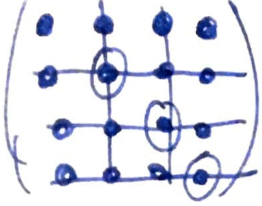
① 

$$p_A(\lambda) = (-1)^n \lambda^n + \boxed{\beta_{n-1}\lambda^{n-1}} + \dots + \beta_0, \forall \lambda \in \mathbb{C}$$

!

$$p_A(\lambda) = \det(A - I\lambda) = \cancel{\sum_{\pi \in S_n} sgn(\pi) (A_{11}-\lambda)(A_{22}-\lambda)}$$

$$B = A - I\lambda$$

$$\det B = \sum_{\pi \in S_n} sgn\pi \cdot B_{1\pi(1)} B_{2\pi(2)} \dots B_{n\pi(n)}$$

abych vytvořil λ^{n-1} musím uvažovat $\pi = id$

$sgn(id) = 1$

$(A_{11}-\lambda)\cdot(A_{22}-\lambda)\cdot\ldots\cdot(A_{nn}-\lambda)$ je člen determ. odpovídající $\pi = id$

$$(\forall \lambda \in \mathbb{C})\ \beta_{n-1}\lambda^{n-1} = A_{11}\lambda^{n-1}\cdot(-1)^{n-1} + A_{22}\lambda^{n-1}\cdot(-1)^{n-1} + \dots + A_{nn}\lambda^{n-1}(-1)$$

$$\beta_{n-1} = (-1)^{n-1}\cdot(A_{11} + A_{22} + \dots + A_{nn})$$

$$\boxed{\beta_{n-1} = (-1)^{n-1}\cdot Tr(A)}$$

② vl. čísla λ_i jsou kořeny char. polynomu

$\forall i \in \hat{n}$, $p_A(\lambda_i) = 0$, p_A ... polynom stupně n $\Rightarrow \exists\, n$ kořenů

$\Rightarrow$ $p_A(\lambda) = (\lambda_1 - \lambda)\cdot(\lambda_2 - \lambda)\dots(\lambda_n - \lambda)$ jednoznačný rozklad na kořen. činitelele

$(\lambda_1, \ldots \lambda_n)$

$$p_A(\lambda) = (\lambda_1 - \lambda)\cdot(\lambda_2 - \lambda)\ldots(\lambda_n - \lambda)$$

roznásobení

z předchozího př. $Tr(A) = (-1)^{n-1}\beta_{n-1}$

$$p_A(\lambda) = (-\lambda)^n + (-\lambda)^{n-1}\cdot(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots \lambda_n) + \ldots + \underbrace{\lambda_1\cdot\lambda_2\cdots\lambda_n}_{=\det A}$$

$$Tr(A) = (\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots \lambda_n)$$

vícenásobné kořeny => přidáme do vztahu $V_a(\lambda)$

λ_i char. polynomu p_A

$$\boxed{Tr(A) = (\nu_a(\lambda_1)\cdot\lambda_1 + \nu_a(\lambda_2)\cdot\lambda_2 + \ldots + \nu_a(\lambda_k)\cdot\lambda_k)}, \quad k \leq n$$