

Series de tiempo

Examen Parcial

Lee todos los ejercicios antes de comenzar a escribir. Las conclusiones de los problemas deben escribirse en el contexto del problema.

1. Considera la ST

$$Y_t = 0.4Y_{t-1} + 0.45Y_{t-2} + Z_t + Z_{t-1} + 0.25Z_{t-2},$$

donde $Z_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2)$.

- Expresa esta ecuación en términos del operador “backshift” B ; es decir, escríbela como una ecuación en B , y determina el orden (p, q, d) de este modelo.
- ¿Puedes simplificar esta ecuación? ¿Cuál es el orden después de la simplificación?
- Determina si este modelo es causal y/o invertible.
- Si el modelo es causal, encuentra la forma general de los coeficientes ψ_j 's tal que $Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$.
- Si el modelo es invertible, encuentra la forma general de los coeficientes π_j tal que $Z_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j Y_{t-j}$.

2. Asume que una ST satisface la ecuación en diferencias

$$Y_t = \begin{cases} 1 & t = 0, 1 \\ 0.4Y_{t-1} + 0.77Y_{t-2} + e_t & t = 2, 3, \dots \end{cases}$$

donde las e_t 's son v.a. no-correlacionadas(0,1). Sea $(Y_2, Y_4, Y_5) = (2, 3, 2.9)$.

- Predice Y_6 y Y_7 . Calcula matriz de covarianzas de tu predicción. *Hint: Usa el mejor predictor general.*
 - (**MPyE**) ¿Cuál es el límite $\lim_{s \rightarrow \infty} E[(Y_{5+s} - \hat{Y}_{5+s})^2]$?
3. (**MPyE**) Sea $Y_t = Z_t - \theta Z_{t-1}$, $Z_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2)$.
- Calcula la función de correlación $\rho(k)$ de Y_t .
 - Supón que $\rho(1) = 0.4$. ¿Qué valor(es) de θ da(n) lugar a tal valor de $\rho(1)$? ¿Cuál preferirías? Proporciona una explicación corta.
 - En lugar de un modelo MA(1), asume que Y_t es un modelo MA(∞) dado por

$$Y_t = Z_t + C(Z_{t-1} + Z_{t-2} + \dots),$$

donde C es una constante fija. Muestra que Y_t es no-estacionario.

- Si $\{Y_t\}$ en la ecuación anterior se diferencia (i.e., $X_t = Y_t - Y_{t-1}$), muestra que X_t es un modelo estacionario MA(1).

- e) Encuentra la función de autocorrelación de $\{X_t\}$.
4. (**MCE**) Considera las series de tiempo contenidas en los archivos `Ejemplo1.csv` y `Ejemplo2.csv`. El primero contiene un índice mensual de la Reserva Federal de los EEUU con datos de 1948 a 1978 (372 meses). El segundo contiene la tasa de inflación trimestral del índice de precios al consumidor, del primer trimestre de 1953 al segundo trimestre de 1980 (110 observaciones). Analiza las series de tiempo anteriores, ajusta un modelo adecuado y analiza los residuales de dichas series de tiempo. Indica e ilustra cada una de tus elecciones y justifica el modelo final propuesto.