P1 antiga

César A. Galvão - 19/0011572

2022-07-08

Contents

1 Questao 1

obs	20g	30g	40g
obs1	24	37	42
obs2	28	44	47
obs3	37	39	52
obs4	30	35	38

1.1 Modelo

O modelo escolhido para a avaliação dos tratamentos é o modelo de efeitos, expresso na equação a seguir

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}, \quad i = 1, 2, ..., a; \quad j = 1, 2, ..., n \tag{1}$$

em que μ é a média geral, τ_i é a média ou efeito dos grupos e e_{ij} é o desvio do elemento. Os grupos são indexados por i e os indivíduos de cada grupo indexados por j.

Considera-se para utilização do modelo de efeitos:

- independência entre realizações dos testes;
- normalidade de distribuição dos resíduos;
- homogeneidade de variâncias (homocedasticidade) dos resíduos.

Estima-se, considerando $\bar{x}$ o estimador natural para μ e QMRES $= \hat{\sigma}^2$:

$\bar{x}$	τ_1	τ_2	τ_3	$\hat{\sigma}^2$
37.75	29.75	38.75	44.75	27.14

1.2 ANOVA

As hipóteses do teste de análise de variância são as seguintes:

$$\begin{cases} H_0 : \tau_1 = ... = \tau_a = 0, & \text{(O efeito de tratamento é nulo)} \\ H_1 : \exists \tau_i \neq 0 \end{cases} \tag{2}$$

que equivale dizer

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = ... = \mu_a \\ H_1 : \exists \mu_i \neq \mu_j,\, i \neq j. \end{cases} \tag{3}$$

A tabela de análise de variâncias é apresentada a seguir:

term	df	sumsq	meansq	statistic	p.value
dosagem	2	456.00	228.00000	8.401228	0.0087421

(continued)

term	df	sumsq	meansq	statistic	p.value
Residuals	9	244.25	27.13889	NA	NA

Considerando $\alpha = 0,05$, rejeita-se a hipótese nula. Isto é, rejeita-se a hipótese de que há igualdade entre as médias de cada tratamento.

De fato, realizando testes diagnósticos para normalidade e igualdade de variâncias, não se rejeita a hipótese de normalidade dos resíduos e considera-se a variância igual entre grupos, conforme apresentado na tabela a seguir:

Estatística de teste	p-valor	Método
0.9382542	0.4757921	Shapiro-Wilk normality test
0.4982699	0.6234012	Levene igual. vars.

1.3 Teste de Fisher

O teste é realizado utilizando as estatísticas de teste t_0

$$t_0 = \frac{|\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{j.}|}{\sqrt{\text{QMRES}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}} \tag{4}$$

com $an - a$ graus de liberdade sob a hipótese nula. Seus p-valores são apresentados na tabela a seguir:

Grupo.1	Grupo.2	p.valores
20g	30g	0.0371682
20g	40g	0.0027912
30g	40g	0.1377938

Considerando $\alpha = 0,05$ se rejeita a hipótese de igualdade entre as médias do grupo de 20g com o grupo 30g pelo teste de Fisher.

1.4 Teste de Tukey

Comparações	p.valores
30g-20g	0.0859425
40g-20g	0.0070702
40g-30g	0.2833753

Pelo teste de Tukey, apenas se rejeita a hipótese de igualdade entre as médias dos grupos de 40g e 20g, com o mesmo nível de confiança.

1.5 Maximização da bioatividade

Considerando que pelo teste de Tukey os grupos de 20g e 40g têm médias estatisticamente diferentes e que este apresenta maior bioatividade, opta-se pelo tratamento de 40g. O intervalo de confiança é construído da seguinte forma:

$$\begin{aligned} IC(\bar{x}; 0,9) &= \bar{x} \pm t_{(an-a;1-\alpha/2)} \cdot \sqrt{\frac{\text{QMRES}}{n}} && (5) \\ &= 44,75 \pm 1,83 \cdot 2,61 && (6) \\ &= [39,9737; 49,5263] && (7) \end{aligned}$$

1.6 Calcule e22

$$\begin{aligned} y_{22} &= \mu + \tau_2 + e_{22} && (8) \\ 44 &= 37.75 + 1 + e_{22} && (9) \\ e_{22} &= 5.25 && (10) \end{aligned}$$

1.7 Erro tipo II

$$P\left(F_{\text{obs}} < F_{\text{crit}} \middle| \phi^2 = \frac{n}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{3} \tau_i^2 \right), \qquad (11)$$

considerando a variância para os resíduos. Portanto,

$$\begin{aligned} \phi^2 &= \frac{n}{\text{QMRES}} 30 && (12) \\ &= \frac{3}{27,139} 30 && (13) \\ &= 4,42 && (14) \end{aligned}$$

é o parâmetro de não-centralidade (pnc ou, em inglês, *ncp*) da distribuição F e, sob H_0, $\phi^2 = 0$.

O valor $F_{\text{crit}} = F(\gamma = 0,95; gl_1 = 2; gl_2 = 9, \phi^2 = 0)$ é de 4.256. Considerando $\phi^2 =$ 4.4217, obtém-se

$$\begin{aligned} P\left(F_{\text{obs}} < F_{\text{crit}} \middle| \phi^2 \text{ sob } H_1\right) &= P\left(F_{\text{obs}} < 4,256 \middle| \phi^2 = 4,422\right) && (15) \\ &= 0,662. && (16) \end{aligned}$$

1.8 Probabilidade erro tipo II inferior a 50%

Considerando os métodos de cálculo já utilizados, constroi-se a tabela a seguir:

n	ϕ^2	ϕ	g.l.	F_{crit}	β	Poder
4	4.42	2.10	9	4.26	0.66	0.34
5	5.53	2.35	12	3.89	0.56	0.44
6	6.63	2.58	15	3.68	0.46	0.54

Considerando os valores da tabela, para que o erro tipo II seja menor que 50% são necessários 6 repetições para cada tratamento nesse experimento.

2 Questão 2

Na tabela, $D1$ representa a diferença entre as datas 2 e 1 e $D2$ o mesmo para datas 4 e 3.

Árvores	Data 1	Data 2	Data 3	Data 4	D1	D2
arvore 1	30	58	115	120	28	5
arvore 2	33	69	156	172	36	16
arvore 3	30	51	108	115	21	7
arvore 4	32	62	167	179	30	12
arvore 5	30	49	125	142	19	17

Deseja-se testar se o crescimento entre os períodos é diferente. Interessa testar portanto se as médias de $D1$ e $D2$ são diferentes. Antes de realizar um teste de comparaçao de médias para medidas repetidas, i.e. um teste t pareado, testa-se para igualdade de variâncias.

Considerando H_0 sendo a igualdade entre as variâncias, obtém-se p-valor 0.625. Ou seja, não se rejeita a hipótese de igualdade de variâncias.

Tomando a hipótese de normalidade dos dados como verdadeira, realiza-se o teste t pareado, para variâncias iguais, com nível de confiança $\gamma = 0,95$. A hipótese nula do teste é a igualdade entre as médias, de modo que o teste realizado é bilateral.

O p-valor obtido no teste é de 0.014, de modo que é possível rejeitar a hipótese nula a $\alpha = 0,05$. Ou seja, pode-se dizer que há uma diferença estatisticamente diferente entre os crescimentos nos dois períodos.