

Progressão Geométrica (PG)

Soma dos termos finita e infinita

Soma dos Termos de uma PG Finita

Soma dos termos de uma PG finita

Seja uma PG com:

- Primeiro termo a_1
- Razão $q \neq 1$
- Número de termos n

A soma dos n primeiros termos é representada por S_n e dada pela fórmula:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Ou, alternativamente:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (\text{quando } q \neq 1)$$

Explicação da fórmula:

- $q^n - 1$ representa a diferença entre o último termo multiplicado pela razão e o primeiro termo.
- Dividindo por $q - 1$, obtemos a soma total da PG.

Soma dos Termos de uma PG Finita

Exemplo 1:

PG: 2, 4, 8, 16, 32

- $a_1 = 2, q = 2, n = 5$

$$S_5 = 2 \cdot \frac{2^5 - 1}{2 - 1} = 2 \cdot \frac{32 - 1}{1} = 2 \cdot 31 = 62$$

Exemplo 2:

PG: 3, 6, 12, 24

- $a_1 = 3, q = 2, n = 4$

$$S_4 = 3 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1} = 3 \cdot \frac{16 - 1}{1} = 3 \cdot 15 = 45$$

Soma dos termos de uma PG Infinita

Soma dos termos de uma PG infinita

Seja uma PG infinita com:

- Primeiro termo a_1
- Razão q tal que $|q| < 1$

A soma infinita é representada por S_∞ e dada por:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

Observações:

- Essa fórmula só é válida para $|q| < 1$, pois a soma converge.
- Se $|q| \geq 1$, a soma infinita não converge (tende ao infinito).

Soma dos termos de uma PG Infinita

Exemplo 3:

PG infinita: $8, 4, 2, 1, \dots$

- $a_1 = 8, q = \frac{1}{2}$

$$S_{\infty} = \frac{8}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$$

Exemplo 4:

PG infinita: $5, -2.5, 1.25, -0.625, \dots$

- $a_1 = 5, q = -\frac{1}{2}$

$$S_{\infty} = \frac{5}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{5}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{5}{\frac{3}{2}} = \frac{10}{3} \approx 3,33$$

Propriedades Importantes

Propriedades importantes

PG finita: a soma cresce ou decresce dependendo de q .

PG infinita: só converge se $|q| < 1$.

PG alternada: se $q < 0$, os termos se alternam de sinal; a soma infinita ainda pode convergir se $|q| < 1$.

A soma de uma PG finita também pode ser usada para calcular **a soma de partes de uma PG maior**.

Resumo Esquemático

Resumo esquemático

Tipo de PG	Fórmula	Condição
Soma finita	$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$	$q \neq 1$
Soma infinita	$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q}$	(