



Klasifikace:

Jméno: **Petr Červenka** Kolega: **Michal Vranovský**  
Kruh: **Středa** Číslo skup.: **2**  
Měřeno: **30.3.2022** Zpracování: **16h**

## 1. Pracovní úkoly

1. DÚ: V přípravě odvoďte rovnici (4), načrtněte chod paprsků a zdůvodněte nutnost podmínky  $e > 4f$ . Zjistěte, co je konvenční zraková vzdálenost.
2. Určete ohniskovou vzdálenost spojné čočky +200 ze znalosti polohy předmětu a jeho obrazu (minimálně pro pět různých konfigurací, provést též graficky) a Besselovou metodou.
3. Změřte ohniskovou vzdálenost mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru Besselovou metodou. V přípravě vysvětlíte rozdíl mezi Ramsdenovým a Huygensovým okulárem.
4. Změřte zvětšení lupy při akomodaci oka na konvenční zrakovou vzdálenost. Stanovte z ohniskové vzdálenosti lupy zvětšení při oku akomodovaném na nekonečno.
5. Určete polohy ohniskových rovin tlustých čoček (mikroskopický objektiv a Ramsdenův okulár) nutných pro výpočet zvětšení mikroskopu.
6. Z mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru sestavte na optické lavici mikroskop a změřte jeho zvětšení.
7. Ze spojky +200 a Ramsdenova okuláru sestavte na optické lavici dalekohled. Změřte jeho zvětšení přímou metodou.
8. Výsledky měření mikroskopu a dalekohledu porovnejte s hodnotami vypočítanými z ohniskových vzdáleností.

## 2. Použité přístroje a pomůcky

Optická lavice s jezdcí a držáky čoček, světelný zdroj pro optickou lavici, mikroskopický objektiv, Ramsdenův okulár v držáku s Abbeho kostkou, spojné čočky +200, matnice, clona se šípkou, pomocný světelný zdroj s milimetrovou stupnicí, křížový vodič s objektivovým mikrometrem, matnička se stupnicí  $50 \times 0,1$  mm, pomocný mikroskop s měřicím okulárem, pomocný dalekohled, kovové měřítko, trojnožka.

## 3. Teoretický úvod

### 3.1. Vybrané části z geometrické optiky

Ohnisková rovina čočky má vlastnost, že předměty v nekonečnu se do ní zobrazí. Hlavní rovina čočky je charakterizována tím, že předmět v této rovině se čočkou zobrazí na stejně velký předmět. Vzd. ohniskové a hlavní roviny je ohnisková vzdálenost  $f$ . Předmět ve vzdálenosti  $a$  od čočky se zobrazí do vzdálenosti  $a'$  od ní. Pro ohniskovou vzdálenost čočky  $f$  platí

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \leftrightarrow \frac{f}{a} + \frac{f}{a'} = 1. \quad (1)$$

Boční zvětšení  $\beta$  je poměr velikosti obrazu  $y'$  ku velikosti vzoru  $y$  a platí

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}, \quad (2)$$

s využitím (1) poté máme

$$f = \frac{a'}{1 + \beta} = \frac{a\beta}{1 + \beta}. \quad (3)$$

Vztah (1) je invariantní vůči záměně  $a$ ,  $a'$ . Vzdálenost předmětu od stínítka ozn.  $e$  a vzdálenost poloh čoček, kdy vidíme ostrý předmět ozn.  $d$ . Budeme požadovat podmínku  $e > 4f$ , poté platí (jak je ukázáno v A)

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (4)$$

### 3.2. Optické přístroje

### 3.3. Lupa

Optickou čočkou lze zvětšit předměty  $\implies$  lze použít jako lupa. Zvětšení lupy  $Z_l$  při oku akomodovaném na konvenční zrakovou vzdálenost  $l \approx 25$  cm je

$$Z_l = \frac{l+c}{f'} + 1 \wedge Z_l = \frac{y'}{y} \quad (5)$$

kde  $c$  je vzdálenost oka od středu čočky. Je-li oko akomodované na předmět v nekonečnu, je zvětšení

$$Z = \frac{l}{f}, \quad (6)$$

kde  $l$  je konvenční zraková vzd. a  $f$  je ohnisková vzdálenost lupy.

### 3.4. Mikroskop

Mikroskop je přístroj tvořený dvěma čočkami. Jedna zobrazí předmět zvětšeně a pomocí druhé pozorujeme tento zvětšený předmět. Zvětšení mikroskopu udává vzorec

$$Z = \frac{l\Delta}{f_1 f_2}, \quad (7)$$

kde  $\Delta$  je vzdálenost ohnisek čoček,  $f_{1,2}$  je ohnisková vzd. první resp. druhé čočky.

### 3.5. Dalekohled

Dalekohled je přístroj, který vzdálený předmět zobrazí objektivem (první čočkou) v ohniskové vzdálenosti druhého opt. prvku (čočka nebo rozptylka), pomocí druhého opt. prvku tento předmět pozorujeme. Zvětšení dalekohledu při pozorování vzdálených předmětů je

$$Z = \frac{f_1}{f_2}, \quad (8)$$

pro blízké předměty je

$$Z' = Z \frac{a}{a - f_1}. \quad (9)$$

### 3.6. Ramsdenův a Huygensův okulár

Ramsdenův okulár – levný; používá plankonvexní čočky namířené rovnými částmi proti sobě; vytváří skutečný obraz, proto je vhodný pro měření; obraz před okulárem.

Huygensův okulár – složitější; dražší; používá plankonvexní čočky namířené oblými stranami proti přicházejícímu světlu; vytváří zdánlivý obraz, proto je nevhodný na měření; obraz mezi čočkami.

### 3.7. Statistika

Během výpočtů budeme muset určit chybu nepřímých měření. Pokud  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , pak pro chybu veličiny  $y$  platí

$$\sigma_y^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_{x_n}^2. \quad (10)$$

Pokud jsou jednotlivá měření zatížena chybami a chceme je zohlednit ve výsledné hodnotě veličiny potřebujeme vzorec

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i y_i}{\sum_{i=1}^n p_i}, \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n p_i}}, \quad p_i = \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}. \quad (11)$$

## 4. Postup měření

### 4.1. Ohnisková vzdálenost čočky

Na optickou lavici s metrem umístíme matnici a světelný zdroj (na opačné konce). Před světelný zdroj dáme clonu se šipkou. Zapišeme si pozici clonky a matnice. Mezi právě popsané předměty postavíme čočku a hledáme dvě pozice, kdy je šipka na matnici ostrá. Pozice čočky si zapišeme. Změníme polohu matnice, s dodržáním podm.  $e > 4f$ , a opět hledáme pozice čočky, aby byl předmět ostrý. Celkově provedeme pět měření.

### 4.2. Ohnisková vzd. Ramsdenova okuláru a mikroskop. objektivu

Vyměníme matnici za mikroskop. Šipku a zdroj světla vyměníme za kostku se stupnicí a světelným zdrojem. Nahradíme čočku Ramsdenovým okulárem. Jako v kapitole 5.1 hledáme dvě polohy Ramsdenova okuláru, kdy vidíme ostrý obraz stupnice (provedeme pětkrát). Poté vyměníme Ramsdenův okulár za mikroskopický objektiv. Nakonec necháme jen pomocný mikroskop a provedeme analogické měření.

### 4.3. Zvětšení lupy

Ramsdenův okulár umístíme skoro až ke kostce se stupnicí. Nacvakneme na Ramsdenův okulár Abbeho kostku. Zapneme pomocný zdroj se stupnicí a nasměrujeme ho na Abbeho kostku. Zdroj musí být vzdálen o konvenční zřakovou vzd. od kostky. Koukáme do Ramsdenova okuláru a hledáme takovou polohu, kdy vidíme dvě překryté stupnice ostře. Odečteme, jaký počet dílků jedné stupnice se vejde do druhé.

### 4.4. Tlusté čočky

Na optickou lavici umístíme dalekohled (na druhý konec než je kostka). Hledáme polohu Ramsdenova okuláru resp. mikroskop. objektivu, kdy vidíme v dalekohledu ostrý obraz.

### 4.5. Mikroskop

Na lavici necháme jen světelný zdroj. Před něj umístíme sklíčko s jemně dělenou stupnicí, před ni dáme mikroskopický objektiv a před něj postavíme Ramsdenův okulár s nacvaklou Abbeho kostkou. Pokoušíme se v okuláru najít nejdříve jemně dělenou stupnici, poté zapneme zdroj světla s pomocnou stupnicí, zaměříme ho na Abbeho kostku (zdroj je vzdálen o konv. zrak. vzd. od kostky) a jemně s ním otáčíme tak, že v okuláru vidíme překryté stupnice. Opět odečteme, jaký počet dílků jedné stupnice se vejde do druhé.

### 4.6. Dalekohled

Rozložíme trojnožku. Na její lavici umístíme dopředu čočku (blíže k předmětu) a za ni upevníme Ramsdenův okulár. Zaměříme čočku na metr na zdi. Zaostříme obraz v Ramsdenově okuláru jeho posunem po lavici. Nacvakneme Abbeho kostku. Jeden kouká do okuláru, druhý drží pravítko ve vzdálenosti konv. zrak. vzd. a pohybuje s ním tak, aby první viděl překryté osy měřidel. Odečteme poměr dílků obou měřidel.

## 5. Vypracování

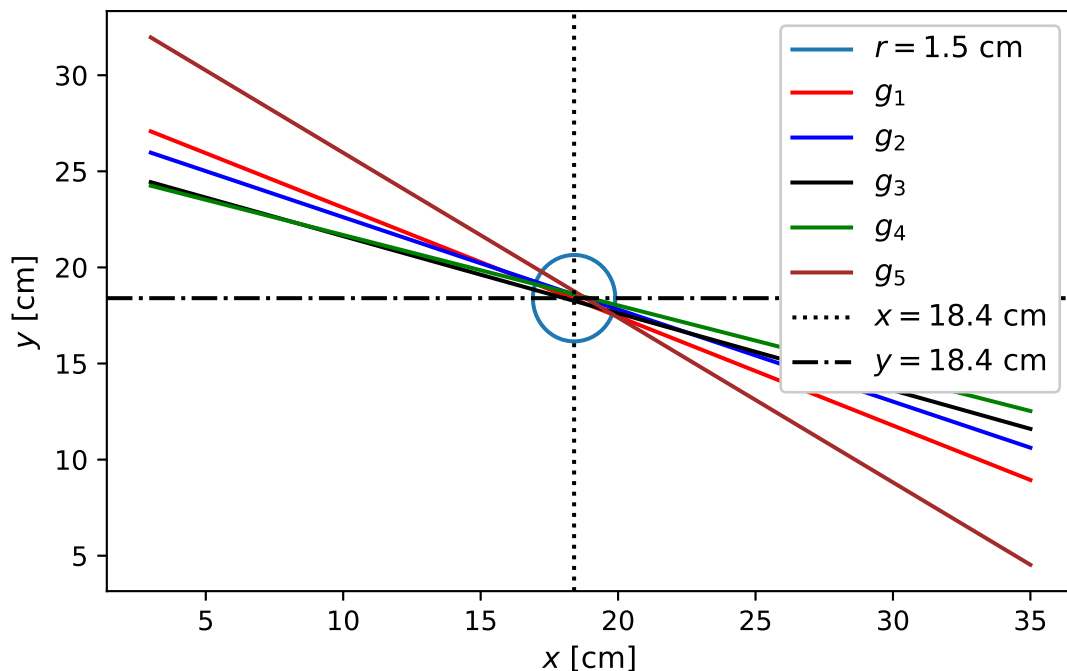
Domácí úkol byl splněn a je obsažen v [A](#).

### 5.1. Ohnisková vzdálenost čočky – grafická metoda

Využijeme pravou část rovnici (1). Hodnotu  $a$  nanese na osu  $x$  a hodnotu  $a'$  na osu  $y$ , ilustruje Obr. 1. Tyto dva body pak spojíme čarou. Souřadnice průsečíku jsou  $[18,4 \pm 1,5; 18,4 \pm 1,5]$  cm a ohnisková vzdálenost čočky  $f_{coc} = (18,4 \pm 1,5)$  cm.

### 5.2. Ohnisková vzdálenost čočky – Besselova metoda

Z hodnot na měřidle pro polohy dvou čoček, polohy matnice a polohy předmětu určíme  $d$  a  $e$  v rovnici (4). U naměřených hodnot pro polohu čoček je chyba 0,3 cm (způsobeno volností pohybu čočky, kdy je obraz stále zaostřený). Chyby veličin  $d$ ,  $e$  jsou určeny dle (10). Dostaneme  $f_{coc} = (19,20 \pm 0,03)$  cm.



Obr. 1: Graf závislosti vzdálenosti obrazu předmětu  $y$  od čočky na vzdálenosti předmětu  $x$  od čočky. Funkce  $g_i$  spojují body  $[a_i, a'_i]$  pro danou konfiguraci optických prvků. Souřadnice průsečíku je  $[f, f]$ . Kruh s poloměrem  $r = 1,5$  cm určuje chybu polohy průsečíku.

### 5.3. Ohnisková vzdálenost Ramsdena a mikr. obj.

Pomocí vzorce (4) pro Besselovu metodu jsme spočítali  $f_{Rams} = (3,6 \pm 0,4)$  cm a  $f_{mikr} = (2,8 \pm 0,9)$  cm. Při výpočtu jsme museli od  $e$  odečíst hodnotu  $f_{poz} = (28,09 \pm 0,05)$  cm, což je ohnisková vzdálenost pozorovacího mikroskopu.

### 5.4. Zvětšení lupy

Ramsdenův okulár použijeme jako lupu. Naměřili jsme převod mezi dvěma stupnicemi  $1 \text{ mm} \sim (1 \pm 0,1)$  cm. Přes vzorce (5) (jeho pravá část), (10) se dostáváme k výsledku  $Z_l = (10 \pm 1)$ . Zvětšení lupy při oku akomodovaném do nekonečna spočítáme ze vzorce (6) s výsledkem  $Z = (7,0 \pm 0,8)$ . Uvažovali jsme  $l = (25 \pm 1)$  cm.

### 5.5. Tlusté čočky

Data jsou nepřesná z důvodu vyosené kostky. Naměřili jsme vzdálenost ohniskové roviny čočky v mikroskopické objektivu  $o_{mikr} = (5,500 \pm 0,7 \text{ (sys.)} \pm 0,005 \text{ (stat.)})$  cm, vzdálenost ohniskové roviny čočky v Ramsdenově okuláru je  $o_{rams} = (3,000 \pm 0,7 \text{ sys} \pm 0,005 \text{ (stat.)})$  cm. Vzdálenost ohniskové roviny by měla být srovnatelná s daty v kapitole 5.3. U mikroskopického okuláru jsme se dopustili chyby při měření.

### 5.6. Zvětšení mikroskopu

Z naměřených dílů stupnic  $(0,1 \pm 0,005)$  mm  $\sim (4 \pm 0,05)$  cm vychází zvětšení mikroskopu (chyba z (10))  $Z_{mer} = (40 \pm 2)$ . Vzdálenost čoček objektivu a okuláru je  $d = (15,9 \pm 0,2)$  cm. Vyjdeme ze vzorce (7), hodnot naměřených ( $o_{mikr}, o_{rams}$ ) v kapitole 5.5 a  $\Delta = d - o_{mikr} - o_{rams}$  s výsledkem  $Z_{vz} = (11 \pm 5)$ .

### 5.7. Zvětšení dalekohledu

Dvě naměřené hodnoty zvětšení  $Z = (5 \pm 1)$  a  $Z = (6 \pm 1)$  dají  $Z_{nam} = (5,5 \pm 0,7)$ . Vzdálenost stupnice na zdi od čočky je  $a = (9,449 \pm 0,0005)$  m. Vezmeme výsledky pro Rams. okulár z 5.5 a ohniskovou vzd. čočky z 5.1.

Dosadíme do (8) ( $Z = (6,2 \pm 1,5)$ ), poté použijeme vzorec (9). Zvětšení dalekohledu pro předměty pozorované na krátkou vzdálenost je  $Z' = (6,3 \pm 1,5)$ .

## 6. Diskuse

### 6.1. Obecné chyby

High-tech optická lavice spolu s jezdíci nástavci vypadají, že umí měřit s přesností na desetiny milimetrů. Ovšem předměty, které dáváme do nástavců (kostka, dalekohled atd.) jsou tak vyosené, že musíme měřit skutečnou polohu předmětů (ne polohu nástavců) průmětem na stupnici přes něco rovného, tím vznikají chyby zhruba 0,3 cm.

Ve vypracování uvažujeme, že známe středy čoček. Svislé držáky přístrojů (nohy), nejsou přivařeny doprostřed pozorovacích hlavic. Střed čočky pak nemůže odpovídat pozici středu jezdícího podstavce.

### 6.2. Ohnisková vzdálenost čočky

Porovnáním výsledků z 5.2 a 5.1 vidíme, že Besselova metoda je mnohem přesnější. Měření provází systematická chyba daná tím, že pokud je obraz ostrý a my lehce změňme polohu čočky, zůstane stále ostrý. Grafická metoda je subjektivní, někdo by pomyslný průsečík umístil do jiného místa než je na Obr. 1.

### 6.3. Ohniskové vzd. Rams. okuláru a mikr. objektivu

Oba optické přístroje mají podobné ohniskové vzdálenosti, což ukazuje na podobné čočky v obou přístrojích. Zde již narážíme na problém vyosení přístrojů a kostky, proto mají hodnoty v 5.3 velké chyby.

### 6.4. Lupa

Slabé místo ve vzorci (6), je v tom, že musíme přesně udržet vzdálenost  $l$  mezi pomocnou stupnicí a Abbeho kostkou. Dále jsme vůbec neuvažovali vzdálenost oka od okuláru.

Tezi, že zvětšení obrazu lupou při oku akomodovaném na konečnou vzdálenost je větší než při akomodaci na obraz v nekonečnu, jsme potvrdili.

### 6.5. Tlusté čočky, zvětšení mikroskopu

Vzdálenost ohniskové roviny pro mikroskopický objektiv je ovlivněna hrubou chybou, proto vypočtené zvětšení mikroskopu neodpovídá realitě ( $Z_{vyp} \approx 11$  vs.  $Z_{real} \approx 44$ ). Díky blízkosti hodnot vzdálenosti ohniskové roviny a  $f_{mkr} = (2,8 \pm 0,9)$  cm z 5.1 použijeme druhou jmenovanou hodnotu pro výpočet. Z důvodu vysoké chyby  $f_{mkr}$  dostáváme poměrně nepřesný výsledek  $Z_{mkr} = (30 \pm 15)$ , který ovšem ukazuje že původní výsledek  $Z_{vz} = (11 \pm 5)$  není nejspíše správný.

### 6.6. Zvětšení dalekohledu

Postup měření je nevhodně zvolen. Jeden z měřících musí držet pravítko tak, aby ho druhý viděl v okuláru a zároveň aby se překryli stupnice. Jelikož se nám klepaly ruce, tak bylo velice těžké určit správný počet dílků. Tento problém je jednoduše odstranitelný, postavením pravítka na nějaký pomocný stojan.

Dle očekávání je zvětšení předmětu na konečnou vzdálenost větší, než zvětšení předmětu v nekonečnu.

## 7. Závěr

Až při vypracování jsem si uvědomil, jaký byl smysl našeho měření – sestavili jsme si vlastní mikroskop, lupu a dalekohled. Tyto přístroje mají následující změřená zvětšení:  $Z_{lupa1} = (10 \pm 1)$ ,  $Z_{mik1} = (40 \pm 2)$  a  $Z_{dal1} = (5,5 \pm 0,7)$ . Vypočtená zvětšení jsou: pro lupu při oku akomodovaném na nekonečno  $Z_{l\infty} = (7 \pm 0,7)$ , zvětšení mikroskopu  $Z_{mik2} = (30 \pm 15)$  a zvětšení dalekohledu na konečnou vzd.  $Z_{dal1} = (6,3 \pm 1,5)$ .

## 8. Použitá literatura

- [1] Kolektiv KF. Geometrická optika. [online cit. 5.4.2022]. Dostupné z: [https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435579/mod\\_resource/content/6/optika\\_180226.pdf](https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435579/mod_resource/content/6/optika_180226.pdf)



# Příloha

## A. Domácí příprava

$a_1 + a_1' = l$   
 $a_2 + a_2' = l$   
 $a_1 = l - d - a_2' \rightarrow a_2' = l - d - a_1$   
 $a_1' = l - a_2 + d \rightarrow a_2 = l + d - a_1'$

$f = \frac{a_1'}{1 + \frac{a_1'}{a_1}}$   
 $f = \frac{a_2'}{1 + \frac{a_2'}{a_2}} = \frac{(l - a_2) a_2}{l}$

$f = \frac{a_1' (l - a_1')}{l}$   
 $f = \frac{a_2' (l - a_2')}{l}$   
 $f = \frac{(l + d - a_1') (l - (l + d - a_1'))}{l} =$   
 $f = \frac{(l + d - a_1') (a_1' - d)}{l}$

$f l = a_1' l - a_1'^2$   
 $f l = l a_1' - l d + 2 d a_1' - d^2 - a_1'^2$

$\frac{l + d}{2} = a_1'$   
 $\frac{l + d}{2} = a_1'$

$f = \frac{\frac{l + d}{2} (l - \frac{l + d}{2})}{l} = \frac{(l + d) (2l - l - d)}{4l} =$   
 $= \frac{(l + d) (l - d)}{4l} = \frac{l^2 - d^2}{4l}$

$4l f = l^2 - d^2$   
 $0 \leq d^2 = l^2 - 4l f$   
 $l \geq 0$   
 $\Rightarrow \underline{l \geq 4f}$

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská  
 Fyzikální praktikum II - letní semestr

Konv.  
 prok.  
 vzděl.  
 → ved.  
 od obkypky  
 měřené přechůžky  
 v této vzd. pracovní  
 po delší dobu,  
 aniž by se oči  
 navrátilý

Měd. měření →  
 oči musí rozstříh  
 ⇒ rychlé unavení

