

Matrizes

Matriz inversível

Definição

Definição

Uma **matriz inversível** é uma **matriz quadrada** A (mesmo número de linhas e colunas) que possui uma outra matriz A^{-1} tal que:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$

onde I é a **matriz identidade**.

- Nem toda matriz quadrada é inversível.
- As matrizes que não possuem inversa são chamadas de **matrizes singulares**.

Condição de Existência

Condição de existência

Uma matriz quadrada A é inversível se, e somente se o seu **determinante** for diferente de zero:

$$\det(A) \neq 0$$

Como Calcular a Inversa (para Matrizes 2×2)

Como calcular a inversa (para matrizes 2×2)

Seja

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Então:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \quad \text{desde que } ad - bc \neq 0$$

Exemplo Prático

Exemplo prático

Seja

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Determinante:

$$\det(A) = (2 \cdot 3) - (5 \cdot 1) = 6 - 5 = 1 \neq 0$$

Logo, A é inversível.

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

Propriedades Importantes

Propriedades importantes

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

$$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T \text{ (se } A \text{ é inversível)}$$

Se $\det(A) = 0$, a matriz não é inversível.

Aplicações Práticas

Aplicações práticas

Resolver sistemas de equações lineares ($A \cdot x = b \implies x = A^{-1} \cdot b$).

Usada em criptografia.

Transformações geométricas inversas em computação gráfica.

Modelagem em engenharia e física.

Resumo Esquemático

Resumo esquemático

Matriz inversível: matriz quadrada que tem inversa.

Condição: determinante diferente de zero.

Fórmula simples para 2×2 .

Usada para resolver sistemas lineares e em diversas aplicações práticas.