

Задача Н. Лапта

Автор задачи и разбора - А.Гусаков

Предположим, что мы для заданного времени $time$ умеем находить точку (если она существует), в которую нужно бросить мяч, чтобы до его подъема соперником у нас было в запасе время, не меньшее $time$. Этим будет заниматься функция `TryTime(time: Real; var x_ans, y_ans: Real): boolean`. Функция принимает значение `False`, если такой точки не существует и `True`, если существует. В случае существования точки, ее абсцисса и ордината будут помещены в `x_ans` и `y_ans` соответственно.

Если мы уже реализовали эту функцию, то наибольшее время мы сможем найти с помощью бинарного поиска. Будем поддерживать такое свойство: искомое максимальное время лежит на отрезке $[l, r]$.

```
l:=0;
r:=MAX_ANS;
while (r-l>2*EPS) do begin // EPS=точность, с которой мы ищем время
  m:=(l+r)/2; // m=середине отрезка
  if TryTime(m,x_ans,y_ans) then //Если искомое время не меньше m
    l:=m // то отрезок:=его правая половина
  else // иначе
    r:=m; // отрезок:=его левая половина
end;
```

Искомым временем будет являться $(l+r)/2$, а координатами `x_ans` и `y_ans`.

Поскольку длина отрезка после каждой итерации цикла уменьшается в 2 раза, то количество вызовов функции `TryTime` будет достаточно маленьким.

Осталось самое главное – реализовать `TryTime(time, x_ans, y_ans)`. По сути, требуется найти точку, с неотрицательной ординатой, лежащую не дальше, чем D от начала координат, и не принадлежащую ни одному кругу $(x[i], y[i], v[i]*time)$ или определить, что такой точки не существует. Предположим, что такая точка P существует. Тогда будем непрерывно двигать ее вверх, пока во что-нибудь не “упремся”. Если после того как мы во что-то “уперлись” возможно двигаться, повышая высоту, то сделаем это. В итоге, наша точка либо станет самой верхней, то есть $(0, D)$, либо совпадет с точкой пересечения двух окружностей (иначе можно будет двигаться еще выше). Таким образом, чтобы проверить, существует ли наша точка, будем искать ее во множестве точек, состоящем из точек пересечения окружностей $(0, 0, D)$, $(x[1], y[1], v[1]*time)$, \dots , $(x[n], y[n], v[n]*time)$ и точки $(0, D)$. Проверить, подходит ли нам точка, совсем несложно: надо просто понять, можно ли в нее кидать мяч и что ни один соперник не добежит до нее быстрее, чем за время $time$.

Всего точек пересечения может получиться не более $2*N^2$, каждую точку проверять мы можем за N операций, поэтому на функцию `TryPoint` уйдет порядка N^3 операций, что при данных ограничениях, не так много.