Modelagem da AI-0135

Ivan Ramos Pagnossin

Janeiro de 2012

1 Energia máxima *vs.* idade

A energia máxima E_m que um indivíduo pode armazenar é função de sua idade t:

$$E_m(t) = E_M e^{-t/t_E},$$

onde t_E é a idade na qual E_m é aproximadamente 37% da energia máxima armazenada por um indivíduo dessa espécie, E_M.

2 Velocidade *vs.* energia

Um indivíduo qualquer da espécie pode mover-se pelo ambiente, em busca de comida, de parceiro para acasalar ou sem motivo, com velocidade $v(E)$, que depende da energia disponível naquele momento:

$$v(E) = v_M \left(1 - e^{-E/E_v}\right).$$

v_M é a velocidade máxima de deslocamento do indivíduo, em unidades de distância do ambiente por unidade de tempo, e E_v é uma energia característica, na qual $v(E)$ é aproximadamente igual a 63% da velocidade máxima.

3 Nascimento

Quando um indivíduo nasce, sua energia E é máxima: $E = E_m(0) = E_M$.

4 Permissividade de nascimento

Para evitar problemas de processamento, definimos a *permissividade de nascimento* $p^\star(n)$ da espécie, uma função da quantidade de indivíduos n:

$$p^\star(n) = \text{cut}\left(\frac{1}{2} + \frac{n_M - n}{\Delta n}\right)$$
$$\text{cut}(x) \doteq \max\left[0, \min\left(x, 1\right)\right],$$

onde n_M é a quantidade máxima (desejada) de indivíduos e Δn é a flutuação em n_M. Deste modo, quando $p^\star = 0$ a natalidade é totalmente suprimida. Inversamente, quando $p^\star = 1$ a natalidade é totalmente incentivada (veja a seção 15).

Curiosidade: a função acima é uma aproximação mais rápida de se calcular de $p^\star(n) = \left[e^{(n-n_M)/\Delta n} + 1\right]^{-1}$ (compare com a distribuição de Fermi-Dirac).

5 Morte

Um indivíduo morre quando sua reserva de energia se esgota: $E = 0$.

6 Expectativa de vida

Espero que a expectativa de vida apareça naturalmente da conjunção dos parâmetros envolvidos na simulação. Essencialmente, a morte de um indivíduo acontecerá devido à redução gradual em $E_m(t)$, que por sua vez afeta $v(E)$, a velocidade de busca por comida.

7 Ações

Cada indivíduo de uma espécie pode executar algumas ações, sendo cada uma delas têm um gasto ou ganho de energia associado. As ações são as seguintes:

- Para **sobreviver** no ambiente, um indivíduo qualquer gasta uma quantidade de energia $\dot{E}_b < 0$ por unidade de tempo da simulação, chamada de *gasto basal*.
- Para **deslocar-se** no ambiente em busca de alimento, de um parceiro para acasalar ou a esmo, um indivíduo qualquer gasta uma quantidade de energia $\dot{E}_d < 0$ por unidade de tempo da simulação.
- Para **acasalar**, cada um dos dois indivíduos envolvidos gasta uma quantidade de energia $\dot{E}_a < 0$ por unidade de tempo da simulação.
- Para **alimentar-se**, um indivíduo qualquer gasta uma quantidade de energia $\dot{E}_c < 0$ por unidade de tempo da simulação. Entretanto, neste processo esse mesmo indivíduo absorve o saldo de energia $E' > 0$ do indivíduo comido (não depende do intervalo de tempo que durou o processo).

Assim, após um turno da simulação, a energia de cada indivíduo deve ser recalculada:

$$E \leftarrow E + E' + \left(\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c + \dot{E}_d\right)\Delta t,$$

onde Δt é o intervalo de tempo entre turnos.

Em qualquer um dos casos acima, $0 \leq E \leq E_m(t)$. Quando $E = 0$ o indivíduo morre; quando $E = E_m(t)$, nada especial ocorre.

8 Fator limitante

Cada *espécie* está sujeita à uma *lista* de fatores limitantes x_i ($i \in \mathbb{N}$), que afetam suas ações (seção 7). Nesta simulação, ***a resposta*** da espécie a esse fator limitante qualquer é definido por uma função de uma variável, $0 \leq f_i(x) \leq 1$, onde x é o valor do fator limitante (por exemplo, a temperatura e o pH do meio ambiente). Quando $f(x) = 0$ o ambiente é hostil para a espécie, de modo que os indivíduos morrem rapidamente; quando $f(x) < F$, os indivíduos conseguem sobreviver, mas não reproduzir (F é um *threshold* que depende da espécie); quando $f(x) \geq F$ os indivíduos vivem e se reproduzem, tão melhor quanto maior for $f(x)$. Isto é, quando $f(x) = 1$ a espécie vive plenamente.

Numa primeira modelagem de um fator limitante qualquer, utilizaremos nesta simulação a expressão

$$f(x) = \mathrm{cut}\left[-\frac{2(x-x_+)(x-x_-)}{(x_+-x_-)^2}\right] \tag{1}$$

onde x_- e x_+ são as duas raízes reais de $f(x)$. Note que $f(\bar{x}) = 1$, onde $\bar{x} = (x_+ + x_-)/2$ é o ponto médio entre x_- e x_+. Mas atenção: esta é uma particularidade da expressão acima, que pode eventualmente mudar.

Exemplo: considere os parâmetros $x_- = 0$ °C, $x_+ = 2$ °C e $F = 1/2$, que definem a resposta de uma espécie qualquer ao fator limitante $x = T$, a temperatura. Podemos concluir que esta espécie só sobreviverá no ambiente se $0 \leq T \leq 2$ °C. Além disso, essa espécie só conseguirá se reproduzir se $0,3 \lesssim T \lesssim 1,7$ °C (região na qual $f(T) > F$). Finalmente, $T = 1$ °C oferece o melhor ambiente para esta espécie.

Importante: a expressão 1 é uma primeira aproximação do fator limitante. Por isso, é importante isolar a definição de $f(x)$ de modo que se possa alterá-la conforme a necessidade no futuro. A interface, que se mantém inalterada, é a assinatura de $f(x)$. Isto é, dado um valor do fator limitante, obtemos a resposta da espécie a ele, o valor $f(x)$.

9 Gasto energético basal ($\dot{E}_b$)

O *gasto* ***basal*** é a quantidade de energia $\dot{E}_b$ que um indivíduo gasta para manter-se vivo por unidade de tempo da simulação:

$$\dot{E}_b = -\max\left\{[1-f_i(x_i)]\,\dot{E}_{i,\max} - f_i(x_i)\dot{E}_{i,\min}\right\}, \tag{2}$$

onde o índice $i \in 1, 2, \ldots N$ define os N fatores limitantes. $\dot{E}_{\min}$ e $\dot{E}_{\max}$ são os gastos mínimo e máximo possíveis, respectivamente, e devem ser definidos para cada espécie no ambiente.

Atenção: pode ser útil definir $\dot{E}_{\min}$ e $\dot{E}_{\max}$ como uma fração de E_M (seção 1). Por exemplo, $\dot{E}_{\min} = E_M/100$ e $\dot{E}_{\max} = E_M/10$. Deste modo, quando $f(x) = 0$ (ambiente hostil), um indivíduo qualquer consegue viver por até dez unidades de tempo da simulação (sem alimentar-se). Por outro lado, se $f(x) = 1$ (ambiente favorável) ele conseguirá manter-se vivo por até cem unidades de tempo da simulação.

10 Gasto energético para deslocar ($\dot{E}_d$)

Para **d**eslocar-se de uma unidade de distância no ambiente, um indivíduo qualquer gasta $\dot{E}_d$. Este gasto relaciona-se com os fatores limitantes da mesma forma que $\dot{E}_b$, na seção 9, exceto que os parâmetros $\dot{E}_{\min}$ e $\dot{E}_{\max}$ são diferentes.

11 Gasto energético para acasalar ($\dot{E}_a$)

Para **a**casalar, cada um dos dois indivíduos envolvidos gasta $\dot{E}_a$. Este gasto relaciona-se com os fatores limitantes da mesma forma que $\dot{E}_b$, na seção 9, exceto que os parâmetros $\dot{E}_{\min}$ e $\dot{E}_{\max}$ são diferentes.

12 Gasto energético para comer ($\dot{E}_c$)

Para **c**omer um indíduo qualquer gasta $\dot{E}_c$. Este gasto relaciona-se com os fatores limitantes da mesma forma que $\dot{E}_b$, na seção 9, exceto que os parâmetros $\dot{E}_{\min}$ e $\dot{E}_{\max}$ são diferentes. Entretanto, diferentemente das ações anteriores, ao comer o indivíduo absorve a energia contida no indivíduo comido, $E' > 0$. Ou seja, $E \leftarrow E + E' + \dot{E}_c \Delta t$. Acontece que geralmente $E' \gg |\dot{E}_c \Delta t|$, de modo que neste caso a operação anterior tenderá a aumentar a energia do indivíduo. Este é o único mecanismo que aumenta a energia do indivíduo. Além disso, note que E' não depende de $f_i(x_i)$.

Atenção: pode ser útil definir todas as energias envolvidas na simulação como variáveis inteiras. Isto tornará mais rápido os cálculos.

13 Interesse por alimentar-se

A função $i_c(E) \in [0, 1]$ dá o grau de **i**nteresse do indivíuo em alimentar-se, numa escala de 0 (não interessado) a 1 (interessado):

$$i_c(E) = \mathrm{cut}\left[\frac{(i_{cM} - i_{cm})\,(E_C - E)}{E_C - E_c}\right],$$

onde i_{cm} e i_{cM} são o interesse mínimo e máximo, respectivamente ($\in [0, 1]$). E_c é a energia crítica abaixo da qual o único interesse do indivíduo é alimentar-se (está faltando energia); E_C é a energia crítica acima da qual o único interesse do indivíduo é acasalar-se (está sobrando energia).

14 Interesse por reproduzir-se

A função $i_a(E) \in [0, 1]$ dá o grau de **i**nteresse do indivíuo no acasalamento, numa escala de 0 (não interessado) a 1 (interessado):

$$i_a(E) = \text{cut}\left[\frac{(i_{aM} - i_{am})(E - E_a)}{E_C - E_a}\right],$$

onde i_{am} e i_{aM} são o interesse mínimo e máximo, respectivamente ($\in [0, 1]$). E_a é a energia acima da qual o interesse do indivíduo por acasalar-se começa a crescer.

Em palavras, E_a é a energia mínima que um indivíduo precisa ter disponível para interessar-se pelo acasalamento. Este limite inferior é importante por que, sem ele, pode acontecer de o indivíduo literalmente morrer durante o acasalamento, isto é, atingir $E = 0$. Por outro lado, se $E > E_C$ o indivíduo tem tanta energia que não precisa se alimentar nem descansar. Neste caso, seu interesse é a reprodução, até como forma de reduzir sua energia E.

15 Estados da simulação

Cada indivíduo no ambiente está sempre num dos seguintes estados:

1. Descansando (parado ou movendo-se)
2. Procurando comida (movendo-se)
3. Comendo (parado)
4. Procurando um parceiro para acasalar (movendo-se)
5. Acasalando (parado)

As transições de estado permitidas são aquelas ilustradas na figura 1. O estado inicial é o 1 acima: descansando. Neste estado, a cada turno da simulação o indivíduo pode transitar para os estados 2 (procurando comida), 4 (procurando parceiro para acasalar) ou manter-se no mesmo estado (descansando). Para tomar esta decisão, utilize este processo:

- Se random() $< i_c(E)$, vai para o estado 2; se não, vai para o próximo item.
- Se random() $< i_a(E)p^\star(n)$, vai para o estado 4; se não, vai para o estado 1.

No estado 2 (procurando comida), o indivíduo move-se pelo ambiente em busca de alimento (algoritmo A* em modo *seek*) e dele sai apenas (i) quando encontrar comida ou (ii) quando morrer. No caso (i), ocorre a transição para o estado 3 (comendo). Após comer, a única transição possível é para o estado 1 (descansando). No caso (ii), o indivíduo simplesmente deixa de existir no ambiente (após uma animação de morte).

No estado 4 (procurando parceiro para acasalar), o indivíduo move-se pelo ambiente em busca de um parceiro *que também esteja no estado 4* (algoritmo A*

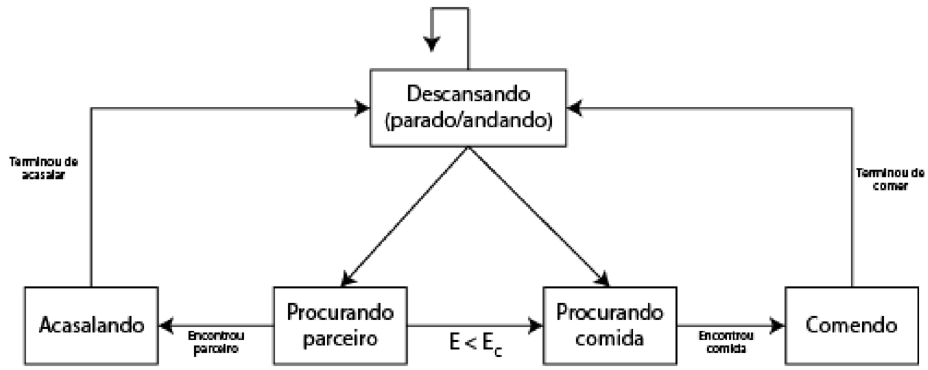

Figura 1: Estados da simulação

em modo *seek*) e dele sai num desses três eventos: (i) ao encontrar um parceiro, (ii) quando $E < E_c$ (seção 14) ou (iii) quando morrer. No caso (i) ocorre a transição para o estado 5 (acasalando) e, dele, para 1 (descansando); no caso (ii), ocorre a transição para o estado 2.

O estado 1 (descansando) pode ocorrer com o indivíduo em movimento ou parado no ambiente. A decisão entre um e outro é puramente aleatória: por exemplo, se random() $< 1/2$ o indivíduo descansará em movimento [com isto seu gasto energético será $(\dot{E}_b + \dot{E}_d)\Delta t$]; caso contrário, descansará parado (gasto energético igual a $\dot{E}_b \Delta t$).

16 Resumo de parâmetros

Propriedades da espécie

E_c Energia crítica abaixo da qual o indivíduo ocupa-se em alimentar-se (quase) exclusivamente.

E_C Energia crítica acima da qual o indivíduo ocupa-se em acasalar-se (quase) exclusivamente.

E_M Energia máxima que um indivíduo consegue armazenar.

E_v Energia na qual $v(E)/v_M = 0,63$.

v_M Velocidade máxima de deslocamento.

x_i^- Limite inferior de sobrevivência da espécie com relação ao fator limitante i.

x_i^+ Limite superior de sobrevivência da espécie com relação ao fator limitante i.

F_i é o *threshold* que define a relação $f(x_i) \geq F_i$, que deve ser satisfeita para que ocorra a reprodução.

t_E Idade na qual $E_m(t)/E_M = 0,37$.

n_M Quantidade máxima desejável de indivíduos no ambiente.

Δn Flutuação em n_M.

i_{cm} Interesse mínimo do indivíduo em alimentar-se.

i_{cM} Interesse máximo do indivíduo em alimentar-se.
i_{am} Interesse mínimo do indivíduo em acasalar-se.
i_{aM} Interesse máximo do indivíduo em acasalar-se.
$\dot{E}_{a,\mathbf{min}}$ Gasto energético mínimo no acasalamento. Ocorre quando $\min[f_i(x_i)] = 1$.
$\dot{E}_{a,\mathbf{max}}$ Gasto energético máximo no acasalamento. Ocorre quando $\min[f_i(x_i)] = 0$.
$\dot{E}_{b,\mathbf{min}}$ Gasto basal mínimo.
$\dot{E}_{b,\mathbf{max}}$ Gasto basal máximo.
$\dot{E}_{c,\mathbf{min}}$ Gasto energético mínimo na alimentação.
$\dot{E}_{c,\mathbf{max}}$ Gasto energético máximo na alimentação.
$\dot{E}_{d,\mathbf{min}}$ Gasto energético mínimo no deslocamento.
$\dot{E}_{d,\mathbf{max}}$ Gasto energético máximo no deslocamento.

Algumas condições que devem ser satisfeitas:

- $E_M > E_C > E_a > E_c > 0$
- $E_M > E_v > 0$
- $x_i^+ > x_i^-$
- $1 \geq i_{cM} > i_{cm} \geq 0$
- $1 \geq i_{aM} > i_{am} \geq 0$
- $\Delta n \ll n_M$
- $0 \leq F_i < 1$

Propriedades de um indivíduo

t Idade
E Saldo energético

Propriedades do ambiente

Δt Intervalo de tempo de uma ação (seção 7).
$\{x_i\}$ Lista de fatores limitantes.