

1. Seja  $T$  uma árvore binária (AB). Sabemos por definição que uma AB estabelece uma relação hierárquica entre os nós que a formam, limitando essa relação a no máximo dois nós. Portanto, um nó  $r$  qualquer tem no máximo dois descendentes, chamados raiz das sub-árvores. Responda as seguintes questões sobre  $T$ .

1.1) Qual o número mínimo e máximo de nós que pode existir em  $T$  cuja altura é igual a 4?

1.2) Qualquer remoção de nó folha em  $T$  produz uma diminuição em sua altura. Você concorda com essa afirmação? Sim ou não, justifique a sua resposta.

1.3) A quantidade de elementos em um nível  $d$  da AB  $T$  é igual a:

- i)  $2^d$
- ii)  $d^2$
- iii)  $\log_2(d)$
- iv)  $\frac{\log_{10}(d)}{\log_{10}(2)}$
- v)  $2^{(d-1)}$

1.4) A altura  $h$  de uma AB completa é dada pela seguinte expressão:

$$h = \lceil \log(n+1) \rceil - 1$$

Apresente uma prova por indução para essa expressão.

2. Considere as propriedades de uma árvore AVL. Qual é a altura máxima de uma AVL com 7 nós?

- a) 4
- b) 5
- c) 7
- d) 3 x

3. Considere as propriedades de uma árvore AVL. Nomeie as rotações realizadas na árvore a partir de uma sequência de inserções realizadas, conforme figura abaixo.

- a) Rotação simples à esquerda, rotação dupla à esquerda
- b) Rotação simples à direita, rotação dupla à direita
- c) Rotação simples à esquerda, rotação dupla à direita
- d) Rotação simples à direita, rotação dupla à esquerda x
- e) Rotação dupla à esquerda, Rotação simples à esquerda

3. Ao implementar uma fila com prioridade, um programador avaliou o uso do Heap e de uma AVL como estrutura para armazenar os itens. Ele considerou as operações de consulta, inserção e remoção em um heap de máxima e em uma árvore AVL, e fez as seguintes afirmações:

- i) operação de consulta, que determina o maior valor nas mencionadas estruturas, tem o mesmo custo computacional  $O(\log(n))$
- ii) Operação de inserção no heap de máxima tem custo computacional  $O(\log(n))$ , que é o mesmo tempo de uma inserção em uma AVL.
- iii) Operação de remoção, que envolve a raiz do heap, tem custo computacional  $O(\log(n))$  e é igual ao custo computacional da operação de remoção de qualquer nó em uma AVL.

Marque as alternativas corretas:

- a) apenas as afirmações ii) e iii) estão corretas
- b) apenas a afirmação i) está correta
- c) apenas as afirmações i) e iii) estão corretas
- d) as afirmações i), ii) e iii) estão corretas
- e) apenas a afirmação iii) está correta

4. Considere um conjunto de 07 valores diferentes que será usado para construir duas árvores: Árvore Binária (AB) Completa, e Árvore Binária de Busca (ABB) AVL. Sobre essas árvores é possível afirmar:

- i) A altura AB Completa é igual a dois e último nível da árvore tem o número máximo de elementos;
- ii) A altura máxima da ABB AVL construída é igual a três.
- iii) As duas árvores construídas apesar de alturas ligeiramente diferentes apresentam o mesmo custo computacional para a operação de busca  $O(\log(n))$

É correto afirmar que:

- a) Somente as afirmações i) e ii) estão corretas
- b) Somente a afirmação iii) está correta
- c) Somente a afirmação i) está correta
- d) Todas as afirmações estão corretas
- e) Somente a afirmação ii) está correta

---

## 2. Ordenação.

3)O Particionamento do vetor V é a operação que garante o estabelecimento da ordem entre os elementos em relação ao pivô escolhido. Complete o código dessa operação na implementação abaixo:

```
static int particionamento(void* vetor[], int lim_i, int lim_f, TCompararQS comparar){  
    int ipivo = (lim_f+lim_i)/2;
```

```
    void* pivo = vetor[ipivo];  
    trocar(vetor, ipivo, lim_f);  
  
    int i=lim_i;  
    int j=lim_f-1;  
  
    do{  
        while(_____) {  
            i++;  
        }  
        while(_____) {  
            j--;  
        }  
    }
```

```

        if (i<j){
            _____
            i++;j--;
        }
    }while(i<=j);
    _____;

    return i;

```

```

}

```

linha : comparar(vetor[i],pivo) < 0

linha : (j>=lim\_i) && (comparar(vetor[j],pivo)>=0)

linha : trocar(vetor,i,j);

linha : trocar(vetor,i,lim\_f);

```

: (comparar(vetor[i],pivo) > 0) && (i<=lim_j)
: (j<lim_i) && (comparar(vetor[j],pivo)<0)

```

Considere o seguinte vetor  $V=[3,1,9,7,15,10]$  que foi ordenado pelo algoritmo bolha e o seleção. Sobre essa ordenação podemos afirmar que:

- i) O algoritmo bolha, na sua versão mais elaborada, com apenas uma única passada pelo vetor  $V$  consegue ordená-lo, embora precise de mais uma para detectar que a ordenação foi concluída.
- ii) A ordenação por seleção realiza o maior número de comparações para concluir a tarefa, entre os dois algoritmos avaliados.
- iii) Ambos os algoritmos apresentam desempenho similar para a instância apresentada e que é proporcional a  $O(n^2)$ .

- a) as afirmações i e ii) estão corretas
- b) somente a afirmação i) está correta
- c) somente a afirmação ii) está correta
- d) somente a afirmação iii) está correta
- e) as afirmações iii) e i) estão corretas