Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas Facultad de Ingeniería Carrera de Ingeniería Electrónica

Proyecto de Libro:

Señales y Sistemas

Análisis Determinista y Aleatorio en Tiempo Contínuo Con Aplicaciones a Señales Acústicas y Señales Sísmicas

César Daniel Salvador Castañeda

Propuesta de Tabla de Contenidos Lima, 27 de junio de 2024



Dedicatoria

Epígrafe

Tabla de Contenidos

	Dedicatoria	
	Epígrafe	
	Tabla de Contenidos	
	Índice de Tablas	
	Índice de Figuras	
	Agradecimiento	
	Prólogo	XVII
	Prefacio	XIX
1.	Introducción	1
	1.1. Ejemplos de Señales y Sistemas	. 1
	1.2. Diagramas de Señales y Sistemas	. 1
	1.3. Clasificación de Señales y Sistemas	. 1
	1.4. Propiedades de los Sistemas	
	1.5. Resumen	
Pa	arte I: Análisis Determinista	5
2.	Matemática Preliminar	5
	2.1. Tiempo y Frecuencia	
	2.2. El Plano Complejo	
	2.3. Funciones	
	2.4. Ecuaciones Diferenciales	
	2.5. Transformaciones Lineales	
	2.6. Resumen	
	2.0. Resument	J
3.	Análisis en el Dominio del Tiempo	7
	3.1. Integral de Convolución	
	3.2. Respuesta Impulsiva del Sistema	
	3.3. Operador Diferencial del Sistema	
	3.4. Sistemas de Primer y Segundo Orden	
	3.5. Sistemas Interconectados en el Tiempo	
	3.5.1. Ejercicio de Respuesta Impulsiva	. 7
	3.5.2. Ejercicio de realimentación en el dominio del tiempo	. 8
	3.6. Resumen	. 10
4.	Análisis Estacionario en el Dominio de la Frecuencia	11
	4.1. Transformación de Fourier	. 11

	 4.2. Función de Transferencia del Sistema	11 14 14 14
5.	Análisis Transitorio en el Dominio de Laplace 5.1. Transformación de Laplace 5.2. Función de Transferencia en el Dominio de Laplace 5.3. Polos y Ceros de la Función de Transferencia 5.4. Sistemas Interconectados en el Dominio de Laplace 5.5. Diseño de Filtros en el Dominio de Laplace 5.6. Resumen	15 15 15 15
	Aplicación: Señales Acústicas 6.1. Registro y Reproducción de Señales Acústicas	17 17 17
	rte II: Análisis Aleatorio	11
Pa	rte II: Analisis Aleatorio	23
8.	Estadística Preliminar 8.1. Variable Aleatoria	23
	8.3. Momentos Estadísticos	23
9.	8.3. Momentos Estadísticos	23 23 25 25 25 25 25 25 25
	8.3. Momentos Estadísticos 8.4. Resumen	23 23 25 25 25 25 25 25 27 27 27

11.4. Resumen	• •	29
12. Detección de Señales		31
12.1. Contraste de Hipótesis		31
12.2. Detección en Ruido Gaussiano		31
12.3. Distinción en Ruido Gaussiano		31
12.4. Resumen		
13. Aplicación: Señales Sísmicas		33
13.1. Acceso a Bases de Datos de Aceleración Sísmica		33
13.2. Estimación de Desplazamiento a Partir de Aceleración		33
13.3. Análisis Estadístico de Señales Sísmicas		33
13.4. Resumen		33
14. Resumen de la Parte II		35
15. Resumen General		37
Bibliografía		39



Índice de Tablas

4.1.	Parámetros del circuito RL.	 12
T. T.	i didificulos del circulto Ita.	

Índice de Figuras

1.	Estructura del Libro	ΧI
3.1.	Gráfica de la convolución $y(t)$	8
3.2.	Diagrama de bloques del sistema realimentado	9
4.1.	Circuito RL	11
4.2.	Magnitud de (4.4) para la fila A de la Tabla 4.1	13
4.3.	Magnitud de (4.4) para la fila B de la Tabla 4.1	13
4.4.	Magnitud de (4.4) para la fila C de la Tabla 4.1	14
4.5.	Fase de (4.4) para todas las filas de la Tabla 4.1	14



Agradecimiento

Prólogo



Prefacio

Este proyecto de libro parte de mi experiencia como profesor del curso de pregrado de señales y sistemas (EL231) durante los semestres 2023-II y 2024-I. El curso de señales y sistemas es ofrecido por la carrera de Ingeniería Electrónica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC). El curso es dictado regularmente a alumnos de sexto ciclo de las carreras de ingeniería electrónica e ingeniería mecatrónica. Pronto el alumnado incluirá también a la carrera de ingeniería biomédica. Los prerrequisitos son los cursos de matemática analítica 5 (MA655) y de estadística (MA444). El curso de señales y sistemas provee los fundamentos de matemática aplicada necesarios para cursos posteriores en las áreas de procesamiento de señales (EL222 y EL228), telecomunicaciones (EL261 y EL274) y control (EL218 y MC71). Por tanto, el objetivo de este libro es construir un puente que una la teoría y las aplicaciones.

El programa estándar de un curso de señales y sistemas de pregrado se enfoca regularmente en el análisis determinista. El programa inicia presentando las herramientas de análisis matemático en el dominio del tiempo. Los modelos en tiempo contínuo y en tiempo discreto son tratados en paralelo, tal como lo hacen [Oppenheim *et al.*, 1998], o en serie, tal como lo hacen [Lathi y Green, 2017]. El programa continúa presentando las herramientas para analizar señales y sistemas estacionarios en el dominio de la frecuencia angular contínua mediante el uso de la transformación de Fourier. Finalmente, el programa presenta las herramientas para analizar señales y sistemas transitorios utilizando las extensiones analíticas de la transformación de Fourier a la transformación de Laplace, para el caso de tiempo contínuo, y a la transformación Z, para el caso de tiempo discreto. Este cuerpo de conocimiento establece las bases para resolver diversos problemas de la ingeniería que involucran el diseño de sistemas mecánicos, circuitos eléctricos y filtros digitales, entre muchas otras aplicaciones.

El análisis aleatorio, por otro lado, es abordado en cursos posteriores utilizando los textos especializados de cada área, como por ejemplo: el libro de probabilidades de [Peebles, 2000], el libro de control de [Speyer y Chung, 2008], el libro de telecomunicaciones de [Carlson y Crilly, 2009] y el libro de procesamiento de señales de [Verghese y Oppenheim, 2017]. Las herramientas matemáticas de análisis aleatorio son esenciales para la optimización de sistemas que deben adaptarse a entornos con ruido y perturbaciones. Sin embargo, debido a la diversidad de enfoque y nomenclatura, las más de las veces los textos no logran transmitir al alumno de pregrado la importancia del análisis aleatorio. Los textos avanzados no siempre presentan la estadística preliminar en el contexto de la teoría de señales y sistemas, dificultando una clara distinción entre los métodos que operan en el dominio del tiempo de los que operan en el dominio de la frecuencia.

El sílabus del curso de señales y sistemas (EL231) ha sido convenientemente estructurado en dos partes por los profesores anteriores del curso con el objetivo de brindar una formación consolidada para formular soluciones robustas a problemas de diversas áreas de la ingeniería. La primera parte enseña el análisis determinista utilizando el libro de [Oppenheim *et al.*, 1998],

mientras que la segunda parte enseña el análisis aleatorio utilizando el libro de [Peebles, 2000]. Este semestre, los libros de [Lathi y Green, 2017] y [Verghese y Oppenheim, 2017] fueron introducidos como complemento a la primera y segunda parte, respectivamente. Para lograr los análisis tanto determinista como aleatorio en un solo semestre, el sílabus debe permanecer enfocado en el análisis en tiempo contínuo. El análisis en tiempo discreto es abordado posteriormente en el curso de procesamiento digital de señales (EL222) y en el curso de procesamiento avanzado de señales e imágenes (EL228).

Este proyecto de libro emerge de la necesidad de cohesionar el cuerpo de conocimiento distribuido en los textos referidos en cada unidad del curso de señales y sistemas (EL231). Si bien la estructura matemática subyacente al curso permanece desde muy antiguo, es pertinente reinterpretar y adaptar su enseñanza mediante una nomenclatura coherente e intuitiva orientada al perfil del alumnado de pregrado actual que requiere fundamentos estadísticos cada vez más sólidos en medio de la creciente necesidad de procesar grandes volúmenes de datos. El objetivo de este libro es, por tanto, proveer un cuerpo de conocimiento autocontenido que faculte el aprendizaje activo mediante la resolución de problemas extraídos de casos reales, motivando así el interés por los tópicos tratados en la bibliografía más avanzada.

La contribución práctica del libro son las aplicaciones a las señales acústicas y a las señales sísmicas que indican el norte de los análisis determinista y aleatorio, respectivamente. Estas aplicaciones son mostradas como proyectos que invitan al lector a poner en práctica lo aprendido mediante la investigación y el desarrollo de soluciones. Las habilidades adquiridas mediante estos proyectos facultan al estudiante a continuar una especialización en los grandes campos de la ciencia acústica y la ciencia sísmica que cada vez atraen mayor interés y producen mayor beneficio a nuestra sociedad.

La Figura 1 muestra la estructura del libro. El capítulo 1 prepara el contexto para iniciar el estudio resaltando la importancia de las señales y los sistemas con ejemplos prácticos. El lector que accede por primera vez a un curso de señales y sistemas es invitado a empezar por el análisis determinista para luego seguir la secuencia de capítulos de inicio a fin. El lector avanzado puede optar por ir directamente al análisis aleatorio. A lo largo de todos los capítulos, los temas son reforzados con ejercicios que conectan la teoría con el mundo real. Al finalizar la lectura del libro, el lector es capaz de establecer los paralelismos del análisis determinista y aleatorio, tanto en el dominio de tiempo como en el dominio de frecuencia. Además, los capítulos de aplicaciones incluyen scripts ejecutables en Matlab que permiten procesar datos provenientes de casos reales que ayudan a consolidar la formación práctica del lector.

La descripción anterior es una invitación a apoyar esta iniciativa de libro. Estoy convencido de que el libro tendrá muy buena acogida no solo en nuestra universidad, si no también en toda la comunidad de señales y sistemas del mundo de habla hispana. El libro de señales y sistemas en tiempo contínuo motivará la escritura de una secuela natural que trate las señales y los sistemas en tiempo discreto.

César Daniel Salvador Castañeda Lima, 27 de junio de 2024

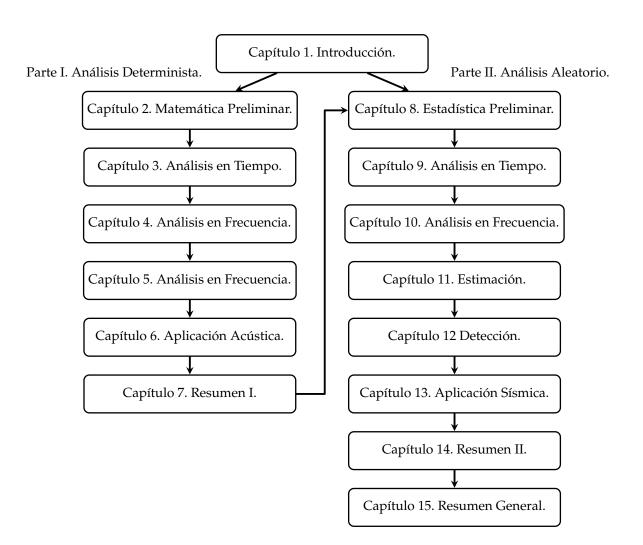


Figura 1: Estructura del Libro.



Capítulo 1

Introducción

- 1.1. Ejemplos de Señales y Sistemas
- 1.2. Diagramas de Señales y Sistemas
- 1.3. Clasificación de Señales y Sistemas
- 1.4. Propiedades de los Sistemas
- 1.5. Resumen

Parte I: Análisis Determinista

Capítulo 2

Matemática Preliminar

- 2.1. Tiempo y Frecuencia
- 2.2. El Plano Complejo
- 2.3. Funciones
- 2.4. Ecuaciones Diferenciales
- 2.5. Transformaciones Lineales
- 2.6. Resumen

Capítulo 3

Análisis en el Dominio del Tiempo

- 3.1. Integral de Convolución
- 3.2. Respuesta Impulsiva del Sistema
- 3.3. Operador Diferencial del Sistema
- 3.4. Sistemas de Primer y Segundo Orden
- 3.5. Sistemas Interconectados en el Tiempo
- 3.5.1. Ejercicio de Respuesta Impulsiva

Un sistema mecánico masa-resorte-amortiguador ha sido modelado como un sistema lineal. Como primer paso, para obtener la respuesta impulsiva h(t) del sistema, se aplicó en la entrada un impacto de fuerza tipo delta de Dirac $x(t) = \delta(t)$, de manera que en la salida se registró el siguiente desplazamiento de la masa:

$$y(t) = h(t) = e^{-at}u\left(t - \frac{1}{a}\right),\tag{3.1}$$

en donde $1 < a < \infty$ y u(t) denota el escalón unitario.

Como segundo paso, se desea utilizar la h(t) obtenida para calcular el desplazamiento y(t) a la salida del sistema cuando en la entrada se aplica la siguiente fuerza:

$$x(t) = u(t - a). (3.2)$$

Resolver los siguientes ítems.

- a) Utilizando la integral de convolución, hallar y(t) del segundo paso.
- b) Graficar y(t) cuando a = 2, 3, 4.

Solución

a) Conviene utilizar y(t) = x(t) * h(t) pues es más sencillo desplazar x(t), es decir:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau)h(\tau)d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} u(t - \tau - a)e^{-a\tau}u\left(\tau - \frac{1}{a}\right)d\tau$$

$$= \int_{\frac{1}{a}}^{t-a} e^{-a\tau}d\tau$$

$$= -\frac{1}{a}e^{-a\tau}\Big|_{\frac{1}{a}}^{t-a}$$

$$= \frac{1}{a}\left(e^{-1} - e^{-a(t-a)}\right)u(t - a).$$
(3.3)

b) La figura 3.1 muestra la gráfica de y(t) en (3.3) cuando a = 2,3,4.

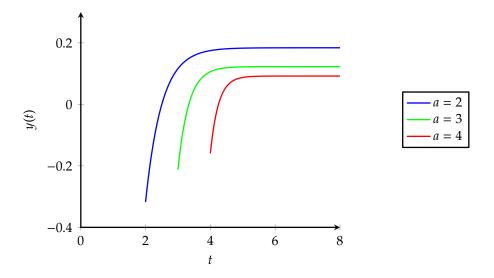


Figura 3.1: Gráfica de la convolución y(t).

3.5.2. Ejercicio de realimentación en el dominio del tiempo

La señal de entrada $x_1(t)$ y la señal de salida y(t) de un sistema amplificador de audio están relacionadas según la siguiente expresión:

$$y(t) = ax_1(t), \tag{3.4}$$

en donde $t \ge 0$ y $0 < a < \infty$ representa la ganancia.

La señal de entrada y(t) y la señal de salida $x_2(t)$ de un sistema retardador de audio están relacionadas según la siguiente expresión:

$$x_2(t) = y(t - t_0), t \ge t_0, \tag{3.5}$$

en donde $0 < t_0 < \infty$ representa el retardo en segundos.

Los sistemas anteriormente definidos se unen mediante una conexión de realimentación de tal manera que el amplificador está en la etapa directa y el retardador está en la etapa realimentada. La entrada al sistema realimentado es x(t) y la salida es y(t). La conexión de realimentación es tal que

$$x(t) = x_1(t) - x_2(t). (3.6)$$

Resolver los siguientes ítems en términos de a y t₀, según corresponda.

- a) Sean $h_1(t)$ y $h_2(t)$ las respuestas impulsivas de los sistemas de amplificación y retardo, respectivamente. Formular $h_1(t)$ y $h_2(t)$ por separado.
- b) Graficar el diagrama de bloques del sistema realimentado.
- c) Formular la respuesta impulsiva h(t) del sistema realimentado.

Solución

a) La respuesta impulsiva de cada sistema se obtiene en la salida cuando en la entrada se aplica un impulso delta de Dirac. La respuesta impulsiva $h_1(t)$ del amplificador se obtiene de (3.4) de la siguiente manera:

$$x_1(t) = \delta(t) \implies y(t) = h_1(t) = a\delta(t).$$
 (3.7)

La respuesta impulsiva $h_2(t)$ del retardador se obtiene de (3.5) de la siguiente manera:

$$y(t) = \delta(t) \implies x_2(t) = h_2(t) = \delta(t - t_0). \tag{3.8}$$

b) La figura 3.2 muestra el diagrama de bloques del sistema realimentado.

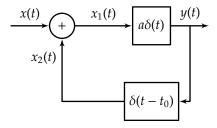


Figura 3.2: Diagrama de bloques del sistema realimentado.

c) Las ecuaciones que describen al sistema realimentado son las siguientes:

$$y(t) = a\delta(t) * x_1(t),$$

$$x_1(t) = x(t) + x_2(t),$$

$$x_2(t) = \delta(t - t_0) * y(t).$$
(3.9)

Combinando las ecuaciones en (3.9) obtenemos:

$$y(t) = a\delta(t) * [x(t) + \delta(t - t_0) * y(t)],$$

$$y(t) = a\delta(t) * x(t) + a\delta(t) * \delta(t - t_0) * y(t).$$
(3.10)

Como $\delta(t)$ es la identidad del operador de convolución, podemos escribir:

$$\delta(t) * y(t) = ax(t) + a\delta(t - t_0) * y(t), [\delta(t) - a\delta(t - t_0)] * y(t) = ax(t).$$
(3.11)

Invirtiendo $[\delta(t) - a\delta(t-t_0)]$ según el operador inverso de la convolución, obtenemos:

$$y(t) = [\delta(t) - a\delta(t - t_0)]^{-1} * ax(t),$$
(3.12)

en donde reconocemos finalmente la respuesta impulsiva del sistema realimentado:

$$h(t) = a[\delta(t) - a\delta(t - t_0)]^{-1}.$$
(3.13)

3.6. Resumen

Capítulo 4

Análisis Estacionario en el Dominio de la Frecuencia

4.1. Transformación de Fourier

4.2. Función de Transferencia del Sistema

4.2.1. Ejercicio de función de transferencia

El circuito RL en serie de la Figura 4.1 se modela mediante un sistema lineal de primer orden. En el dominio del tiempo t, la señal de entrada x(t) es el voltaje de la fuente y la señal de salida y(t) es la corriente en la resistencia.

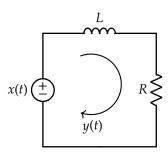


Figura 4.1: Circuito RL

Resolver los siguientes ítems detallando cada paso del procedimiento y formular los resultados en términos de R y L.

- a) Formular la ecuación diferencial que relaciona y(t) y x(t).
- b) Aplicar la transformación de Fourier a la ecuación diferencial para formular la función de transferencia $H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$ que modela al circuito en el régimen estacionario y en el dominio de la frecuencia angular ω .

Utilizar aproximaciones asintóticas para graficar las siguientes funciones en el dominio ω . Mostrar ω en escala logarítmica con intervalos uniformes en décadas indicando al menos 4 décadas. Graficar lo siguiente:

c) La magnitud de $H(\omega)$ en decibelios, es decir, $20 \log_{10} |H(\omega)|$.

d) La fase de $H(\omega)$ en radianes, es decir, $\angle H(\omega)$.

Solución

a) Aplicando la ley del voltajes de Kirchhoff en el circuito de la Figura 4.1 tenemos:

$$x(t) = L\frac{d}{dt}y(t) + Ry(t). \tag{4.1}$$

Organizando los términos en (4.1) obtenemos la siguiente ecuación diferencial del circuito en la forma estándar de operadores diferenciales:

$$\left(1 + \frac{L}{R}\frac{d}{dt}\right)y(t) = \frac{1}{R}x(t).$$
(4.2)

b) Aplicando la transformación de Fourier a ambos lados de (4.2) obtenemos:

$$\left(1 + \frac{L}{R}j\omega\right)Y(\omega) = \frac{1}{R}X(\omega). \tag{4.3}$$

De (4.3) obtenemos la función de transferencia:

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega} \right). \tag{4.4}$$

c) En (4.4), el primer factor corresponde a un sistema de orden cero con ganancia

$$K = \frac{1}{R}. (4.5)$$

El factor entre paréntesis corresponde a un sistema de primer orden tipo pasa bajos con constante de tiempo

$$\tau = \frac{L}{R}.\tag{4.6}$$

La Tabla 4.1 muestra distintos pares de valores R y L con sus respectivos valores de ganancia y frecuencia de corte.

Caso	$R(\Omega)$	L (H)	$20\log_{10}\left(\frac{1}{R}\right)$ (dB)	$\frac{1}{\tau}$ (rad/s)
A	8×10^3	4	-78.1	2×10^{3}
В	6	3×10^{-3}	-15.6	2×10^{3}
С	0.1×10^{3}	50×10^{-3}	-40	2×10^{3}

Tabla 4.1: Parámetros del circuito RL.

Como la frecuencia de corte $\frac{1}{\tau}$ es la misma para todos los casos, la aproximación asintótica para la magnitud del sistema de primer orden, descrito por el factor entre paréntesis en

(4.4), está definida por:

$$20 \log_{10} |H(\omega)| \approx \begin{cases} 0 \text{ dB} & \omega \le 2 \times 10^2, \\ -3 \text{ dB} & \omega = 2 \times 10^3, \\ -20 \frac{\text{dB}}{\text{dec}} & \omega \ge 2 \times 10^4. \end{cases}$$
(4.7)

Sumando (4.7) y la ganancia en decibelios de la Tabla 4.1 para cada fila obtenemos las aproximaciones asintóticas que sirven como líneas guía para obtener las curvas de magnitud de (4.4) mostradas a continuación en las Figuras 4.2, 4.3 y 4.4.

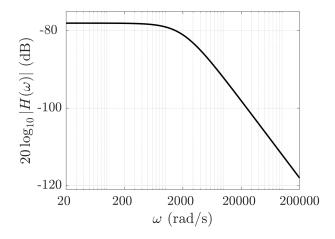


Figura 4.2: Magnitud de (4.4) para la fila A de la Tabla 4.1.

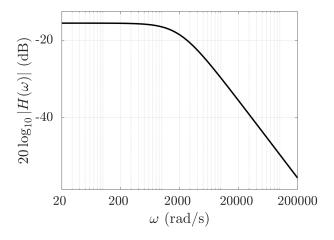


Figura 4.3: Magnitud de (4.4) para la fila B de la Tabla 4.1.

d) La aproximación asintótica para la fase del sistema de primer orden, descrito por el factor entre paréntesis en (4.4), está definida por:

$$\angle H(\omega) \approx \begin{cases} 0 \text{ rad} & \omega \le 2 \times 10^2, \\ -\frac{\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{dec}} & 2 \times 10^2 \le \omega \le 2 \times 10^4, \\ -\frac{\pi}{2} \text{ rad} & \omega \ge 2 \times 10^4. \end{cases}$$
(4.8)

Como la fase del sistema de orden cero en (4.5) es 0, la gráfica de fase de (4.4) para todas

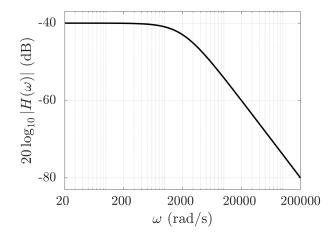


Figura 4.4: Magnitud de (4.4) para la fila C de la Tabla 4.1.

las filas de la Tabla 4.1 se obtiene directamente de la aproximación asintótica (4.8), la cual sirve como línea guía para obtener la curva mostrada en la Figura 4.5.

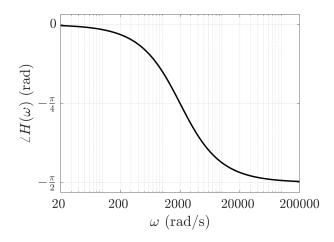


Figura 4.5: Fase de (4.4) para todas las filas de la Tabla 4.1.

4.3. Escalas Logarítmicas

4.4. Sistemas Interconectados en Frecuencia

4.5. Diseño de Filtros en el Dominio de Fourier

4.6. Resumen

Análisis Transitorio en el Dominio de Laplace

- 5.1. Transformación de Laplace
- 5.2. Función de Transferencia en el Dominio de Laplace
- 5.3. Polos y Ceros de la Función de Transferencia
- 5.4. Sistemas Interconectados en el Dominio de Laplace
- 5.5. Diseño de Filtros en el Dominio de Laplace
- 5.6. Resumen

Aplicación: Señales Acústicas

- 6.1. Registro y Reproducción de Señales Acústicas
- 6.2. Medición de la Respuesta Impulsiva Acústica
- 6.3. Estimación del Tiempo de Reverberación de un Auditorio
- 6.4. Resumen

Resumen de la Parte I

Parte II: Análisis Aleatorio

Estadística Preliminar

- 8.1. Variable Aleatoria
- 8.2. Función de Densidad de Probabilidad
- 8.3. Momentos Estadísticos
- 8.4. Resumen

Análisis Aleatorio en el Dominio del Tiempo

- 9.1. Procesos Estocásticos
- 9.2. Procesos de Primer y Segundo Momento
- 9.3. Estacionariedad
- 9.4. Función de Autocorrelación
- 9.5. Estimación Temporal del Modelo Estadístico de Salida
- 9.6. Resumen

Análisis Aleatorio en el Dominio de la Frecuencia

- 10.1. Transformación de Wiener-Khintchine
- 10.2. Función de Densidad Espectral
- 10.3. Teorema de Wiener-Khintchine-Einstein
- 10.4. Estimación Espectral del Modelo Estadístico de Salida
- 10.5. Resumen

Estimación de Señales

- 11.1. Filtro de Wiener para Señales Estacionarias
- 11.2. Filtro de Kalman para Señales No Estacionarias
- 11.3. Estimación en Ruido Aditivo
- 11.4. Resumen

Detección de Señales

- 12.1. Contraste de Hipótesis
- 12.2. Detección en Ruido Gaussiano
- 12.3. Distinción en Ruido Gaussiano
- 12.4. Resumen

Aplicación: Señales Sísmicas

- 13.1. Acceso a Bases de Datos de Aceleración Sísmica
- 13.2. Estimación de Desplazamiento a Partir de Aceleración
- 13.3. Análisis Estadístico de Señales Sísmicas
- 13.4. Resumen

Resumen de la Parte II

Resumen General

Bibliografía

- [Carlson y Crilly, 2009] Carlson, A. B. y Crilly, P. B. (2009). *Communication Systems*. McGraw Hill, 5th edición.
- [Lathi y Green, 2017] Lathi, B. P. y Green, R. (2017). *Linear Systems and Signals*. The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering. Oxford University Press, 3rd edition edición.
- [Oppenheim *et al.*, 1998] Oppenheim, A., Willsky, A., y Nawab, S. H. (1998). *Señales y Sistemas*. Prentice-Hall Hispanoamericana, México, D. F, 2a ed. edición.
- [Peebles, 2000] Peebles, P. (2000). *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles*. McGraw-Hill, 4th edición.
- [Speyer y Chung, 2008] Speyer, J. L. y Chung, W. H. (2008). *Stochastic Processes, Estimation, and Control*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [Verghese y Oppenheim, 2017] Verghese, G. C. y Oppenheim, A. V. (2017). *Signals, Systems and Inference*. PEARSON, global edition edición.