Prof.: Ing. Alberto Espinoza Zamora Email: alberto.espinoza@ucem.ac.cr

Semana # 4 Tablas de Verdad y Mapas de KARNAUGH

TABLAS DE LA VERDAD

Las tablas de la verdad fueron desarrolladas por Charles Sanders Pierce por ahí de los años 1880. En este tipo de tablas se manejan proposiciones lógicas con valores de verdad y se representa la salida o resultado de dicha proposición.

Las proposiciones se combinan empleando lo que se conoce como conectivos lógicos o conectores lógicos y son los que se enumeran a continuación:

~ negación

∨ disyunción

∧ conjunción

→ condicionante

↔ bicondicionante

Antes de entrar con los tipos de tablas de verdad, tenemos que recordar que los valores que se manejan son dos: **Verdadero** o **Falso** en donde verdadero numéricamente se representa en forma de **1** y falso con **0**.

Negación

La negación de la proposición será una nueva proposición que tiene un valor de verdad opuesto a la proposición original, ojo:

p	~p
V	F
F	V

Disyunción

La disyunción en la programación viene siendo el operador **or** en una condición. Eso quiere decir que el resultado será verdadero si alguna de las proposiciones o valores de verdad es verdadero o ambas son verdaderas. Veamos la tabla:

p	q	p V q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Recuerden que esta lógica la van a emplear cuando programen, es importantísimo que la dominen.

Prof.: Ing. Alberto Espinoza Zamora   Email: alberto.espinoza@ucem.ac.cr

Conjunción

La conjunción por el contrario vendría siendo el **and** en la programación. Eso quiere decir que para que el resultado sea verdadero, ambas expresiones **deben** de ser verdaderas. Miremos:

p	q	p q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Implicación condicional

Este operador no existe en la programación, pero sí existe como tabla de verdad entonces hay que darle y en este caso tienen que tener en consideración que el resultado será falso únicamente cuando el primer operador sea verdadero y el segundo sea falso:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Equivalencia, doble condición o bicondicional

Sabemos que para que dos cosas sean equivalentes, las mismas deben de ser y en esta tabla se aplica esta lógica, veamos:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

OR exclusiva (XOR)

Este tipo de compuerta representa una función de **desigualdad**, eso quiere decir que la salida será verdadera sólo si una de las variables es verdadera, si ambas son falsas o verdaderas la salida siempre será falsa.

p	q	p XOR q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Para que les quede más claro, veamos estas dos opciones:

Prof.: Ing. Alberto Espinoza Zamora Email: alberto.espinoza@ucem.ac.cr

“Hoy compraré un libro o iré al cine”; se sobre entiende que una de las dos debe ser verdadera, pero no la dos.

NAND (Not AND)

En este caso, la compuerta **NAND** va a devolver una salida falsa, únicamente cuando todas sus entradas o variables son verdaderas, leyeron bien, todas verdaderas.

p	q	p NAND q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

“El menú incluye café o té”. En este caso se está dando una disyuntiva diferente **(NAND)** pues no se pueden las dos simultáneamente como en el caso anterior, pero aquí si es válido el caso donde las dos son falsas.

MAPAS DE KARNAUGH

El mapa de Karnaugh es un diagrama que se utiliza en electrónica para simplificar funciones algebraicas booleanas o en otras palabras se utiliza para obtener la función lógica de salida simplificada.

Vamos a ir haciendo algunos ejemplos a ver si entendemos bien cómo funciona. El mapa de Karnaugh se va a construir a partir de una tabla de verdad.

Ejemplo #1 – Mapa de Karnaugh de 2 y 3 variables

Tenemos la siguiente tabla de verdad:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1. Como pueden observar, la numeración se hace en binario y comenzamos de cero a tres de arriba hacia abajo.
2. Partiendo de los valores de salida de F, podemos decir que la tabla representa la compuerta _.
3. Entonces, el mapa de Karnaugh se debe construir con los valores A y B y luego trasladar los valores de F. Veamos cómo queda la tabla:

Prof.: Ing. Alberto Espinoza Zamora   Email: alberto.espinoza@ucem.ac.cr

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	0

4. Podemos entender que A y B pueden tener dos valores: 0 o 1. Entonces que no se les olvide nunca que 0 sería A negativo y 1 sería A positivo, lo mismo con B.
5. Una vez que hemos ubicado los valores de F en la tabla (se supone que ya les expliqué como), procedemos a montar la fórmula resultante que sería:

$$F = A * \overline{B} + \overline{A} * B$$

Ahora se complica un toque con una tabla de tres valores (A B C y F):

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

1. En la tabla anterior, no nos vamos a detener a pensar que tipos de tablas de verdad se emplearon porque pueden ser una combinación. Aquí hago un alto y les comento que estos mapas de Karnaugh son también una representación más sencilla que un diagrama de compuertas lógicas.
2. La tabla para ubicar los resultados de F, se construye de la siguiente manera:

C \ AB	00	01	11	10
0				
1				

3. Con respecto a las columnas, los valores los debemos de leer de la siguiente manera:

$$00 \rightarrow \overline{A} \quad \overline{B}$$

Ambos son valores negativos, pero siempre el de la derecha será B
y el de la izquierda será A

4. Llenemos la tabla de arriba a ver cómo nos va.
5. Ahora sí, para sacar la fórmula hay que analizar bien los conjuntos de unos que se pueden crear, en este caso son dos:

AB

	00	01	11	10	
0	0	1	0	0	C
1	1	1	1	1	

6. En el primer conjunto de dos unos, podemos observar que el primer uno (010) se encuentra en A negativo y en B positivo. En este caso C tiene un uno en C positivo y un uno en C negativo, entonces se simplifica y C no saldría en esta parte de la ecuación:

$$F = \overline{A} * B$$

7. La ecuación anterior todavía no está completa, porque tenemos que agregar la segunda parte que se obtiene del segundo conjunto de 4 unos. En este caso, A tiene dos unos en A positivo y en A negativo, entonces se elimina por simplificación y lo mismo sucede con B, un uno en B positivo y un uno en B negativo, también se elimina. En C, podemos observar que los 4 unos se encuentran en C positivo, por lo tanto la ecuación quedaría de la siguiente manera:

$$F = \overline{A} * B + C$$

Ejercicio #1 – Mapa de Karnaugh con 3 valores

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Complete la siguiente tabla con los valores de F de la tabla de la verdad:

AB

	00	01	11	10	
0					C
1					

La ecuación resultante sería: ___________________________________

Prof.: Ing. Alberto Espinoza Zamora   Email: alberto.espinoza@ucem.ac.cr

Ejemplo #2 – Mapa de Karnaugh de 4 variables

Estos son un poco más complejos, pero vienen siendo lo mismo. Veamos la tabla de verdad:

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

El mapa de Karnaugh se vería de la siguiente manera:

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	1	0	0	1

En este caso, la ecuación quedaría de la siguiente manera:

1. Vamos a crear un conjunto de 4 unos con los de las esquinas y esta parte de la ecuación quedaría de la siguiente manera (los 4 unos formarían un solo conjunto):

$$F = \overline{B} * \overline{D}$$

   Nota: En este caso A tiene unos en positivo y en negativo, por lo tanto se simplifica, B tiene sólo unos en negativo, C tiene unos en negativo y positivo y se simplifica y D tiene unos únicamente en negativo.

2. Luego tomamos los restantes 4 unos y formamos otro conjunto, la ecuación final quedaría de la siguiente manera:

$$F = \overline{B} * \overline{D} + A * D$$

Sabemos que en la segunda parte de la ecuación B y C se simplifican.

Ejercicio #2 – Mapa de Karnaugh de 4 variables

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Ahora llene el mapa de Karnaugh:

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Y la ecuación resultante sería: ______________________________