

Matrizes

Matriz transposta

Definição

Definição

A matriz transposta de uma matriz A é obtida **trocando-se suas linhas por colunas** (ou colunas por linhas).

Se A é uma matriz $m \times n$, então sua transposta A^T será uma matriz $n \times m$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \implies A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

Exemplo Prático

Exemplo prático

Seja

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

A transposta será:

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

Propriedades Importantes

Propriedades importantes

$$(A^T)^T = A$$

$$(A + B)^T = A^T + B^T$$

$$(k \cdot A)^T = k \cdot A^T, \text{ para qualquer número real } k.$$

$$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$$

Se A é simétrica ($A = A^T$), então A é chamada de **matriz simétrica**.

Aplicações Práticas

Aplicações práticas

Usada em geometria analítica e álgebra linear.

Facilita o cálculo em produtos escalares de vetores.

Base para definição de matrizes simétricas (muito usadas em estatística).

Utilizada em métodos numéricos e otimização.

Resumo Esquemático

Resumo esquemático

Definição: trocar linhas por colunas.

Dimensão: $m \times n \rightarrow n \times m$.

Propriedades: mantém soma e multiplicação por escalar, mas inverte a ordem no produto.

Aplicações: geometria, estatística, ciência de dados, otimização.