

Jméno: **Petr Červenka** Kolega: Michal Vranovský  
Kruh: **Středa** Číslo skup.: 2  
Měřeno: **2.3.2022** Zpracování: 18h

Klasifikace:

## 1. Pracovní úkoly

1. DÚ: Zjistěte, jak určíte koercitivní sílu, remanenci a magnetizační ztráty.
2. Změřte hysterezní smyčku toroidu z dané feromagnetické látky a graficky ji znázorněte.
3. Určete koercitivní sílu, remanenci a magnetizační ztráty.
4. Diskutujte, jak magnetické pole Země ovlivňuje měření, a jestli je možné jej s danou aparaturou změřit.

## 2. Použité přístroje a pomůcky

Balistický galvanometr, 2 odporové dekády, odporový normál, toroidální cívka, vypínač, 2 přepínače, 1 komutátor, digitální multimetr, stabilizovaný zdroj, normál vzájemné indukčnosti.

## 3. Teoretický úvod

### 3.1. Feromagnetika

Látky, které mají feromagnetické vlastnosti (markantně zesilují vnější mag. pole), mají ve své struktuře oblasti (domény), kde jsou shodně orientované magnetické dipóly. Magnetické domény jsou orientovány nahodile, ale po vložení látky do mag. pole se domény začnou otáčet do stejného směru. Po zrušení pole zůstanou částečně seřazeny, tomuto jevu říkáme hystereze.

### 3.2. Hysterezní křivka

Závislost magnetického pole  $B$ , které generuje látka, na vnějším poli  $H$  je hysterezní křivka. Její průběh je zachycen na Obr. 1. Těčkovaná křivka vycházející z počátku je křivka prvotní magnetizace. Tučně je znázorněna hlavní hysterezní smyčka. Pro hodnoty  $H > H_{max}$  dochází k nasycení.

Zrušíme-li vnější magnetické pole zůstane látka částečně zmagnetována. Sílu tohoto pole popisuje remanence  $B_r$ . Zmagnetujeme vzorek, poté otočíme póly vnějšího pole a budeme se ptát, jakou velikost má vnější pole, kdy je vzorek odmagnetován. Hodnota je dána koercitivní silou  $H_k$ . Magnetizační ztráty  $w_m$  lze určit z obsahu plochy uzavřené hysterezní křivkou. V [3] je uveden vzorec pro práci v mag. poli, která je rovna magnetizačním ztrátám

$$w_m = \oint_{hys.} \vec{H} \cdot d\vec{B}. \quad (1)$$

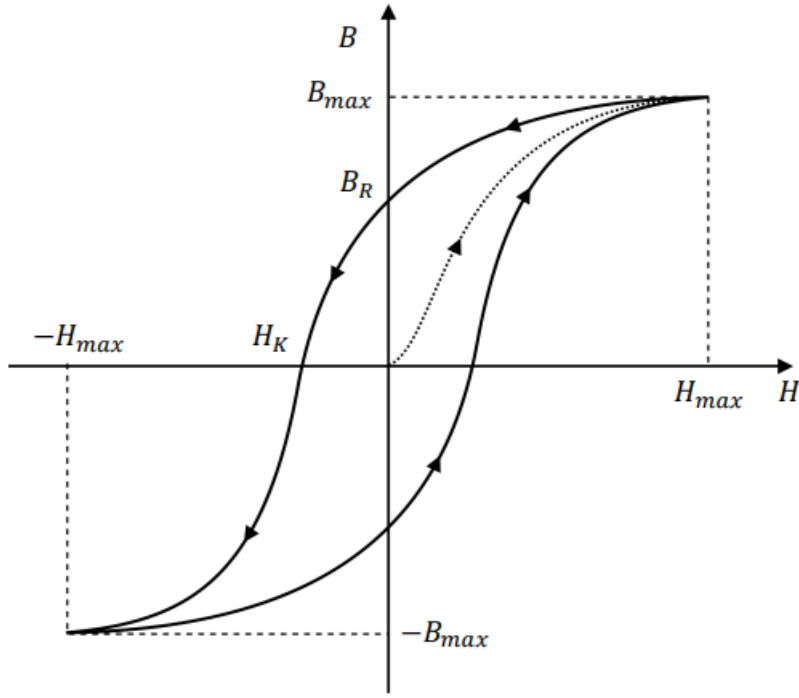
### 3.3. Toroidální vzorek

Výhodou toroidálního vzorku je, že lze za jistých předpokladů analyticky určit jeho magnetické pole. Na Toroidu jsou navinuta měřicí a magnetovací vedení. Vznikne toroidální cívka, pro kterou platí

$$2\pi r H = \oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = N_1 I, \quad (2)$$

kde  $I$  je magnetovací proud,  $N_1$  je počet závitů magnetovacího vedení,  $r$  je vzdálenost od středu toroidu do poloviny prstence. Křivku  $\gamma$  volíme jako kružnici s poloměrem  $r$ . Směr magnetického pole  $H$  je stejný jako tečna ke kružnici, proto můžeme  $H$  vytknout z integrálu a dostaneme levou stranu (2). Pravá strana je Ampérův zákon. Odtud máme

$$H = \frac{N_1 I}{2\pi r}. \quad (3)$$



Obr. 1: Hysterezní křivka pro feromagnetika. Závislost mag. ind.  $B$  na intenzitě mag. pole  $H$ . Hodnota  $H_K$  označuje koercitivní sílu,  $B_R$  remanenci. Převzato z [1].

Změnou magnetického pole se v měřicím vinutí generuje el. pole. Z Faradayova zákona plyne

$$-N_2 \frac{d\Phi}{dt} = u = Ri, \quad (4)$$

kde  $N_2$  je počet závitů měřicího vinutí,  $\Phi$  magnetický indukční tok,  $u$  okamžité napětí,  $R$  odpor a  $i$  okamžitý proud. Integrací přes čas dostaneme

$$-N_2 \Delta\Phi = RQ. \quad (5)$$

Mag. indukční tok je definován jako

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS, \quad (6)$$

kde  $S$  je obsah průřezu toroidu. Vektor magnetické indukce je rovnoběžný s normálou této plochy, odtud plyne pravá rovnost. Změníme-li magnetické pole v primárním obvodu, změní se magnetický indukční tok a s použitím (5)

$$\Delta B = \frac{\Delta\Phi}{S} = \frac{\Delta QR}{N_2 S}. \quad (7)$$

### 3.4. Balistický galvanometr

Jeho součástí je citlivý galvanometr a mechanismus, který dovoluje kmity zařízení. Galvanometr zaregistruje indukovaný náboj v obvodu, zařízení se rozkmitá. Na zařízení je svícený zdroj, generovaná světelná značka kmitá na pravítku. Prvotní výchylka  $s_1$  je úměrná indukovanému náboji  $Q$  tj.

$$Q = K_b \lambda s_1. \quad (8)$$

Balistickou konstantu  $K_b$  a činitele  $\lambda$  můžeme určit pomocí normálu vzájemné indukčnosti. Při naší technice měření platí

$$RK_b \lambda = \frac{2MI_1}{s_1^*}, \quad (9)$$

kde  $R$  je odpor měř. vinutí,  $M$  je vzájemná indukčnost,  $s_1^*$  je balist. výchylka.

### 3.5. Statistika

Během výpočtů budeme muset určit chybu nepřímých měření. Pokud  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , pak pro chybu veličiny  $y$  platí

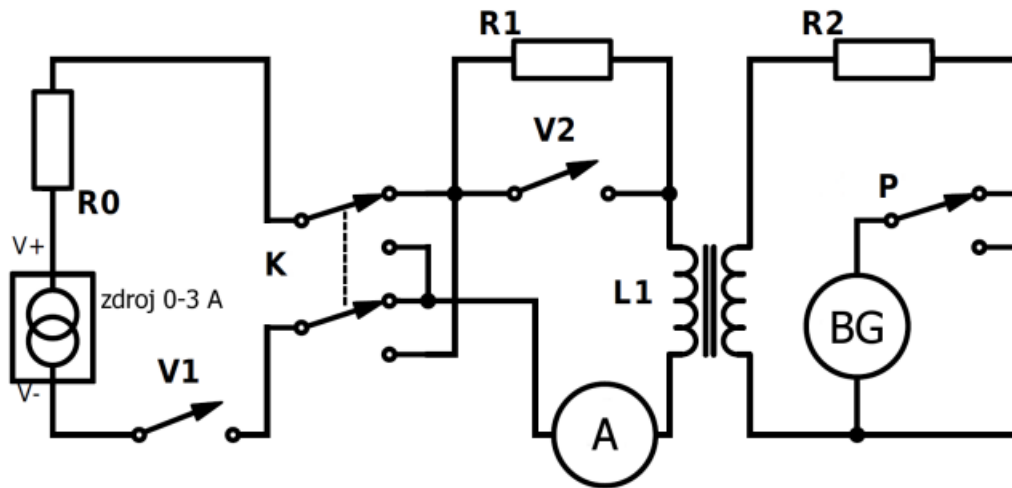
$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_{x_n}^2. \quad (10)$$

Pokud jsou jednotlivá měření zatížena chybami a chceme je zohlednit ve výsledné hodnotě veličiny potřebujeme vzorec

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i y_i}{\sum_{i=1}^n p_i}, \quad \sigma_x \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n p_i}}, \quad p_i = \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}. \quad (11)$$

## 4. Postup měření

Nejdříve jsme sestavili obvod dle Obr. 2. Prvním krokem byla kalibrace galvanometru tak, aby světelná značka nevyběhla mimo metr. Zapnuli jsme zdroj napětí a nastavili proud  $I_m = 0,2$  A. Předem jsme zhruba věděli, jaký odpor máme nastavit na odporové dekádě R2. Nastavili jsme 15 k $\Omega$ . Připojili jsem galvanometr do obvodu. Secvaknuli jsme komutátor. Značka se udržela v mezích metru a nebylo potřeba dále měnit odpor.



Obr. 2: Schéma měřicího obvodu: R0 – ochranný odpor, R1 a R2 – odporové dekády, K – komutátor, V1 a V2 – vypínače, P – přepínač galvanometru a L1 – vzorek. Převzato z [1].

Druhým krokem bylo proměření hysterzní křivky po úsecích – od  $I_{max}$  do nulového proudu, od nulového proudu do  $-I_{max}$ , a poté jsme jen začínali s obráceně sepnutým komutátorem a proměřili jsme analogicky "spodní" část hysterzní křivky. Odpor na odporové dekádě R1 jsme nastavili nulový. Připojili jsme galvanometr do obvodu, přepnuli jsme komutátor a zapsali jsme si výchylku světelného bodu na pravítku. Odpojili jsme galvanometr. Odpor na odporové dekádě jsme zvýšili. Odporovou dekádu jsme odpojili z obvodu. Vzorek jsme zkomutovali 6x (opět začínáme s komutátorem ve stejné poloze jako prvně). Připojili jsme galvanometr do obvodu. Připojili jsme odporovou dekádu do obvodu a zapsali jsme si výchylku. Postup jsme opakovali dokud jsme neměli 10 hodnot. Druhý úsek jsme proměřili analogicky jako první, pouze když jsme připojovali odporovou dekádu do obvodu, tak jsme přitom rychle sepli komutátor. Odpor na R1 jsme při tom snižovali, až jsme se dostali na  $-I_{max}$ . Úsek tři a úsek čtyři jsme měřili stejným postupem s tím rozdílem, že doteď jsme měli na začátku komutátor v poloze 1 a teď bude vždy na začátku v poloze 2.

Posledním úkolem bylo určit koeficient úměrnosti mezi ind. nábojem a výchylkou. Vyměnili jsme toroid za normál vzáj. indukčnosti. Na R1 jsme nastavili  $0 \Omega$ . Zkomutovali jsme obvod a zapsali jsme si výchylku. Zkomutovali jsme zpět a změřili jsme výchylku. Navýšením odporu na R1 jsme snížili odpor a provedli jsme ještě 4 analogická měření.

## 5. Vypracování

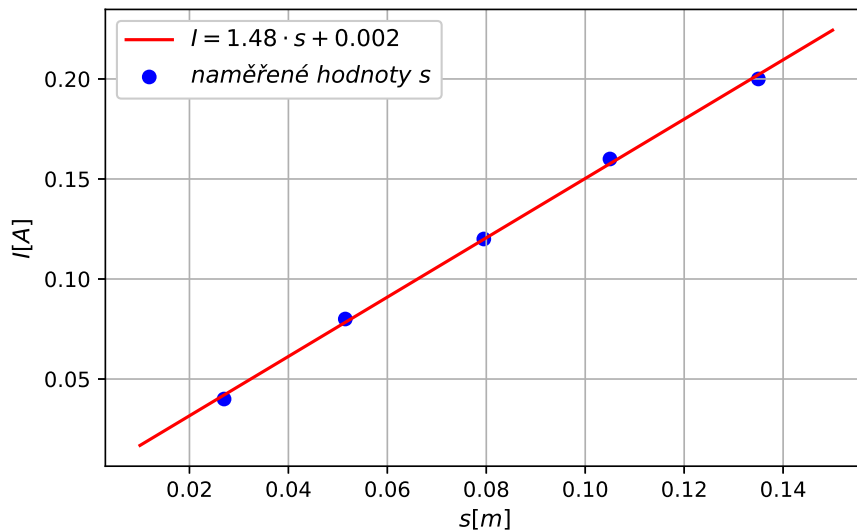
Základními parametry obvodu pro naše měření jsou  $R = 15 \text{ k}\Omega$ ,  $M = 7,27 \text{ mH}$ ,  $r = 17,1 \text{ mm}$ ,  $N_1 = 62$ ,  $N_2 = 400$  a  $S = 24,3 \text{ mm}^2$  pokud není řečeno jinak. Značky korespondují se vzorci ze sekcí 3.3 a 3.4

### 5.1. Určení balistické konstanty

Při výpočtu využijeme vzorec (9). Naměřená data jsou zobrazena v Tab. 1,  $s_1^*$  je aritmetický průměr  $s_1$ ,  $s_2$ . Ze vzorce (9) vyjádříme  $s_1^*$  a provedeme lineární regresi (na Obr. 3). Hodnotu  $M$  známe a dostaneme výsledek  $RK_b\lambda = (21,6 \pm 0,4) \cdot 10^{-3} \Omega\text{Cm}^{-1}$ .

#	$I \text{ [A]}$	$s_1 \text{ [cm]}$	$s_2 \text{ [cm]}$
1	0,2	13,4	13,6
2	0,16	10,4	10,6
3	0,12	7,8	8,1
4	0,08	4,8	5,5
5	0,04	2,5	2,9

Tab. 1: Tabulka výchylek  $s_1$  po zkomutování a výchylek  $s_2$  po zpětném zkomutování při daném proudu  $I$ .



Obr. 3: Graf závislosti proudu v obvodu na výchylce galvanometru v zapojení s normálem vzájemné indukčnosti. Fitováno lin. funkcí  $I = A \cdot s + B$ , kde  $A = (1,48 \pm 0,03) \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$ .

### 5.2. Měření hysterezní smyčky

Ze znalosti proudu v obvodu a výchylek máme možnost zrekonstruovat hysterezní smyčku. Pro určení  $H$  vyjdeme ze vzorce (2) a  $B$  dopočítáme ze znalosti  $B_{max}$ ,  $\Delta B$  a rovnice (7). Hysterezní smyčku popisuje Obr. 4.

Položíme-li  $H = 0 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$  a využijeme složení křivky z funkcí arkus tangens ( $A \arctan(Bx + C) + D$ ), dostaneme

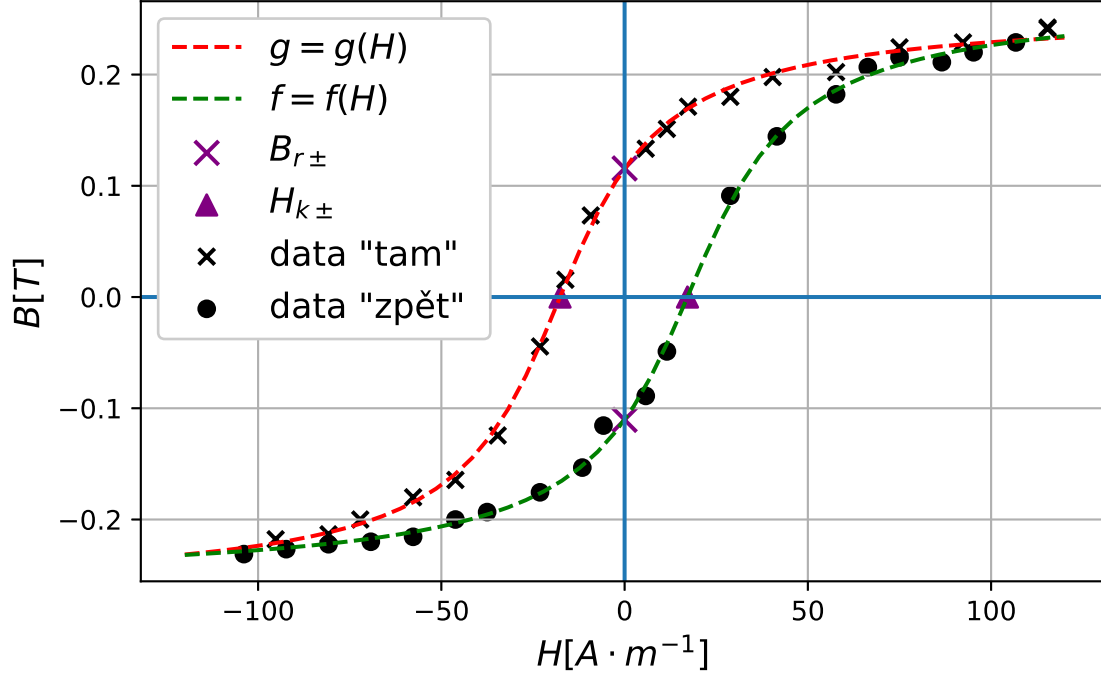
$$B_r = A \arctan(C) + D \quad (12)$$

obdobně pro  $B = 0 \text{ T}$

$$H_k = \frac{\tan\left(-\frac{D}{A}\right) - C}{B}. \quad (13)$$

Hodnoty jsou uvedeny v Tab. 2. Aritmetickým průměrováním absolutních hodnot veličin  $B_{r\pm}$ ,  $H_{k\pm}$  dostáváme  $B_r = (0,113 \pm 0,008)$  T,  $H_k = (17 \pm 2)$  A  $\cdot$  m $^{-1}$ .

Magnetizační ztráty určíme integrací jednotlivých částí:  $w_m = 14,537$  J  $\cdot$  m $^{-3}$ . Výsledek uvádím zatím bez statistické chyby. Dále v textu bude chyba pouze odhadnuta.



Obr. 4: Hysterezní smyčka – závislost mag. indukce  $B$  na intenzitě mag. pole  $H$ . Začínali jsme v pravém horním rohu a hodnoty jsme postupně měřili proti směru hodinových ručiček. Funkce  $g$  a  $f$  jsou každá ve tvaru  $y = A \arctan(Bx + C) + D$ . V Tab. 2 jsou rozebrány parametry nutné k určení remanence  $B_r$  a koercitivní síly  $H_k$ .

#	$B_{r+}$ [T]	$B_{r-}$ [T]	$H_{k+}$ [A $\cdot$ m $^{-1}$ ]	$H_{k-}$ [A $\cdot$ m $^{-1}$ ]
A	$0,166 \pm 0,003$	$0,168 \pm 0,003$	$0,168 \pm 0,003$	$0,166 \pm 0,003$
B	$0,048 \pm 0,003$	$0,046 \pm 0,003$	$0,046 \pm 0,003$	$0,048 \pm 0,003$
C	$0,870 \pm 0,050$	$-0,830 \pm 0,050$	$-0,830 \pm 0,050$	$0,870 \pm 0,050$
D	$-0,003 \pm 0,002$	$0,006 \pm 0,002$	$0,006 \pm 0,002$	$-0,003 \pm 0,002$
$\bar{X}$	0,116	-0,110	17,200	-17,600
$\sigma_X$	0,006	0,006	1,500	1,700

Tab. 2: Tabulka hodnot parametrů magnetika – remanence  $B_r$  a koercitivity  $H_k$ . Nutno číst tabulku jako: arkus tangens funkce, která prochází daným bodem (např.  $B_{r+}$ ), má parametry  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  (pro kompaktnost bez jednotek). Plus a minus značí polohu parametrů na osách. Střední hodnoty a chyby veličin jsou v jednotkách v hranatých závorkách.

## 6. Diskuse

### 6.1. Hysterezní smyčka

Hysterezní smyčku na Obr. 4 se podařilo velice dobře zrekonstruovat. Obrázek je prakticky shodný s návodovým Obr. 1.

Dle dat z [2] by mohl být toroid vyroben z nějakého typu magneticky měkkých feritů. Mají poměrně malou hodnotu  $H_k$  (desítky  $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ ) i  $B_r$  (desetiny T). Používají se ve vysokofrekvenčních obvodech s rychlými změnami pólů vnějšího pole, tudíž mají i malé magnetizační ztráty. Látka, ze které je toroid vyroben, bude nejspíše ferit 3R1 složený z manganu a zinku v určitém poměru.

Podívejme se na jevy, které by mohly ovlivnit naše měření. Obvod s galvanometrem je charakterizován parametrem  $RK_b\lambda$ , který je po celou dobu měření stejný. Odtud dostáváme nezávislost na konstrukci měřícího obvodu. Největší nepřesnosti budou způsobené odečítáním ze stupnice galvanometru a tím, že připojení odporové dekády pro snížení proudu a komutace nejsou provedeny ve stejný okamžik. Galvanometr se začne po připojení odp. dekády pohybovat s menším impulzem a při komutaci se zrychlí.

Odhad chyby je proveden následovně. Ke všem výchylkám nahodně přidáme hodnoty z intervalu  $[-0,05; 0,05]$  cm. K hodnotám z části křivky, kde probíhá i komutace proudu přidáme čísla z  $[0,001; 0,02]$  cm. Po několika náhodných generací dostáváme chyby způsobené naším zásahem do experimentu:  $\sigma_{w_m} = 0,5 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\sigma_{H_k} = 0,3 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$  a  $\sigma_{B_r} = 0,001 \text{ T}$ .

Statistická chyba magnetizačních ztrát se těžko určí. Můžeme ji odhadnout tak, že co nejvíce zvětšíme obsah plochy v rámci chyb parametrů fitovacích funkcí. Největší obsah a tedy magnetizační ztráty vyšly  $16,903 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ . Porovnáním s vypočtenou hodnotou ( $w_m = 14,537 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ ) může být statistická chyba maximálně  $2,4 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ .

Další možné vlivy na měření mohou být – vinutí na toroidu bylo nesymetricky namotáno, aproximace tenkého prstence toroidu. Vznikne nehomogenita pole uvnitř vzorku.

### 6.2. Vliv magnetického pole Země

Magnetické pole Země má po čas experimentu stále stejnou orientaci. Princip měření je založen na indukci pole uvnitř toroidu vlivem změny magnetického indučního toku toroidem. Magnetické pole Země tedy nenaindukuje žádné pole navíc, a proto by experiment nemělo ovlivňovat. Kdyby pole mělo nějak ovlivňovat experiment, mohli bychom si myslet  $\vec{B}_{zem} = (B_x, B_y, B_z)$ . Toroid byl umístěn jako položená pneumatika, složky  $B_x, B_y$  se ze symetrie vyruší. Vliv by mohla mít jen složka  $B_z$ , ale díky ní by byla hysterezní smyčka asymetrická, což není.

S naší aparaturou bychom magnetické pole Země určili tak, že budeme toroidem točit, tím budeme indukovat elektrické napětí v obvodu, které naindukuje náboj na galvanometru atd. Podle směru, kterým by toroid rotoval, bychom určili složky vektoru  $B_x, B_y, B_z$ . Magnetické pole Země je řádově rovno  $10^{-6} \text{ T}$  (odtud plyne, že pole je dokonce i slabé, aby ovlivnilo měření), podle citlivosti galvanometru bychom museli uzpůsobit rychlost otáček toroidu i délku drátů (při delší rotaci), kterým je připojen do obvodu.

## 7. Závěr

V měření jsme určili balistickou konstantu pro další výpočty, poté jsme zrekonstruovali hysterezní smyčku na Obr. 4 a z ní jsme vyčetli veličiny  $H_k$ ,  $B_r$ ,  $w_m$ . Přezkoumáním jednotlivých výsledků v diskuzi jsme dospěli ke konečným výsledkům.

Hodnota koerzivní síly daného vzorku je:

$$H_k = (17,0 \pm 2,0 \text{ (stat.)} \pm 0,3 \text{ (sys.)}) \text{ A} \cdot \text{m}^{-1},$$

hodnota remanence daného vzorku je:

$$B_r = (0,113 \pm 0,008 \text{ (stat.)} \pm 0,001 \text{ (sys.)}) \text{ T},$$

hodnota magnetizačních ztrát je:

$$w_m = (14,5 \pm 2,4 \text{ (max. stat.)} \pm 0,5 \text{ (sys.)}) \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}.$$

## 8. Použitá literatura

- [1] Kolektiv KF. Návod: Úloha 2 – Měření hysterezní smyčky balistickým galvanometrem [Online]. [cit. 2022-03-06]. Dostupné z: [https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435522/mod\\_resource/content/9/Hystereze\\_210212.pdf](https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435522/mod_resource/content/9/Hystereze_210212.pdf).

- [2] TUMAŃSKI, Sławomir. Handbook of magnetic measurements [online]. Boca Raton: CRC Press, 2011 [cit. 2022-03-06]. Series in sensors. ISBN 9781439829516. Dostupné z: <https://www.routledgehandbooks.com/doi/10.1201/b10979-4>.
- [3] Brož, Jaromír. Základy magnetických měření. 1. vyd. Praha: CSAV, 1953. 279 s.

# **Příloha**

## **A. Domácí příprava**



DCV

konec. síla : odmagnetování vzorku

$$H_c = \dots \Leftrightarrow B = 0$$

určíme jako průsečík hyp. křivky s osou  $B$

$$B = B_{\max} - \Delta B \quad \Delta B = B_{\max} \Rightarrow B = 0$$

$\Rightarrow$  hledáme  $H$ , aby  $\Delta B = B_{\max} \Rightarrow H = H_c$

remanence :  $H = 0$ , vzorek zůstane smagnetován

po vyndání/zrušení vnějšího pole  
průsečík s osou  $H$

$$\begin{aligned} H_{\max} &\text{ na } 0 \text{ A m}^{-1} \\ -H_{\max} &\text{ na } 0 \text{ A m}^{-1} \\ \Rightarrow \Delta B^+ &= B_1 + B_2 \\ \Delta B^- &= B_1 - B_2 \\ B_1 &= \Delta B^+ (B_m - B_N) \\ B_2 &= \Delta B^- (B_m - B_N) \end{aligned}$$

magnetizační ztráty :  $W_{\text{ztrát}} = \int \vec{H} \cdot d\vec{B} \quad [W] = \frac{J}{m^3}$

$W_{\text{ztrát}}$  určuje ztráty energie, která slouží k smagnetování domén  
 $W_{\text{ztrát}} \Rightarrow E_{\text{ztrát}} \quad \frac{W_{\text{ztrát}}}{\text{hranice}} \text{ určíme jako plochu, která její}$   
 $\downarrow$   
hranice je hyp. křivka