

Exercício de laboratório 6

Quadrado latino

César A. Galvão - 19/0011572

2022-08-11

Contents

1	Questão 1	3
1.1	Modelo	3
1.2	Tabela ANOVA	4
1.3	Estimadores	4
2	Questão 2	6

1 Questão 1

1.1 Modelo

Para o experimento de quadrado latino utiliza-se o seguinte modelo de efeitos:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \tau_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk}, \begin{cases} i, k = 1, 2, 3 \\ j = A, B, C \end{cases} \quad (1)$$

onde y_{ijk} é a observação na i -ésima linha, na k -ésima coluna para o j -ésimo tratamento. μ é a média total, α_i é o efeito da i -ésima linha, τ_j é o efeito da j -ésimo tratamento, β_k é o efeito da k -ésima coluna e ε_{ijk} é o erro aleatório. O modelo é completamente aditivo; nesse sentido, não há interação entre linhas, colunas e tratamentos. Como só há uma observação em cada célula, apenas dois dos três subscritos i , j e k são necessários para denotar uma observação em particular.

Dessa forma, testa-se a igualdade dos efeitos de tratamento ou, em outras palavras, se o efeito dos tratamentos é igual a zero.

Desse modo, as hipóteses são:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \dots = \mu_a \\ H_1 : \exists \mu_i \neq \mu_j, i \neq j. \end{cases} \quad (2)$$

ou

$$\begin{cases} H_0 : \tau_1 = \dots = \tau_a = 0, & (\text{O efeito de tratamento é nulo}) \\ H_1 : \exists \tau_i \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

A análise de variância consiste em particionar a soma de quadrados total das observações, nos componentes para linhas, colunas, tratamentos e erro:

$$SQ_{\text{Tot}} = SQ_{\text{linhas}} + SQ_{\text{Colunas}} + SQ_{\text{Trat}} + SQ_{\text{Res}} \quad (4)$$

com os respectivos graus de liberdade:

$$(p^2 - 1) = (p - 1) + (p - 1) + (p - 1) + (p - 2)(p - 1) \quad (5)$$

Assumindo que ε_{ijk} segue uma distribuição $N(0, \sigma^2)$, cada soma de quadrados do lado direito da equação apresentada acima é uma variável qui-quadrado independente quando dividida por σ^2 . A estatística de teste apropriada para testar as diferenças entre os tratamentos é

$$F_0 = \frac{QM_{\text{tratamentos}}}{QM_{\text{RES}}} \stackrel{H_0}{\sim} F_{(p-1), (p-2)(p-1)} \quad (6)$$

1.2 Tabela ANOVA

A tabela de análise de variância é apresentada a seguir, na qual é possível observar que todos os efeitos do modelo são significativos. Isto significa que, numa futura repetição do experimento, recomenda-se repetir a estrutura de casualização.

term	df	sumsq	meansq	statistic	p.value
alfa	2	928005.556	464002.778	103.2315	0.0096
beta	2	261114.889	130557.444	29.0465	0.0333
trat	2	608890.889	304445.444	67.7331	0.0145
Residuals	2	8989.556	4494.778	NA	NA

1.3 Estimadores

De acordo com o modelo, os seguintes são os estimadores para média, variância:

μ	σ^2
1706.11	4494.78

τ_1	τ_2	τ_3
-224.78	-139.78	364.56

β_1	β_2	β_3
224.56	-36.78	-187.78

α_1	α_2	α_3
50.56	-416.11	365.56

A seguir, testa-se os pressupostos de normalidade e homocedasticidade para a utilização da ANOVA como um teste adequado:

statistic	p.value	method
0.7863	0.0142	Shapiro-Wilk normality test

Pelo teste Shapiro, rejeita-se normalidade. Trata-se de indicativo de que um teste não-paramétrico seria mais adequado para avaliar as distinções entre tratamentos.

Por fim, verifica-se que os dados são homocedásticos, dados os p-valores dos testes Levene aplicados a seguir sobre os resíduos do modelo de análise de variância.

statistic	p.value	df	df.residual	fonte
0	1	2	6	tratamento

(continued)

statistic	p.value	df	df.residual	fonte
0	1	2	6	bloco
0	1	2	6	linha

2 Questão 2

```
##               Df  Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## period2        2   727534   363767    1.773  0.19551
## trat           2    80264    40132    0.196  0.82390
## repeticao       3  8603312  2867771   13.977 3.84e-05 ***
## repeticao:subject2  8 7750447   968806    4.722  0.00229 **
## Residuals      20 4103618   205181
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  tabela2$residuals
## W = 0.98396, p-value = 0.8689

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value Pr(>F)
## group 11   0.7485 0.6841
##           24

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value Pr(>F)
## group  2    0.304 0.7399
##           33

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value Pr(>F)
## group  2    1.2776 0.2921
##           33
```