César Isaí García Cornejo
cesar.cornejo@cimat.mx
Series de Tiempo

Tarea 1

Semestre 3

CIMAT

Ejercicio 1
Considera un proceso estacionario $AR(1)$ dado por

$$Y_t = \frac{1}{2}Y_{t-1} + e_t$$

donde e_t son no-correlacionados $(0, \sigma^2)$. Define

$$v_t = Y_t - 2Y_{t-1}.$$

1. Demuestra que el residual v_t es una sucesión de v.a. no -correlacionadas $(0, \sigma_v^2)$. ¿ Cuál es la varianza de v_t ? ¿ Quién tiene más varainza e_t o v_t ?
2. Demuestra que e_t no está correlacionado con Y_{t-1} y que v_t está correlacionado con Y_{t-1} .
3. Expresa Y_t como una media móvil $MA(\infty)$.

La raíz de la ecuación característica de la ecuación en diferencias sociada a $Y_t = 2Y_{t-1} + v_t$ es 2 (i.e. es mayor que uno). Entonces, para $Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + v_t$, las condiciones v_t no-correlacionadas $(0, \sigma_v^2)$ y $|a_1| > 1$ no implican que Y_t es no-estacionario.

En este ejemplo preferimos la representacion $Y_t = \frac{1}{2}Y_{t-1} + v_t$ pues, como demostrarás en $a) - c)$, el error tiene menor varianza y no está correlacionado con

Ejercicio 2
Sea Y_t una serie de tiempo definida como

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + X_t \quad t = 1, 2, \cdots$$

donde

$$X_t = e_t + 0{,}6e_{t-1},$$

con β_0, β_1 fijos y $\{e_t : t \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$ distribuidas $N(0, sigma^2)$ Construye la media y la función de covarianza para Y_t.

Ejercicio S
ean $X_i \sim N(0, \sigma^2)$ $i = 1, 2, \cdots$ independientes y sea $\bar{X}_n = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} X_i$.

1. Se sabe que $\mu \neq 0$. ¿ Cómo aproximarías la distribución de $\bar{X}_n^2$ en muestras grandes?
2. Se sabe que $\mu = 0$. ¿ Cómo aproximarías la distibución de $\bar{X}_n^2$ en muestras grandes ?
3. Comenta qué pasa si quitamos el supuesto de independencia en los incisos anteriores.

Explica con detalle los procedimientos y asegúrate de que no se den distribuciones límites degenerads. Este ejercicio es para recordar los procedimientos más básicos para variables aleatorias.

Ejercicio 4
Monstrar que si $m^p + a_1 m^{p-1} + \cdots + a_p = 0$ tiene todas sus raíces menores que uno en módulo, entonces $1 + a_1 q + \cdots + a_p q^p = 0$ tiene todas sus raíces mayoures que uno en módulo. *Hint: si r es una raíz del primer polinomio, es ¿ es 1/r una raíz del segundo?*