Programación Avanzada I
Tarea 25

Andrés César Magaña Martínez

Problema 5.

Para la solución de este problema usaré las siguientes igualdades:

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}, \tag{1}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \tag{2}$$

Denotaré por a el número ausente y por d al número duplicado. También denotaré por S a la suma de la colección de números del 1 al n después de quitar y duplicar un número; de la misma manera denotaré por S_2 a la suma de sus cuadrados. Es decir:

$$S = [1+2+\ldots+(a-1)+d+(a+1)+\ldots+(d-1)+d+(d+1)+\ldots+n]$$

$$S_2 = [1^2+2^2+\ldots+(a-1)^2+d^2+(a+1)^2+\ldots+(d-1)^2+d^2+(d+1)^2+\ldots+n^2]$$

Entonces por (1) y (2) se cumple que:

$$S + a - d = \frac{n(n+1)}{2}, \text{ y} \tag{3}$$

$$S_2 + a^2 - d^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \tag{4}$$

Así tendremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} a - d &= \tfrac{n(n+1)}{2} - S \\ a^2 - d^2 &= \tfrac{n(n+1)(2n+1)}{6} - S_2 \end{aligned}$$

De esta manera podemos diseñar un algoritmo que realice estas operaciones, cuya complejidad en memoria sea constante y sea lineal en el número de operaciones realizadas. Ver archivo cpp adjunto.