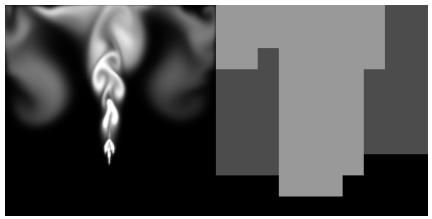
Refinamiento Adaptivo de Código

César Sabater



22 de febrero de 2017

Presentación de Tesina

Introducción

- Muchas aplicaciones de **cómputo intensivo** realizan **cálculos aproximados**
- Algunas Razones:
  - para simular objetos o fenómenos del mundo real
  - trabajan con sensores limitados en precisión
  - están sometidas a un deadline de tiempo
  - calculan resultados preliminares

Introducción

Algunos ejemplos de estas aplicaciones son:

- Simulaciones Físicas
- Sensores de entrada, algoritmos de procesamiento
- Decodificación de Video en tiempo real
- Predicción de Terremotos
- Aplicaciones de exploración de geofísica

Introducción

Normalmente, el desarrollo de estos algoritmos puede dividirse en **dos etapas**:

- Desarrollo de un kernel de computo ideal
  - ajuste del algoritmo
  - debugueo
- Optimización a una versión de producción
  - ajustando el nivel de precisión para realizar cálculos precisos solo donde es necesario
  - escalar al tamaño real del problema
  - satisfacer un deadline

Introducción

Optimizar un kernel ideal tiene complicaciones:

- es complejo
- lleva tiempo
- conduce a códigos menos mantenibles
- hay que hacerlo nuevamente cuando hay cambios grandes en la estrategia

Esto se podría reducir con un **enfoque automático de compilación**

Introducción

Existen enfoques automáticos de optimización para computo intensivo:

- manteniendo la semántica original
  - paralelización
  - localidad de datos
  - vectorización

  bien abordados por los compiladores
- modificando la semántica original
  - relajación de dependencias
  - modificación o eliminación de cálculos
  - usando conocimiento especifico de dominio

  escasamente abordados por los compiladores

Introducción

Para aplicaciones que calculan resultados aproximados, un enfoque automático de optimización que modifique la semántica original es adecuado siempre que asegure una **precisión aceptable**.

Introducción

Nuestro Objetivo: Buscar formas de optimizar códigos que computan aproximaciones

- de forma **automática**
- **modificando la semántica** original
- asegurando una **precisión aceptable**

Introducción

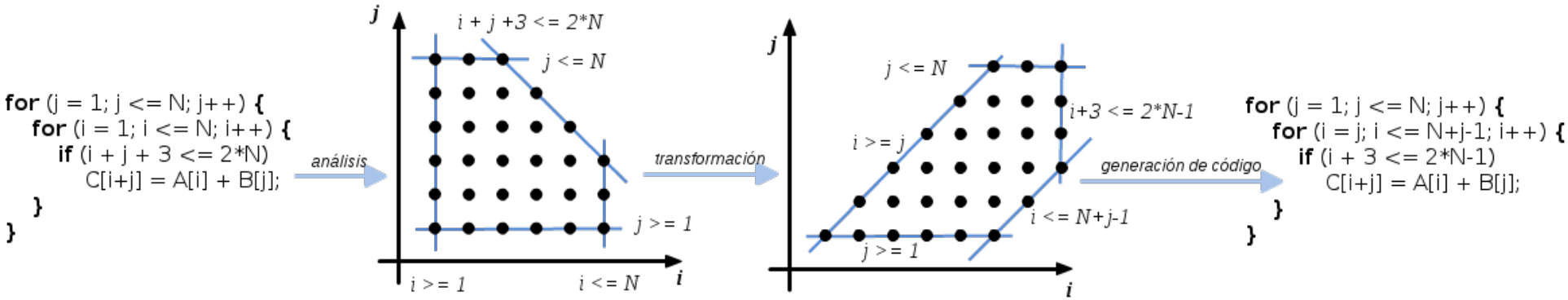
Para realizarlo utilizaremos

- El **Modelo Poliédrico** para realizar transformaciones agresivas de código
- **Conocimiento de Dominio Especifico** suministrado por el usuario
  - que guíe la transformación de código
  - mantenga una precisión aceptable
- Un enfoque **adaptivo**
  - realiza cálculos complejos solamente donde es necesario
  - ahorra computaciones que no impactan en el resultado
  - transforma el código de forma dinámica

Contenido

Modelo Poliédrico

- Es un modelo matemático-computacional para la optimización y paralelización automática de programas
- muy poderoso para la representación y transformación estructural de programas
- Representa bucles matemáticamente con **relaciones afines**
  - dominios de iteración
  - relaciones de orden
  - relaciones de acceso



Dominios de Iteración

- **instancia de statement**: una ejecución individual de un statement S
- $S(i', j')$ es la instancia de S para los valores $i = i'$ y $j = j'$
- el **dominio de iteración** queda definido por el conjunto de valores del vector $\binom{i}{j}$
- el dominio de iteración se puede representar con **poliedros**

multiplicacion de polinomios

```
     for (i = 0; i < 2 * N - 1; i++)
S1:      z[i] = 0;

     for (i = 0; i < N; i++)
          for (j = 0; j < N; j++)
S2:           z[i+j] = x[i] + y[j];
```

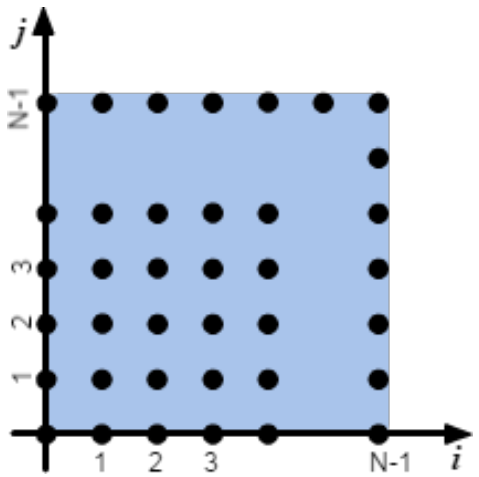


Figura: instancias de $S2$

Representación poliédrica: Dominios de Iteración

inecuaciones del dominio de iteración de $S2$:

- $i \geq 0$
- $i < N$
- $j \geq 0$
- $j < N$

ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \\ N \\ 1 \end{pmatrix} \geq \vec{0}$$

- representación poderosa y compacta
- restricciones:
  - no hay esquema general para soportar flujo de control dinámico
  - cotas de bucles y condicionales deben ser funciones afines de iteradores exteriores y parámetros

Representación poliédrica: Relaciones de Ordenamiento

- especifican **orden temporal y espacial** de cada instancia
- **temporal**: momento de ejecución de una instancia ejecución con respecto a las otras
- **espacial**: procesador asignado
- a cada instancia se le asigna una **fecha lógica**

$$\theta_{S_1}(N,i) = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$$

$$\theta_{S_2}(N,i,j) = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ j \end{pmatrix}$$

multiplicacion de polinomios

```
     for (i = 0; i < 2 * N - 1; i++)
S1:      z[i] = 0;

     for (i = 0; i < N; i++)
          for (j = 0; j < N; j++)
S2:           z[i+j] = x[i] + y[j];
```

- los statements se ejecutan en orden lexicográfico
- si poseen la misma fecha lógica pueden ser ejecutados en paralelo
- las funciones de ordenamiento deben ser afines

Representación poliédrica: Relaciones de Ordenamiento

relaciones afines:

$$\theta_{S_1}(N) = \left\{ (i) \to \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^2 \;\middle|\; \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ i \\ N \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{0} \right\},$$

$$\theta_{S_2}(N) = \left\{ \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^3 \;\middle|\; \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ i \\ j \\ N \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{0} \right\}$$

Representación Poliédrica: Funciones de Acceso

- modelan accesos a memoria
- los accesos deben ser funciones afines de iteradores envolventes y parámetros fijos

$$A_{S_1,1}(N,i) = (i)$$
$$A_{S_2,2}(N,i,j) = (i+j)$$
$$A_{S_2,3}(N,i,j) = (i)$$
$$A_{S_2,4}(N,i,j) = (j)$$

```
     for (i = 0; i < 2 * N - 1; i++)
S1:      z[i] = 0;

     for (i = 0; i < N; i++)
         for (j = 0; j < N; j++)
S2:          z[i+j] = x[i] + y[j];
```

Representación Poliédrica: Funciones de Acceso

$$A_{S_1,1}(N) = \left\{ (i) \to (a_{S_1,1}) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\middle|\; \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{S_1,1} \\ i \\ N \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{0} \right\},$$

$$A_{S_2,1}(N) = \left\{ \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \to (a_{S_2,1}) \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z} \;\middle|\; \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{S_2,1} \\ i \\ j \\ N \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{0} \right\},$$

Representación Poliédrica: Funciones de Acceso

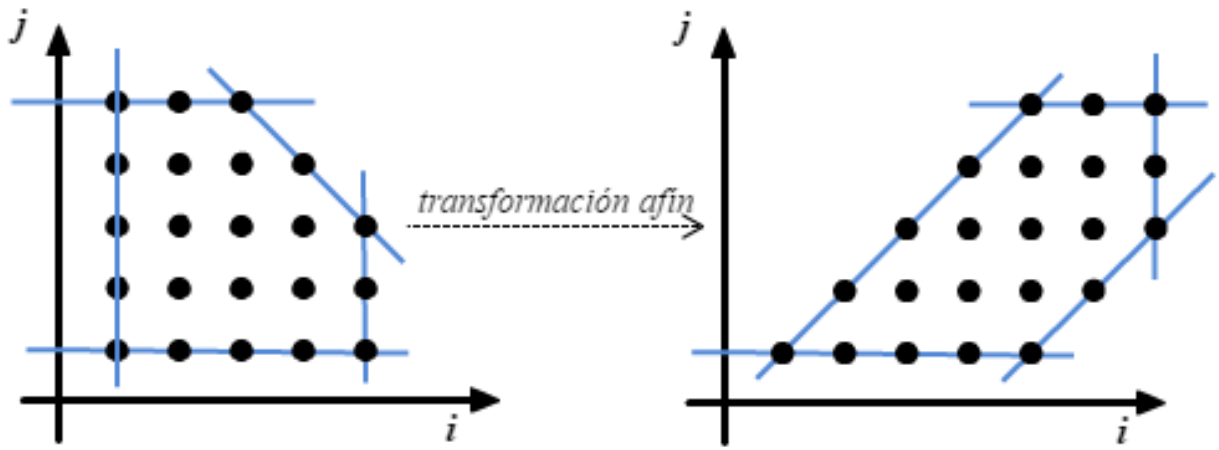
$$A_{S_2,2}(N)=\left\{ \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_{S_2,2} \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z} \left| \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{S_2,2} \\ i \\ j \\ N \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{0} \right. \right\},$$

$$A_{S_2,3}(N)=\left\{ \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a_{S_2,3} \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z} \left| \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{S_2,3} \\ i \\ j \\ N \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{0} \right. \right\}.$$

Modelo Poliédrico: Transformaciones

transformaciones

- relaciones de ordenamiento
- dominios de iteración
- mantienen la semántica si respetan las dependencias de datos
  - mantener el orden de instancias **en relación de dependencia**
    - acceden a los mismos datos
    - RAW, WAR, WAW
    - RAR no es técnicamente dependencia, pero es bueno para la localidad



Modelo Poliédrico: Generación de Código

generación de código

- problema: **encontrar un código eficiente que visite todos los puntos de un poliedro respetando el orden lexicográfico**
- se traduce a un problema de **escaneo de poliedros**
  - basada eliminación Fourier-Motzkin
  - programación entera perimétrica
  - método de **Quilleré, Rajopadhye y Wilde**
- extensiones de **QRW** generan códigos con bajo costo de control

Modelo Poliédrico: Herramientas

Las herramientas de compilación poliédrica que utilizamos son:

- **OpenScop**
  - formalismo para la representación de elementos del modelo poliédrico
  - conjunto de librerías para manipular estos elementos
- **Clan**: transforma código a su representación poliédrica
- **Cloog**: generación del código con el método QRW
- **isl**: manipulación eficiente de conjuntos de enteros

Contenido

Spot

- **herramienta estática** de compilación
- permite al usuario **transformar** subconjuntos del dominio de iteración
  - **reemplazando** bloques de código a ejecutar en cada instancia
  - **ignorando** la ejecución de conjuntos de instancia
- utiliza **pragmas especiales** para expresar matemáticamente sub-dominios de iteración

Spot: pragmas

- **entrada**: bucle anidado con pragmas que denotan **dominios de interés**
- los **pragmas** están compuestos por
  - un *centinela* #pragma spot
  - una *prioridad* mayor o igual a 0
  - un *dominio de interés* en **notación isl**
  - un bloque de statement, si la *prioridad* es mayor a 0

```
#pragma spot 0 [N] ->{ [i, j] |0<=i<=3 and 0<=j<=3}
#pragma spot 1 [N] ->{ [i, j] |5<=i<=8 and 2<=j<=9} A[i][j] = 1.11;
for (i = 0; i < N; i++) {
  for (j = 0; j < N; j++) {
    A[i][j] = 3.14;
  }
}
```

- cuando la *prioridad* es 0, el sub-dominio **omitido de la ejecución**

Salida Spot

```
if (N >= 5) {
  for (i=0;i<=3;i++)
    for (j=4;j<=N-1;j++)
      A[i][j] = 3.14;
  for (j=0;j<=N-1;j++)
    A[4][j] = 3.14;
}
if (N >= 11)
  for (i=5;i<=8;i++) {
    for (j=0;j<=1;j++)
      A[i][j] = 3.14;
    for (j=2;j<=9;j++)
      A[i][j] = 1.11;
    for (j=10;j<=N-1;j++)
      A[i][j] = 3.14;
  }
if (N <= 10)
  for (i=5;i<=min(8,N-1);i++) {
    for (j=0;j<=1;j++)
      A[i][j] = 3.14;
    for (j=2;j<=9;j++)
      A[i][j] = 1.11;
  }
for (i=9;i<=N-1;i++)
  for (j=0;j<=N-1;j++)
    A[i][j] = 3.14;
for (i=max(5,N);i<=8;i++)
  for (j=2;j<=9;j++)
    A[i][j] = 1.11;
```

- con **bloques de calculo alternativos** en los dominios de interés con prioridad mayor a 0
- **mayor prioridad** si hay dominios que se superponen
- **omite cálculos** en regiones donde el nivel de interés es 0
- **ejecuta cálculos originales** solo donde no hay dominios de interés
- tiene **bajo costo de control**

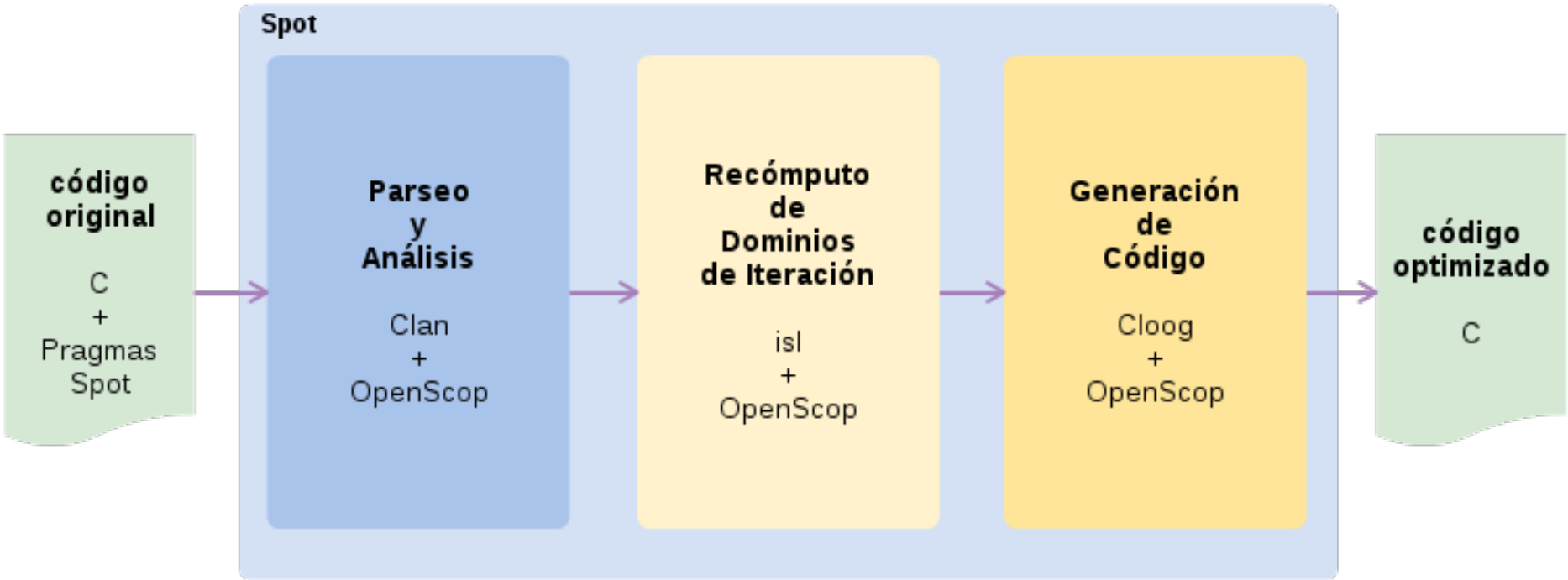
Spot: Salida

para N = 10, con la matriz A inicializada en 0 su estado final seria:

Salida del Codigo Generado

i / j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0.00	0.00	0.00	0.00	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
1	0.00	0.00	0.00	0.00	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
2	0.00	0.00	0.00	0.00	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
3	0.00	0.00	0.00	0.00	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
4	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
5	3.14	3.14	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
6	3.14	3.14	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
7	3.14	3.14	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
8	3.14	3.14	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
9	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14

Spot: Funcionamiento



Contenido

Refinamiento Adaptivo de Código

Técnica para la optimizacion **dinámica** y **automática** de programas que **computan aproximaciones**, a traves del **ahorro de calculos**.

En ingles, Adaptive Code Refinement $\rightarrow$ **ACR**

Funcionamiento

ACR toma un codigo con **conocimiento de dominio** embebido

- indica **estategias de ahorro de calculos**
- asegura **precision aceptable**

transforma y ejecuta constantemente versiones optimizadas del kernel

- de forma **dinamica**s
- **adaptadas** a cada estado de la ejecucion
- realiza calculos complejos **solamente donde es necesario**

Refinamiento Adaptivo de Código

Transformaciones

- en base al **Monitoreo** de la ejecucion con una **Cuadricula de Estado**
- **Omitien Calculos** o los reemplazan por otros **Alternativos**
- **Generan Codigo** eficiente con el Modelo Poliedrico (Spot)
- las realiza un **Thread Dedicado**
  - aprovecha **arquitectura multinucleo**

```
void lin_solve_opt( int N, int b, float **x, float **x0, float a, float c)
{
 int k, i, j;
 if (N >= 1) {
   for (i=1;i<=N;i++) {
     for (j=1;j<=N;j++) {
       x[i][j] = (x0[i][j] + a*(x[(i)-1][j]+x[i+1][j]+x[i][(j)-1]+x[i][j+1]))/c;
     }
   }
   if (N >= 201) {
     for (k=1;k<=2;k++) {
       for (i=1;i<=60;i++) {
         for (j=82;j<=N;j++) {
           x[i][j] = (x0[i][j] + a*(x[(i)-1][j]+x[i+1][j]+x[i][(j)-1]+x[i][j+1]))/c;
         }
       }
       for (i=61;i<=120;i++) {
         for (j=22;j<=N;j++) {
           x[i][j] = (x0[i][j] + a*(x[(i)-1][j]+x[i+1][j]+x[i][(j)-1]+x[i][j+1]))/c;
         }
       }
       for (i=121;i<=140;i++) {
         for (j=42;j<=N;j++) {
           x[i][j] = (x0[i][j] + a*(x[(i)-1][j]+x[i+1][j]+x[i][(j)-1]+x[i][j+1]))/c;
         }
       }
       for (i=141;i<=200;i++) {
         for (j=82;j<=N;j++) {
           x[i][j] = (x0[i][j] + a*(x[(i)-1][j]+x[i+1][j]+x[i][(j)-1]+x[i][j+1]))/c;
         }
       }
       for (i=201;i<=N;i++) {
         for (j=1;j<=N;j++) {
           x[i][j] = (x0[i][j] + a*(x[(i)-1][j]+x[i+1][j]+x[i][(j)-1]+x[i][j+1]))/c;
         }
       }
```

Refinamiento Adaptivo de Código

Componentes:

1. **Conocimiento Especifico de Dominio**
2. Monitoreo del Estado de Ejecucion
3. Generacion de Codigo Optimizado
4. Threads de Ejecucion

ACR: Conocimiento de Dominio

dominio de aplicacion

- codigo + pragmas embebidos
- **satisface restricciones** del modelo poliedrico
- **conocimiento de dominio** codificado por pragmas
  - grid
  - monitor
  - alternative
  - strategy

Codigo de Simulacion

```
while(true) {
  ...
  // lin_solve kernel
  #pragma ACR grid(10)
  #pragma ACR monitor(density[i][j], max, filtro)
  #pragma ACR alternative bajo(parameter, MAX = 1)
  #pragma ACR alternative medio(parameter, MAX = 3)
  #pragma ACR alternative alto(parameter, MAX = 4)
  #pragma ACR strategy direct(1, bajo)
  #pragma ACR strategy direct(2, medio)
  #pragma ACR strategy direct(3, alto)
  for (k = 0; k < MAX; k++) {
    for (i = 1; i <= N; i++) {
      for (j = 1; j <= N; j++) {
        lin_solve_computation(k, i, j);
      }
    }
  }
  ...
}
```

ACR: Conocimiento de Dominio

- **resolucion** de la cuadricula de monitoreo:

#pragma ACR **grid**(*tamaño*)

- **porcion del estado** que vamos a monitorear:

#pragma ACR **monitor**(*datos*, *síntesis* [, *filtro*])

- **calculo alternativo** para reemplazar codigo original:

#pragma ACR **alternative** *nombre*(*tipo*, *efecto*)

- **estrategias** de transformacion de codigo:

#pragma ACR **strategy** tipo(p1, p2, ...)

- dinamica: #pragma ACR strategy **direct**(*valor*, *alternativa*)
- estatica: #pragma ACR strategy **zone**(*área*,*alternativa*)

ACR: Conocimiento de Dominio

Kernel de Simulacion

```
// lin_solve kernel
#pragma ACR grid(10)
#pragma ACR monitor(density[i][j], max, filtro)
#pragma ACR alternative bajo(parameter, MAX = 1)
#pragma ACR alternative medio(parameter, MAX = 3)
#pragma ACR alternative alto(parameter, MAX = 4)
#pragma ACR strategy direct(1, bajo)
#pragma ACR strategy direct(2, medio)
#pragma ACR strategy direct(3, alto)
for (k = 0; k < MAX; k++) {
  for (i = 1; i <= N; i++) {
    for (j = 1; j <= N; j++) {
          lin_solve_computation(k, i, j);
    }
  }
}
```

Refinamiento Adaptivo de Código

Componentes:

1. Conocimiento Especifico de Dominio
2. **Monitoreo del Estado de Ejecucion**
3. Generacion de Codigo Optimizado
4. Threads de Ejecucion

ACR: Monitoreo del Estado de Ejecucion

ACR necesita obtener **informacion relevante** sobre la ejecucion

- para identificar regiones de diferente complejidad de calculo
- generar codigo adecuado para cada region
- de forma **eficiente**, para no agregar costo computacional
- resumida de forma regular, para permitir una representacion poliedrica

Para ello, utilizamos una **cuadricula regular**

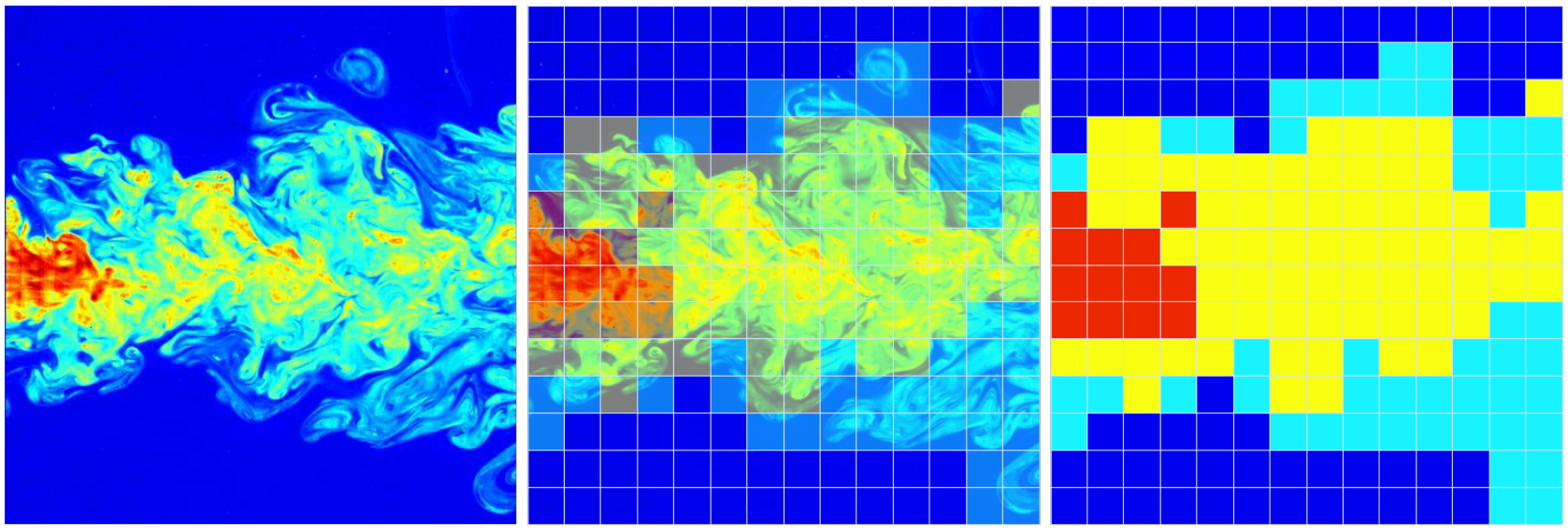
- embebida en el espadcio de estado
- cada celda representa una pocion (hiper-)cubica del estado

Resolucion y **Datos de Monitoreo**:
#pragma ACR **grid**(*tamaño*)
#pragma ACR **monitor**(*datos*, *síntesis* [, *filtro*])

ACR: Monitoreo del Estado de Ejecucion

Obtencion de Informacion

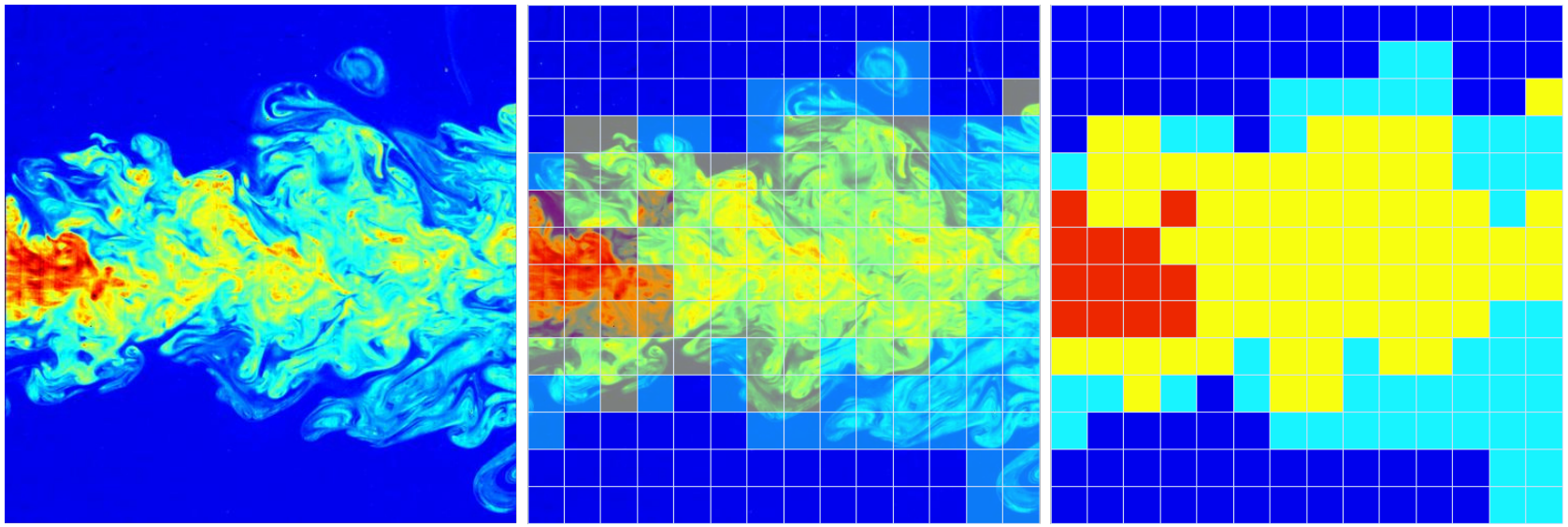
1. **filtro** de a valores (opcional)
2. **sintesis** de informacion para cada celda
3. **agrupamiento** de celdas en **regiones de complejidad**



ACR: Monitoreo del Estado de Ejecucion

pragmas

```
#pragma ACR grid(14)
#pragma ACR monitor(presion[i][j], max, color)
int color(float val) {
   if      (val >= P_HIGH) return C_RED;
   else if (val >= P_MED)  return C_YELLOW;
   else if (val >= P_LOW)  return C_CYAN;
   else                    return C_BLUE;
}
```



Refinamiento Adaptivo de Código

Componentes:

1. Conocimiento Especifico de Dominio
2. Monitoreo del Estado de Ejecucion
3. **Generacion de Codigo Optimizado**
4. Threads de Ejecucion

ACR: Generacion de Codigo Optimizado

al principio de la ejecucion

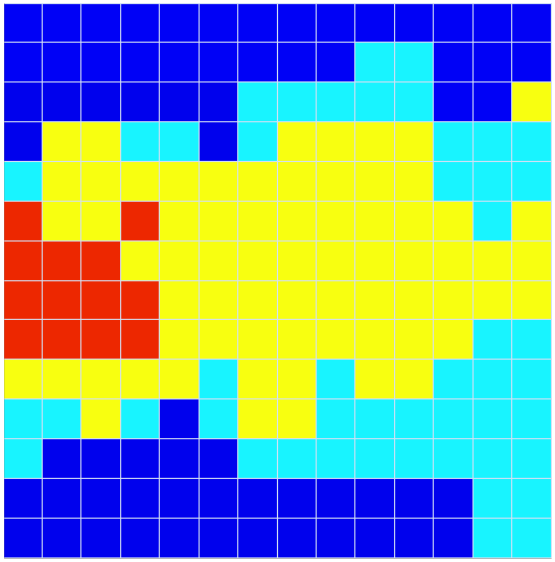
analisis del kernel original con **Clan**

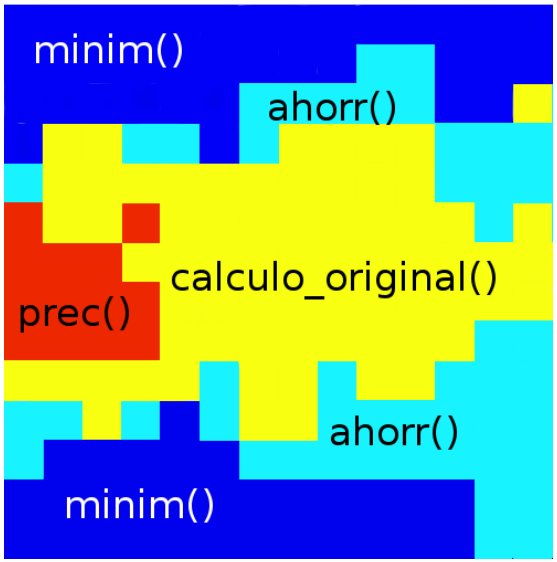
Transformaciones Regulares

luego de un cambio significativo en el estado:

1. aplicacion **estrategias de transformacion**
   - omitir calculos innecesarios
   - usar bloques de codigo alternativost
2. **construir representacion poliedrica** de las regiones
3. **generacion de codigo** con Spot
4. **compilacion y reemplazo** del kernel que esta en ejecucion

ACR: signacion de Codigo



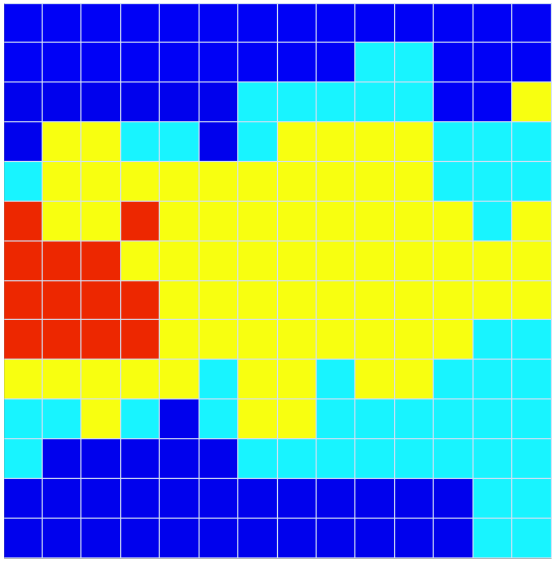


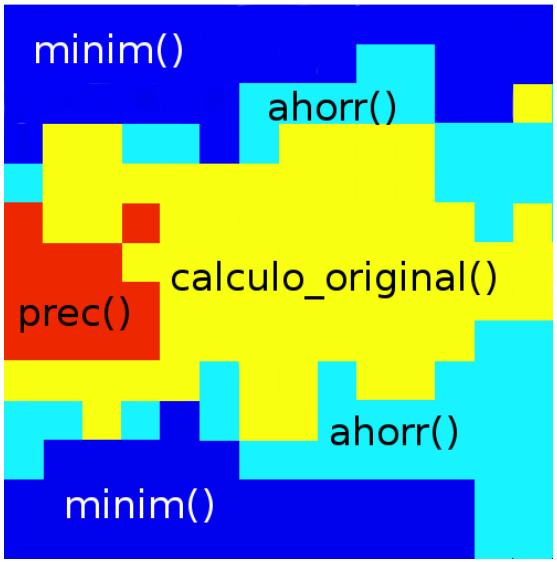

```
//kernel
for (int i = 0; i < N; i++)
  for (int j = 0; j < N; j++)
    calculo_original(i,j);
```

```
// estrategias
#pragma ACR strategy direct(C_RED, a1)
#pragma ACR strategy direct(C_CYAN, a2)
#pragma ACR strategy direct(C_BLUE, a3)
#pragma ACR strategy zone
  ("i < N/14 and |j - N/2| < N/14", a1)
```

```
// codigo alternativo
#pragma ACR alternatve a1(code, prec(i,j);)
#pragma ACR alternatve a2(code, ahorr(i,j);)
#pragma ACR alternatve a3(code, minim(i,j);)
```

ACR: Asignacion de Codigo





propiedades del codigo generado

- bajo costo de control
- **se corresponde biunivocamente** con su cuadricula
- realiza calculos complejos **solo donde es necesario**
- **mantiene las dependencias** lo mas posible

Refinamiento Adaptivo de Código

Componentes:

1. Conocimiento Especifico de Dominio
2. Monitoreo del Estado de Ejecucion
3. Generacion de Codigo Optimizado
4. **Threads de Ejecucion**

ACR: Threads de Ejecucion

alivianar sobrecarga de generacion: 2 threads

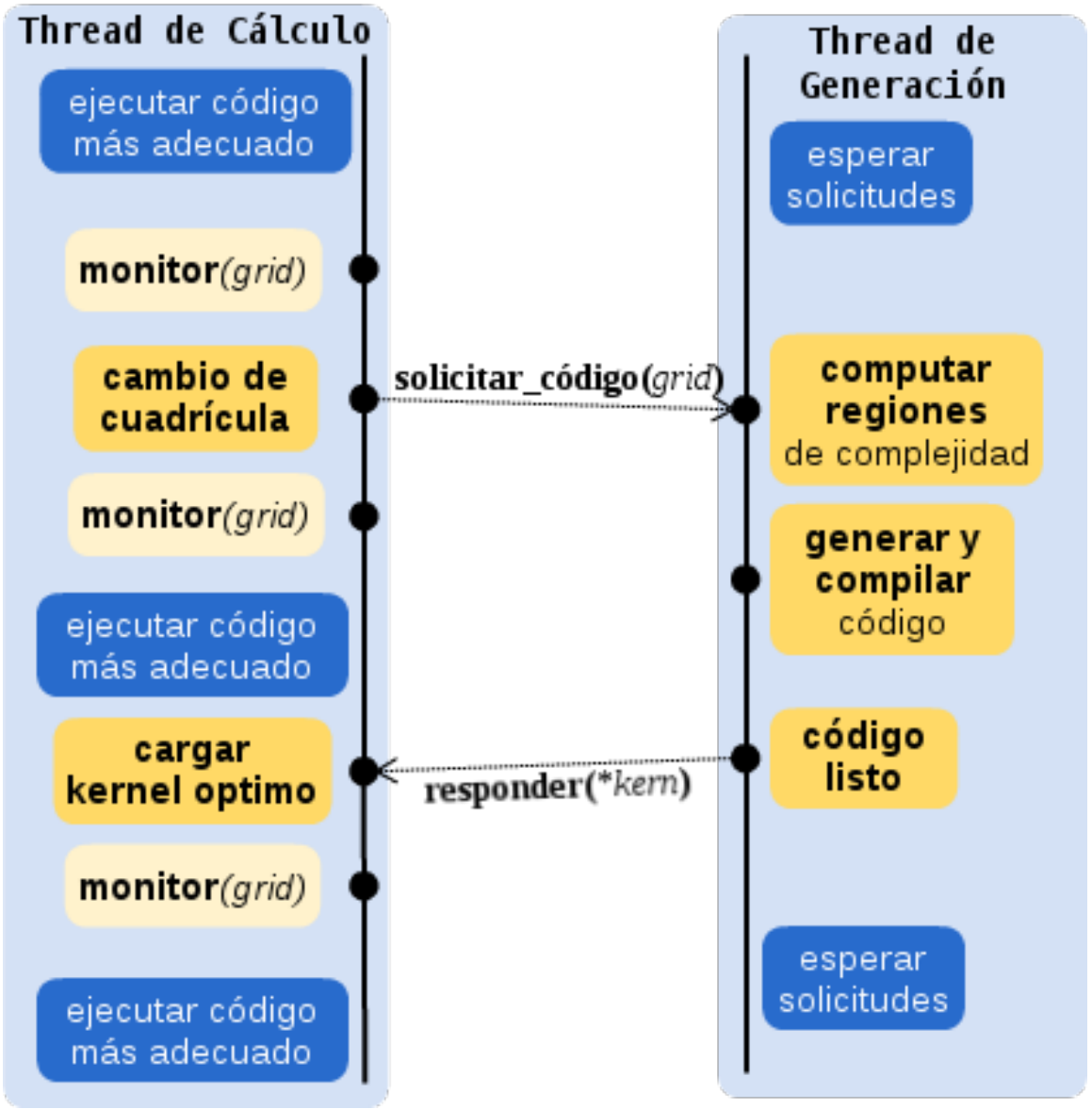
thread de calculo

- realiza **calculos intensivos**
- **monitorea** el estado de ejecucion
- **solicita** codigo optimizado
- **recibe y carga dinamicamente** codigo optimizado
- si las optimizaciones no son adecuadas, utiliza codigo original

thread de generacion

1. **recibe solicitudes** de generacion
2. **genera y compila** codigo optimizado
3. **responde las solicitudes**

ACR: Threads de Ejecucion



Contenido

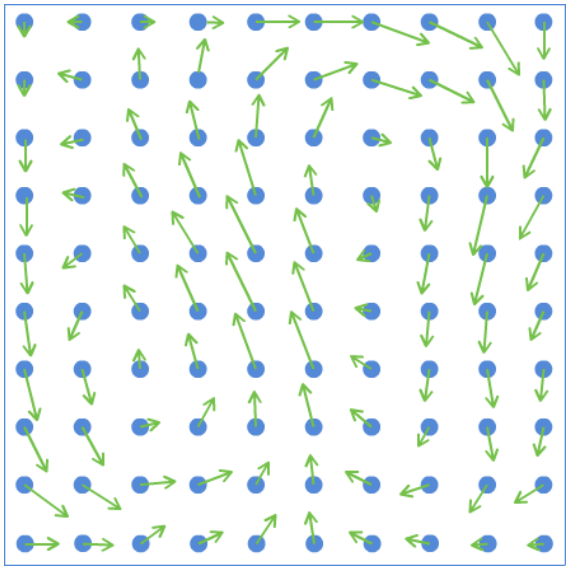
Caso de Estudio: Simulacion Visual de Fluidos

Simulacion de Fluidos

- simula fluidos con diferentes caracteristicas
- agua, aire, vapor, gas, etc.
- calcula velocidad y densidad en funcion del tiempo
- aproxima las *Ecuaciones Navier-Stokes*

Algoritmo de Aproximacion

- orientado a Graficos Computacionales para Juegos
- basado en particulas fijas y regulares
- muy adecuado para optimizar con ACR

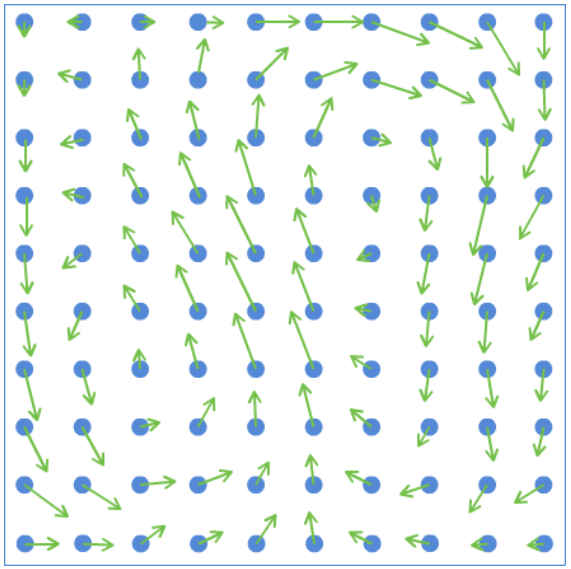


Caso de Estudio: Simulacion Visual de Fluidos

Estado

- cuadricula regular
- velocidad y densidad
- se actualiza **cada timestep**

```
float density[N][N];
float velocity_x[N][N];
float velocity_y[N][N];
```

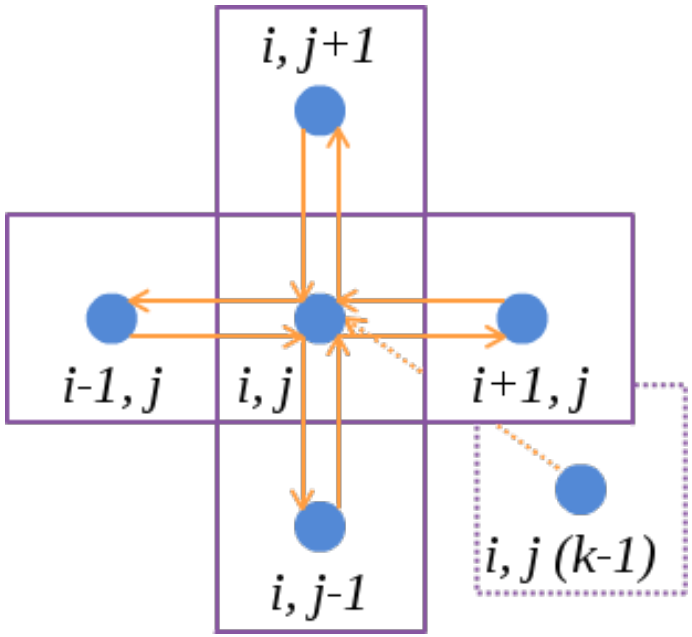


Caso de Estudio: Simulacion Visual de Fluidos

kernel

```
void lin_solve
(int N, float **x, float **x0)
{
 int i, j, k;
 for ( k=0 ; k < PRECISION ; k++ )
   for ( i=1 ; i<=N ; i++ )
   for ( j=1 ; j<=N ; j++ )
    x[i][j] = computo(i, j, N,x,x0)
}
```

Dependencias



Calculo de Estados

- **aproximacion iterativa** *Gauss-Seidel*
- iteramos **a lo ancho**

Aplicando ACR

ahorro de calculos

con **baja densidad** hay **convergencia rapida**

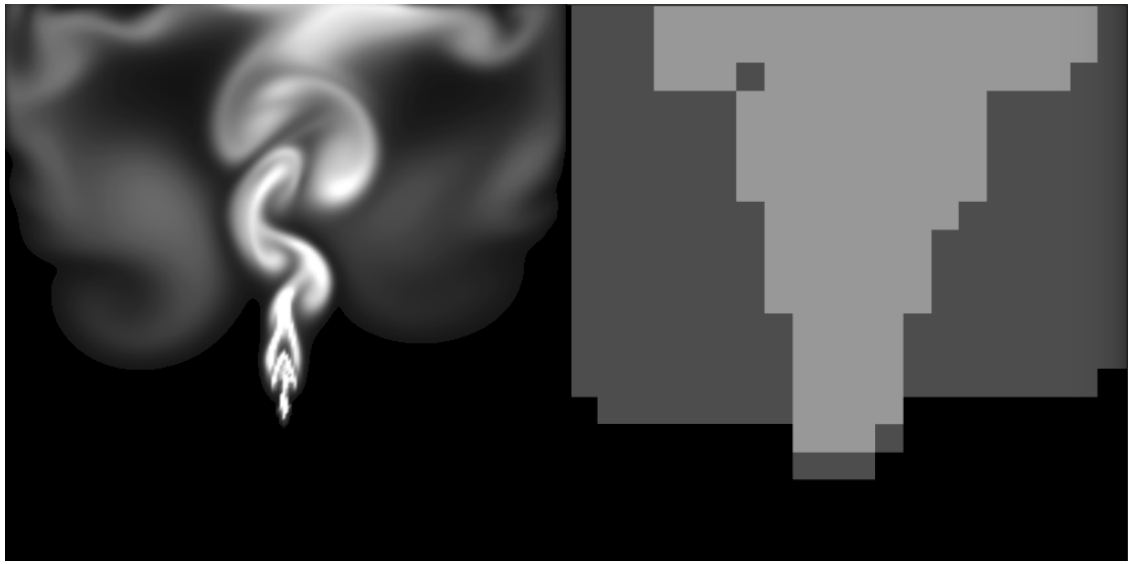
- pocos calculos en las particulas con poca densidad
- muchos calculos en particulas de alta densidad

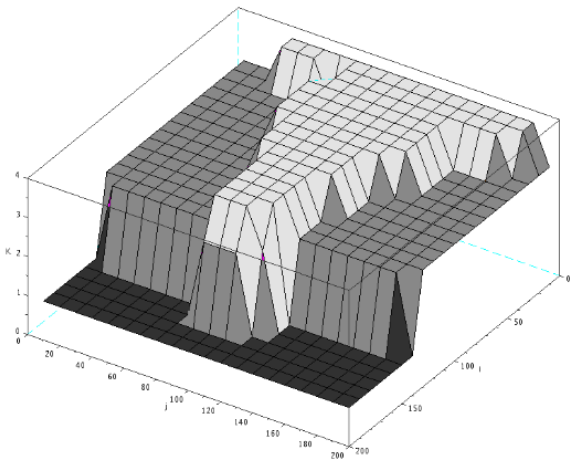
```
#pragma ACR grid(10)
#pragma ACR monitor(density[i][j], max, filter)
```

Aplicando ACR

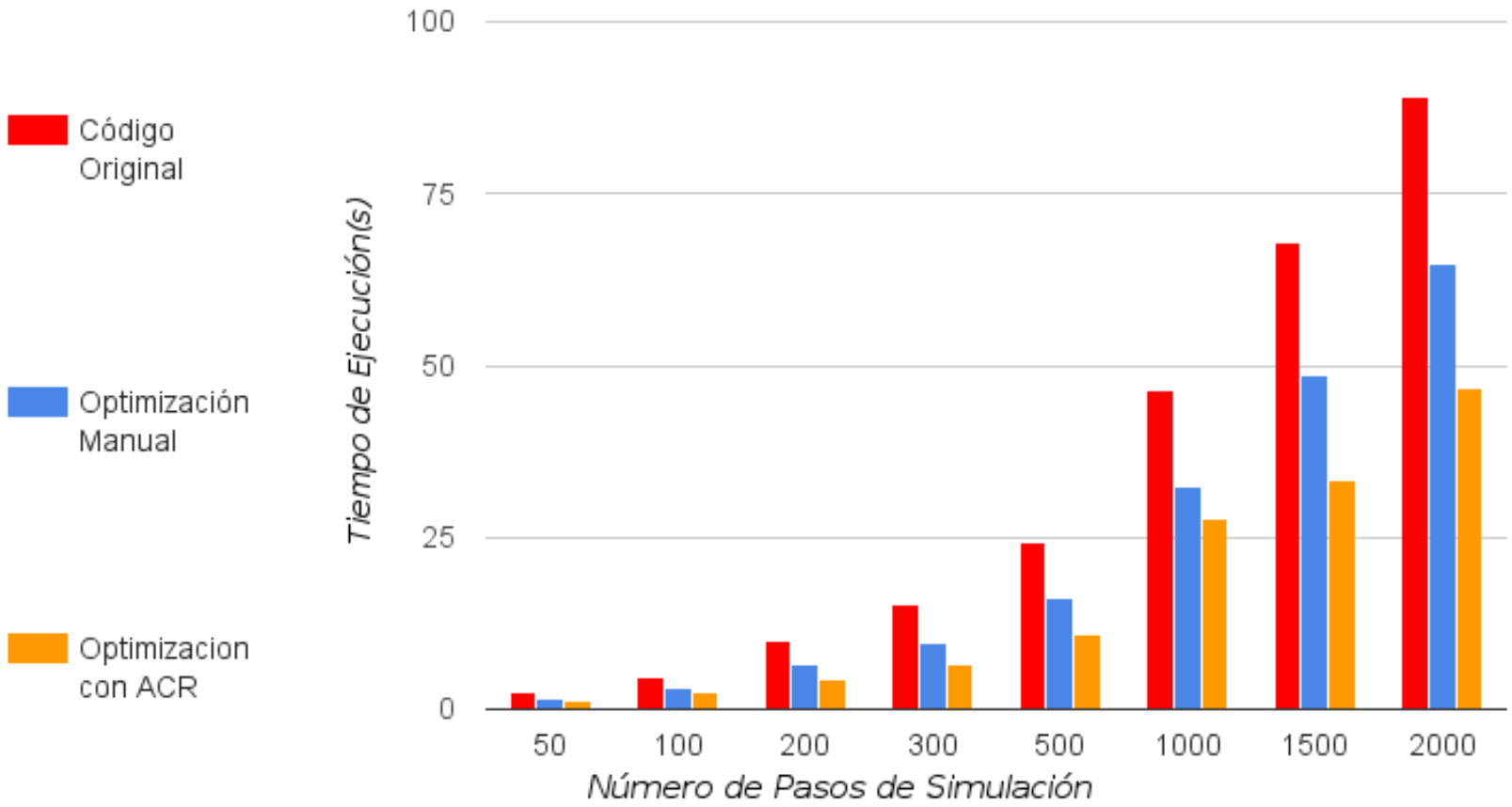
Estrategias y Bloques Alternativos

```
#pragma ACR alternative a1(parametro, PRECISION=P_MIN)
#pragma ACR alternative a2(parametro, PRECISION=P_MED)
#pragma ACR alternative a3(parametro, PRECISION=P_ALTA)
#pragma ACR strategy direct(CASI_NULO, a1)
#pragma ACR strategy direct(MODERADO, a2)
#pragma ACR strategy direct(ALTO, a3)
```



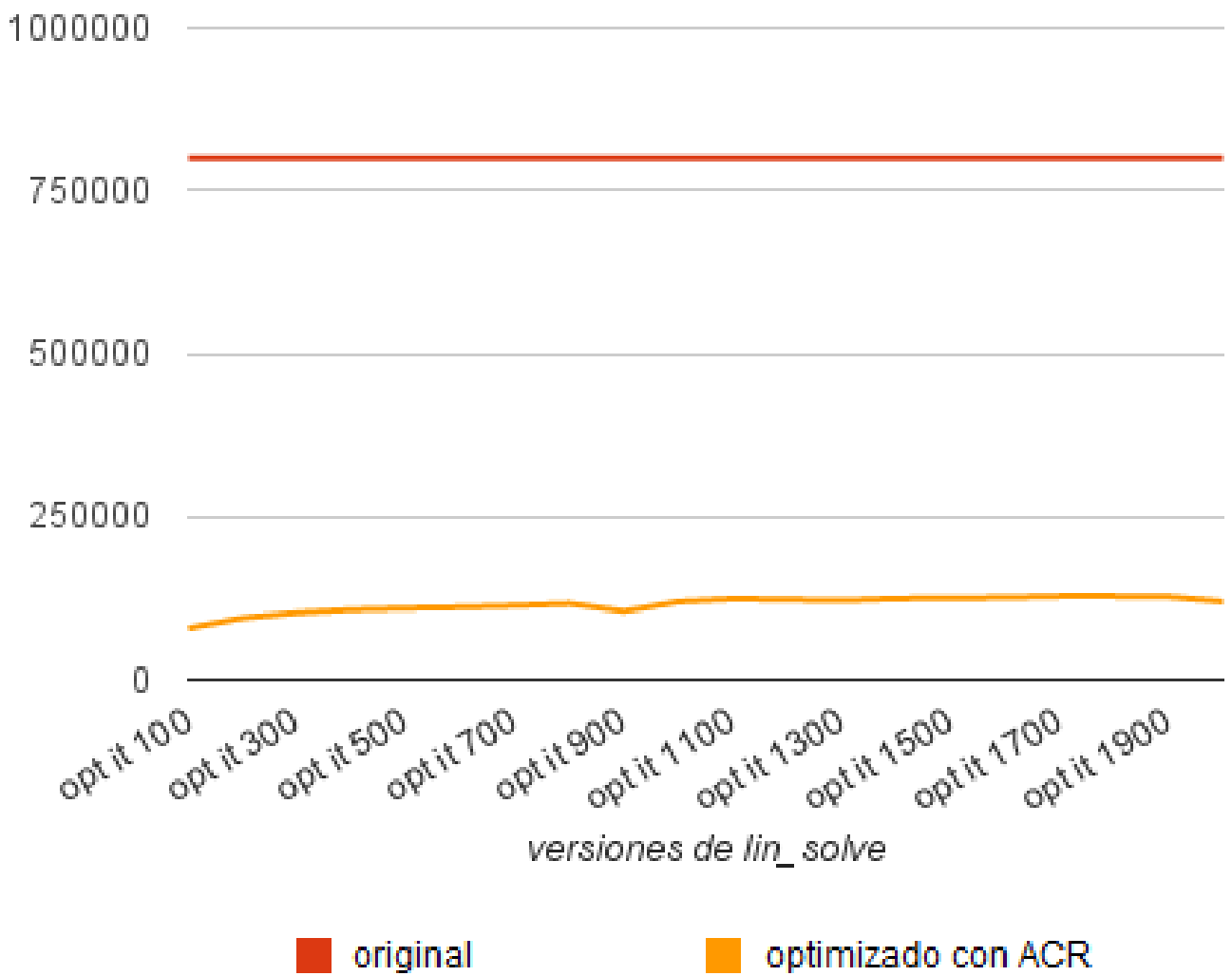


Resultados Experimentales: Tiempo de Ejecución



iter	50	100	200	300	500	1000	1500	2000
Original(-O3)	2,3	4,8	9,9	15,3	24,3	46,5	68,0	89,1
Manual	1,6	3,2	6,5	9,7	16,2	32,4	48,6	64,8
ACR	1,1	2,5	4,4	6,6	11,0	27,6	33,4	46,7

Resultados Experimentales: Ahorro de Calculos



Resultados Experimentales: Comparacion de Precision