

Função Exponencial

Propriedades

Propriedades da Função Exponencial

Propriedades da Função Exponencial

Uma função exponencial do tipo $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, possui várias propriedades importantes relacionadas às potências.

Principais propriedades

Principais propriedades

Positividade

$$a^x > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

- O valor da função exponencial nunca é negativo nem zero.
-

Valor no zero

$$a^0 = 1$$

- Independentemente da base a (desde que $a > 0$), o gráfico sempre passa pelo ponto $(0, 1)$.
-

Produto de potências de mesma base

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

- Multiplicar funções exponenciais equivale a **somar os expoentes**.

Principais Propriedades

Quociente de potências de mesma base

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, \quad y \neq 0$$

- Dividir funções exponenciais equivale a **subtrair os expoentes**.
-

Potência de potência

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

- Elevar uma função exponencial a outro expoente equivale a multiplicar os expoentes.
-

Comparação de valores

- Se $a > 1$: a função é **crescente**, logo:

$$x_1 < x_2 \implies a^{x_1} < a^{x_2}$$

- Se $0 < a < 1$: a função é **decrescente**, logo:

$$x_1 < x_2 \implies a^{x_1} > a^{x_2}$$

Exemplos

Exemplos

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = 256$$

$$\frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3 = 27$$

$$(5^2)^3 = 5^6 = 15625$$

Como $2 > 1$, temos que $2^1 < 2^3$ ($2 < 8$).

Como $\frac{1}{2} < 1$, temos que $\left(\frac{1}{2}\right)^1 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ($0,5 > 0,125$).

Resumo Esquemático

Resumo esquemático

Propriedade

Regra

Positividade

$$a^x > 0$$

Valor no zero

$$a^0 = 1$$

Produto de potências

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

Quociente de potências

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

Potência de potência

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

Crescimento (se $a > 1$)

$$x_1 < x_2 \implies a^{x_1} < a^{x_2}$$

Decrescimento (se $0 < a < 1$)

$$x_1 < x_2 \implies a^{x_1} > a^{x_2}$$