

Klasifikace:

Jméno: **Petr Červenka** Kolega: Michal Vranovský
Kruh: **Středa** Číslo skup.: 2
Měřeno: **9.3.2021** Zpracování: 10h

1. Pracovní úkoly

1. DÚ: Odvoďte vztah (4) pro výpočet náboje kapky.
2. Proveďte Millikanův experiment pro alespoň deset kapiček oleje. Výsledky zpracujte formou grafu Q na r a určete elementární náboj.
3. Z výsledků úlohy 3a (Měrný náboj elektronu) a této stanovte hmotnost elektronu, vyjádřete v jednotkách $\text{keV} \cdot \text{c}^{-2}$.

2. Použité přístroje a pomůcky

Millikanův přístroj HELAGO 559 412, napájecí jednotka HELAGO 559 421, 2x elektronické stopky HELAGO 313 033, vodiče, olej.

3. Teoretický úvod

3.1. Rozbor sil působících na kapku

Mějme kapku z nějaké kapaliny, která volně padá v prostředí. Bude na ni působit gravitační síla F_g , vztlaková síla F_{vz} a odporová síla F_o . Ve velikostech

$$\begin{aligned} F_g &= \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g \\ F_{vz} &= \rho_{vzd} \frac{4}{3} \pi r^3 g \\ F_o &= 6\pi\eta r v, \end{aligned} \quad (1)$$

kde r je poloměr kapky, ρ je hustota kapaliny, ρ_{vzd} je hustota vzduchu, η je dynamická viskozita vzduchu. Dáme síly do rovnice

$$m\dot{v} = mg - \rho_{vzd} \frac{4}{3} \pi r^3 g - 6\pi\eta r v. \quad (2)$$

Kapka začne po chvíli padat s konstantní rychlostí v_k díky odporové síle ($\dot{v} = 0 \text{ ms}^{-2}$). Z (2) plyne vztah pro poloměr kapky

$$r^2 = \frac{9\eta v_k}{2g(\rho - \rho_{vzd})}. \quad (3)$$

V elektrickém poli o intenzitě E , je-li kapka nabitá nábojem Q , na ni bude působit síla $F_e = QE$. Pro kondenzátor je $U = Ed$, kde d je vzdálenost desek a U napětí na deskách. Síly dáme opět do rovnosti a dostaneme vztah

$$Q = \frac{d}{U} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho - \rho_{vzd}) + 6\pi\eta r v_s \right) = \frac{d}{U} (6\pi\eta (v_k + v_s) r), \quad (4)$$

kde v_s je rychlost kapky, když se pohybuje nahoru. Druhá rovnost je dosažením z (3).

3.2. Cunninghamova korekce

Díky malým rozměrům kapek, neplatí vztah pro odporovou sílu z (1). Musíme přidat korekci $\frac{1}{f_c}$ (viz. [1]), pro kterou platí

$$f_c = 1 + \frac{A}{r}, \quad A = \frac{6,18 \cdot 10^{-5}}{p[\text{mmHg}]}. \quad (5)$$

Vztah pro náboj kapky poté je

$$Q = \frac{d}{U} \left(\frac{6\pi\eta}{f_c^{3/2}} (v_k + v_s) r \right). \quad (6)$$

3.3. Statistika

Během výpočtů budeme muset určit chybu nepřímých měření. Pokud $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $n \in \mathbb{N}$, pak pro chybu veličiny y platí

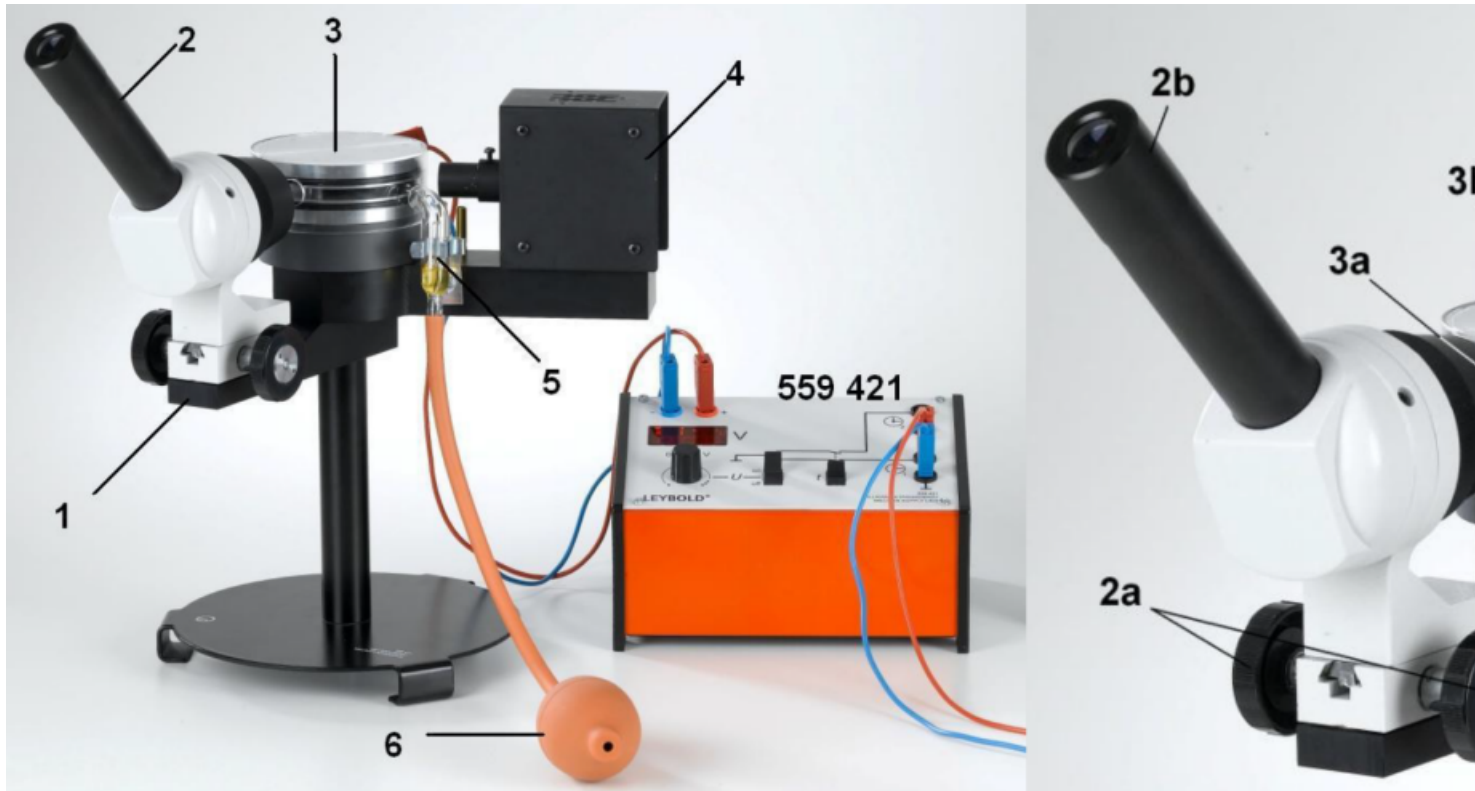
$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_{x_n}^2. \quad (7)$$

Pokud jsou jednotlivá měření zatížena chybami a chceme je zohlednit ve výsledné hodnotě veličiny potřebujeme vzorec

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i y_i}{\sum_{i=1}^n p_i}, \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n p_i}}, \quad p_i = \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}. \quad (8)$$

4. Postup měření

Přístroj na Obr. 1 jsme zapojili dle návodu přístroje u úlohy. Pomocí balónku jsme dostali mezi kondenzátorové desky olej. Mikroskopem jsme pozorovali kapky oleje. Přivedli jsme na desky napětí. Když byla kapka na určité hladině měřítka, zapnuli jsme čas. Kapka se dostala na určitou hladinu měřítka a vypnuli jsme napětí (zaplo se měření času automaticky). Kapka spadla na jinou hladinu měřítka a v tu chvíli jsme zastavili měření času. Časy vzestupu a sestupu jsme si zapsali a takto jsme naměřili deset hodnot.



Obr. 1: Pohled na měřicí aparaturu. Na stojanu (1) je umístěn pozorovací mikroskop (2) skládající se z posunovacích šroubů (2a) a mikrometrického okuláru (2b). Deskový kondenzátor (3) je opatřen krytem z akrylátového skla (3b), který je vybaven pozorovacím okénkem (3a), zásuvkami pro připojení napětí (3c) a otvory pro plnění olejem (3d). Osvětlovací jednotku (4) je možno ostříhat nástavcem (4a) zajištěným šroubem (4b). Napájení je zajištěno pomocí konektorů (4c). Olejový atomizér (5) obsahuje rozprašovací trysku (5a) a kapilární trubici (5b), do které je vháněn vzduch gumovým balónkem (6). Převzato z [1].

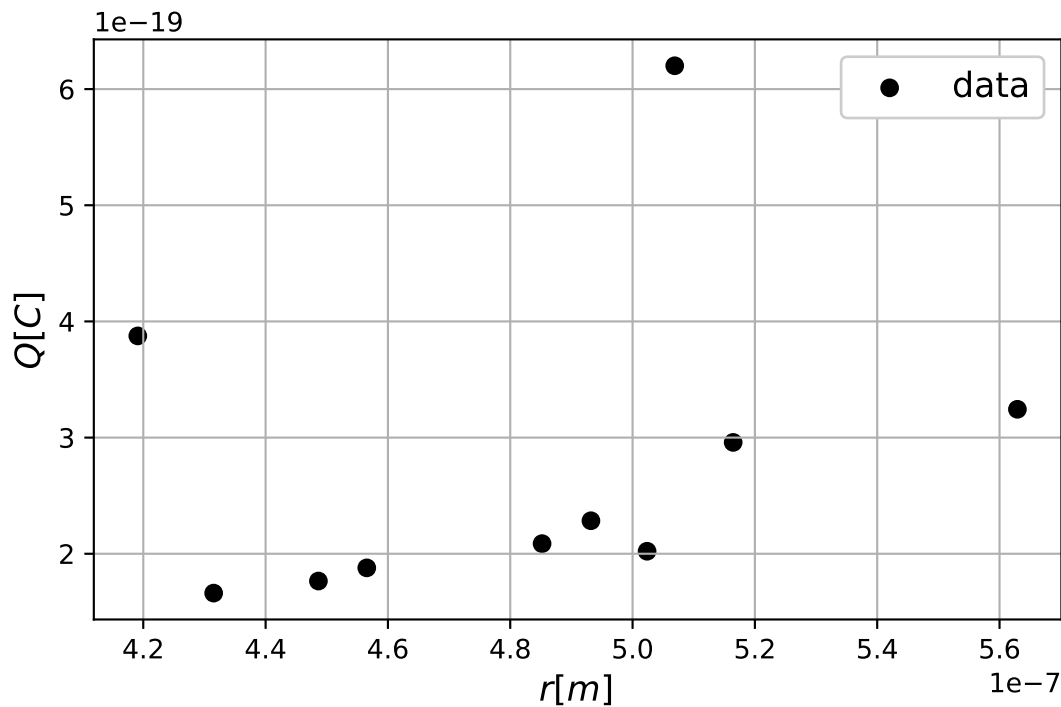
5. Vypracování

5.1. Millikanův pokus

Data jsou zobrazena na Obr. 2. Z hodnot nad $3 \cdot 10^{-19}$ C lze usoudit, že je náboj kvantován. V Tab. 1 jsou v posledním sloupci násobky e tuto hodnotu zaokrouhlíme na přirozené číslo a vydělíme Q těmito hodnotami. Kapky se pohybovaly na vzdálenosti $l = 1$ mm, vzdálenost desek kondenzátoru je $d = (6 \pm 0,05)$ mm, ze zdroje [3] $\eta_{25stup} = 1,84 \cdot 10^{-5}$ Pa \cdot s, $\rho = 874$ kg \cdot m $^{-3}$, $\rho_{vzd} = 1,27$ kg \cdot m $^{-3}$, $U = 184$ V, v ten den byl tlak $p = 765,065$ Torr (tento údaj je odhadnut z meteorologických dat ze dne měření). Použijeme vzorce (6) a (3). Započítáme-li chybu vzdálenosti desek dostaneme s použitím vzorce (8) dostaneme hodnotu elementárního náboje $e = (1,766 \pm 0,005) \cdot 10^{-19}$ C.

$r [10^{-7} \text{m}]$	$Q [10^{-19} \text{C}]$	$Q/e [1]$
4,19	3,875	2,419
5,16	2,959	1,847
4,85	2,087	1,303
5,02	2,022	1,262
4,57	1,879	1,173
5,07	6,201	3,871
4,32	1,661	1,037
4,93	2,284	1,426
4,49	1,765	1,102
5,63	3,244	2,025

Tab. 1: Tabulka naměřených hodnot poloměru kapek r s náboji Q a vypočtených poměrů Q/e .



Obr. 2: Graf naměřených nábojů kapek Q a jejich poloměrů r . Hodnoty jsou až na spodní část kvantovány. Při větším počtu hodnot by tato skutečnost byla vidět lépe.

5.2. Hmotnost elektronu

Využijeme výsledku předchozí úlohy $e_m = (13 \pm 8) \cdot 10^{10}$ C \cdot kg $^{-1}$, druhý výsledek byl ovlivněn naší chybou a nebudeme ho uvažovat. Hmotnost elektronu je $m = (800 \pm 500)$ keV \cdot c $^{-2}$.

6. Diskuse

Hmotnost elektronu elektronu je dle [2] rovna $m = 510,998950 \text{ keV} \cdot \text{c}^{-2}$.

Hned při vypracování mi došlo, že jsme nabrali málo hodnot. Z Obr. 2 je zřejmé, že některé hodnoty jsou viditelně neceločíselným násobkem e . Tyto hodnoty jsem nedával pryč z měření, protože bych poté průměroval 6 – 7 hodnot.

Experiment jsme nejvíce mohli ovlivnit nedokonalým spínáním času. Naší roli v experimentu nelze odstranit. Někdo musí vybrat kapku, na kterou se zaměřit a poté koukat, kdy už došla ke značce a přepnout měření času.

Ve výpočtu jsme brali vzdálenost, na které "běhaly" olejové kapky konstantní 1 mm. Tato vzdálenost je ovšem určena s chybou poloviny nejmenšího dílku stupnice 0,05 mm. Přímý výpočet dle chyby nepřímých měření (7) by vyžadoval mnohokrát derivovat. Budeme přičítat ke vzdálenosti náhodně čísla z $[-0,05; 0,05]$ mm a odhadneme chybu. Hodnoty elementárního náboje jsou v rozsahu $[1,664; 1,772] \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Porovnáním s výsledkem $e = (1,766 \pm 0,005) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ je chyba způsobená nedokonalým odčítáním ze stupnice maximálně $\sigma_{sys} = 0,1 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Hodnota chyby měrného náboje se nezmění, protože silně závisí na chybě měření z předchozího úkolu.

V experimentálním zařízení by se velice hodilo, kdyby byl k dispozici mikroskop s větším přiblížením (přepínání mezi větším a menším přiblížením). Malé kapky byly špatně vidět a hůře se určovala vzdálenost, o kterou spadly nebo vystoupaly.

7. Závěr

Ukázali jsme, že náboj je kvantován a ukázali jsme, čemu by hodnota jednoho kvanta měla být přibližně rovna. Zvážíli jsme elektron, ke zpřesnění výsledku bychom museli zopakovat měření.

Naměřená hodnota **elementárního náboje** je:

$$e = (1,766 \pm 0,005 \text{ (stat.)} \pm 0,1 \text{ (sys.)}) \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Naměřená hodnota **hmotnosti elektronu** je:

$$m = (800 \pm 500 \text{ (stat.)}) \text{ keV} \cdot \text{c}^{-2}.$$

8. Použitá literatura

- [1] Kolektiv KF. Návod: Úloha 3b – Millikanův experiment [Online]. [cit. 2022-03-13]. Dostupné z: https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435539/mod_resource/content/3/3b_Millikan_170218.pdf
- [2] Základní fyzikální konstanty. Laboratorní průvodce [online]. [cit. 2022-03-13]. Dostupné z: <https://www.labo.cz/mft/zkonst.htm>
- [3] Dynamická viskozita plynů [online]. ÚCHI VŠCHT Praha [cit. 2022-03-13]. Dostupné z: <http://uchi-old.vscht.cz/uploads/etabulky/dynvisplyn.html>

Příloha

A. Domácí příprava

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{2} m v^2 = UQ$$

$$v^2 = \frac{2UQ}{m} \quad v = \underbrace{\sqrt{\frac{2UQ}{m c^2}}}_{\beta} c^2$$

$$\beta \approx 100V = U$$

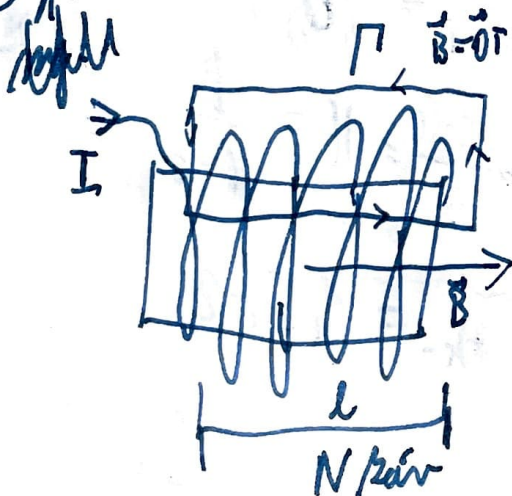
$$\beta = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^6}} \approx \sqrt{\frac{1}{27}} \cdot \sqrt{\frac{10^{-17}}{10^{-15}}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \cdot 10^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{9} \cdot 10^{-1} \approx \frac{1}{4,8} \cdot 10^{-1} \approx \frac{1}{5} \cdot 10^{-1}$$

$$m_e = 0,51 \cdot 10^{-6} \frac{eV}{c^2}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 1}{0,51 \cdot 10^6}} \approx \sqrt{\frac{4}{10^4}} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50} = 0,02$$

elektrony lze považovat za relativistické

2 pole solenoidu \rightarrow mag. indukce \vec{B} + vztah $\textcircled{17}$



$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c = \mu_0 N I$$

$$B \cdot l = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N}{l} I$$

$$\lambda = \frac{2\pi N}{B} \frac{m_e}{e} = \frac{2\pi N l}{\mu_0 N I} \frac{m_e}{e} = \sqrt{\frac{2Ue}{m_e}} \frac{2\pi l}{\mu_0 N I} \frac{m_e}{e}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\lambda \mu_0 N}{2\pi l} \right)^2 \frac{e}{m_e} I^2 = U$$

③ ~~Helmholtz~~ (14)

$$\frac{d}{2} = r = \frac{N}{SL} = \frac{N}{\frac{B_e}{\mu_0 N I}}$$

Helmholtz: $B = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N}{R} I$

$$\frac{d}{2} = \frac{\sqrt{\frac{2\hbar e}{m} \frac{mv}{e}}}{\frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N I}{R}}$$

$$\left(\frac{d}{2} \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N}{R} \right)^2 I^2 = \frac{2\hbar}{e} v^2$$

$$\frac{e}{m} \frac{1}{2} \left(\frac{4d\mu_0 N}{5\sqrt{5} R} \right)^2 I^2 = v^2$$

④ ~~Millikan~~

$\vec{F}_g + \vec{F}_b + \vec{F}_e + \vec{F}_m = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{0}$ ^{saturnace ~~at~~ v}

$$-\rho_{ol} \frac{4}{3} \pi R^3 g - 6\pi \eta N v_s + qE + \rho_{red} \frac{4}{3} \pi R^3 g = 0$$

$$Eq = \frac{4}{3} \pi R^3 g (-\rho_{red} + \rho_{ol}) + 6\pi \eta N v_s$$

$$v = \sqrt{\frac{9\eta N g}{2g(\rho_{ol} - \rho_{red})}}$$

$$Eq = v \cdot \left(\frac{4}{3} \pi R^3 g \frac{\rho_{ol} - \rho_{red}}{\rho_{ol} - \rho_{red}} + 6\pi \eta N v_s \right)$$

$$Eq = 6\pi \eta N \left(\frac{8}{3} \frac{v_s}{\eta} + v_s \right)$$

$$v = Ed \quad q = \frac{d}{v} 6\pi \eta N (v_s + v_s)$$