

PRIMER EXAMEN PARCIAL

Instrucciones Generales

- Este examen contiene seis preguntas: tres preguntas teóricas y tres preguntas de programación.
- Este primer examen parcial iniciará el jueves 19 de setiembre a la 1:00 pm.
- La parte escrita se realiza en clases. Debe presentar todos los pasos necesarios o procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje de forma ordenada y clara para resolver el examen. Esta parte debe ser resuelto en cuaderno de examen o utilizando hojas engrapadas, con lapiz y/o lapicero. En la primera hoja se debe indicar el nombre completo y el número de carnet de cada estudiante. Esta parte se entrega antes de finalizar la lección (es decir, máximo 3:00 pm). **Si no traen hojas engrapadas, no podrán realizar la parte escrita del examen.**
- La parte de programación del examen se realiza fuera de clases y la solución se debe realizar utilizando los lenguajes de programación GNU Octave o Python. Cada pregunta se debe realizar en cualquiera de los dos lenguajes de programación indicados. Se puede usar un lenguaje para una pregunta, y otro lenguaje para otra pregunta.
 - Cada estudiante debe crear en el escritorio una carpeta que tenga como nombre la siguiente estructura **PrimerApellido-Nombre-#Carnet** (Ejemplo: **Soto-Pablo-12345**). En dicha carpeta deben aparecer los archivos creados con el propósito de responder la parte de programación del examen.
 - La solución de la parte de programación que se encuentra en la carpeta principal debe comprimirse en un archivo **.zip** y subirlo al formulario que se encuentra en el siguiente enlace:

<https://forms.gle/????????????????>

Observaciones:

- * Se necesita tener una cuenta de **gmail** para llenar el formulario.
- La fecha y hora máxima para entregar la parte de programación es el jueves 19 de setiembre a la 11:59 pm.

1 Parte 1 - Preguntas de Programación

Preguntas

1. **Pregunta 1:** El **método de Thomas** es un algoritmo eficiente para resolver sistemas de ecuaciones lineales cuya matriz es tridiagonal. Este método es una forma simplificada de eliminación de Gauss que aprovecha la estructura tridiagonal para reducir la cantidad de operaciones necesarias, haciéndolo mucho más rápido que los métodos generales para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

Considere el sistema $Ax = d$, donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $d \in \mathbb{R}^n$, el cual es representado como

$$\underbrace{\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & a_3 & b_3 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & c_{n-1} \\ 0 & & & a_n & b_n \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_x = \underbrace{\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}}_d$$

Para dar solución a este sistema, se definen los vectores $p \in \mathbb{R}^{n-1}$ y $q \in \mathbb{R}^n$, donde

$$p_i = \begin{cases} \frac{c_i}{b_i} & \text{si } i = 1 \\ \frac{c_i}{b_i - p_{i-1} \cdot a_i} & \text{si } i = 2, 3, \dots, n-1 \end{cases}$$

y

$$q_i = \begin{cases} \frac{d_i}{b_i} & \text{si } i = 1 \\ \frac{d_i - q_{i-1} \cdot a_i}{b_i - p_{i-1} \cdot a_i} & \text{si } i = 2, 3, \dots, n. \end{cases}$$

Luego, la solución del sistema se obtiene a partir de las siguiente fórmula:

$$x_n = q_n \quad \text{y} \quad x_i = q_i - p_i \cdot x_{i+1}$$

para $i = n-1, n-2, \dots, 1$.

- (a) **[Valor 10 puntos]** Implemente computacionalmente una función del método de Thomas para resolver sistema $Ax = d$, donde la matriz A es tridiagonal. La sintaxis de la función debe ser `x=metodo_thomas(A,d)`.
- (b) **[Valor 5 puntos]** Utilizando la función `metodo_thomas`, calcule la solución del sistema $Ax = d$, utilizando la siguiente información:
- $A \in \mathbb{R}^{250 \times 250}$ es una matriz tridiagonal, donde $A(i, i) = 2i$, $A(i, i+1) = i-1$, $A(i, i-1) = i-1$, para todo $i = 1, \dots, 250$.
 - $d \in \mathbb{R}^{250}$, donde $d(i) = i$.

Al final, en la ventana de comandos debe imprimirse el error del cálculo de la solución, que es dado por la fórmula $\|Ax - b\|_2$, donde $\|\cdot\|_2$ es la norma euclídeana.

Nota: La solución de esta pregunta se realiza en un archivo con nombre `parcial1_p1`.