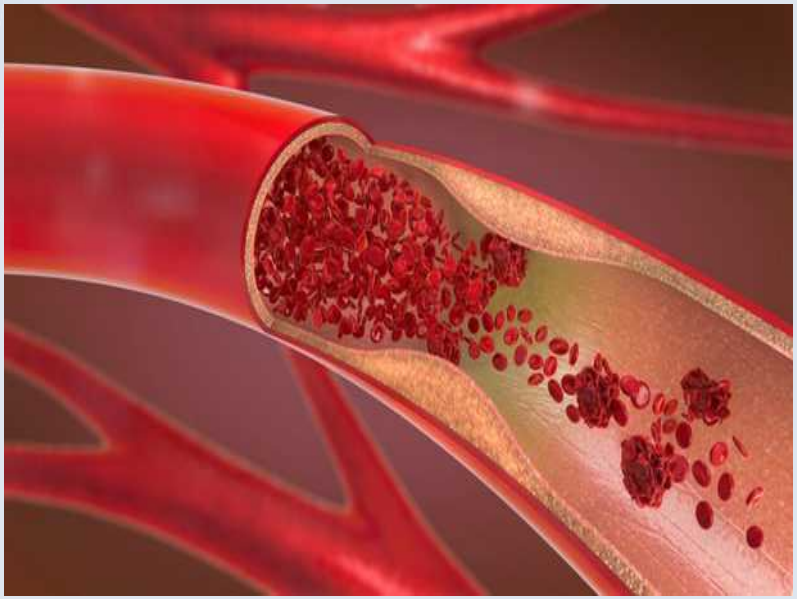
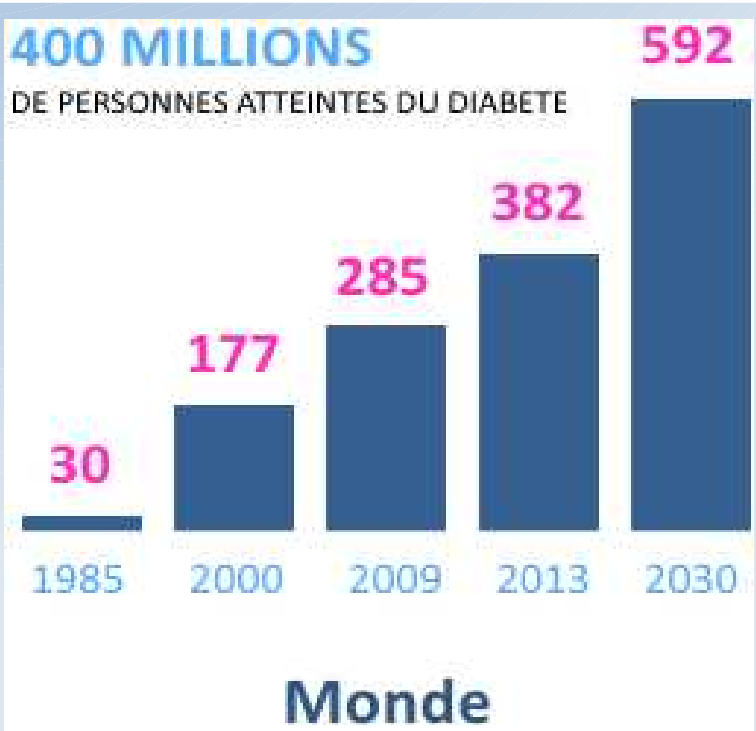
TIPE :
Diabète et circulation sanguine



César LARRAGUETA,
Candidat N°33989

Diabète et circulation sanguine

Comment le diabète affecte-t-il la circulation sanguine ?
Quels moyens sont à disposition
des patients pour suivre leur état de santé ?



www.sport-passion.fr/sante/glucides-sport-risque-diabete.php

- **Influence de la glycémie sur la circulation sanguine**
  - **a) Effet de la glycémie sur la viscosité sanguine**
  - **b) Validation théorique du modèle expérimental**
- **Méthodes de mesures de la glycémie des patients**
  - **a) Dosage colorimétrique**
  - **b) Dosage électrochimique**

Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Protocole expérimental :

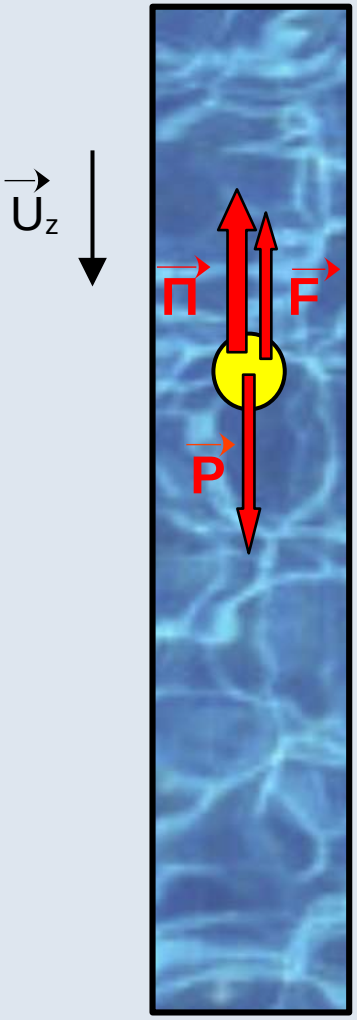
Bilan des forces sur la bille de masse m :
-Poids : $\vec{P} = mg.\vec{U_z}$
-Poussée d'Archimède : $\vec{\Pi} = -\rho Vg.\vec{U_z}$
-Loi de Stokes : $\vec{F} = -6\pi\eta r.\vec{v}$

2eme loi de Newton en régime stationnaire

$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{F} = \vec{0}$
$mg - \rho Vg - 6\pi\eta rv = 0$

D'où

$$\eta = \frac{g(m - \rho V)}{6\pi r v}$$

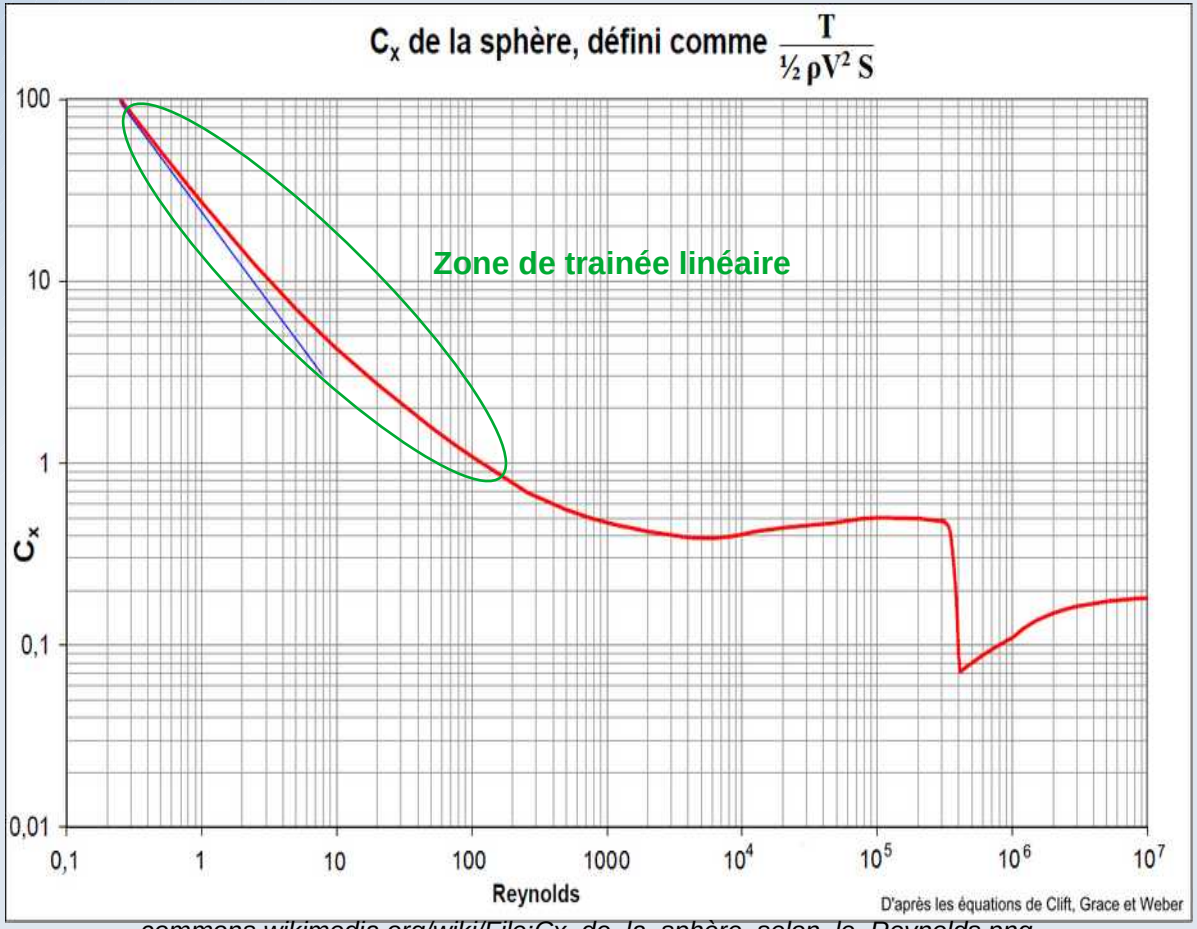


Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Conditions d'application de la loi de Stokes :

$$Re = \frac{\rho L v}{\eta}$$

$$Cx = \frac{2g(m - \rho V)}{\rho S v^2}$$

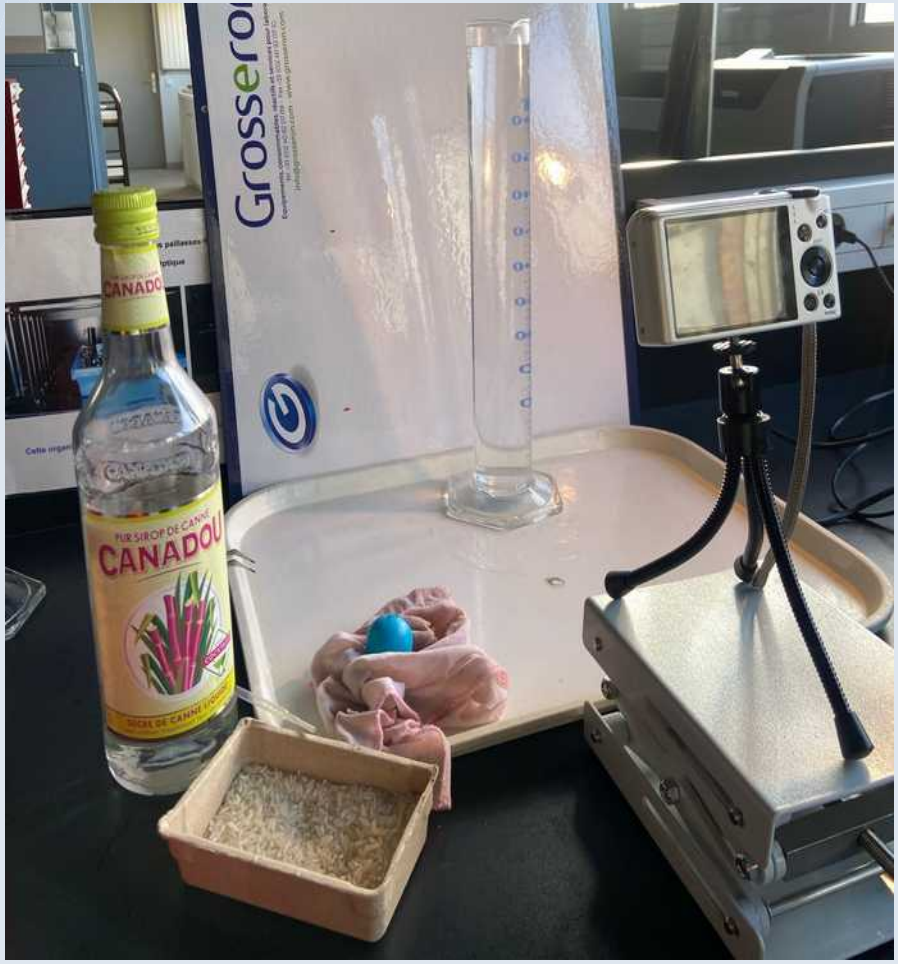


commons.wikimedia.org/wiki/File:Cx_de_la_sphère_selon_le_Reynolds.png

Où ρ est la masse volumique du fluide, v la vitesse de chute et L le diamètre de la bille

Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Protocole expérimental :



Hypothèse simplificatrice :
ρ=ρ(eau), quelle que soit la concentration en glucose

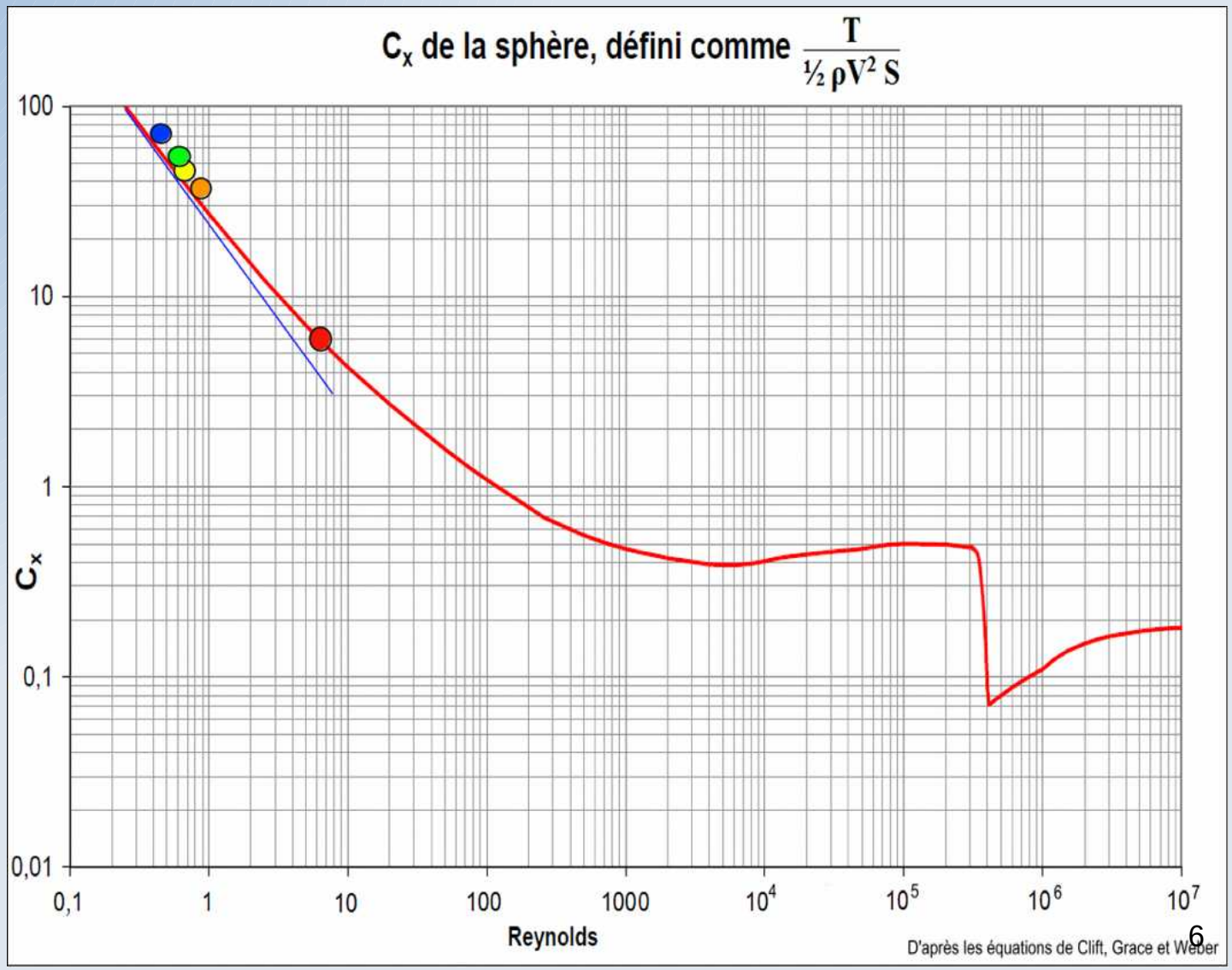
Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Résultats expérimentaux :

Concentrations en glucose :

- 5g/L
- 10g/L
- 20g/L
- 40g/L
- 80g/L

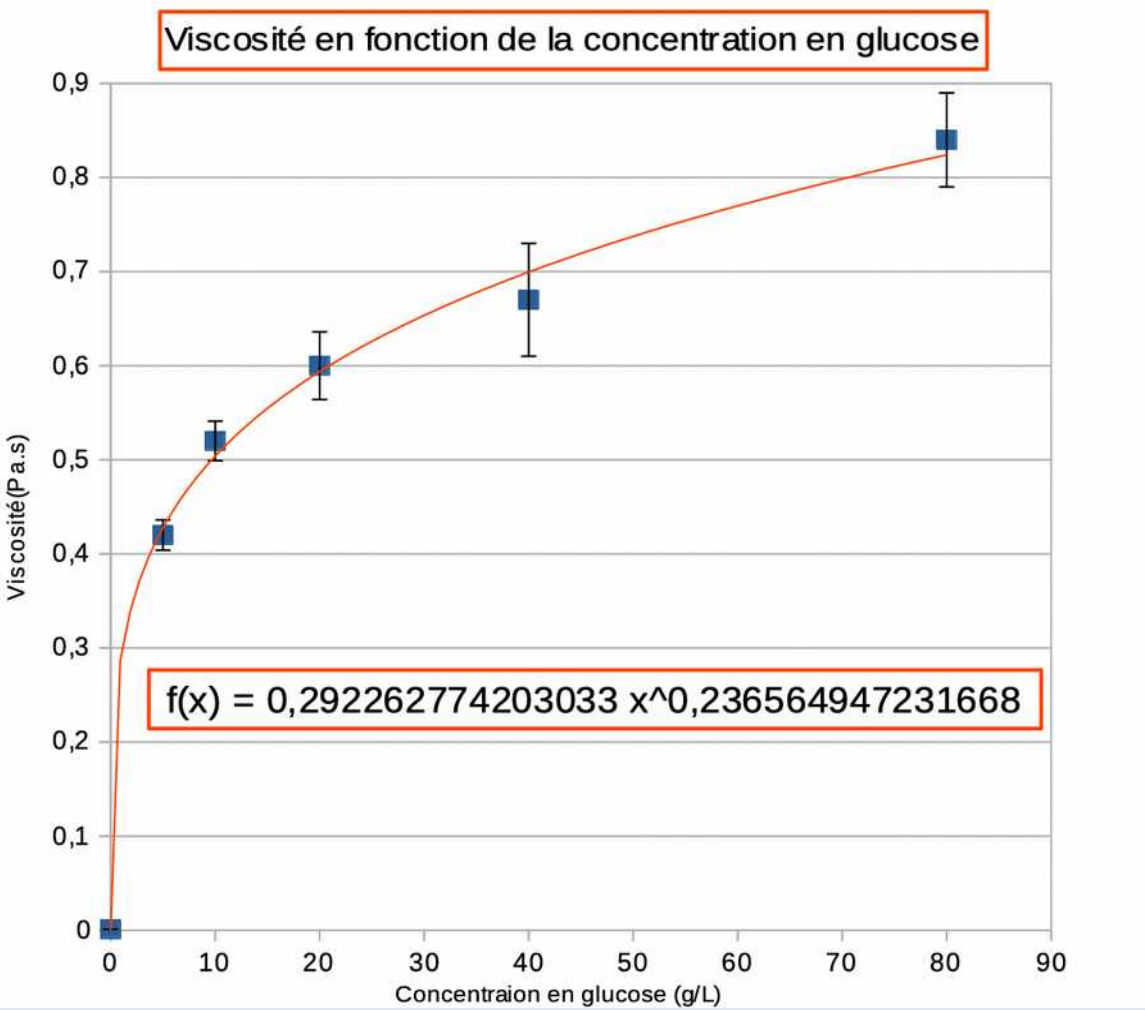
⇒ Le modèle de trainée linéaire est donc valide.



commons.wikimedia.org/wiki/File:Cx_de_la_sphère_selon_le_Reynolds.png

Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Résultats expérimentaux :



$$\eta = 0{,}3\ [G]^{0{,}2}$$

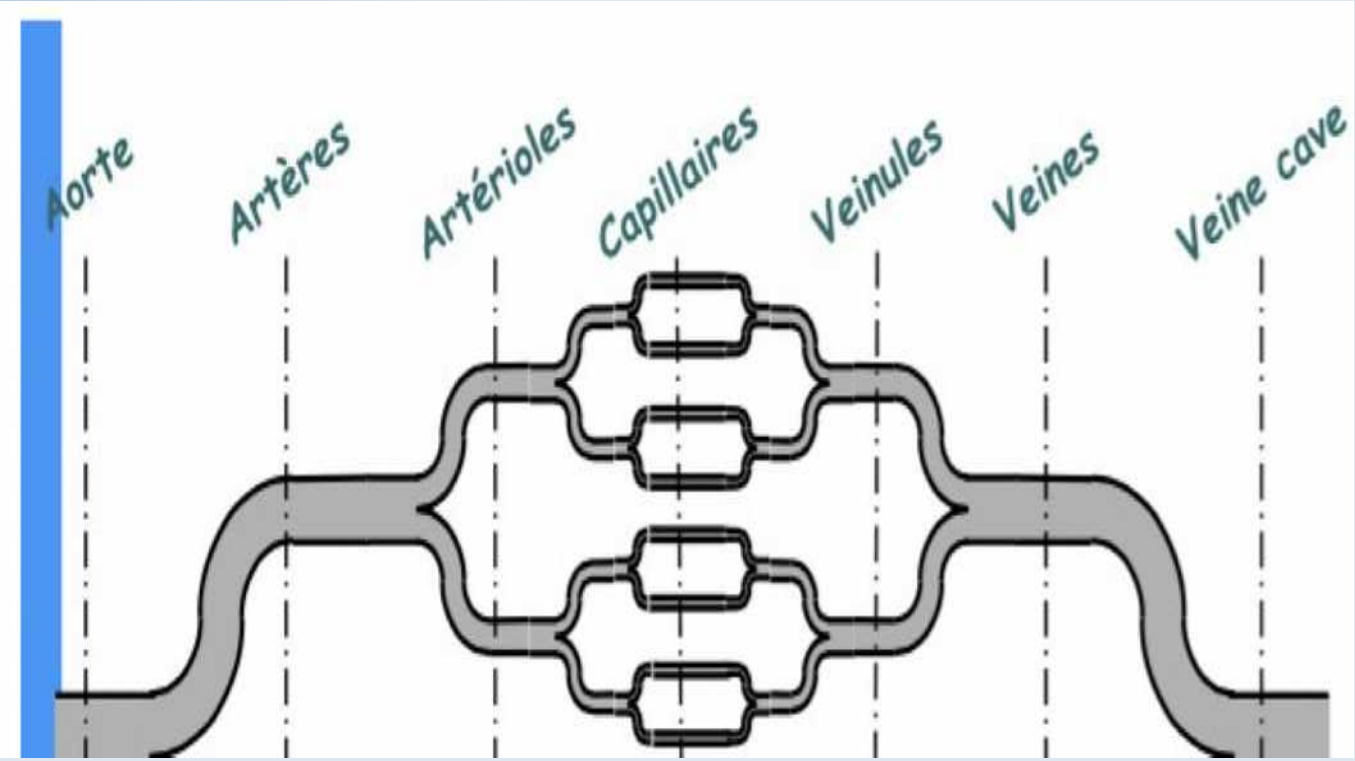
Où [G] est la concentration massique en glucose, en g/L.

Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Validation des résultats expérimentaux :

- Système sanguin en circuit fermé

- Débit en sortie de l'aorte
=
Σdébit capillaire



tutoratbrest.fr/wp-content/uploads/2020/08/Cours-Hémodynamique-2020-Pré-rentrée.pdf

Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Validation des résultats expérimentaux :

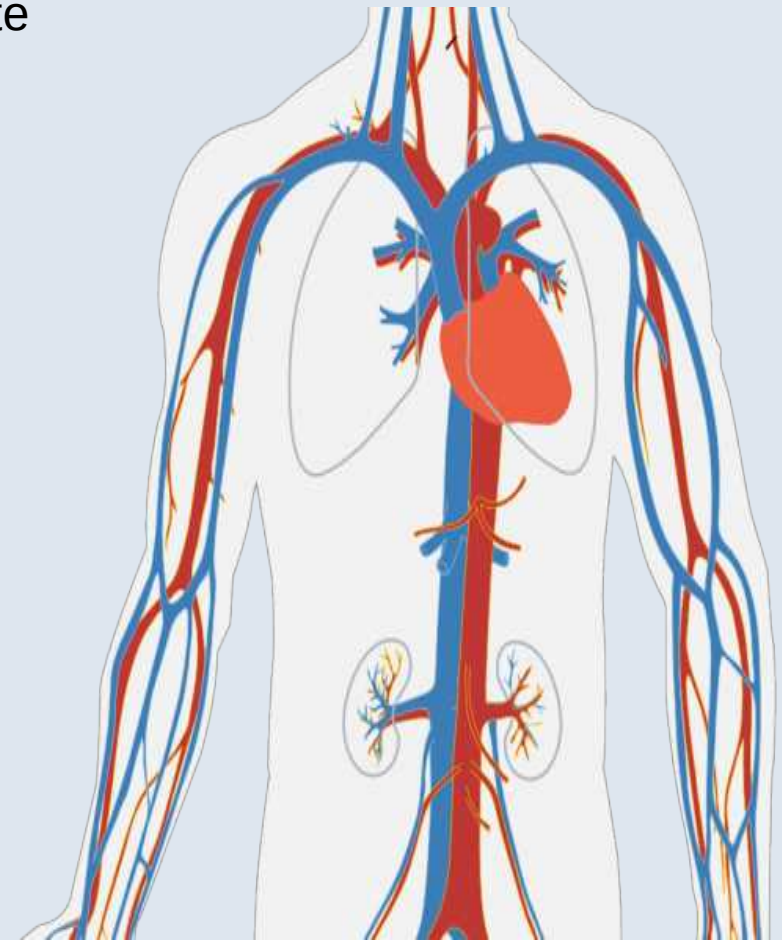
Coeur moyen :
Ejecte 70mL de sang 70fois/ minute

⇒ Débit cardiaque de ≈5L/min = Débit dans l'aorte

Et, $N_{capillaire} = 10^9$

$$D_{capillaire} = D_{aorte}/N_{capillaire}$$

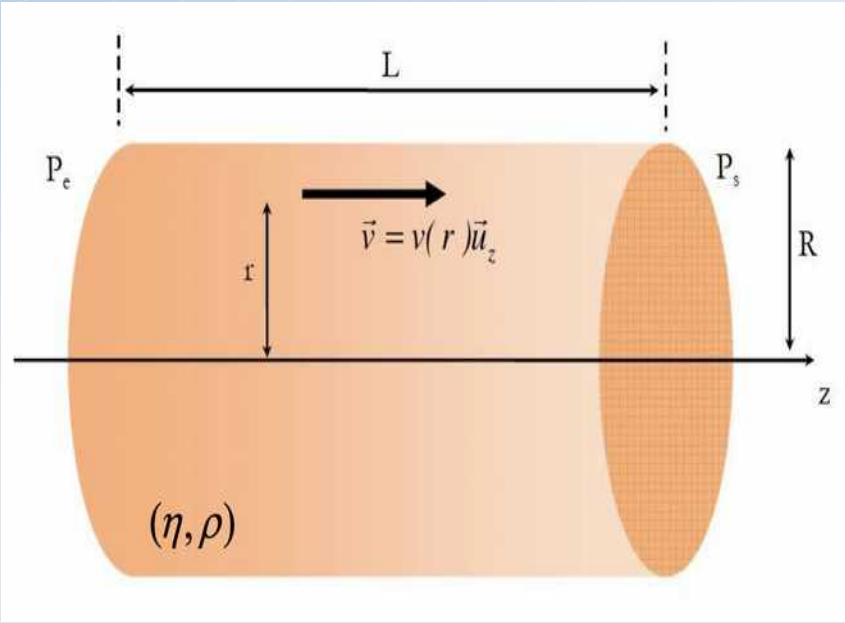
Finalement, $\mathbf{D_{capillaire} = 8{,}1.10^{-11}\ L/s}$



Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Validation des résultats expérimentaux :

- *Hypothèses :*
  - *Sang ⇒ fluide visqueux incompressible, en écoulement de Poiseuille*, dans un capillaire sanguin cylindrique indéformable.



olivier.granier.free.fr/ci/poiseuille/res/VideoPoiseuille.pdf

On montre que :

$$v(r) = \frac{P_e - P_s}{4\eta L}(R^2 - r^2)$$

Et,

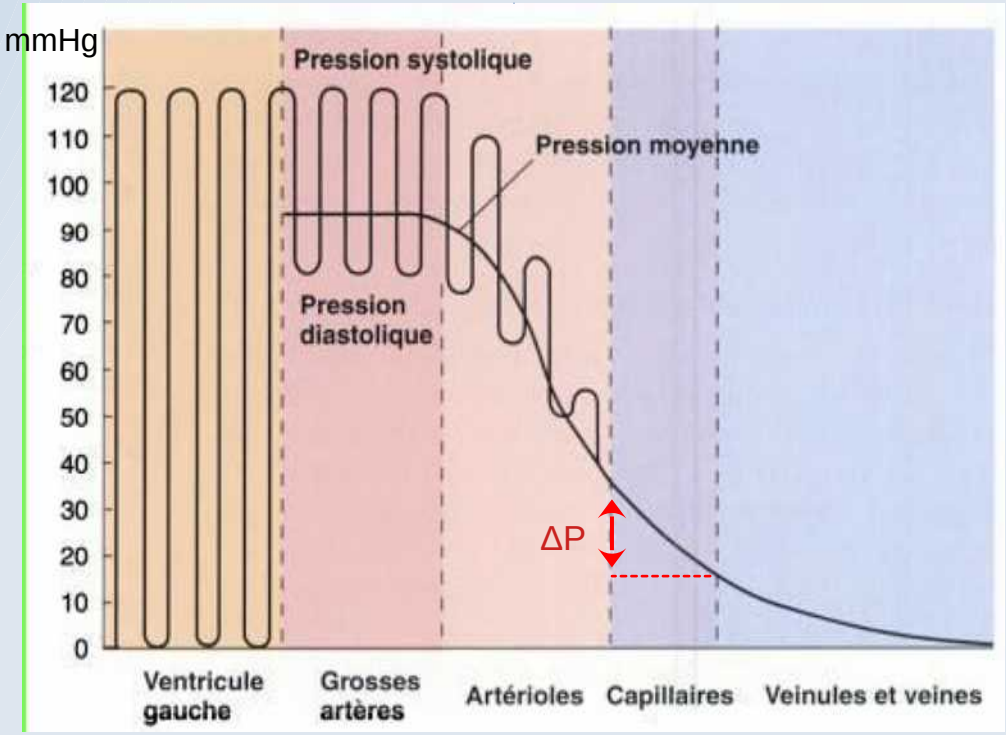
$$Dv = \iint_{0,0}^{R,2\pi} v(r)\,dS = 2\pi \int_0^R V(r)\,r\,.dr$$

Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Validation des résultats expérimentaux :

$$Dv = \pi \frac{Pe - Ps}{8\,\eta\,L} R^4$$

Glycémie usuelle : 1g/L ⇒ η = 0,3 Pa.s
Différence de pression ≈ 2500 Pa
Longueur du capillaire ≈ 1 mm
Rayon du capillaire ≈ 30µm



ressources.unisciel.fr/physiologie/co/grain5a_4.html

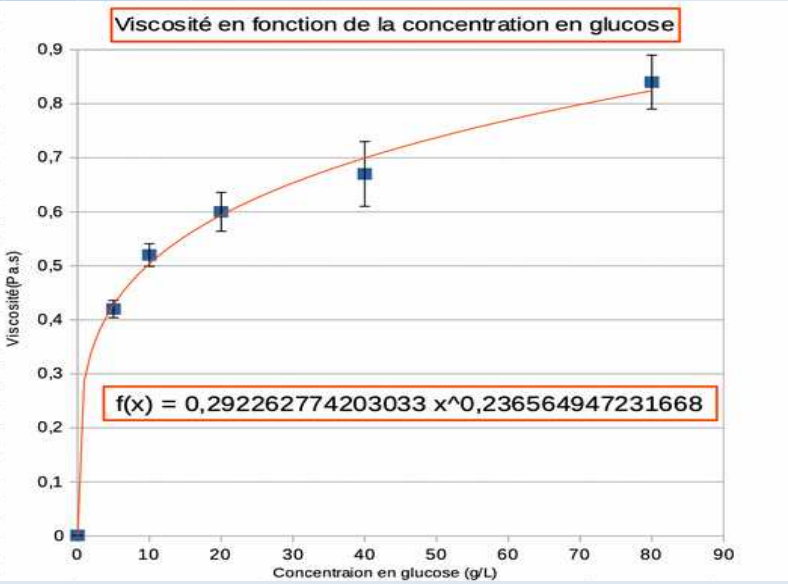
D_v = 2,5.10^{-11} L/s

Influence de la glycémie sur la circulation sanguine

Bilan / Conclusion :

D'après notre modélisation :

$$D_{capil.\ Usuel} = 2{,}5.10^{-11}\ L/s \neq 8{,}1.10^{-11} L/s$$



Attention à la glycémie

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

Objectifs :

- Comparer les différentes méthodes de dosage du glucose
- Déterminer laquelle est la plus avantageuse pour le patient

www.pharmacieveau.fr/fr/p-accu-chek-mobile-kit-lecteur-de-glycemie[...]

Méthode colorimétrique

medenvios.com/products/diabetic-supplies/onetouch-verio/

Méthode électrochimique

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

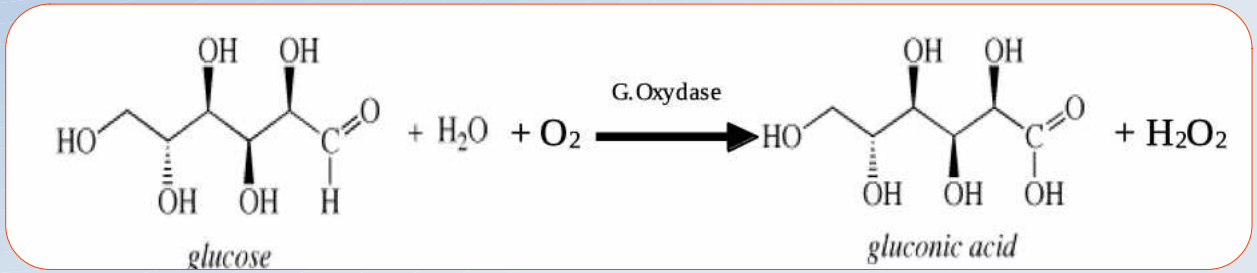
Méthode par colorimétrie

Principe du dosage par colorimétrie :

$$\text{Glucose} + H_2O \xrightarrow[\text{Oxydase}]{\text{Glucose}} \text{Acide Gluconique} + 2H^+ + 2e^-$$

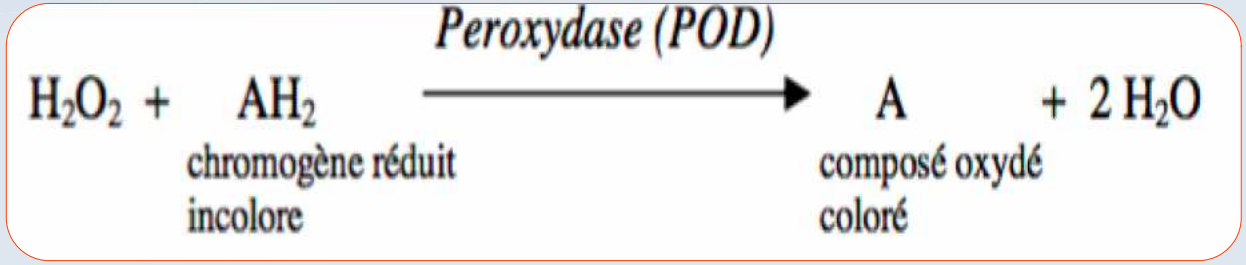
$$O_2 + 2H^+ + 2e^- \longrightarrow H_2O_2$$

www.pharmacieveau.fr/fr/p-accu-chek-mobile-kit-lecteur-de-glycemie[...]



$\Rightarrow$ **$K° = 10^{21}$**

Ensuite,



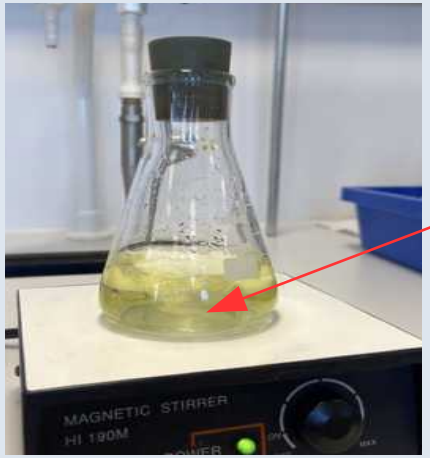
Méthodes de mesures de la glycémie des patients

Modélisation du phénomène grâce à un dosage indirect colorimétrique

1) Oxydation du glucose par une solution de diiode en excès

$$I_2 + C_6H_{12}O_6 + H_2O = C_6H_{12}O_7 + 2H^+ + 2I^-$$

$K° = 10^{20}$ ⇒ Réaction quantitative



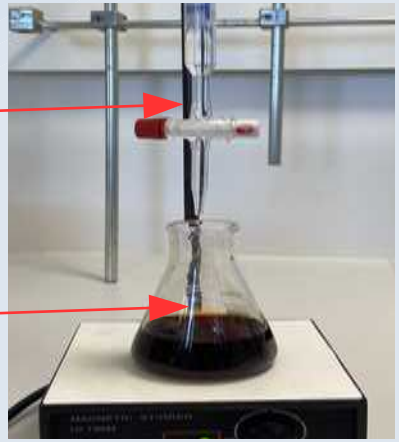
Glucose à 16 g/L
+ diiode à 0,1 mol/L

Cinétique très lente ⇒

2) Dosage de l'excès de diiode par du thiosulfate de sodium

$S_2O_3^{2-}$ à 0,01mol/L

excès de diiode



$$I_2 + 2S_2O_3^{2-} = 2I^- + S_4O_6^{2-}$$

$K° = 10^{15}$ ⇒ Réaction de dosage

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

Résultats

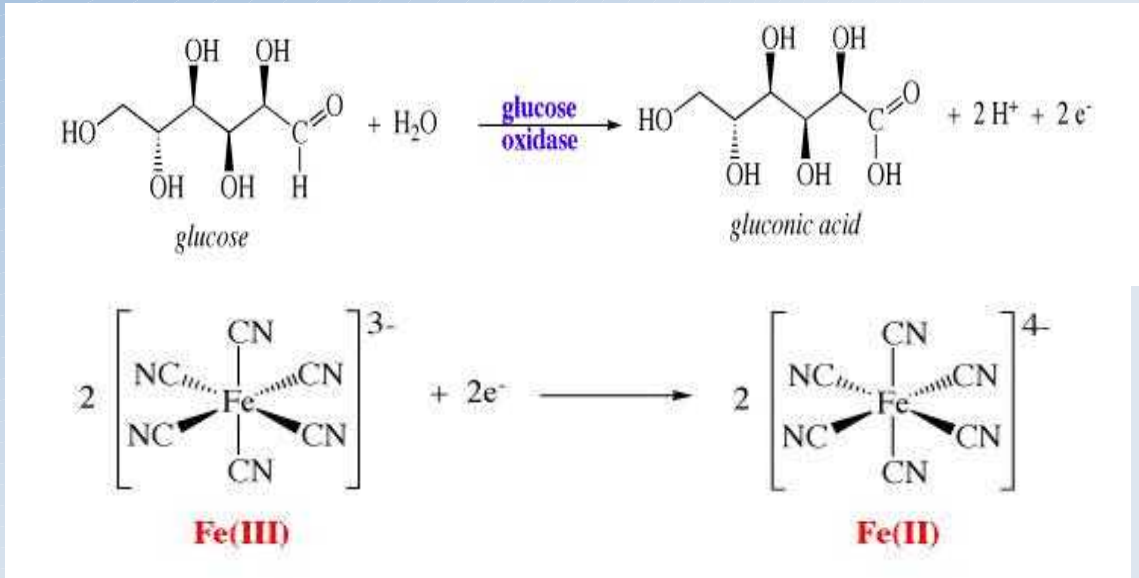
$$n(I_2)_{restant} = \frac{[S_2O_3^{2-}] * V_{eq}}{2}$$ d'où $$m_{glucose} = M_{glucose} * (n(I_2)_{initial} - n(I_2)_{restant})$$

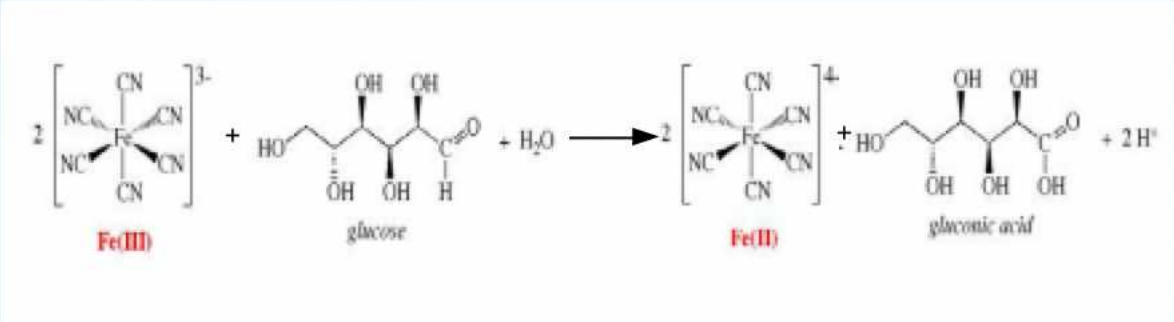
- Résultat attendu : $V_{eq,théorique}$ = **22,4 mL** pour **4g** de glucose dans **250 mL**
- Expérience 1 : $V_{eq,1}$ = **24,9 mL** ⟶ $m_{glucose}$ = **3,4 g**
- Expérience 2 : $V_{eq,2}$ = **23,9 mL** ⟶ $m_{glucose}$ = **3,63 g**
- Expérience 3 : $V_{eq,3}$ = **24,1 mL** ⟶ $m_{glucose}$ = **3,58 g**

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

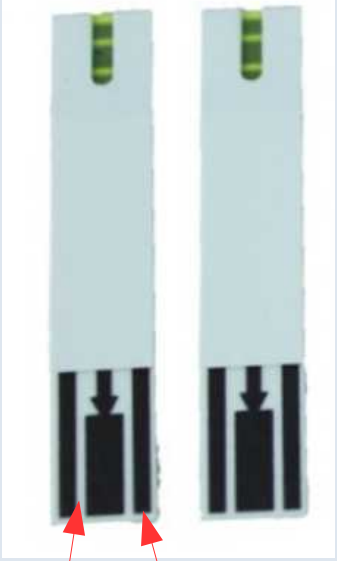
Méthode électrochimique : biopile au glucose

Principe du dosage par la pile électrochimique





www.queralto.com/fr/22575-bandelettes-de-test-de-glucose-50-unites-mBEgLe3[...]



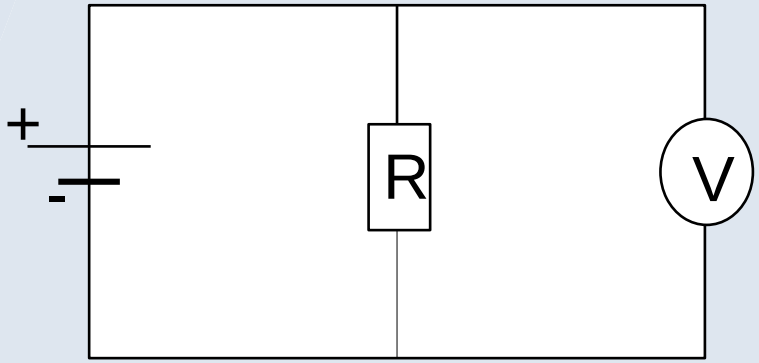
Glucose / Acide Gluconique

Ferricyanure / Ferrocyanure

K° = $10^{9,7}$

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

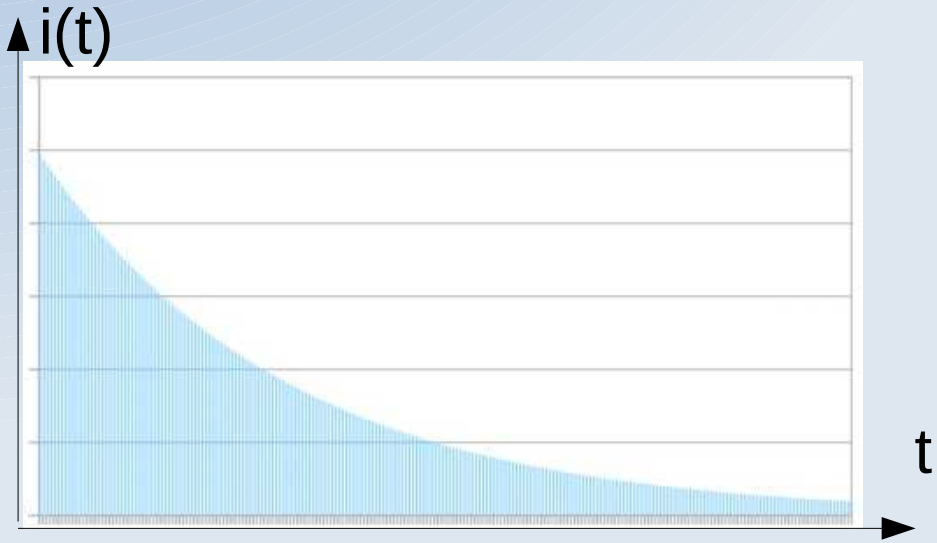
Méthode électrochimique : biopile au glucose



Loi d'Ohm : $U(t) = R \cdot i(t)$

Définition de l'intensité : $i(t) = \frac{dQ}{dt}$

Loi de Faraday : $Q = n(e) \cdot F = 2\,n(glucose) \cdot F$



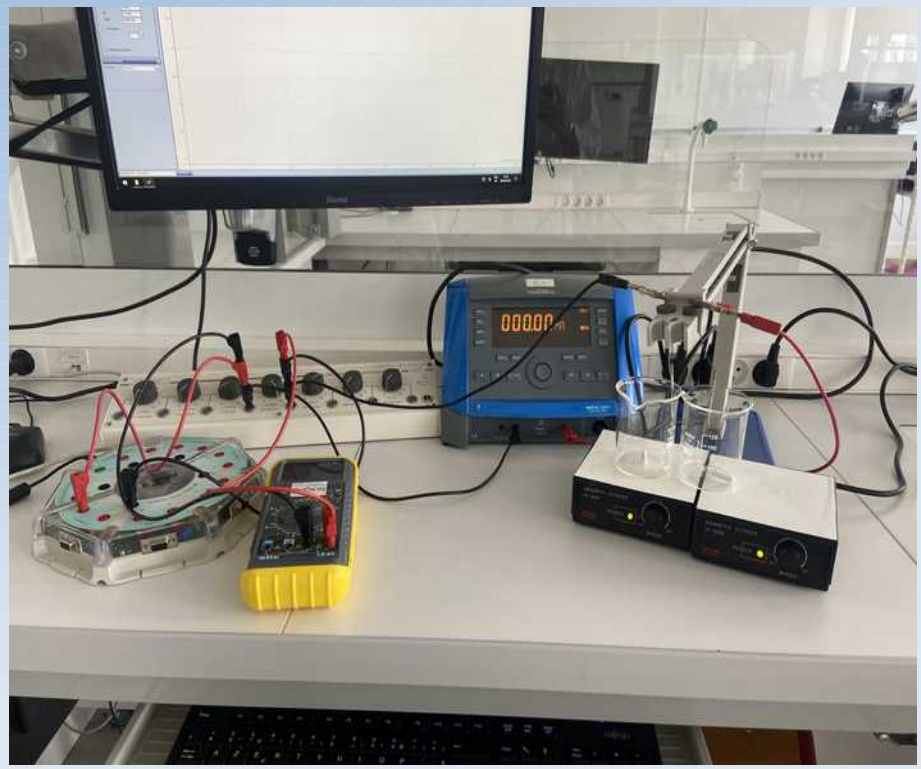
D'où :

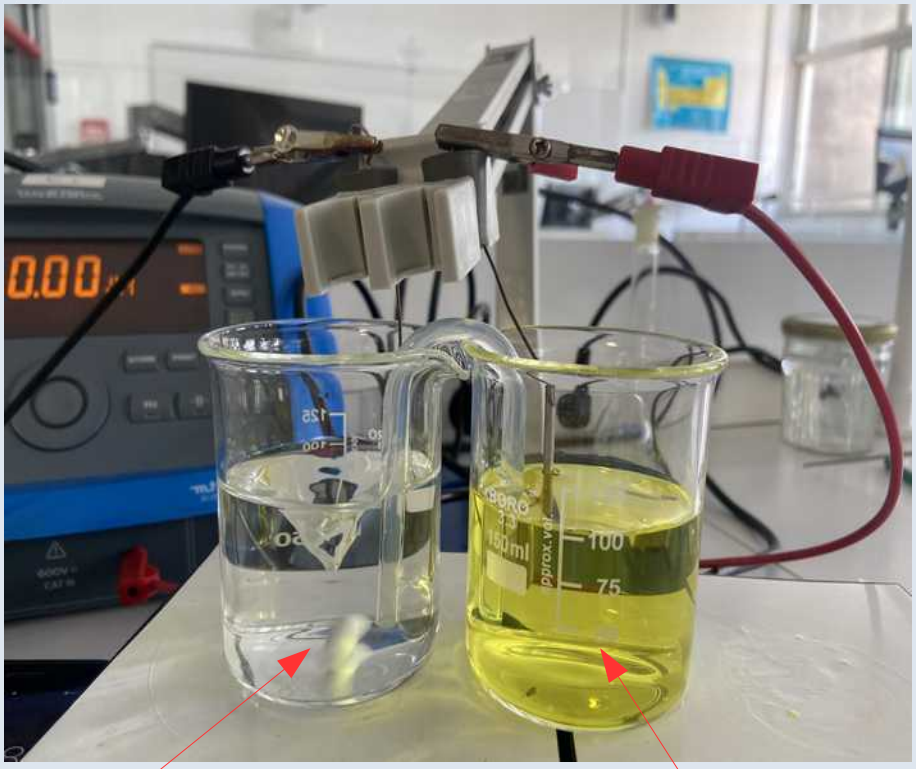
$$Q = \int i(t)dt = 2 * n(glucose) * F$$

avec F la constante de Faraday : F = 96 485 C/mol

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

1ère modélisation du phénomène





anode
glucose / acide gluconique

cathode
ferricyanure / ferrocyanure

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

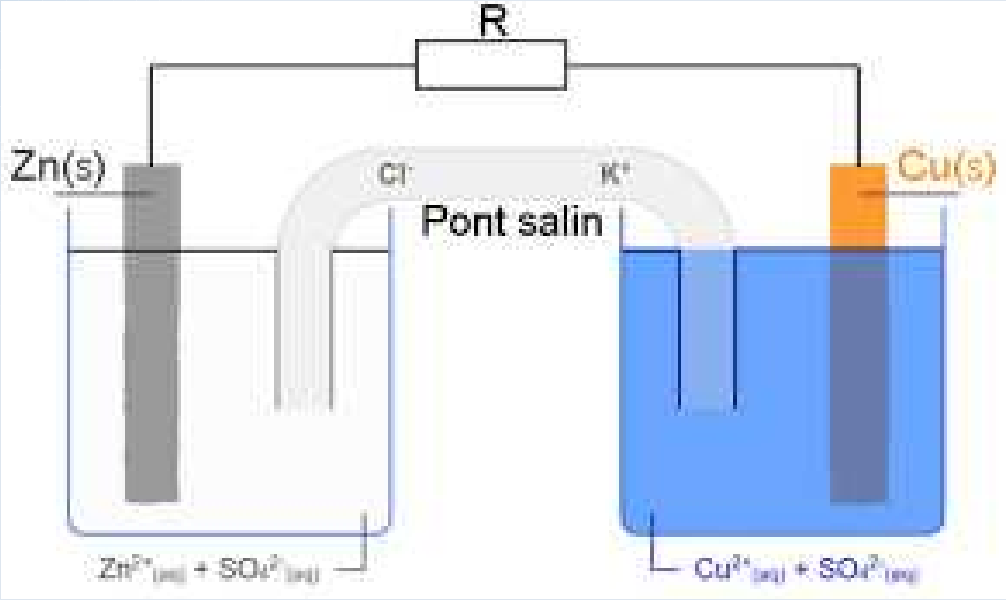
2ème modélisation du phénomène : pile Daniell (Zn/Cu)

Réaction de la pile :

$Cu^{2+} + 2e^{-} = Cu$

$Zn^{2+} + 2e^{-} = Zn$

$\mathbf{Cu^{2+} + Zn = Cu + Zn^{2+}}$

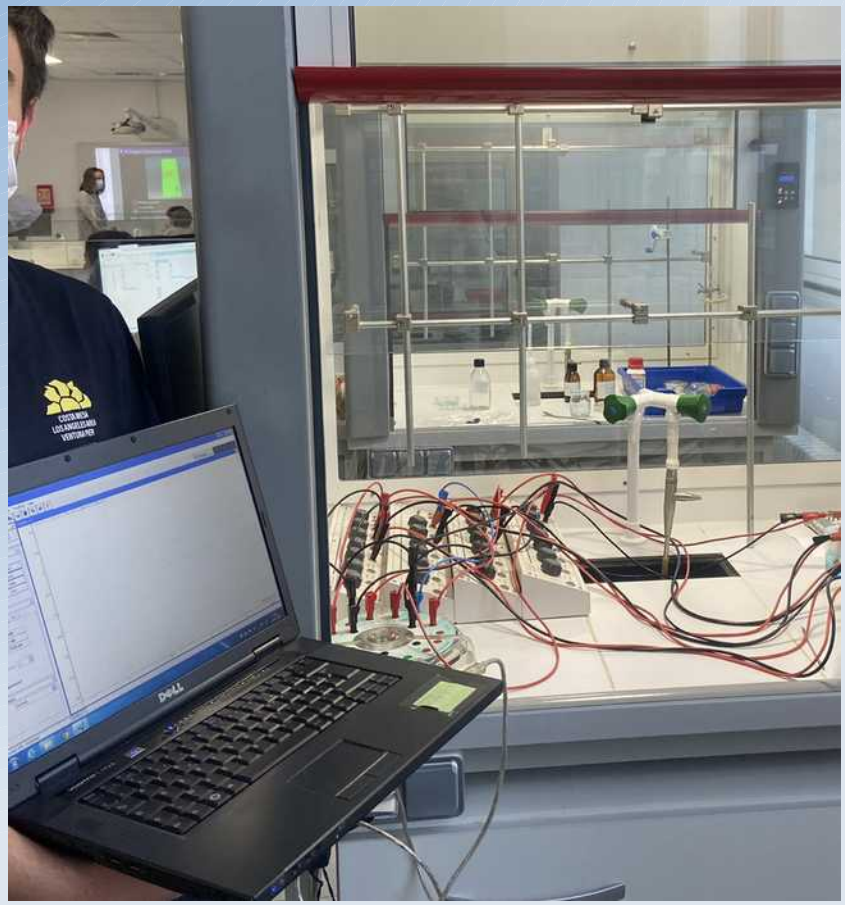


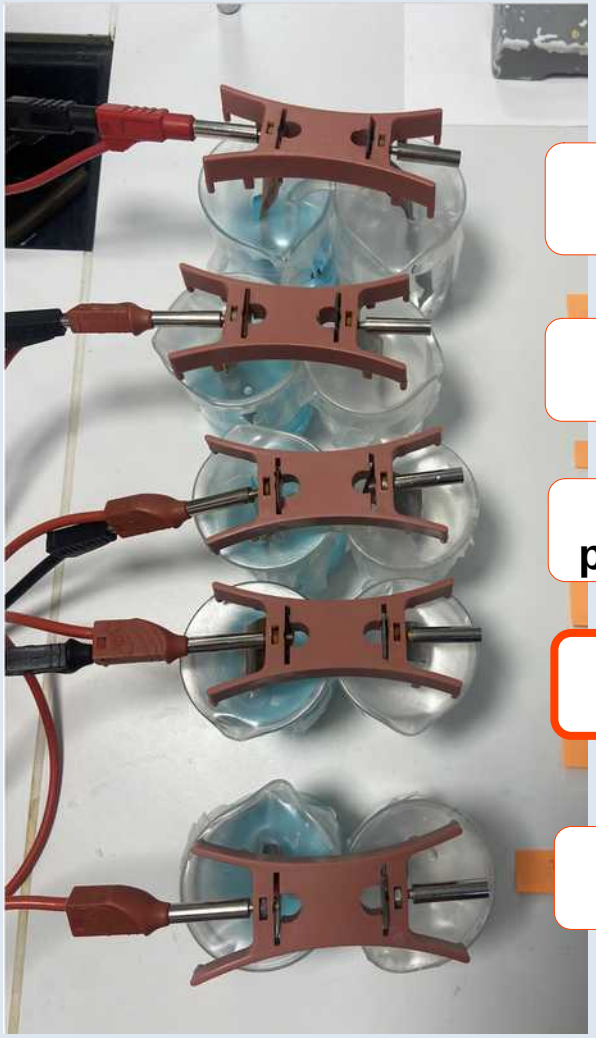
webéducation.com

$\mathbf{K° = 2.10^{37}}$

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

2ème modélisation du phénomène : pile Daniell (Zn/Cu)





10Ω, 1 pont salin

100Ω, 1 pont salin

550Ω, 3 ponts salins

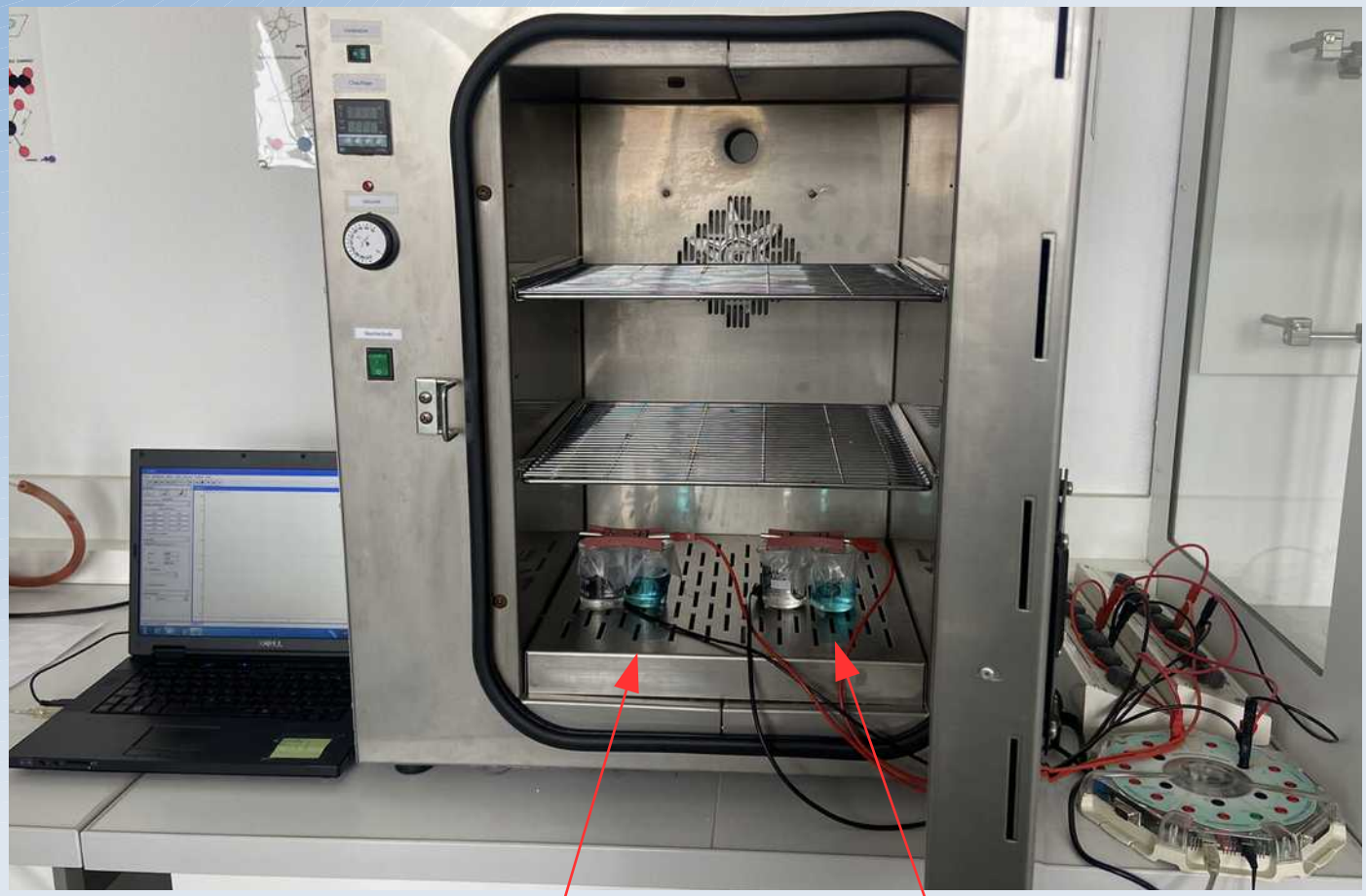
550Ω, 1 pont salin

1kΩ, 1 pont salin

Avec $[Cu^{2+}] = [Zn^{2+}] = 0{,}1 mol/l$

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

2ème modélisation du phénomène : pile Daniell (Zn/Cu)



Pont salin au KCl

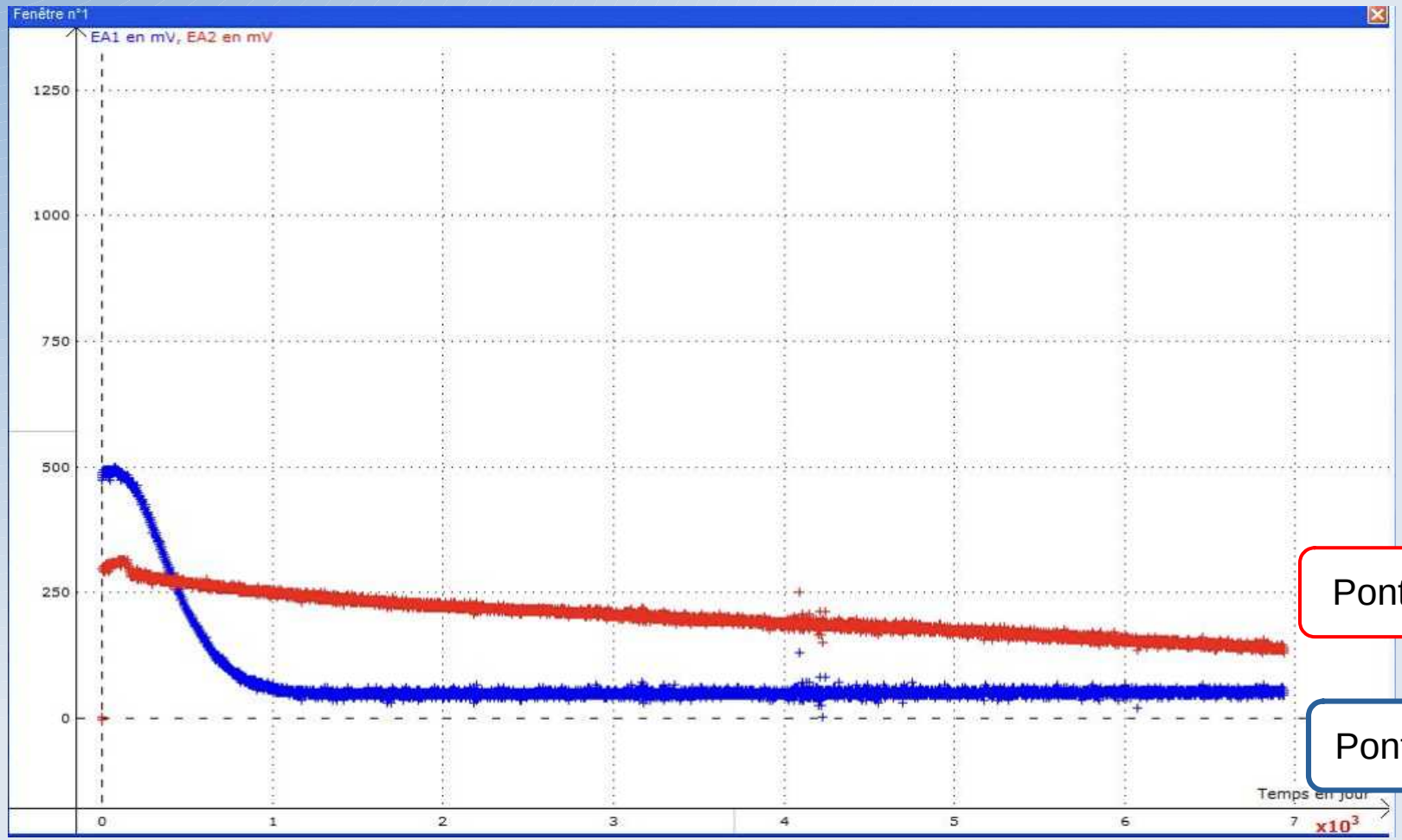
Pont salin au KNO_3

Choix final :

R = 550Ω, 1 pont salin

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

2ème modélisation du phénomène : Résultats



Pont salin au Nitrate

Pont salin au KCl

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

2ème modélisation du phénomène : Exploitation des résultats

```
[1]: import csv
     def readCSV(filename, delim):

         f = open(filename, "r")
         tab = []
         lines = csv.reader(f, delimiter=delim)
         for l in lines:
             if l[0][0] != '#':
                 tab.append(l)
         f.close()
         return tab

[2]: liste = readCSV("courbeKCl.csv" , ";")

[3]: liste.pop(0)

[3]: ['Temps', 'EA1']

[4]: for i in liste :
         i[1]=float(i[1])/550

[5]: def rectangleGauche_l(liste):
         h = 60
         s =0
         for i in range (1440) :
             s+=h*float(liste[i][1])
         return s

[6]: rectangleGauche_l(liste)

[6]: 39.545490158891134
```

Traitement d'un fichier .csv

Intégration des valeurs discrètes par la méthode des rectangles, sur la première journée de l'expérience

Charge débitée par la pile :
Q = 39,5 C

Quantité de Cu^{2+} consommée :
0,20 mmol

Méthodes de mesures de la glycémie des patients

2ème modélisation du phénomène : Exploitation des résultats

Masse de lame de Zinc consommée :

Avant

Après

15mg de Zn consommés

⇒ 0,22mmol de Zn

D'où,

$$\mathbf{N(Cu^{2+})_{consommé} = 0{,}22\ mmol}$$

(Erreur de 0,02 mmol = 10%)

Conclusion

Bilan sur les méthodes de dosage du glucose :

Colorimétrique,
Electrochimique

www.vidal.fr

Glucomètre implantable
Mesure en continu.
Moins contraignant.

Annexes : Calcul formule du Cx

Bilan des forces sur la bille de masse m :

-Poids : $\vec{P} = mg.\vec{U_z}$

-Poussée d'Archimède : $\vec{\Pi} = -\rho Vg.\vec{U_z}$

-Force de frottements quadratiques :

$\vec{F} = -1/2\rho C_x S.v^2\vec{U_z}$

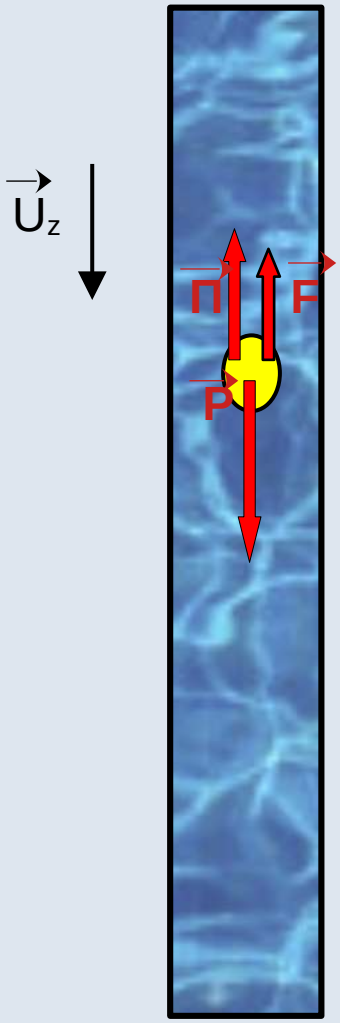
2eme loi de Newton en régime stationnaire

$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{F} = \vec{0}$

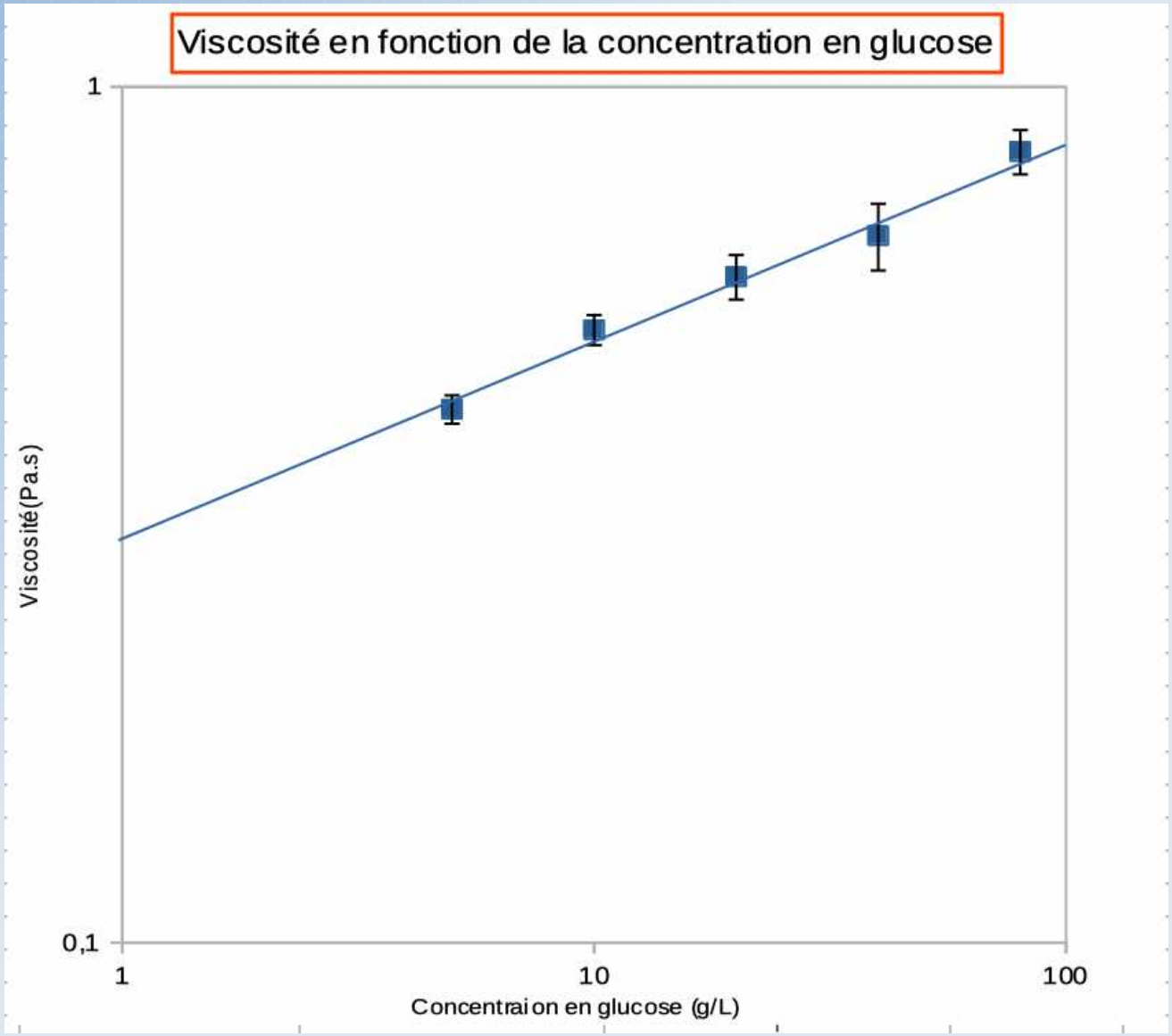
$mg - \rho Vg - 1/2\rho C_x S.v^2 = 0$

D'où

$$Cx = \frac{2g(m - \rho V)}{\rho S v^2}$$



Annexes : Validation de la fonction puissance

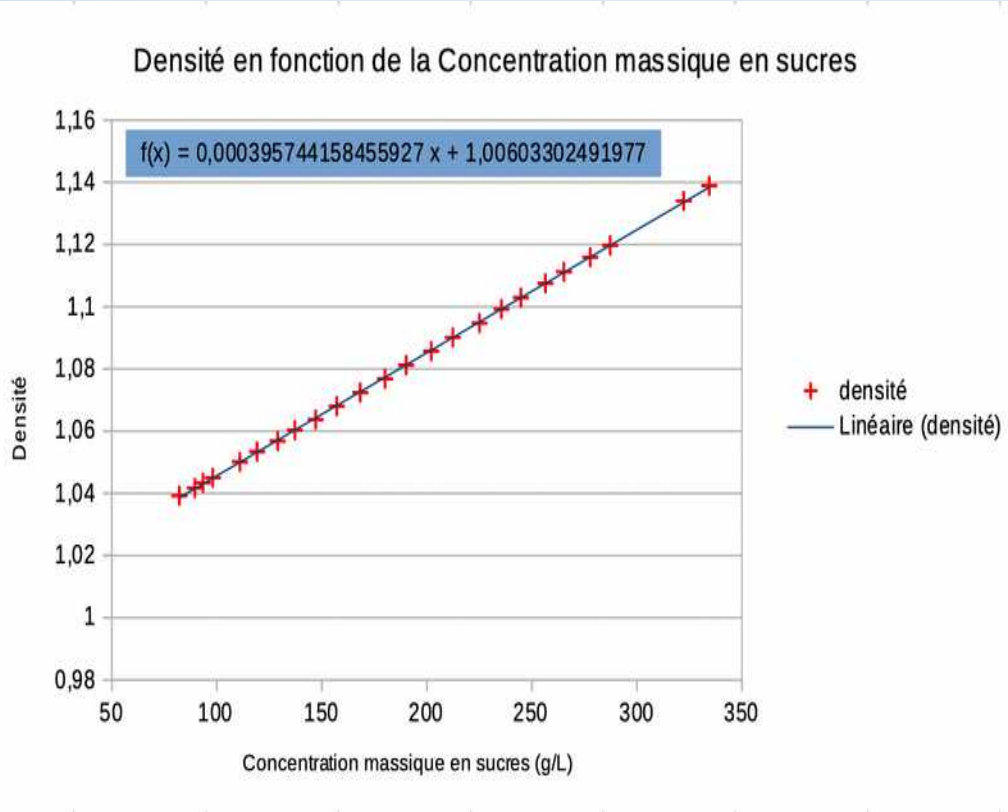


Annexes : Justification de Hypothèse ρ=ρ(eau), pour toutes les solutions

Table de correspondance* des différentes échelles de mesure de la concentration en sucres des moûts

°Bx		°Oe	°B		Titre Alcoométrique Potentiel en fonction du rendement en alcool (sucres pour 1% vol.d'alcool)		
Degré Brix	Densité	Degré Oechslé	Degré Baumé	Sucres (g/L)	16,83 g/L	17 g/L	18 g/L
32,0	1,1389	138,9	17,596	334,5	19,88	19,68	18,58
31,8	1,1379	137,9	17,488	332,1	19,73	19,54	18,45
31,6	1,1369	136,9	17,380	329,6	19,58	19,39	18,31
31,4	1,1359	135,9	17,271	327,2	19,44	19,25	18,18
31,2	1,1350	135,0	17,163	324,7	19,29	19,10	18,04
31,0	1,1340	134,0	17,054	322,3	19,15	18,96	17,91
30,8	1,1330	133,0	16,946	319,8	19,00	18,81	17,77
30,6	1,1321	132,1	16,837	317,4	18,86	18,67	17,63
30,4	1,1311	131,1	16,729	315,0	18,72	18,53	17,50
30,2	1,1302	130,2	16,620	312,6	18,57	18,39	17,37
30,0	1,1292	129,2	16,512	310,1	18,43	18,24	17,23
29,8	1,1282	128,2	16,403	307,1	18,25	18,06	17,06
29,6	1,1273	127,3	16,295	304,7	18,10	17,92	16,93

OIV Recueil des meth. Internationales d'analyse des vins et des moûts Ed.2018.



Annexes : Justification de l'approx. d = 1, pour toutes solutions

(Calcul des incertitudes en conséquence)

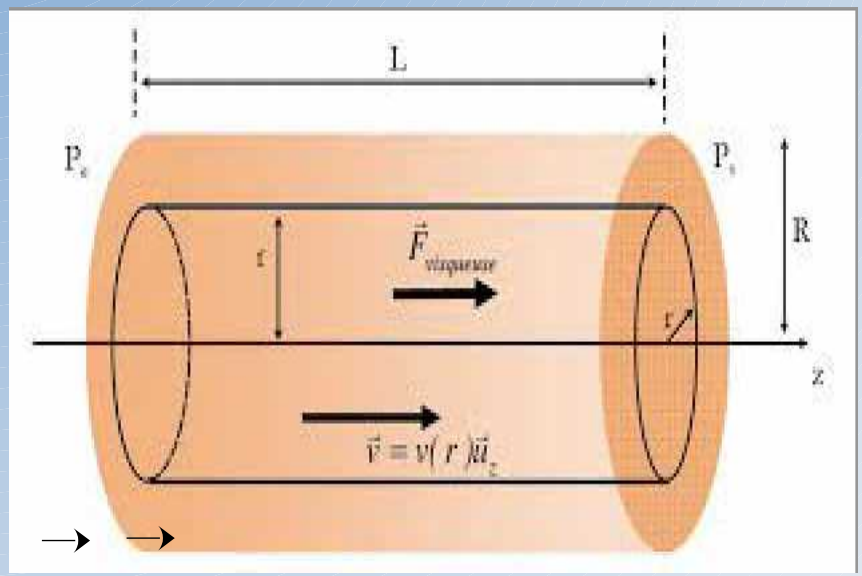
On utilise l'incertitude induite par l'approximation sur ρ en extrapolant les données de l'échelle Brix qu'on propage à η grâce à la formule sur les incertitudes composées :

Puisque, $\eta = \frac{gm}{6\pi rv} - \rho \frac{gV}{6\pi rv}$

Alors, $U(\eta) = \frac{gV}{6\pi rv} . U(\rho)$.

Cm(g/L)	ρ(g/L)	±U(ρ) (g/L)	±U(η) (g/L)
80	1,0376	0,0376	0,05
40	1,0218	0,0218	0,06
20	1,0139	0,0139	0,036
10	1,00995	0,00995	0,021
5	1,007975	0,007975	0,016

Annexes : Démonstration profil des vitesses parabolique en en écoulement de Poiseuille



olivier.granier.free.fr/ci/poiseuille/res/VideoPoiseuille.pdf

Bilan des forces sur une portion de fluide :

Force de pression en entrée :

$\vec{F}_{Pe} = \pi r^2 P_e \vec{U}_z$

En sortie :

$\vec{F}_{Ps} = -\pi r^2 P_s \vec{U}_z$

Force de viscosité :

$\vec{F} = \eta\left(\frac{d\vec{v}}{dr}\right) 2\pi r L \vec{U}_z$

On applique le PFD, en régime stationnaire à cette portion de fluide dans le cylindre :

$\Sigma F = 0$

$0 = \pi r^2 P_e - \pi r^2 P_s + \eta\left(\frac{dv}{dr}\right) 2\pi r L$

$\left(\frac{dv}{dr}\right) = \frac{-Pe - Ps}{2\eta L} r$, *après intégration il vient :*

$$v(r) = \frac{P_e - P_s}{4\eta L}(R^2 - r^2)$$

Annexes : Démonstration débit volumique en écoulement de poiseuille cylindrique

On pose : $$V_0 = \frac{P(0) - P(L)}{4\eta L} R^2$$

Le calcul donne :

$$D_v = \iint_S \vec{v}.\mathrm{d}\vec{S} = \iint_S V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \mathrm{d}S$$

$$D_v = \iint_S V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \mathrm{d}r r \mathrm{d}\theta$$

$$D_v = V_0 \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta \int_0^R V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r \mathrm{d}r$$

$$D_v = 2\pi V_0 \left(\frac{R^2}{2} - \frac{1}{R^2}\frac{R^4}{4}\right)$$

$$D_v = 2\pi V_0 \frac{R^2}{4}$$

$$D_v = \pi V_0 \frac{R^2}{2}$$

Annexes : Calcul du K° de la réaction diiode / glucose

1) Oxydation du glucose par une solution de diiode en excès

$$I_2 + 2e^- = 2I^-$$
$$+\ C_6H_{12}O_6 + H_2O = C_6H_{12}O_7 + 2H^+ + 2e^-$$

$$I_2 + C_6H_{12}O_6 + H_2O = C_6H_{12}O_7 + 2H^+ + 2I^-$$

Formule de Nernst : $E(I_2/I^-) = E^o(I_2/I^-) + \frac{0.06}{2} * log(\frac{[I_2]}{[I^-]^2})$

$$E(C_6H_{12}O_7/C_6H_{12}O_6) = E^o(C_6H_{12}O_7/C_6H_{12}O_6) + \frac{0.06}{2} * log(\frac{[C_6H_{12}O_7][H^+]^2}{[C_6H_{12}O_6]})$$

D'où : $E^o(I_2/I^-) - E^o(C_6H_{12}O_7/C_6H_{12}O_6) = 0,03 * log(K^o)$

Avec $E°(I_2/I^-) = 0.54$ V et $E°(C_6H_{12}O_7/C_6H_{12}O_6) = 0.07$ V on a : $K° = 10^{20}$ → **réaction quantitative**

Annexes : Equations des Réaction du dosage indirect

1) Oxydation du glucose par une solution de diiode en excès

$$I_2 + 2e^- = 2I^-$$
$$C_6H_{12}O_6 + H_2O = C_6H_{12}O_7 + 2H^+ + 2e^-$$

$$I_2 + C_6H_{12}O_6 + H_2O = C_6H_{12}O_7 + 2H^+ + 2I^-$$

2) Dosage de l'excès de diiode par du thiosulfate de sodium

$$I_2 + 2e^- = 2I^-$$
$$2S_2O_3^{2-} = S_4O_6^{2-} + 2e^-$$

$$\mathbf{I_2 + 2S_2O_3^{2-} = 2I^- + S_4O_6^{2-}}$$