

# Descomposición exponencial

ALEJANDRO SOTO<sup>a</sup>, LUIS WALLIS<sup>b</sup>

## 1. Introducción

En el presente informe se hablara de tres tipos de pronosticos, los cuales fueron utilizados con fines académicos, hablaremos de los pronosticó exponencial simple, exponencial Holt (exponencial doble) y exponencial Holt Winter (exponencial triple).

Para realizar dicho estudio utilizamos la base que contiene las temperaturas medias mensuales en el aeropuerto de Gran Canaria (Gando) desde enero de 1981 hasta diciembre de 2013. Al final de este documento se presentan los datos de estudio.

## 2. Grafico de la serie de tiempo

Para hacer pronóstico de la serie temporal anterior se usaron tres métodos diferentes (SES, SEHOLT y SEHOLT-WINTER) de los cuales el mejor método para pronosticar la temperatura fue la suavización exponencial triple (HOLT-WINTER), dado que este arrojo el error más pequeño como se muestra en la tabla 1.

TABLA 1: tabla 1

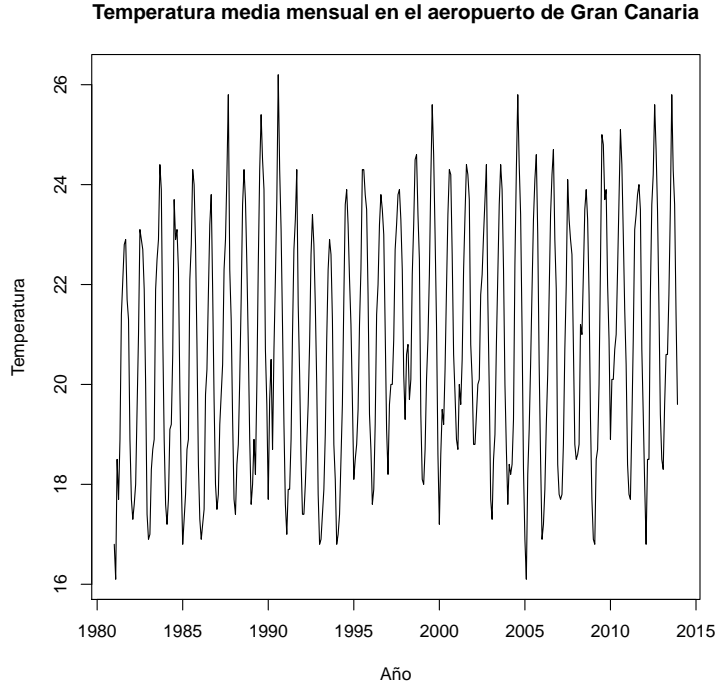
Suavización exponencial	Suma cuadrado del error
Simple	775.7955
Doble	671.0564
Triple	185.4209

**Suavización Exponencial Triple (Holt Winter):** Es uno de los métodos de descomposición exponencial, este método es una extensión de la exponencial simple y la doble exponencial, a diferencia de estas mencionadas la exponencial triple contiene una variable adicional para realizar dicho pronóstico y tiene la ventaja de ser fácil de adaptarse a nueva información real que esté disponible, este método considera tres tipos de variables las cuales son nivel, tendencia y estacionalidad de una determinada serie de tiempo. La cual tiene dos tipos de modelos, según su estacionalidad (Multiplicativo o Aditivo). Es

---

<sup>a</sup>Código: 1525953. E-mail:

<sup>b</sup>Código: 1423719. E-mail:



importante aclarar que en el presente trabajo utilizamos el modelo de estacionalidad Multiplicativo.

**Ajuste de un modelo Exponencial triple (Holt Winter).** Como mencionamos anteriormente este método contiene tres componentes o parámetros de suavización para realizar un pronóstico en una serie de tiempo. Para obtener los valores iniciales, para los componentes de nivel y de tendencia se realiza una regresión lineal sobre el tiempo. Mientras que los valores iniciales para el componente estacional se obtienen de una regresión de variables simulada utilizando datos sin tendencia. A continuación presentaremos una forma recursiva de la ecuación de suavizado exponencial triple, la cual se puede expresar de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}\hat{F}_t(m) &= (S_t + m * b_t) * C_t - L + m \\ S_t &> L = \alpha(X_t/C_t - L) + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &> L = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \\ C_t &> L = \gamma(X_t/S_t) + (1 - \gamma)C_t - L\end{aligned}$$

donde:

- $X_t$  Es el valor de la serie de tiempo en el tiempo  $t$ .
- $X_t$  Es el valor de la serie de tiempo en el tiempo  $t$ .
- $L$  = Es la longitud de la estación o duración.
- $S_t$  = Es un estimado del suavizado del componente de nivel.
- $b_t$  = Es un estimado del suavizado del componente de tendencia.
- $C_t$  = Es un estimado del suavizado del componente de índice de temporada.

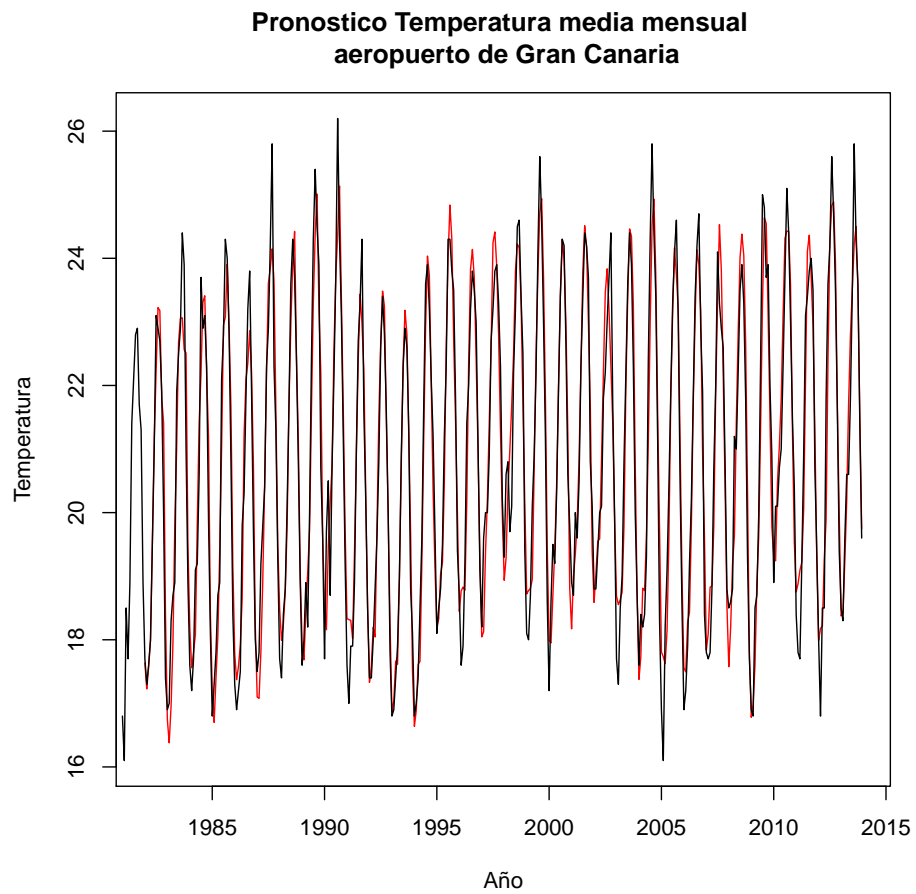
- $\alpha$  = Es el nivel de coeficiente de suavizado.
- $\beta$  = Es la tendencia del coeficiente de suavizado.
- $\gamma$  = Es el coeficiente de suavizado estacional.
- $\hat{F}_t(m)$  = Es el valor pronóstico de suavizado en el paso adelantado m para X en el tiempo t.

Para el análisis de la serie temporal, de las temperaturas medias mensuales en el aeropuerto de Gran Canaria (Gando), utilizamos el programa estadístico R-studio, de este utilizamos la función HoltWinters, la cual nos brinda los diferentes pronósticos para dichos datos en cada periodo, cabe aclarar que los periodos en este caso son los meses de los años 1981 hasta 2013, es decir un total de 396 periodos (meses).

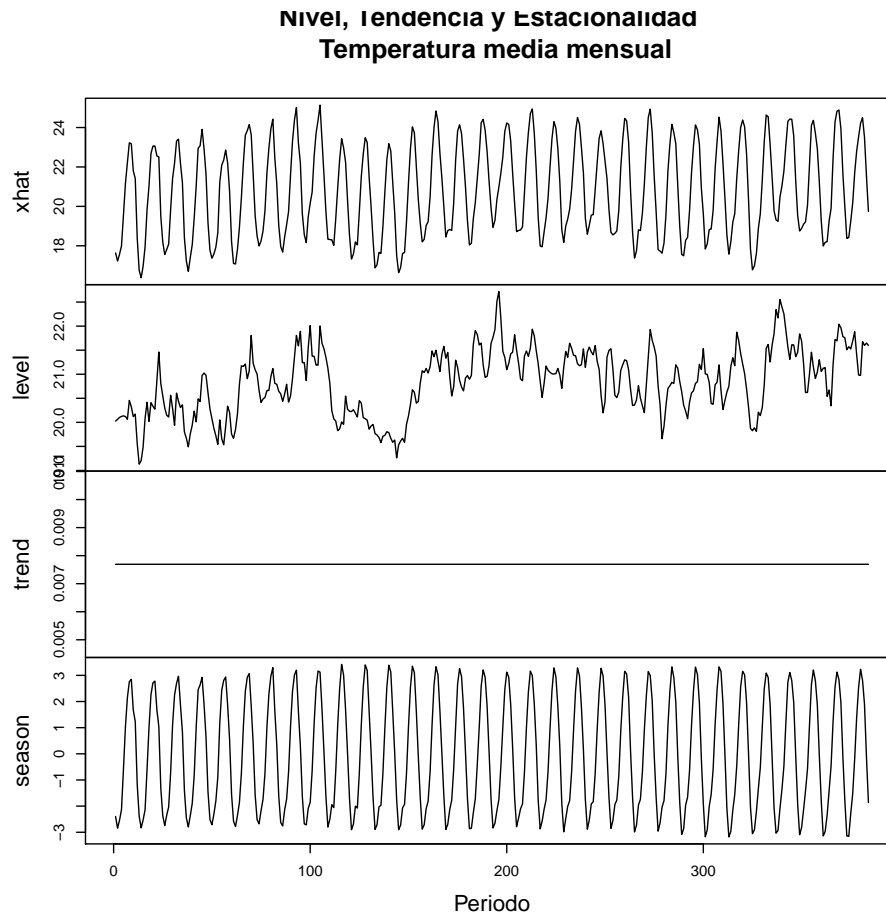
El método estima los parámetros alfa, beta y gamma más óptimos para el cálculo de dichos pronósticos y hace los pronósticos de los 396 periodos que se tienen, dichas estimaciones fueron.

Parametros	valor optimo
$\alpha$	0.4385792
$\beta$	0
$\gamma$	0.2466909

La función HoltWinters también me permite hacer un gráfico, que compara los datos reales de las temperaturas en el aeropuerto de Gran Canaria (Gando), con los pronósticos hechos por el modelo, para el mismo periodo de tiempo. El gráfico de los pronósticos es el siguiente.



En el gráfico anterior las líneas negras corresponden a la serie temporal de las temperaturas reales, tomadas en el aeropuerto de Gran Canaria y las líneas rojas corresponden a la serie temporal de los pronósticos realizados con el método Holt-winter. De este gráfico podemos ver como la exponencial triple nos sirve para pronosticar la temperatura de los próximos meses del año 2014, ya que esta se ajusta de la mejor manera a los datos reales estudiados desde el año 1981 hasta 2013.



la imagen anterior contiene, El nivel, La tendencia y Estacionalidad para el modelo de serie temporal trabajado. De este se pueden sacar conclusiones, por ejemplo, se puede decir que no hay tendencia creciente ni decreciente ya que la serie presenta el mismo comportamiento durante todos los periodos analizados.

### 3. Intervalo de confianza

se puede calcular un intervalo de confianza para el pronóstico de uno o varios períodos futuros ,para esto bajamos el paquete (Forecast) el cual nos permitió calcular y graficar los intervalos para dichos pronósticos con una confianza del 80 % y 95 %.

Calculamos los intervalos de confianza para los 6 periodos siguientes, los resultados se presentan la tabla 2 (Intervalo de confianza)

Con esto podemos estimar con mayor certeza los pronósticos de la temperatura en el aeropuerto de Gran Canaria y en base a estos tomar decisiones importantes; un ejemplo de esto sería que para el periodo de mayo del 2014 la temperatura promedio en el aeropuerto de gran canaria estará entre  $19.41^{\circ}\text{C}$  y  $23.04^{\circ}\text{C}$  con una confianza del 95 %.

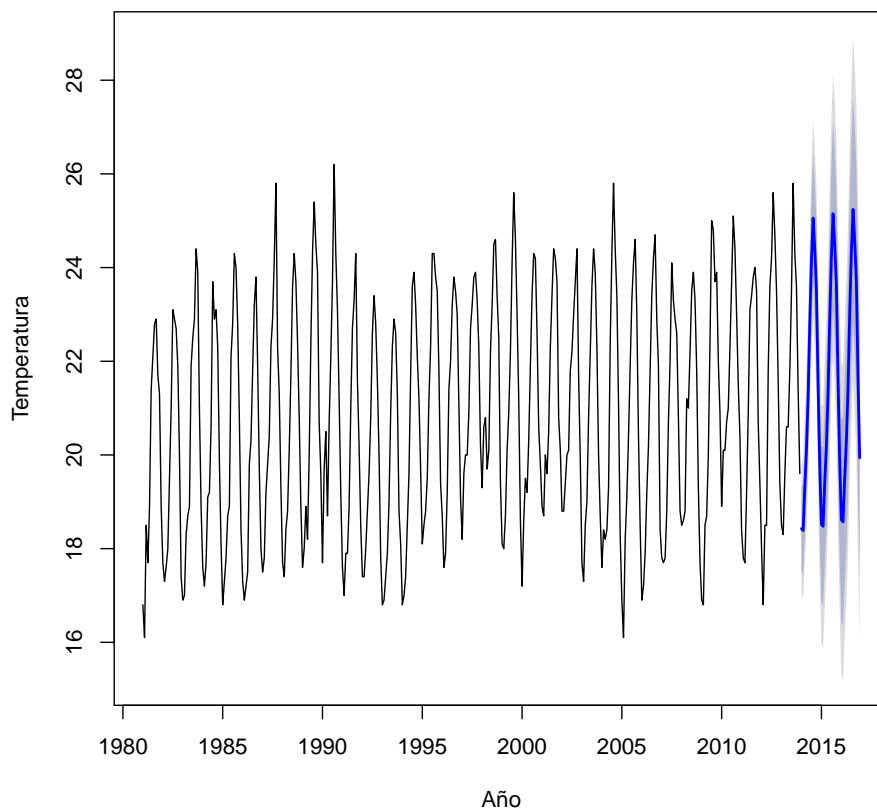
También se realizaron los graficos de los intervalos de confianza para los próximos 36 periodos futuros con el fin de ver cómo se comportan las temperaturas en el aeropuerto de gran canaria en los 3 años

TABLA 2: Intervalos de confianza

periodo	Point	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
Ene 2014	18.42693	17.53530	19.31855	17.06330	19.79055
Feb 2014	18.38468	17.41107	19.35829	16.89567	19.87369
Mar 2014	19.32272	18.27351	20.37192	17.71809	20.92734
Abril 2014	20.11288	18.99317	21.23260	18.40043	21.82534
May 2014	21.23352	20.04749	22.41955	19.41964	23.04740
Juni 2014	22.82716	21.57833	24.07600	20.91723	24.73710

siguientes es decir (2014, 2015, 2016).

### Intervalos de confianza de la Temperatura media mensual aeropuerto de Gran Canaria



En el gráfico anterior se trazan con una línea azul las predicciones para los 36 periodos que están comprendidos entre los años de enero del 2014 y diciembre del 2016, el intervalo de predicción del 80 % es la parte sombreada gris y el intervalo de predicción del 95 % está dado por la parte sombreada azul claro. Se puede apreciar cómo entre más lejana sea la predicción que se pretende obtener mayor amplitud tiene el intervalo volviéndose más grande a medida que aumenta el número de periodos a estimar.

TABLA 3: Base de datos

Año	Ene	Feb	Mar	Abri	May	Jun	Jul	Agos	Sept	Oct	Nov	Dic
1981	16.8	16.1	18.5	17.7	18.9	21.4	22.1	22.8	22.9	21.7	21.3	18.9
1982	17.7	17.3	17.6	18.0	19.5	21.0	23.1	22.9	22.7	21.9	20.0	17.4
1983	16.9	17.0	18.3	18.7	18.9	21.9	22.5	22.9	24.4	23.9	21.0	18.9
1984	17.6	17.2	17.7	19.1	19.2	20.6	23.7	22.9	23.1	22.3	19.9	18.1
1985	16.8	17.3	17.8	18.7	18.9	22.1	22.8	24.3	24.0	22.8	20.8	18.4
1986	17.3	16.9	17.2	17.5	19.8	20.3	21.8	23.2	23.8	21.9	19.7	18.0
1987	17.5	17.8	19.2	19.8	20.4	22.3	22.9	24.2	25.8	22.3	21.3	19.3
1988	17.7	17.4	18.4	18.8	20.1	21.7	23.6	24.3	23.7	22.4	20.8	18.9
1989	17.6	18.0	18.9	18.2	20.0	22.4	24.3	25.4	24.5	23.9	20.7	19.6
1990	17.7	19.7	20.5	18.7	20.7	22.1	23.7	26.2	24.3	23.1	21.2	19.2
1991	17.6	17.0	17.9	17.9	18.9	21.0	22.7	23.3	24.3	21.6	20.2	18.5
1992	17.4	17.4	18.0	18.8	19.6	20.8	22.6	23.4	22.8	21.6	20.0	17.8
1993	16.8	16.9	17.4	17.9	19.0	20.9	22.3	22.9	22.6	21.3	18.8	18.1
1994	16.8	17.0	17.4	18.5	19.6	21.7	23.6	23.9	23.2	22.1	21.2	19.7
1995	18.1	18.5	18.8	19.5	21.2	22.3	24.3	24.3	23.8	23.5	21.8	19.4
1996	18.7	17.6	17.9	19.2	21.4	22.0	23.2	23.8	23.5	23.0	21.1	19.1
1997	18.2	19.6	20.0	20.0	20.9	22.7	23.2	23.8	23.9	23.3	22.3	20.2
1998	19.3	20.6	20.8	19.7	20.1	22.2	23.2	24.5	24.6	23.4	22.5	19.4
1999	18.1	18.0	18.7	20.1	20.9	22.2	24.1	25.6	24.6	23.0	21.2	18.6
2000	17.2	18.6	19.5	19.2	20.3	21.9	23.4	24.3	24.2	22.6	20.6	19.8
2001	18.9	18.7	20.0	19.6	20.5	22.3	23.4	24.4	24.2	23.7	20.8	20.1
2002	18.8	18.8	19.4	20.0	20.1	21.8	22.2	23.0	23.7	24.4	21.7	19.9
2003	17.7	17.3	18.5	19.0	20.8	22.2	23.6	24.4	23.9	22.3	20.0	18.7
2004	17.6	18.4	18.2	18.4	19.3	22.4	24.3	25.8	24.4	23.4	21.1	18.3
2005	16.9	16.1	18.2	19.1	20.4	21.9	23.3	24.1	24.6	23.0	20.4	18.5
2006	16.9	17.2	17.9	19.2	20.2	21.8	23.4	24.2	24.7	22.9	21.9	18.4
2007	17.8	17.7	17.8	18.8	20.7	22.0	24.1	23.3	22.9	22.6	20.8	18.8
2008	18.5	18.6	18.8	21.2	21.0	22.2	23.5	23.9	23.3	21.8	19.3	17.7
2009	16.9	16.8	18.5	18.7	20.0	22.4	25.0	24.8	23.7	23.9	22.0	20.9
2010	18.9	20.1	20.1	20.7	21.0	22.3	23.7	25.1	24.4	23.0	21.5	20.4
2011	18.4	17.8	17.7	19.2	20.9	23.1	23.4	23.8	24.0	23.5	20.7	19.4
2012	18.0	16.8	18.5	18.5	21.8	23.6	24.2	25.6	24.7	23.5	21.6	19.4
2013	18.5	18.3	19.6	20.6	20.6	21.8	23.5	25.8	24.3	23.6	21.4	19.6

## 4. Bibliografía

- [https://github.com/manuparra/seriestemporales/blob/master/examples/estudio01\\_simple/mineria\\_series\\_teorica](https://github.com/manuparra/seriestemporales/blob/master/examples/estudio01_simple/mineria_series_teorica)
- <http://www.estadistica.mat.uson.mx/Material/seriesdetiempo.pdf>
- <https://a-little-book-of-r-for-time-series.readthedocs.io/en/latest/src/timeseries.html>