Programación 2009

Tarea 25

Las preguntas precedidas por un asterísco son para los alumnos de maestría. En licenciatura, dan puntos extras.

Ejercicio 1 *¿Qué hacen esas funciones? ¿Cuál es la complejidad algoritmica de cada una? (el operador "+" tiene complejidad en el orden del tamano de la cadena final)*

```
string imethod1(const string &s) {
  int N = s.size();
  string tmp = "";
  for (int i = 0; i < N; i++)
    tmp = s.at(i) + tmp;
  return tmp;
}

string imethod2(const string &s) {
  int N = s.size();
  if (N <= 1) return s;
  string left = s.substr(0, N/2);
  string right = s.substr(N/2, N);
  return imethod2(right) + imethod2(left);
}

string imethod3(const string &s) {
  int N = s.size();
  string tmp(s);
  for (int i = 0; i < N; i++)
    tmp.at(i) = s.at(N-i-1);
  return tmp;
}
```

Ejercicio 2 *Suponemos que tenemos arreglos t doble cuadrado de enteros (N por N) tal que para todo elemento $t[i][j]$, tengamos $t[i][j] < t[i][j+1]$ y $t[i][j] < t[i+1][j]$. Escribir una función que tome de entrada uno de esos arreglos, su tamaño y un entero k y que determina en tiempo* ***lineal*** *si k es presente o no dentro de t.*

Ejercicio 3 *Consideremos el polinomio*

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i,$$

1. *¿cuál es la complejidad del calculo "tal cual" (usando adiciones y multiplicaciones) de $p(x)$ para x dado?*

2. *proponer una versión mas eficiente basada en una factorización inteligente de los términos y dar su complejidad (se llama método de Horner).*

***Ejercicio 4** *Ahora vamos a considerar el problema de la multiplicación de dos polinomios p y q de grado máximo n :*

$$\left\{ \begin{array}{rcl} p(x) & = & \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \\ q(x) & = & \sum_{i=0}^{n} b_i x^i \\ pq(x) & = & \sum_{i=0}^{2n} c_i x^i \end{array} \right.$$

1. *proponer un algoritmo simple (lo mas simple posible) para calcular cada coeficiente c_i, y determinar su complejidad;*

2. *ahora, suponemos que re-escribimos los polinomios p y q como:*

$$\left\{ \begin{array}{rcl} p(x) & = & p_1(x) + x^{\frac{n}{2}} p_2(x) \\ q(x) & = & q_1(x) + x^{\frac{n}{2}} q_2(x). \end{array} \right.$$

   Si utilizamos la identidad:

$$pq = p_1 q_1 + x^{\frac{n}{2}} p_1 q_2 + x^{\frac{n}{2}} p_2 q_1 + x^n p_2 q_2,$$

   ¿cuál es la complejidad del calculo de los coeficientes c_i?

3. *para terminar, si usamos la relación*

$$p_1 q_2 + p_2 q_1 = (p_1 + q_1)(p_2 + q_2) - p_1 q_1 - p_2 q_2$$

   ¿se puede mejorar el desempeño del calculo de los c_i? ¿cómo?

Ejercicio 5 *Nos damos un arreglo de tamaño n en que sabemos que están presentes todos los números enteros de 1 a n, excepto que cierto número está ausento mientras que otro está duplicado. Dar un algoritmo para determinar cuales son esos dos numeros, tal que su complejidad en tiempo sea lineal en n en tiempo y constante en memoria (es decir, usar un número de variables constante, independiente de n).*