

Matematikte, Hesse Matrisi bir skaler değerli fonksiyonun ya da skaler alanın 2. dereceden kısmi türevlerinden oluşan kare matristir. Çok değişkenli bir fonksiyonun yerel eğriliğini ifade eder.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_n} \end{bmatrix} \text{ şeklinde gösterilir}$$

Hessian Matrisi simetrik bir matristir. Çok değişkenli bir kısıtlı maksimizasyon probleminde eğer Hessian Matrisi x aday noktada pozitif tanımlı ise bu aday noktalar lokal minimum değerini verir. Eğer Hessian matrisi negatif tanımlı ise lokal maksimum değerini verir.

* Hessian Matrisin tüm minör determinantlarının pozitif olması minimum için yeterlidir.

SORU = $f(x,y) = x^3 - 3xy^2$ denkleminin (2,3) noktasındaki Hessian'ını hesaplayın.

$$\left. \begin{aligned} f_x &= 3x^2 - 3y^2 \\ f_y &= 6xy \end{aligned} \right\} \text{ birinci türevleri}$$

$$\left. \begin{aligned} f_{xx} &= 6x \\ f_{yy} &= 6x \\ f_{xy} &= 6y \end{aligned} \right\} \text{ ikinci türevleri}$$

$$H = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 6x & 6y \\ 6y & 6x \end{bmatrix}$$

$$H_f(2,3) = \begin{bmatrix} 6.2 & 6.3 \\ 6.3 & 6.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 18 \\ 18 & 12 \end{bmatrix} = 12.12 - 18.18 = 144 - 324 = -180$$