

Função Modular

Inequações modulares

Definição

Definição

Uma **inequação modular** é uma desigualdade que envolve o **valor absoluto** de uma expressão.

Em geral, pode ser escrita como:

$$|f(x)| < a, \quad |f(x)| \leq a, \quad |f(x)| > a, \quad |f(x)| \geq a$$

onde $a \geq 0$ e $f(x)$ é uma função real.

Propriedades Fundamentais para Resolver Inequações Modulares

Propriedades fundamentais para resolver inequações modulares

Módulo menor que um número positivo ($|f(x)| < a$)

$$|f(x)| < a \iff -a < f(x) < a$$

Módulo menor ou igual a um número positivo ($|f(x)| \leq a$)

$$|f(x)| \leq a \iff -a \leq f(x) \leq a$$

Módulo maior que um número positivo ($|f(x)| > a$)

$$|f(x)| > a \iff f(x) < -a \quad \text{ou} \quad f(x) > a$$

Módulo maior ou igual a um número positivo ($|f(x)| \geq a$)

$$|f(x)| \geq a \iff f(x) \leq -a \quad \text{ou} \quad f(x) \geq a$$

Passos para Resolver Inequações Modulares

Passos para resolver inequações modulares

Identificar o tipo de inequação ($<$, \leq , $>$, \geq).

Aplicar a propriedade correspondente para remover o módulo.

Resolver a inequação resultante (ou sistema de inequações).

Representar o conjunto solução na reta real ou em intervalos.

Exemplos Práticos

Exemplos práticos

Exemplo 1:

$$|x - 3| < 5$$

Aplicando a regra:

$$-5 < x - 3 < 5$$

Somando 3 em todos os lados:

$$-2 < x < 8$$

Solução: $x \in (-2, 8)$

Exemplo 2:

$$|2x + 1| \geq 3$$

Aplicando a regra:

$$2x + 1 \leq -3 \quad \text{ou} \quad 2x + 1 \geq 3$$

Resolvendo cada caso:

$$1. \quad 2x + 1 \leq -3 \implies 2x \leq -4 \implies x \leq -2$$

$$2. \quad 2x + 1 \geq 3 \implies 2x \geq 2 \implies x \geq 1$$

Solução: $x \in (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

Exemplos Práticos

Exemplo 3:

$$|x + 2| \leq 4$$

Aplicando a regra:

$$-4 \leq x + 2 \leq 4$$

Subtraindo 2:

$$-6 \leq x \leq 2$$

Solução: $x \in [-6, 2]$

Dicas Importantes

Dicas importantes

Sempre verificar se $a \geq 0$, pois $|f(x)| < a$ ou $|f(x)| > a$ não têm sentido se $a < 0$.

Para inequações compostas ou com mais de um módulo, pode ser necessário dividir o problema em **casos**.

Representar a solução na **reta real** ajuda na visualização.

Resumo Esquemático

Resumo esquemático

Inequação	Transformação sem módulo	Tipo de solução
($f(x)$	$< a)$
($f(x)$	$\leq a)$
($f(x)$	$> a)$
($f(x)$	$\geq a)$