

MATA KULIAH
STATISTIKA LANJUT

Identitas Mata Kuliah

Program Studi	:	Statistika Lanjut
Mata Kuliah / Kode	:	
Jumlah SKS	:	2 SKS
Prasyarat	:	--
Deskripsi Mata Kuliah	:	Mata kuliah ini membahas tentang konsep dasar KORELASI SPEARMAN

Capaian Pembelajaran	:	Setelah pembelajaran, mahasiswa mempelajari konsep dasar KORELASI SPEARMAN
----------------------	---	---

Penyusun	:	
----------	---	--

Ketua Program Studi

Ketua Team Teaching

PERTEMUAN 4 : KORELASI SPEARMAN

URAIAN MATERI

Metode korelasi rank ini dikemukakan oleh Carl Spearman pada tahun 1904. Metode ini digunakan untuk menguji hipotesis hubungan antara dua variabel.

Statistik ini kadang disebut rho ditulis dengan r_s yang merupakan ukuran asosiasi (hubungan/relasi) dimana kedua variabel yang diukur sekurang-kurangnya dalam skala ordinal sehingga obyek-obyek atau individu yang dipelajari dapat dirangking dalam dua rangkaian berurut.

Pengukuran asosiasi menggunakan nilai numerik untuk mengetahui tingkatan asosiasi atau kekuatan hubungan antara variabel. Dua variabel dikatakan berasosiasi jika perilaku variabel yang satu mempengaruhi variabel yang lain. Jika tidak terjadi pengaruh, maka kedua variabel tersebut disebut independen.

Nilai korelasi Spearman berada diantara $-1 \leq r_s \leq 1$. Bila nilai $r_s = 0$, berarti tidak ada korelasi atau tidak ada hubungannya antara variabel independen dan dependen. Nilai $r_s = +1$ berarti terdapat hubungan yang positif antara variabel independen dan dependen. Nilai $r_s = -1$ berarti terdapat hubungan yang negatif antara variabel independen dan dependen. Dengan kata lain, tanda “+” dan “-” menunjukkan arah hubungan di antara variabel yang sedang dioperasikan.

Dasar Pemikiran dan Metode

Misalkan N individu di ranking menurut dua variabel. Kita menetapkan variabel pertama adalah X dan variabel kedua adalah Y. Kita dapat menggunakan suatu ukuran korelasi rank untuk menetapkan hubungan antara X dan Y. Kita juga dapat melihat korelasi kedua variabel akan sempurna jika dan hanya jika $X_i = Y_i$ untuk semua nilai i. Maka kita menggunakan $d_i = X_i - Y_i$ sebagai petunjuk perbedaan antara kedua himpunan ranking tersebut. Ukuran besar berbagai d_i ini membuat kita memperoleh gagasan mengenai seberapa erat hubungan antara skor kedua variabel. Jika setiap hubungan antara kedua himpunan rank tersebut sempurna, setiap nilai d_i akan sama dengan nol.

Rumus untuk menghitung r_s spearman adalah

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N d_i^2}{N^3 - N}$$

Misalnya N individu dirangking menurut 2 variabel. Misalnya kita mengukur sekelompok mahasiswa dalam urutan berdasarkan skor-skor peringkat prestasi akademik dan peringkat prestasi ekstrakurikuler pada akhir tahun yang pertama. Jika rangking pada peringkat prestasi akademik dinyatakan sebagai $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ dan rangking pada peringkat prestasi ekstrakurikuler diwakili dengan $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N$ kita dapat menetapkan suatu hubungan rank untuk menetapkan hubungan antara X dan Y

Kita dapat melihat bahwa korelasi antara rank tes masuk perguruan tinggi dan indeks prestasi akan sempurna jika, dan hanya jika $X_i = Y_i$ untuk semua i . Oleh sebab itu, kita menggunakan selisih $d_i = X_i - Y_i$ sebagai petunjuk perbedaan antara kedua himpunan rangking tersebut. Jika hubungan antara kedua rank itu sempurna maka setiap d_i akan sama dengan nol. Dalam menghitung suatu koefisien korelasi akan sulit jika kita menggunakan harga d_i secara langsung dimana harga d_i yang negatif akan menghapus harga d_i yang positif sehingga kita menggunakan d_i^2 . Dan semakin besar harga-harga d_i , makin besar pula

Penjabaran Rumus untuk r_s

Jika \bar{X} dan \bar{Y} dimana \bar{X} dan \bar{Y} mean skor pada variable X dan Y, maka rumus umum koefisien korelasi adalah

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}} = r_s$$

Dimana jumlah-jumlah mencakup harga-harga N dalam sampelnya. Sekarang bila X dan Y adalah harga-harga rangking $r = r_s$ dan jumlah N bilangan bulat $1, 2, 3, \dots, N$ adalah

$$\sum X = \frac{N(N+1)}{2}$$

Dan jumlah kuadrat bilangan-bilangan itu $1^2, 2^2, \dots, N^2$ dapat ditunjukkan sebagai

$$\sum X^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$

Oleh sebab itu,

$$\sum x^2$$

Maka

=

Dan dengan demikian

=

Sekarang $d = x - y$

$$d^2 = (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$= \quad -2 \quad +$$

Substitusi nilai dari persamaan

$$\text{Sehingga} \quad = \quad -2 \quad +$$

Dengan demikian

Dengan X dan Y dalam rank kita bisa mensubstitusikan $\quad = \quad =$ kedalam rumus

$$r_s =$$

di mana :

r_s : koefisien korelasi rank Spearman

d_i^2 : skor selisih 2 variabel

N : banyaknya subjek.

Contoh Soal

1. Kita ingin mengetahui apakah terdapat korelasi antara kolesterol HDL dan SGOT. Terdapat data yang memperlihatkan data SGOT (unit Karmen/100 ml) dan kolesterol HDL (mg/100 ml) pada 7 subyek dari sebuah sample yang diambil secara acak. Ingin diketahui apakah terdapat korelasi antara kadar SGOT dan kolesterol HDL. Hitung koefisien korelasi peringkat/rank Spearman dan lakukan uji kemaknaan terhadap koefisien tersebut. Misalkan $\alpha = 5\%$.

Subyek	SGOT (x)	HDL (y)
1	5,7	40,0
2	11,3	41,2
3	13,5	42,3
4	15,1	42,8
5	17,9	43,8
6	19,3	43,6
7	21,0	46,5

Jawab :

1. Hipotesis :

Ho : Tidak ada korelasi kadar SGOT dengan kolestrol HDL

Ha : Peningkatan SGOT diikuti dengan peningkatan kolesterol HDL (hubungan positif)

2. Tes Statistik :

Tes signifikansi yang cocok adalah uji signifikansi koefisien korelasi rank spearman.

3. Tingkat signifikansi :

Tingkat signifikansi atau taraf nyata adalah bilangan yang mencerminkan seberapa besar peluang untuk melakukan kekeliruan menolak H_0 yang seharusnya diterima. Dalam hal ini, perlu didapatkan informasi besarnya r_s dan jumlah N dan $\alpha = 5\%$.

4. Distribusi sampling :

$$r_s = \frac{\frac{N^3 - N}{12} + \frac{N^3 - N}{4} - \sum d^2}{2\sqrt{\left(\frac{N^2 - N}{12}\right)\left(\frac{N^2 - N}{4}\right)}} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N d_i^2}{N^3 - N}$$

5. Daerah penolakan :

Tolak H_0 ketika p-value

6. Perhitungan

Tabel 2.1. Rangkaing SGOT dan Kolesterol HDL

Subyek	SGOT(x)	Peringkat(x)	KolesterolHDL (y)	Peringkat(y)	d _i	d _i ²
1	5,7	1	40,0	1	0	0
2	13,5	3	41,2	2	1	1
3	11,3	2	42,3	3	-1	1
4	17,9	5	42,8	4	1	1
5	15,1	4	43,8	6	-2	4
6	21,0	7	43,6	5	2	4
7	19,3	6	46,5	7	1	1

Penghitungan statistik uji :

$$r_s$$

$$r_s$$

$$r_s = 1 - 0.214$$

$$r_s = 0.786$$

7. Keputusan :

nilai r_s table dgn $N=7$, $\alpha = 5\%$ adalah 0,714

karena r_s hitung $>$ r_s table maka keputusannya adalah tolak H_0

8. Kesimpulan :

SGOT dan kolesterol HDL mempunyai korelasi positif kuat dan bermakna artinya peningkatan SGOT diikuti dengan peningkatan kolesterol HDL (hubungan positif)

TUGAS

Ada 10 orang responden yang diminta untuk mengisi daftar pertanyaan tentang Motivasi dan Prestasi dalam sebuah kantor. Jumlah responden yang diminta mengisi daftar pertanyaan itu 10 karyawan, masing-masing diberi nomor 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Nilai yang diberikan oleh kesepuluh responden tentang Motivasi dan Prestasi itu diberikan pada contoh berikut. Yang akan diketahui adalah apakah ada hubungan antara Motivasi dengan Prestasi.

