Progressão Geométrica (PG)

Limite de sequência

Definição de Limite de Sequência

Definição de Limite de Sequência

O **limite de uma sequência** (a_n) é o valor que os termos da sequência **aproximam cada vez mais** à medida que $n \to \infty$.

Em outras palavras, se os termos de uma sequência se aproximam de um número L quando n cresce indefinidamente, dizemos que **o limite da sequência é** L:

$$\lim_{n \to \infty} a_n = L$$

- Se não existe tal número L, dizemos que a sequência **não tem limite** ou **diverge**.

Sequência Convergente e Divergente

Sequência convergente e divergente

Sequência convergente: possui limite finito L.

Exemplo:

$$a_n = \frac{1}{n} \implies \lim_{n\to\infty} a_n = 0$$

Sequência divergente: não possui limite finito.

Exemplo:

$$a_n = n \implies \lim_{n\to\infty} a_n = \infty$$

Propriedades Importantes dos Limites de Sequência

Sejam $\lim_{n\to\infty} a_n = A$ e $\lim_{n\to\infty} b_n = B$, então:

1. **Soma:**

$$\lim_{n\to\infty} (a_n + b_n) = A + B$$

2. **Diferença:**

$$\lim_{n\to\infty} (a_n - b_n) = A - B$$

3. **Produto:**

$$\lim_{n\to\infty} (a_n \cdot b_n) = A \cdot B$$

4. **Quociente** (se $B \neq 0$):

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{A}{B}$$

5. **Constante multiplicativa:**

$$\lim_{n\to\infty} (k \cdot a_n) = k \cdot A$$

6. **Sequência de potência** (quando $|r| < 1$):

$$\lim_{n\to\infty} r^n = 0$$

Exemplos de Limites de Sequência

Exemplos de Limites de Sequência

Exemplo 1:

$$a_n = \frac{3n+2}{2n+5}$$

Dividindo numerador e denominador por n:

$$a_n = \frac{3+\frac{2}{n}}{2+\frac{5}{n}} \to \frac{3+0}{2+0} = \frac{3}{2}$$

Solução: $\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{3}{2}$

Exemplo 2:

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n}$$

Como $\frac{1}{n} \to 0$ e $(-1)^n$ oscila entre -1 e 1:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$$

Exemplo 3 (sequência divergente):

$$a_n = n^2$$

À medida que $n \to \infty$, $a_n \to \infty$. Portanto, a sequência **não tem limite finito**.

Limite de Sequências Notáveis

Limite de sequências notáveis

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^p} = 0$, para $p > 0$

$\lim_{n\to\infty} q^n = 0$, se $|q| < 1$

$\lim_{n\to\infty} q^n = \infty$, se $q > 1$

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, para $a > 0$

Resumo Esquemático

Resumo esquemático

Conceito	Descrição
Limite	Valor que a sequência aproxima quando $n \to \infty$
Convergente	Possui limite finito L
Divergente	Não possui limite finito
Propriedades	Soma, diferença, produto, quociente, constante multiplicativa
Exemplos clássicos	$\frac{1}{n} \to 0, r^n \to 0$ (