o İleri - geri sonlu fark formülleri

Bir $f(x)$ fonksiyonunun $(x+\Delta x)$ noktasındaki değeri Taylor seri açılımı ile

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \ldots$$

$$= f(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\Delta x)}{n!}\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$$ şeklinde yazılır.

Buradan birinci türev çekilirse ;

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\Delta x^2}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \ldots$$ veya

$$O(\Delta x) = -\frac{\Delta x}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^2}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \ldots$$ hata terimi olmak üzere Kısaca,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$ yazılabilir. Bu ifade f büyüklüğü-nün x'e göre birinci türevi için yapılmış 1. dereceden bir yaklaşımdır.

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + O(\Delta x) \longrightarrow$$ 1. mertebeden ileri fark formülasyonu

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x) \longrightarrow$$ 1. mertebeden geri fark formülasyonu

SORU 1 : sonlu farkların kuvvetlerinin denklem katsayıları ile pascal üçgeni arasındaki ilişki nedir?

→ Sonlu farkların kuvvetleri, matematikte Taylor serisi olarak bilinen bir seridir. Bu seride, bir fonksiyonun türevlerinin değerleri kullanılarak fonksiyonun ~~türev~~ yaklaşık değeri hesaplanır. Pascal üçgeni ise kombinatorikte kullanılır ve herbir sayı üstteki iki sayının toplamına eşittir. Sonlu farkların kuvvetlerinin denklem katsayıları pascal üçgenindeki sayılarla ilişkilendirilebilir. Örneğin, sonlu farkların kuvvetlerinin katsayılarından oluşan bir dizi, pascal üçgeninin belirli bir satırına karşılık gelebilir. Bu ilişki matematiksel analiz, kombinatorik arasında bağlantı sağlar.

SORU 2 : Newton ileri - geri sonlu fark denklemleri nedir? nasıl türetilir?

→ Newton ileri - geri sonlu fark denklemleri, diferansiyel denklemlerin sayısal çözümlerini elde etmek için kullanılan yöntemlerdir. İleri sonlu fark denklemi, bir noktadaki fonksiyon değerini, bir sonraki noktadaki fonksiyon değeriyle ilişkilendirilir. Geri sonlu fark denklemi ise, bir noktadaki fonksiyon değerini, bir önceki noktadaki fonksiyon değeriyle ilişkilendirir. İleri sonlu fark denklemi, Taylor serisinin ileriye doğru kesilmesiyle türetilir. Örneğin, bir fonksiyonun bir sonraki noktadaki değerini hesaplamak için, fonksiyonun o noktadaki değeri ve türevleri kullanılır. Bu, fonksiyonun yaklaşık değerini verir.