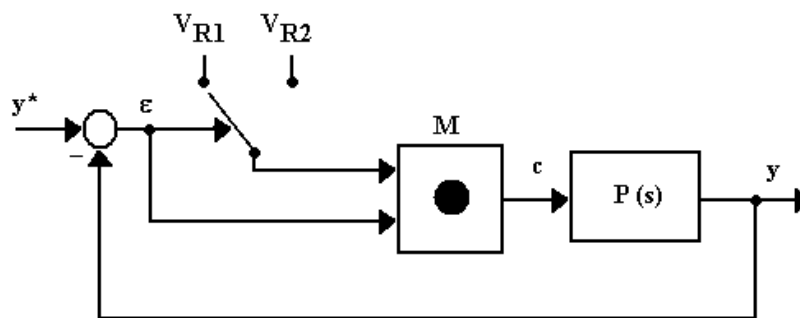


Figura 1. Structura de principiu a unui sistem de reglare cu două moduri

În figura 2 este prezentată o variantă de simulare a unui sistem de reglare cu două moduri cu parametrul de acord (ε^*) fix în comparație cu două sisteme de reglare cu reguletoarele proporționale V_{R1} și V_{R2} , ($V_{R1} > V_{R2}$).

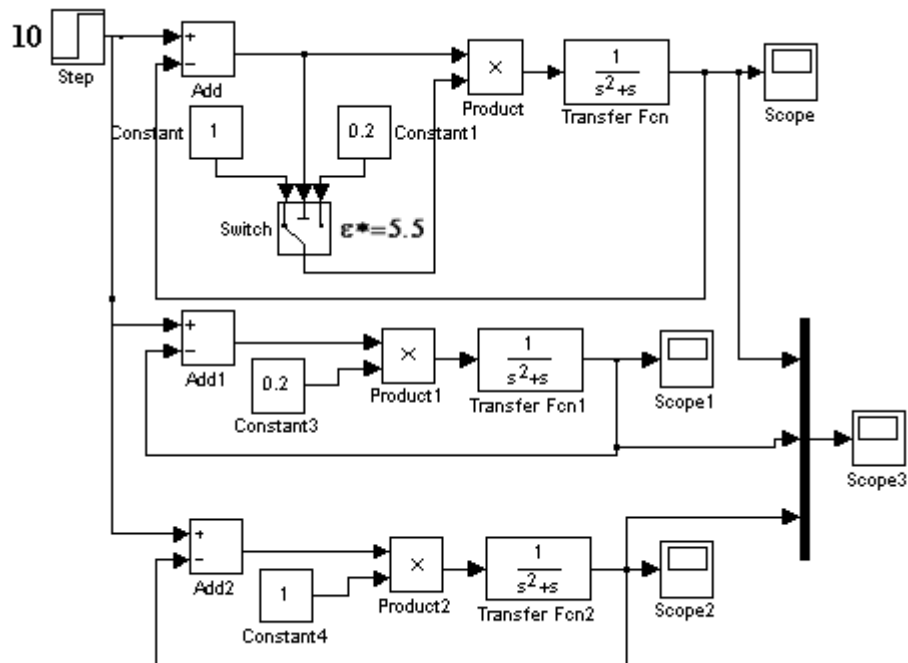


Figura 2. Schema utilizată în SIMULINK pentru simularea unui sistem de reglare cu două moduri cu parametrul de acord (ϵ^*) fix

Figura 3 prezintă o variantă de simulare a unui sistem de reglare cu două moduri cu parametrul de acord (ϵ^*) variabil.

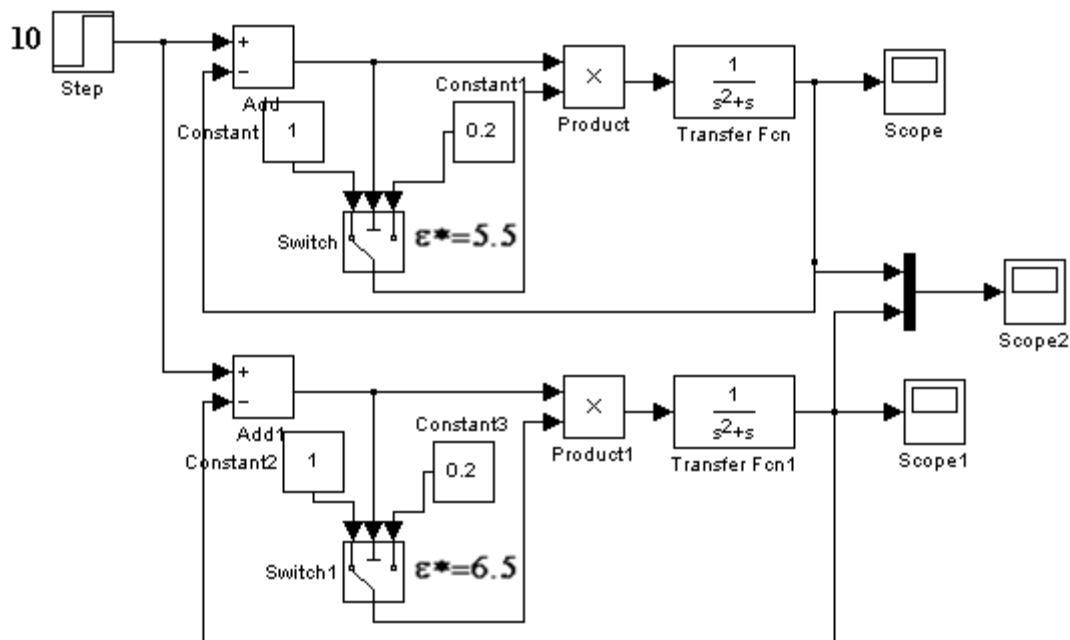


Figura 3. Schema utilizată în SIMULINK pentru simularea unui sistem de reglare cu două moduri cu parametrul de acord (ϵ^*) variabil

2. Sistemele de reglare de “timp minim” (“bang-bang”)

Procesul este descris prin: $P(s) = \frac{K_M}{s(T_M s + 1)} = \frac{\theta(s)}{U_a(s)}$, în care $\theta(t)$ reprezintă poziția elementului de ieșire (de exemplu, poziția axului unui reductor atașat motorului de antrenare) iar U_a este tensiunea aplicată rotorului motorului.

În figura 4 este prezentată structura de principiu a unui sistem de reglare de „timp minim” iar în figura 5 este prezentată o variantă de implementare în Matlab/SIMULINK.

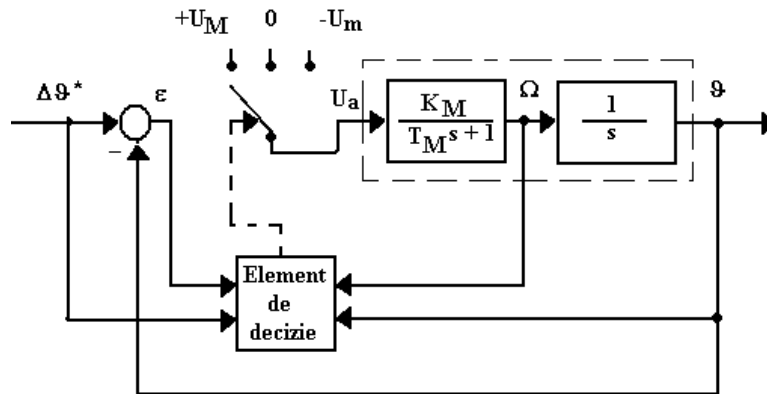


Figura 4. Structura de principiu a unui sistem de reglare de tip minim („bang-bang”)

Sistemul dispune de două tensiuni de alimentare a motorului ($+U_M$) și ($-U_m$). În funcție de mărimile specifice (ε , $\Delta\theta^*$, Ω , θ); elementul de decizie va calcula momentul de comutare (t_c) astfel încât la ($t = t_f$), ($\theta(\infty) = \Delta\theta^*$).

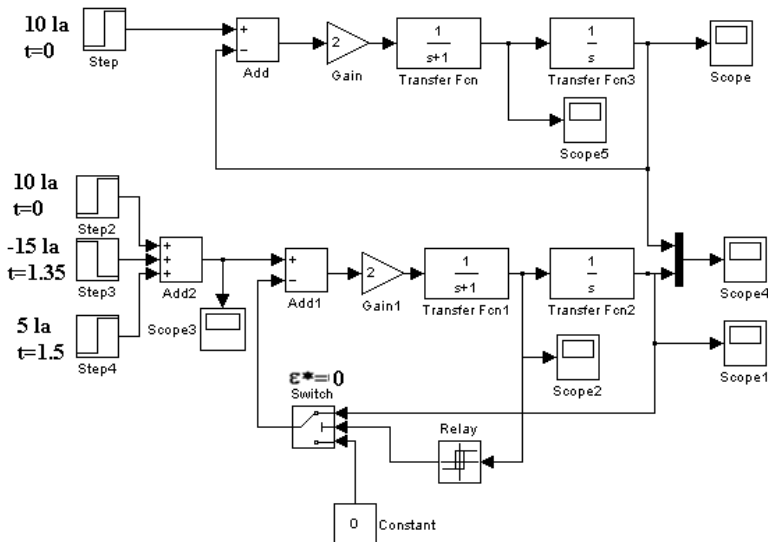


Figura 5. Schema utilizată în SIMULINK pentru simularea unui sistem de reglare de tip minim („bang-bang”)

Dinamica multor sisteme mecanice este descrisă de o ecuație diferențială de forma:

$$m\ddot{x} + f_f\dot{x} + kx = u(t)$$

în care (x) este poziția față de un punct de echilibru, (m) este masa sistemului, (f_f) este coeficientul de frecare, iar (k) coeficientul de elasticitate. Introducând variabilele de fază ($x = x_1$; $\dot{x} = x_2$) rezultă descrierea:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{f_f}{m}x_2 + \frac{1}{m}u \end{cases} \quad (4)$$

căreia i se atașează condițiile inițiale ($x_1(0)$, $x_2(0)$).

Regimul liber apare pentru $u(t) = 0$, decurgând datorită condițiilor inițiale nenule. Evoluția sistemului este descrisă în planul fazelor în care $\dot{x} = F(x)$ sau $x_2 = F(x_1)$ reprezintă ecuația traiectoriilor de fază. În cazul sistemelor stabile, traiectoriile converg către punctul singular dat de condițiile:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{d(\dot{x})}{d(x)} = \frac{0}{0}$$

În cazul sistemelor instabile, traiectoriile diverg spre infinit.

Un caz special este cel al “limitei de stabilitate” în care traiectoriile de fază sunt curbe închise iar evoluțiile ($x(t)$, $\dot{x}(t)$) sunt funcții armonice de amplitudine constantă. Situația apare în cazul sistemelor cu amortizare nulă [1], rezultând ecuația:

$$\ddot{x} = \dot{x}_2 - \frac{k}{m}x_1 - 0 \cdot x_2$$

Notând: $\frac{k}{m} = a_2$; $\frac{f_f}{m} = a_1$ ecuația a doua din (4) are forma:

$$\dot{x}_2 = -a_1 \cdot x_2 - a_2 \cdot x_1$$

ce va fi rescrisă la forma:

$$\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_2x = 0$$

Soluția acestei ecuații diferențiale depinde de soluțiile ecuației caracteristice:

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0; (a_2 > 0)$$

Din două structuri aflate la limita de stabilitate, SSV poate avea comportare asimptotic stabilă.

În figura 6 este prezentată structura de principiu a unui SSV cu comutarea reacției de la stare.

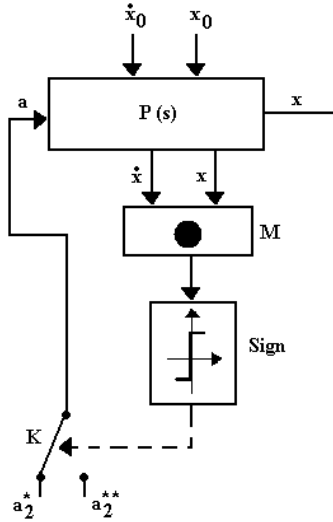


Figura 6. Structura de simulare a SSV cu comutarea reacției de la stare – stabilizare pe elipsă

Figura 7 prezintă o variantă de implementare a schemei de simulare în Matlab/SIMULINK pentru vizualizarea traiectoriilor de fază în cazul limitei de stabilitate ($a_1=0$), în funcție de valorile particulare ale coeficientului (a_2) și funcție de condițiile inițiale. Comutațiile au loc în momentul intersecției axelor de ecuații ($\dot{x} = 0, x = 0$) definind condiția de comutație (dreaptă de comutație, suprafață de comutație, hiperplan de comutație):

$$S(\underline{x}) = (x_1 x_2) = (\dot{x} x) = 0$$

Legea de comutație este dată de ecuația:

$$a_2 = \begin{cases} a_2^* & \text{pentru } S(\underline{x}) > 0 \\ a_2^{**} & \text{pentru } S(\underline{x}) < 0 \end{cases}$$

Analizați rezultatele obținute pentru diferite condiții inițiale, diferite valori ale coeficientului (a_2) și pentru situația $a_2=a_2^{**}=a_2^*$.

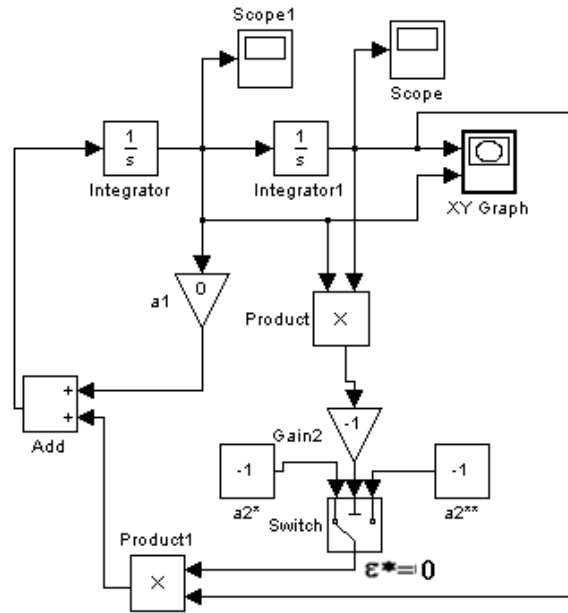


Figura 7. Schema utilizată în SIMULINK pentru simularea unui SSV cu comutarea reacției de la stare – stabilizare pe elipsă

Pentru vizualizarea traiectoriilor de fază în cazul focarului instabil s-au ales coeficienții $a_1^* = -1$ și $a_2^* = +8$ din ecuația caracteristică:

$$\lambda^2 - \lambda + 8 = 0$$

iar în cazul punctului de tip șea, ecuația caracteristică devine:

$$\lambda^2 - \lambda - 5 = 0$$

traiectoriile de fază fiind caracterizate de separatoarele: (L_1) și (L_2) , definite prin soluțiile ecuației caracteristice: $\lambda_1 = 1.791$ și $\lambda_2 = -2.791$. Separatoarea „stabilă” este dată de ecuația $\dot{x} + 1.791x = 0$.

Schemele utilizate în SIMULINK pentru vizualizarea traiectoriilor de fază în cazul unui punct singular de tip focar instabil și șea sunt prezentate în figurile 8.a și 8.b.

Analizați rezultatele obținute folosind schema de simulare prezentată în figura 8.a pentru vizualizarea traiectoriilor de fază caracterizate de un punct singular de focar instabil și rezultatele obținute folosind schema de simulare prezentată în figura 8.b pentru vizualizarea traiectoriilor de fază caracterizate de un punct singular de tip șea, în funcție de diferite condiții inițiale.

Dacă se alege dreapta de comutație:

$$S_1(\underline{x}) = \dot{x} + c_1 x = 0 \text{ cu } c_1 > \lambda_1$$

de exemplu $c_1=2.30$, rezultă o comportare bazată pe două componente: evoluția dintre condiția inițială (CI) și momentul atingerii dreptei de comutație $S_1(\underline{x})=0$ și evoluția pe dreapta de comutație $S_1(\underline{x}) = \dot{x} + 2.30x$ rezultând o **stabilizare asimptotică monotonă**. Pentru simulare s-a considerat următoarele condiții inițiale $\dot{x}(0) = 9.5$ și $x(0) = -3.7$.

Pentru aceleași subsisteme continue, corespunzătoare punctelor singulare „focar instabil” respectiv „șea” se alege o altă dreaptă de comutație $S_2(\underline{x}) = \dot{x} + c_2 x = 0$ dar cu $c_2 < \lambda_1$. În vecinătatea drepte de comutație. Apare o funcționare deosebită, specifică SSV, mod de funcționare denumit alunecător (mod glisant, sliding-mode).

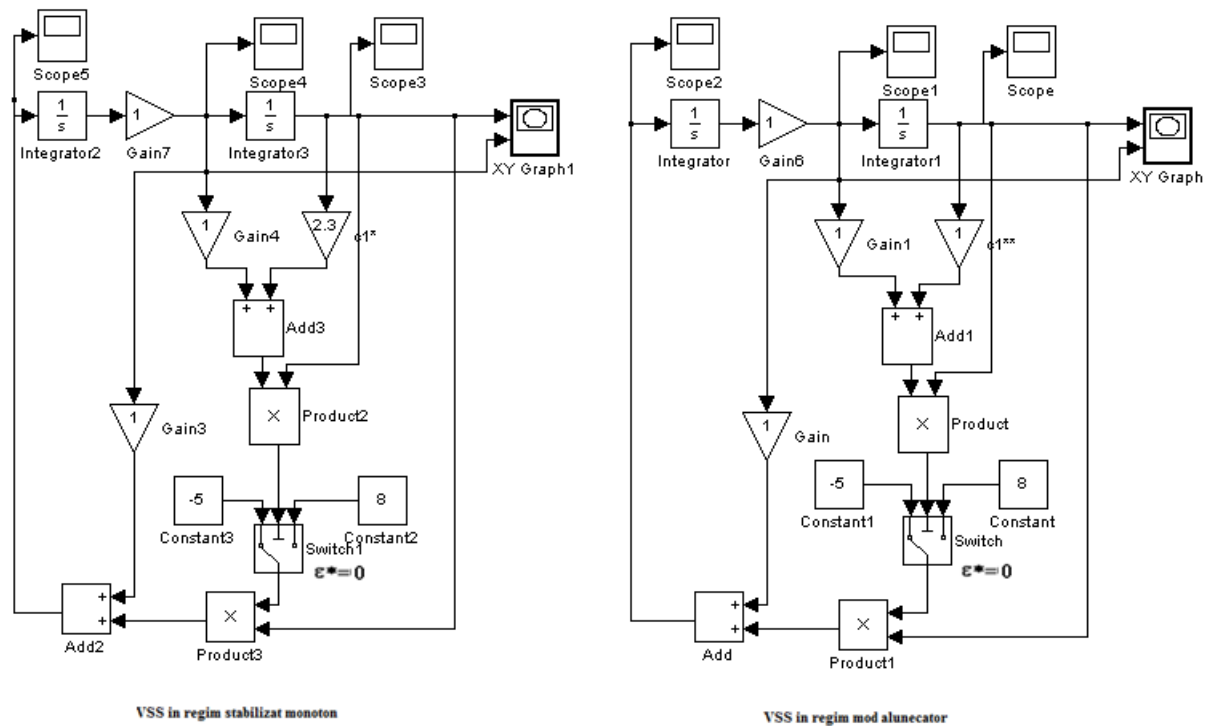


Figura 10. Schema de simulare bazată pe focar instabil și pe șea: a) funcționarea VSS în regim stabilizat monoton, b) funcționarea VSS în regim (mod) alunecător

Existența traiectoriilor sistemelor continue orientate spre dreapta de comutație sub influența unor comenzi externe adecvate conduce de asemenea la regim alunecător.

În figura 11 este prezentată structura de principiu a funcționării în mod alunecător prin comutarea comenzii iar în figura 12 este prezentată schema de simulare utilizată în Matlab pentru analiza funcționării în mod alunecător prin comutarea comenzii, ($U_M = +2.5$; $U_m = -2.5$), $c_1=0.8$.

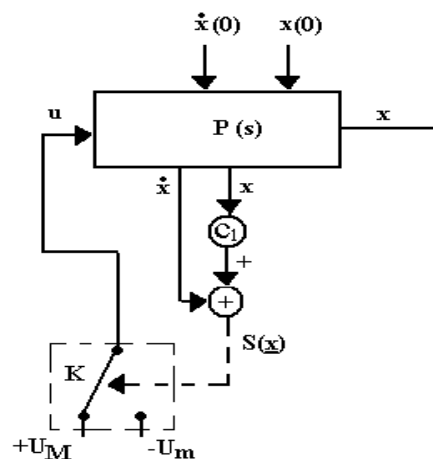


Figura 11. Funcționarea în mod alunecător prin comutarea mărimii de comandă

Funcționarea în regimul de mod alunecător presupune o frecvență ridicată de comutație a comenzii. Reducerea acestei frecvențe se poate realiza prin înlocuirea releului ideal (K) cu un relee cu histerezis.

Analizați portretele de fază și evoluțiile mărimii de comandă $u(t)$ în cazul unei lățimi de histerezis de ± 0.1 , respectiv ± 0.25 .

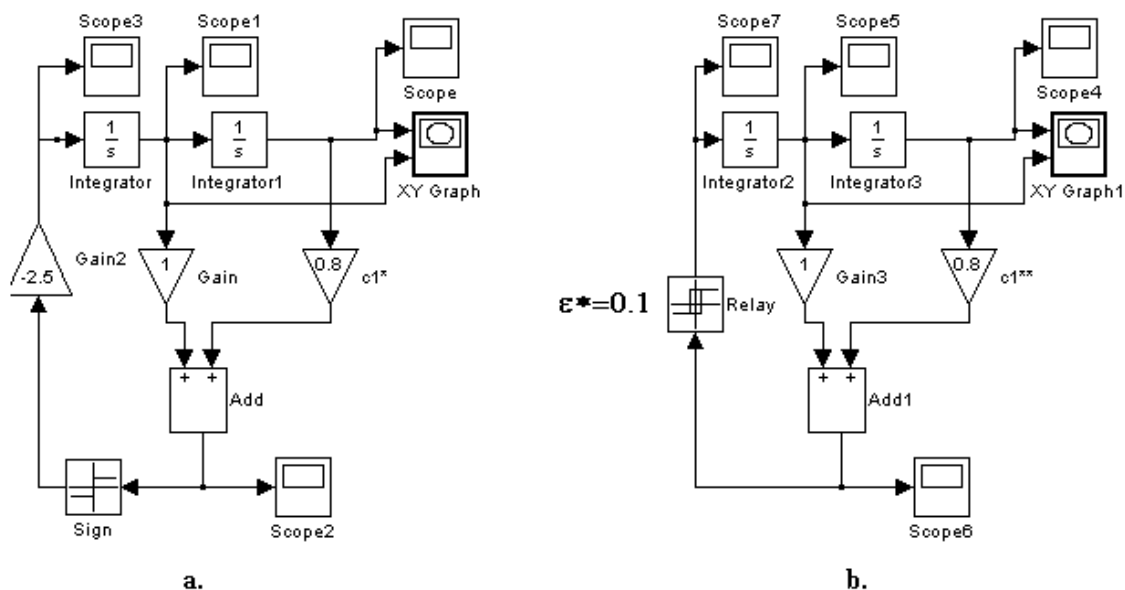


Figura 12. Schema de simulare utilizată pentru funcționarea în mod alunecător prin comutarea mărimii de comandă: a) cu sign, b) cu relee cu histeresis

Aplicație 1. Controlul turației unui motor de c.c. în regim alunecător într-o structură în cascadă cu bucla de control al tensiunii rotorice folosind un regulator în mod alunecător.

S-a stabilit structura sistemului de reglare prezentată în figura 13.a în care: $\tau = 0.05$ sec, $T_e = 0.1$ sec, $K_e = 1$, $T_M = 5$ sec, $K_M = 1$, $k_t = 3$, $C=2$, ($U_M = +20$; $U_m = -10$), $M_s=15$ la $t=2.5$ sec. Mărimea de referință este o rampă: $\Omega^*(t) = 2t$, ($0 < t < 4$ sec). În figura 13.b s-a construit un sistem bazat pe aceeași parte fixată (același motor cu elementele aferente) dar controlat cu un regulator continuu PI:

$$C(s) = \frac{as+b}{cs} = \frac{3s+1.5}{2s}$$

și un amplificator de putere cu $K_{AP}=2.5$.

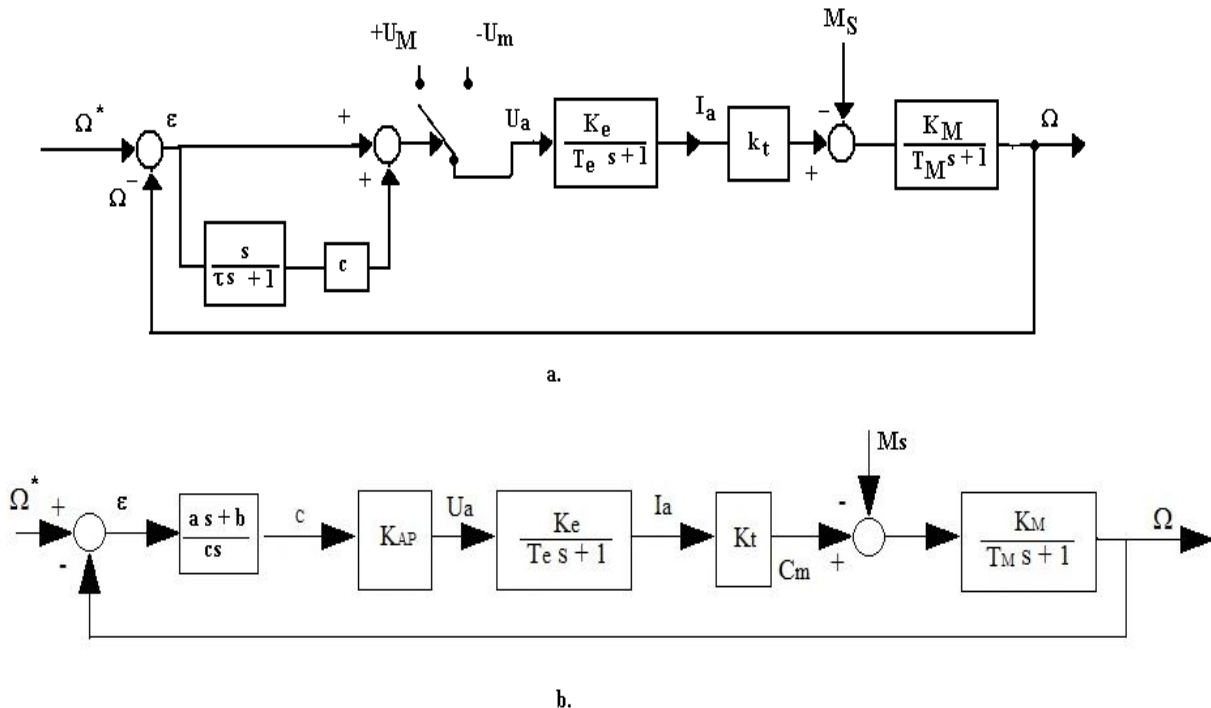


Figura 13. Reglarea turației unui motor de c.c: a) cu VSS în mod alunecător și b) cu regulator continuu PI

Analizați rezultatele obținute în condițiile modificării parametrilor motorului: $K_{M1} = 8$ și $T_{M1} = 5$ sec respectiv $K_{M2} = 1$ și $T_{M2} = 10$ sec.

Aplicație 2. Reglarea cuplului motor generat de un motor de c.c pentru a asigura o deplasare ($\Delta\theta$) cu o viteză (Ω), ambele impuse inițial. Controlul curentului rotoric (i_a) și implicit al cuplului motor (M_m) se va realiza printr-un regulator cu funcționare în mod alunecător. Structura de principiu a sistemului este prezentată în figura 14, iar în figura 15 se poate vizualiza schema de simulare în Matlab.

Analizați evoluțiile curentului rotoric și a cuplului motor ($M_m = k_t \cdot i_a$) la o referință (i_a^*) în rampă ($i_a^*(t) = 2t$, $0 < t < 6$ sec). La $t_s = 2.5$ sec se aplică un cuplu perturbator de sarcină $M_s = 15$.

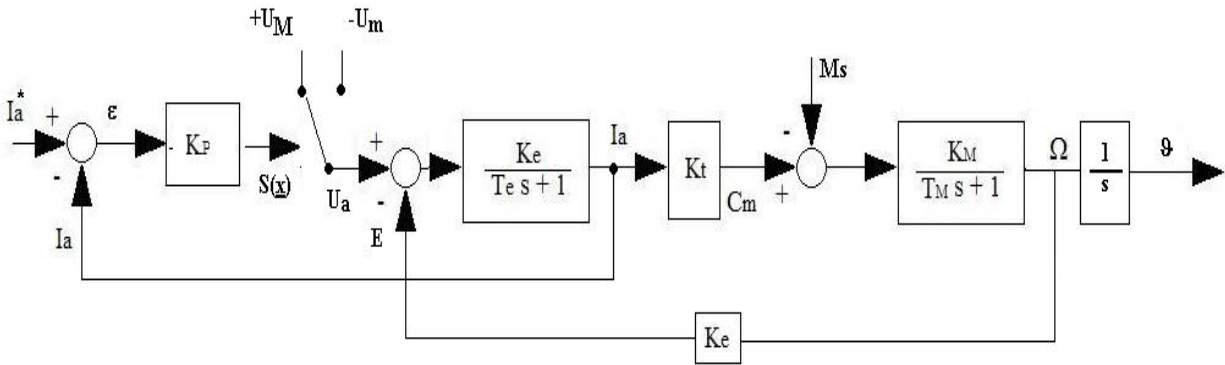


Figura 14. Controlul cuplului motorului de c.c cu regulator în mod alunecător

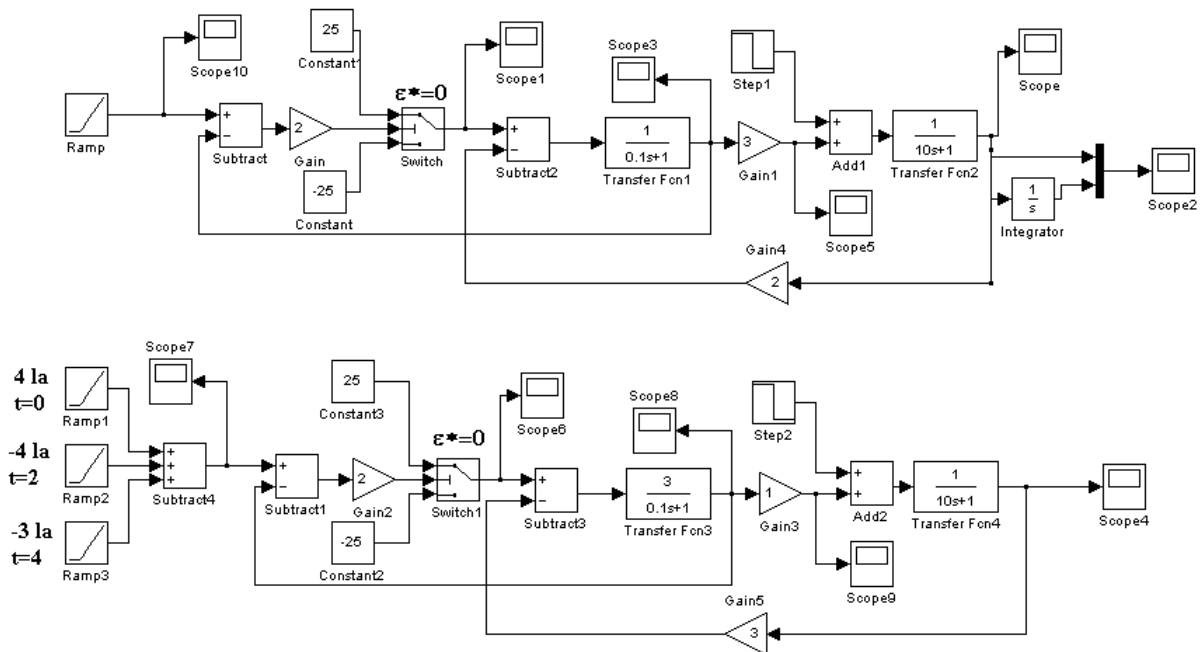


Figura 15. Schema de simulare utilizată pentru controlul cuplului motorului de c.c cu regulator în mod alunecător