
딥러닝 기초

Data Learning Basic

나동빈(dongbinna@postech.ac.kr)

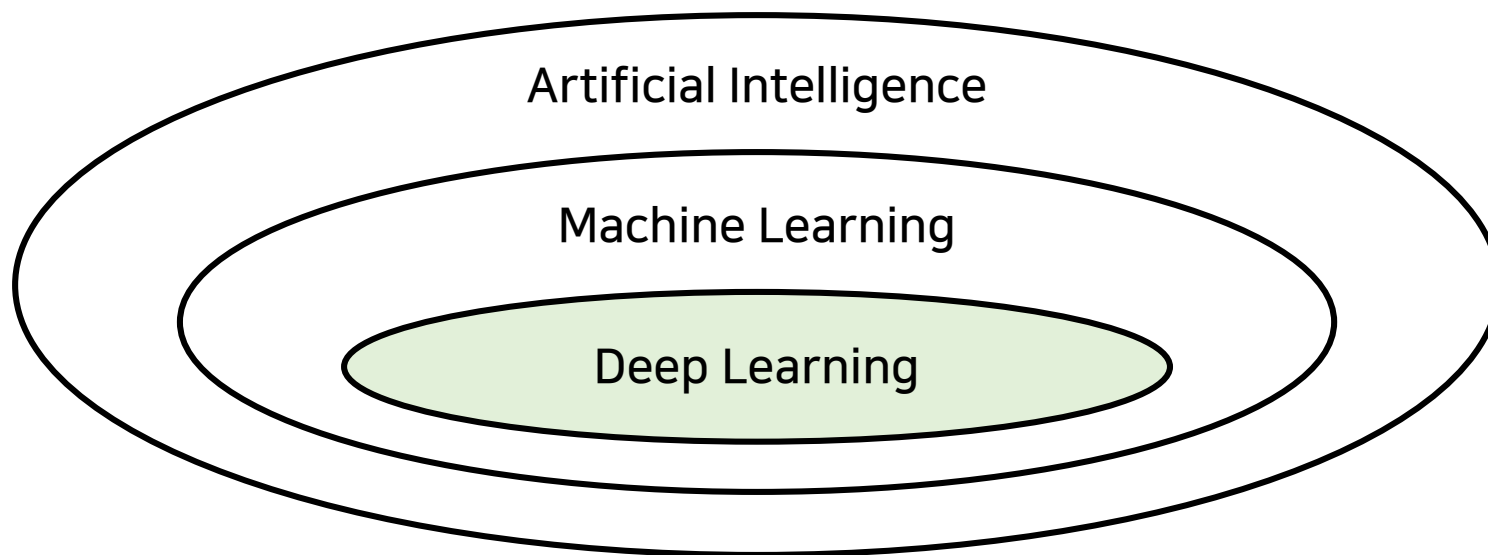
Pohang University of Science and Technology

학습자 목표

- 인공지능의 정의를 이해할 수 있습니다.
- 딥러닝 모델 구현에 필요한 기초적인 수학 원리를 이해할 수 있습니다.
- PyTorch를 활용하여 딥러닝 모델을 구현하고 학습시킬 수 있습니다.
- 딥러닝을 활용한 실전 프로젝트 예제를 구현할 수 있습니다.

인공지능

- 인공지능이란 기계를 통해 인공적으로 구현된 지능을 의미합니다.
 - 기계 학습: 데이터를 반복적으로 학습하여 데이터에 잠재된 특징을 발견합니다.
 - 딥러닝: 깊은 인공 신경망을 활용하여 더 높은 정확도를 얻습니다.



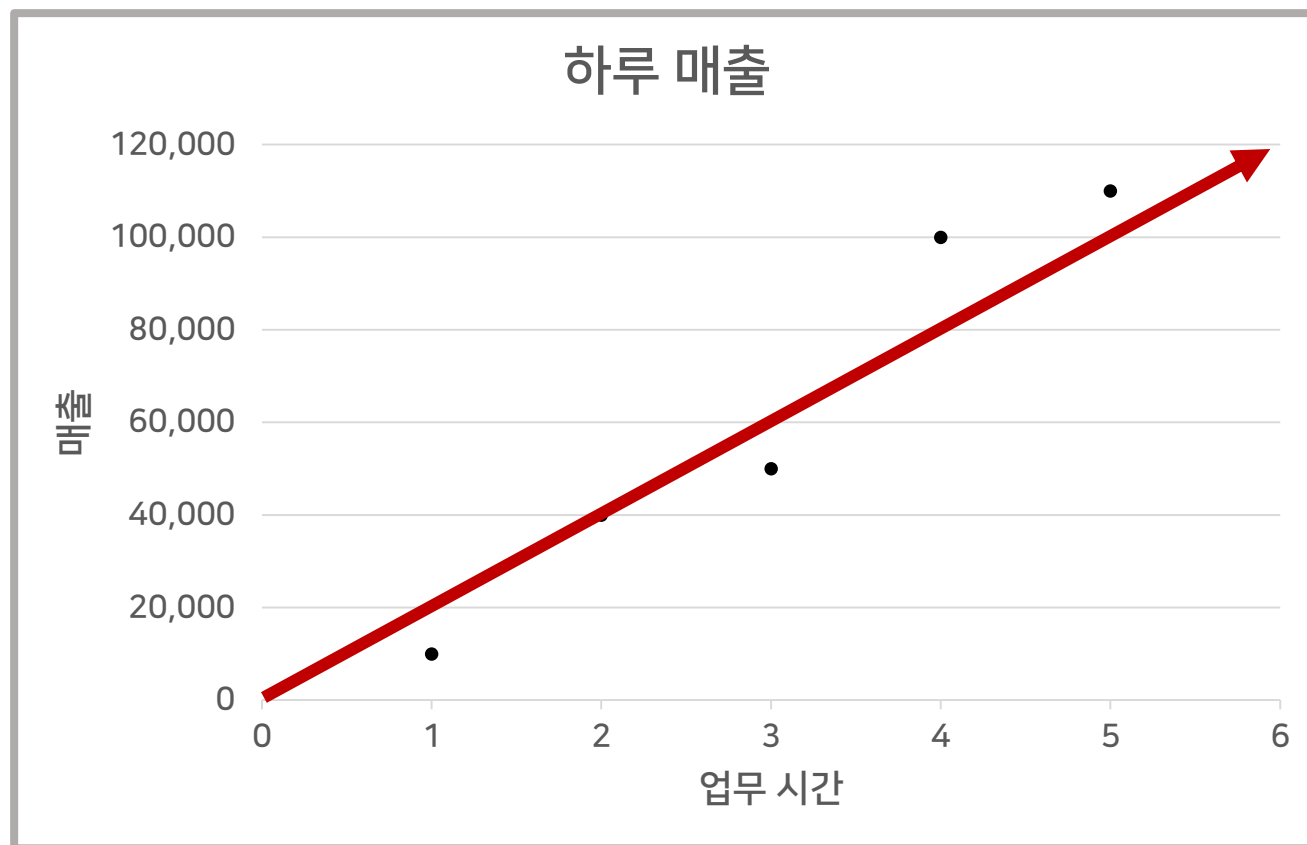
인공지능의 학습 방법 1. 지도 학습(Supervised Learning)

- 지도 학습은 명시적인 정답을 제공하면서 학습시키는 유형입니다.
 - 회귀(Regression)
 - 특정한 데이터가 주어졌을 때 결과를 연속적인 값으로 예측합니다.
 - 예시: “영어 공부를 7시간 했다면, 몇 점이 나올까요?”
 - 분류(Classification)
 - 종류에 따라서 데이터를 분류합니다.
 - 예시: “이 이미지는 고양이인가요? 강아지인가요?”

인공지능의 학습 방법 1. 지도 학습(Supervised Learning)

- 회귀(Regression)

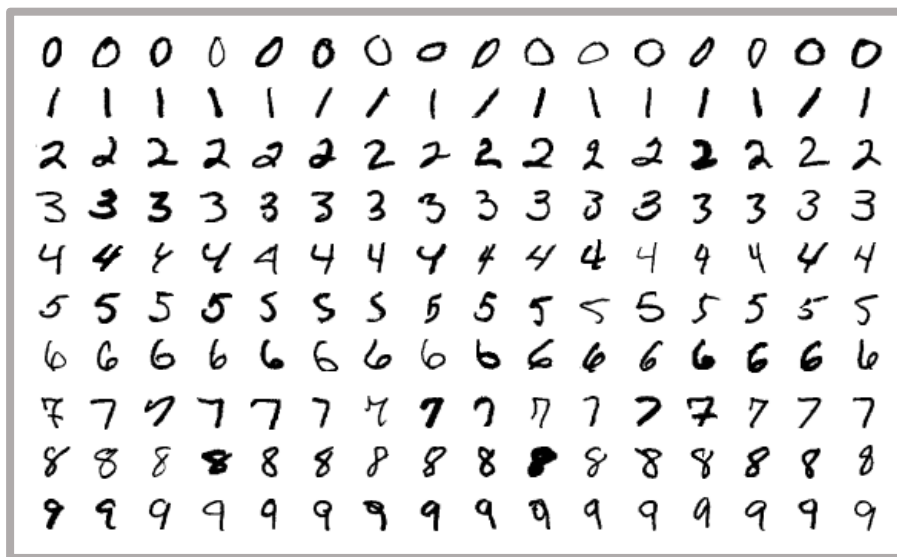
- 학습 시간에 따른 영어 점수 예측
- 거리에 따른 이동 시간 예측
- 업무 시간에 따른 매출 예측



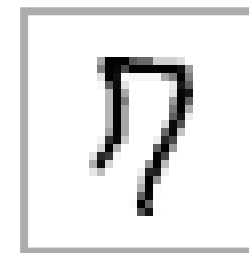
인공지능의 학습 방법 1. 지도 학습(Supervised Learning)

- 분류(Classification)

- 손글씨 분류
- 강아지/고양이 분류
- 배경 분류



학습 데이터셋



테스트 이미지



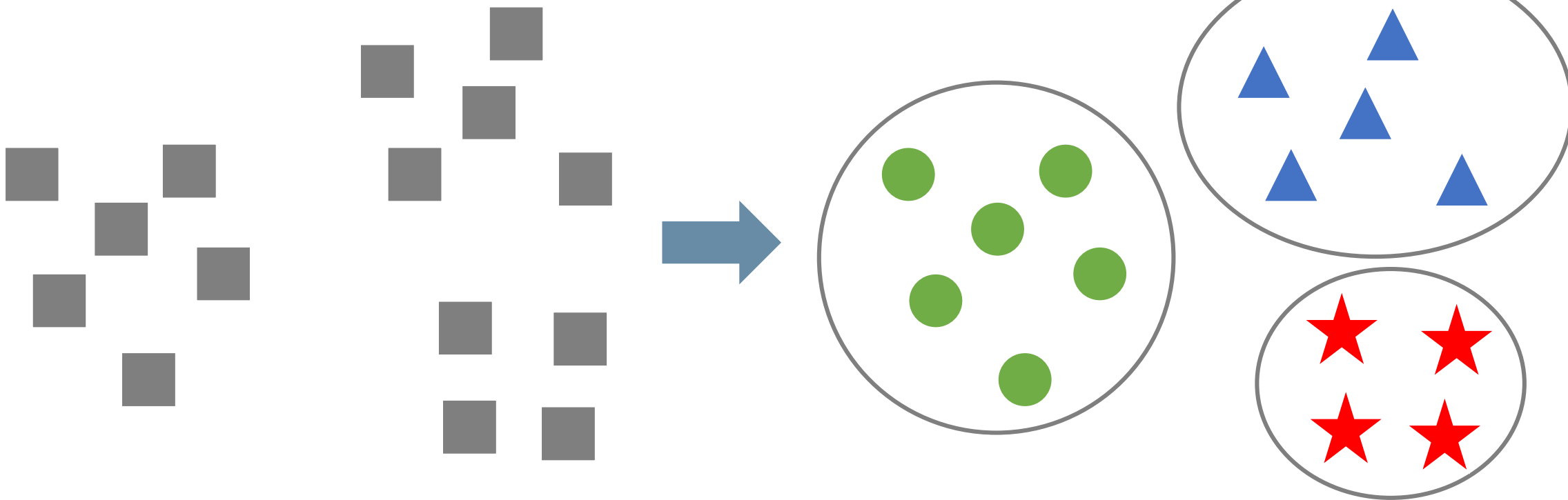
이 이미지는 7입니다.

인공지능의 학습 방법 2. 비지도 학습(Unsupervised Learning)

- 비지도 학습은 명시적인 정답을 제공하지 않으면서 학습시키는 유형입니다.
 - 클러스터링(Clustering)
 - 데이터를 특정한 기준으로 묶습니다.
 - 예시: “사용자들을 3가지 집단으로 나누고 싶어요.”
 - 차원 축소(Dimensionality Reduction)
 - 차원을 줄여 데이터 내 유의미한 특징을 추출합니다.
 - 예시: “이 이미지들을 2차원 공간에 투영시켜서 시각화 할 수 있을까요?”

인공지능의 학습 방법 2. 비지도 학습(Unsupervised Learning)

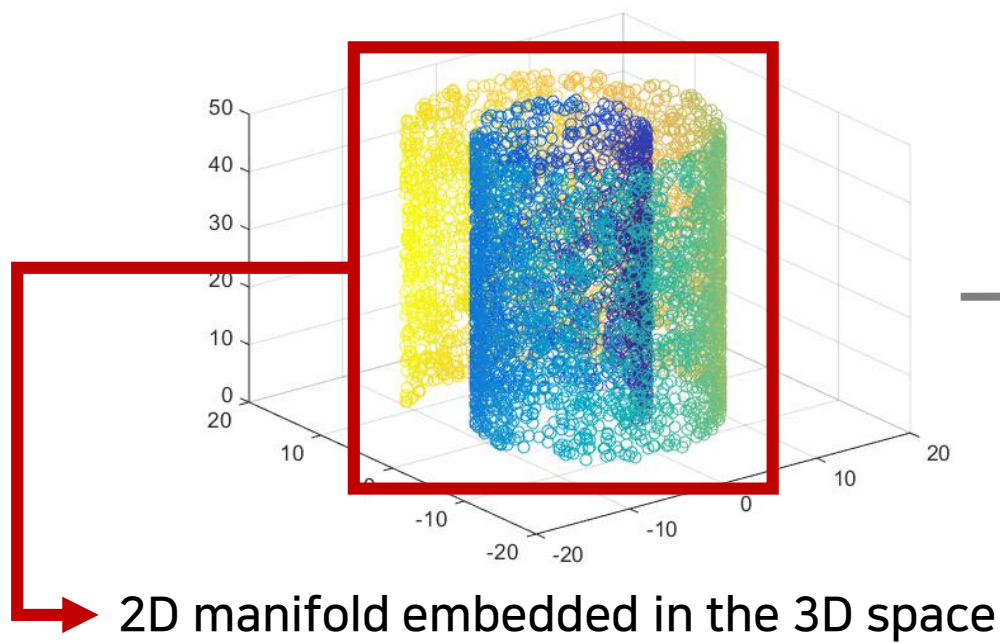
- 클러스터링(Clustering)
 - 비슷한 유형의 사용자끼리 그룹화



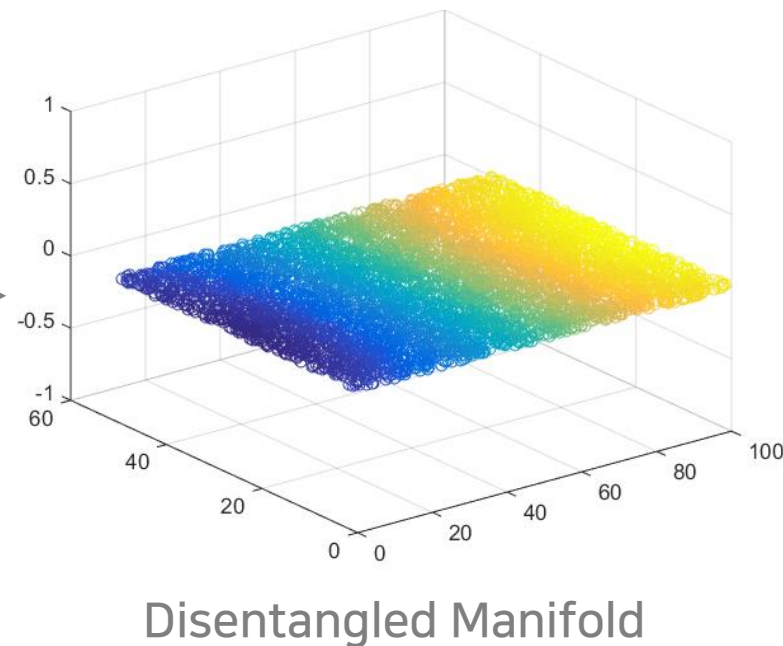
인공지능의 학습 방법 2. 비지도 학습(Unsupervised Learning)

- 차원 축소(Dimension Reduction)

- 고차원 데이터의 차원을 축소하여 새로운 차원의 데이터를 생성합니다.
- 예시: 데이터 시각화, 데이터 압축을 통한 복잡도 개선



well-reduced



딥러닝을 위한 도구

- 파이토치(PyTorch)
 - <https://pytorch.org/>
 - PyTorch는 빠르고 유연한 딥러닝 연구 플랫폼입니다.
 - GPU를 활용한 연산 가속을 지원합니다.

The PyTorch logo is displayed in a white box with a thin grey border. It features the word "PYTORCH" in a bold, black, sans-serif font. The letter "O" is replaced by a stylized orange flame icon with a small purple drop above it.

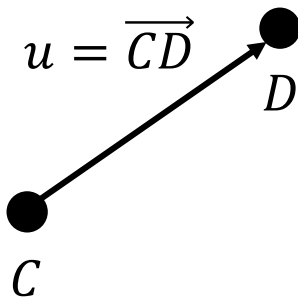
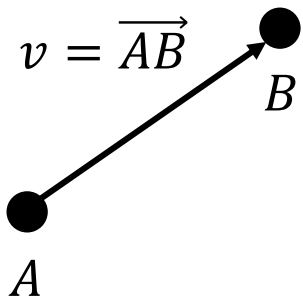
딥러닝을 위한 도구

- Google Colab
 - 나만의 머신 러닝 개발 환경을 1초 만에 가질 수 있도록 해주는 서비스입니다.
 - PyTorch을 포함한 머신 러닝 관련 라이브러리가 기본적으로 설치되어 있습니다.
 - 무료 서비스일 뿐만 아니라 GPU 런타임을 지원합니다.
 - 다른 사람과 함께 코드를 공유하며 협업하기에 좋은 개발 환경입니다.



벡터(Vector)

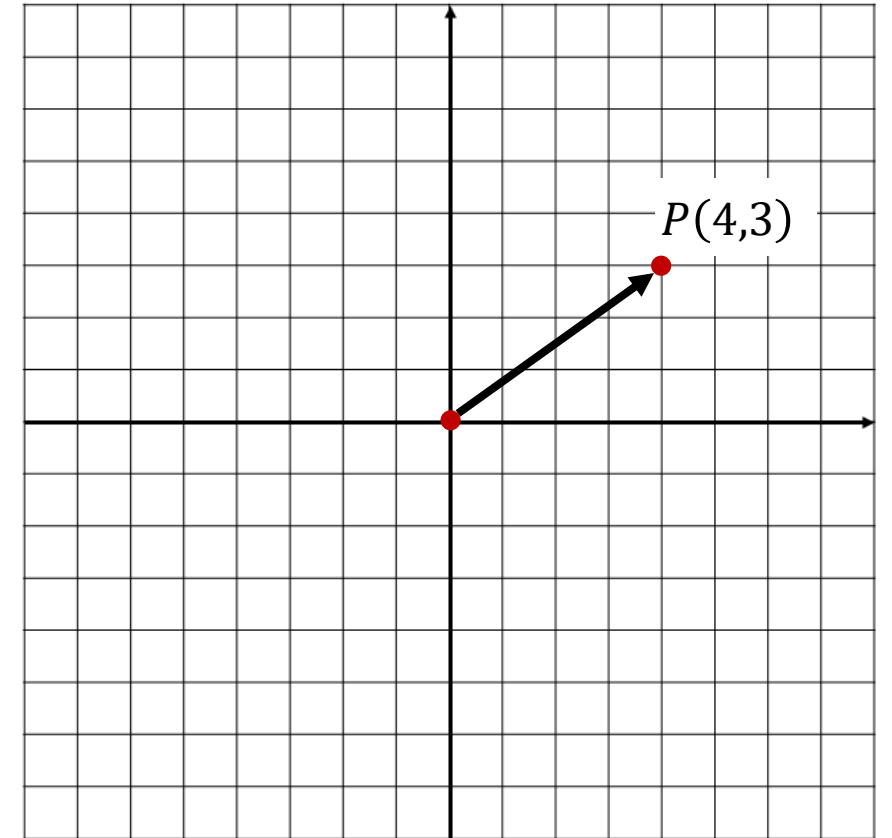
- 벡터란 크기와 방향을 모두 가진 물리적 양을 나타낼 때 사용합니다.
 - 변위벡터: 점 A(시점)와 점 B(종점)으로 구성되며 $v = \overrightarrow{AB}$ 로 표현합니다.
 - 동치: 두 벡터의 길이와 방향이 같을 때 동치(equivalent)라고 합니다.



- 어떤 경우에는 좌표계를 도입하고 벡터를 대수적으로 다루는 것이 최선인 경우가 있습니다.
 - 변위벡터 대신에 **위치벡터**를 효과적으로 사용할 수 있습니다.

벡터(Vector)

- 성분(Component)
 - 직교 좌표계의 원점에 벡터 x 의 시점을 놓을 때의 종점
 - $x = \langle x_1, x_2 \rangle$
 - 일반적으로 평면에 있는 점을 (x_1, x_2) 형태로 표현합니다.
 - 성분의 경우 $\langle x_1, x_2 \rangle$ 로 표현합니다.
- 위치벡터(Position vector)
 - 원점으로부터 점 $P(4, 3)$ 에 이르는 벡터 \overrightarrow{OP}



행렬(Matrix)

- 행렬(Matrix)
 - 행렬이란 M행, N열로 나열된 실수의 2차원 배열입니다. (M, N은 양의 정수)
 - 프로그래밍에서는 2차원 배열을 행렬처럼 이용할 수 있습니다.
- 행렬의 필요성
 - 현실 세계의 많은 문제는 행렬을 이용해 해결할 수 있습니다.

$$\begin{array}{c} \text{행} \end{array} \begin{array}{c} \text{열} \\ \left[\begin{array}{cc} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{array} \right] \end{array}$$

행렬의 연산

- 행렬의 덧셈과 뺄셈

- 두 행렬의 합이나 차를 계산할 때는 동일한 위치에 상응하는 원소끼리 계산합니다.
- 기본적으로는 두 행렬의 크기가 같을 때 사용할 수 있습니다.

5	6
3	2

 +

2	3
5	4

 =

7	9
8	6

행렬의 연산

- 행렬과 스칼라의 연산

- 행렬은 상수(스칼라)와 연산할 수 있습니다.
- 스칼라 연산을 할 때는 각 원소에 대하여 연산을 수행합니다.

5	6
3	2

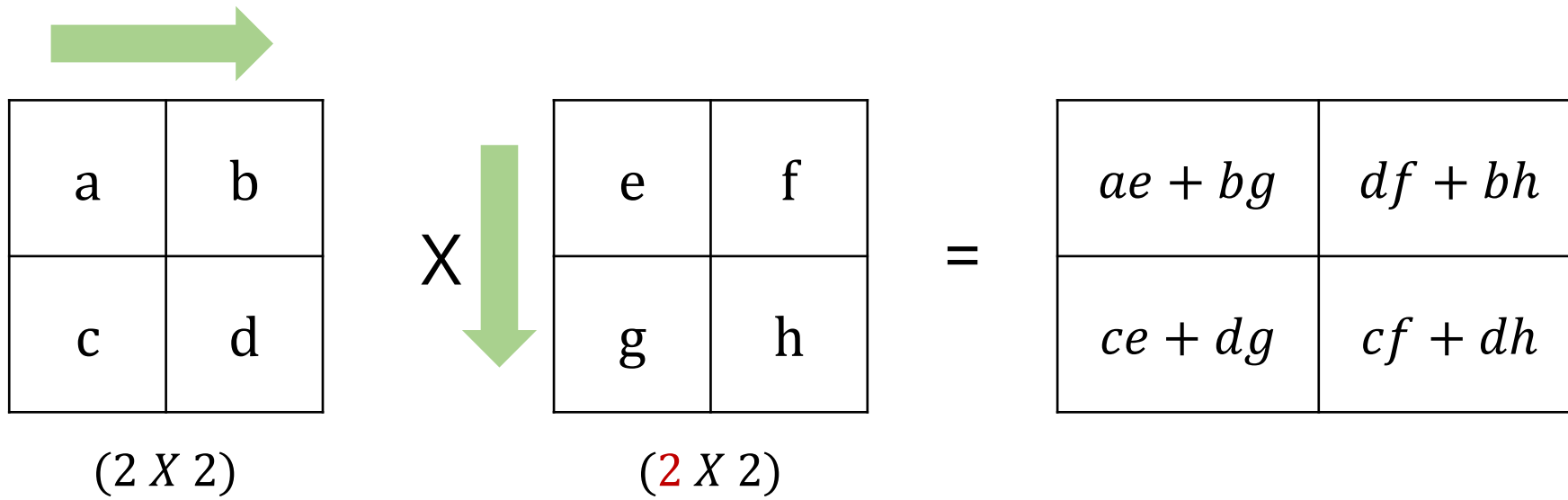
 + 2 =

7	8
5	4

행렬의 곱셈

- 행렬과 스칼라의 연산

- 두 행렬 A와 B는 곱할 수 있습니다.
- 행렬 A의 열의 개수와 행렬 B의 행의 개수가 같아야 합니다.
- 두 행렬의 곱 AB에서 행렬 AB의 크기는 A의 행과 B의 열의 개수를 가집니다.


$$\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \rightarrow \\ \times \\ \downarrow \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline e & f \\ \hline g & h \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline ae + bg & df + bh \\ \hline ce + dg & cf + dh \\ \hline \end{array}$$

(2 X 2) (2 X 2)

행렬 사용 예시

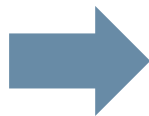
- 2년간의 판매 실적의 합 구하기

2019년

	키보드	마우스
상반기	1,200개	3,400개
하반기	1,400개	3,800개

2020년

	키보드	마우스
상반기	1,900개	2,900개
하반기	1,700개	3,200개



$$\begin{bmatrix} 1200 & 3400 \\ 1400 & 3800 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1900 & 2900 \\ 1700 & 3200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3100 & 6300 \\ 3100 & 7000 \end{bmatrix}$$

행렬 사용 예시

- 가장 체력을 많이 증가시킬 수 있는 선택지 고르기

	물약 1	물약 2	물약 3
선택지 1	3개	1개	4개
선택지 2	3개	2개	3개
선택지 3	4개	2개	2개

	체력 증가량
물약 1	10
물약 2	20
물약 3	30



3	1	4
3	2	3
4	2	2

 \times

10
20
30

 $=$

170
160
140

(3 X 3)
(3 X 1)

PyTorch의 Tensor

- Tensor 만들기

```
import torch

# 리스트를 Tensor로 변환
a = torch.tensor([1, 2, 3])
print(a)

# 값이 초기화되지 않은 행렬을 생성
a = torch.empty(4, 5)
print(a)

# 랜덤 값(uniform)으로 초기화된 행렬을 생성 (기본: 실수형)
a = torch.rand(4, 5)
print(a)

# 0으로 초기화된 행렬을 생성 (정수형)
a = torch.zeros((5, 3), dtype=torch.long)
print(a)
```

PyTorch의 Tensor

- Tensor 더하기

1	1
---	---

 +

2	3
---	---

 =

3	4
---	---

```
import torch
```

```
# Tensor를 만들고 크기를 출력
```

```
a = torch.tensor([1, 1])
```

```
print(a.size())
```

```
# Tensor 더하기
```

```
b = torch.tensor([2, 3])
```

```
c = a + b
```

```
print(c)
```

PyTorch의 Tensor

- Tensor 곱하기

- 기본적인 Tensor의 곱셈은 동일한 위치의 원소끼리 곱하는 연산을 의미합니다.

0	1
2	3

 *

1	2
3	4

 =

0	2
6	12

PyTorch의 Tensor

- Tensor 곱하기

```
import torch

# Tensor 곱하기
a = torch.tensor([[0, 1], [2, 3]])
b = torch.tensor([[1, 2], [3, 4]])
c = a * b

print(c)
```

PyTorch의 Tensor

- Tensor의 행렬 곱
 - Tensor는 행렬 곱 연산을 지원합니다.

```
import torch

# Tensor 곱하기
a = torch.tensor([[0, 1], [2, 3]])
b = torch.tensor([[1, 2], [3, 4]])
c = torch.matmul(a, b)

print(c)
```


PyTorch의 Tensor

- 서로 다른 형태의 Tensor 연산
 - 브로드캐스트: 형태가 다른 행렬을 연산할 수 있도록 형렬의 형태를 동적으로 변환합니다.

0	1	2	3
4	5	6	7
0	1	2	3
4	5	6	7

+

0
1
2
3

=

0	1	2	3
4	5	6	7
0	1	2	3
4	5	6	7

+

0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3

PyTorch의 Tensor

- 서로 다른 형태의 Tensor 연산
 - 브로드캐스트: 형태가 다른 행렬을 연산할 수 있도록 형렬의 형태를 동적으로 변환합니다.

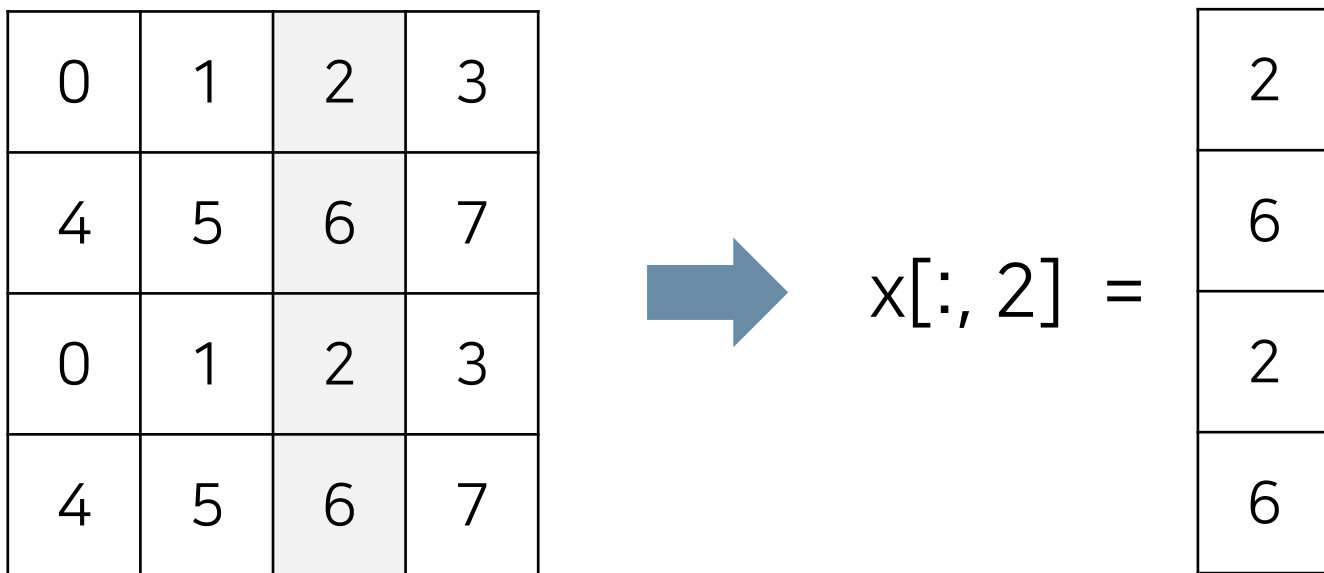
```
import torch

# Tensor 브로드캐스트
a = torch.tensor([1, 2, 3])
b = torch.tensor([[1, 2, 3], [1, 2, 3]])
c = a + b

print(c)
```

PyTorch의 Tensor

- Tensor의 형태 변경
 - Tensor는 인덱싱 표기법을 사용할 수 있습니다.
 - 다양한 방법으로 형태를 변경할 수 있습니다.



PyTorch의 Tensor

- Tensor의 형태 변경

```
import torch

a = torch.tensor([
    [0, 1, 2, 3],
    [4, 5, 6, 7],
    [0, 1, 2, 3],
    [4, 5, 6, 7]
])

print(a[:, 2])
a = a.view(16)
print(a)
a = a.view(4, 4)
print(a)
a = a.view(-1, 8)
print(a)
```

PyTorch의 Tensor

- Tensor와 NumPy 변환

```
import torch
import numpy as np

a = torch.tensor([
    [0, 1, 2, 3],
    [4, 5, 6, 7]
])
print(a)

b = a.numpy()
print(b)

c = torch.from_numpy(b)
print(c)
```

PyTorch의 Tensor

- Tensor에 대한 추가적인 내용 살펴보기
 - <https://pytorch.org/docs/stable/torch.html>

선형 회귀

- 현실 세계의 많은 데이터는 선형적인 구조를 내재합니다.
 - 예시: “많은 시간을 공부할수록 그 시간에 비례하여 실력이 늘지 않을까?”
 - 예시: “많은 돈을 투자할수록, 더 성능이 좋은 제품을 살 수 있지 않을까?”

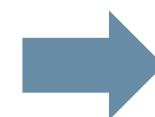
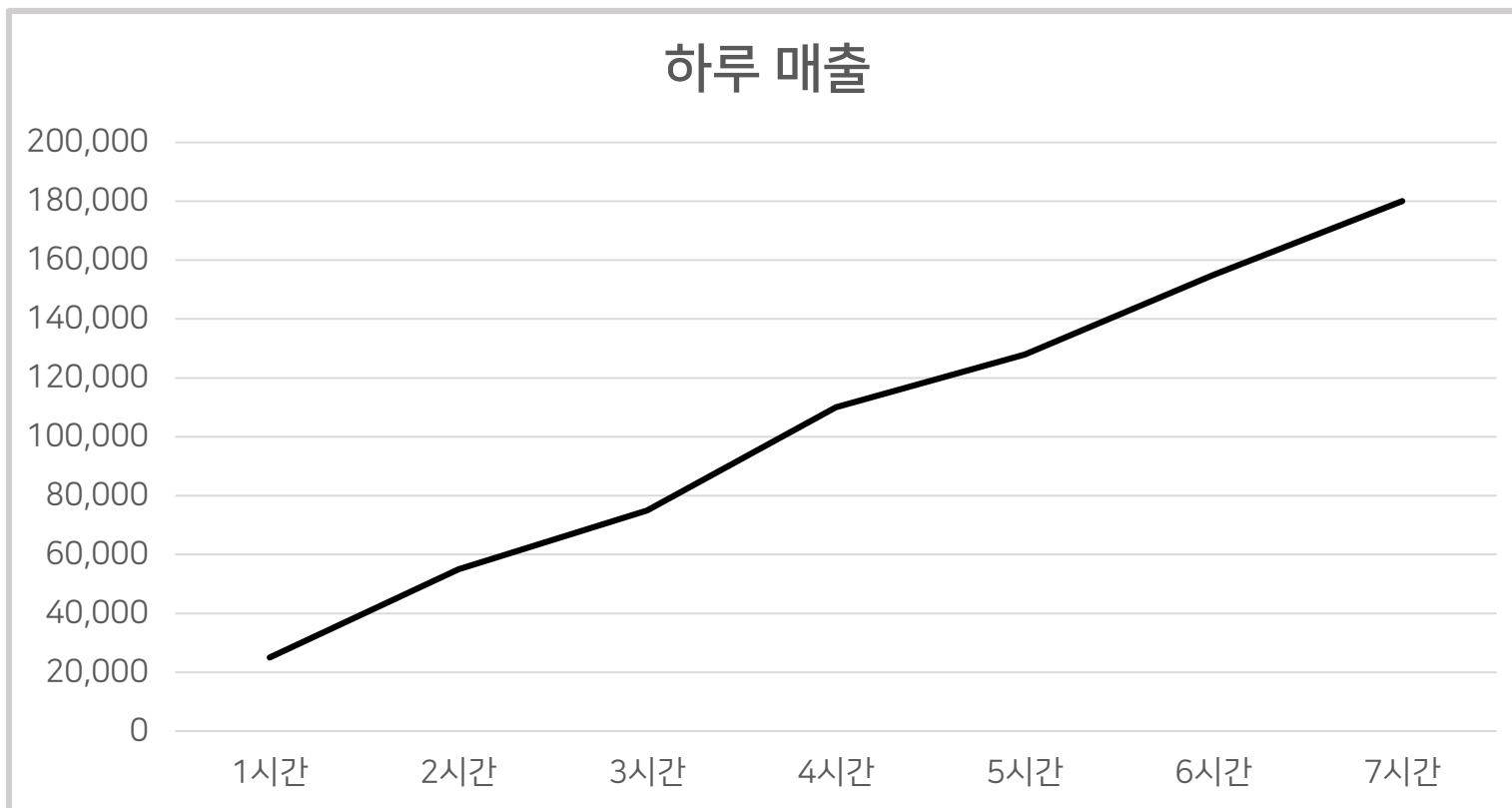
선형 회귀

- 장사꾼의 매출
 - 어느 날, 한 장사꾼의 노동 시간과 매출액은 다음과 같았습니다.
 - 8시간을 일한다면 매출은 얼마일까요?

하루 노동 시간	매출
1	25,000
2	55,000
3	75,000
4	110,000
5	128,000
6	155,000
7	180,000

선형 회귀

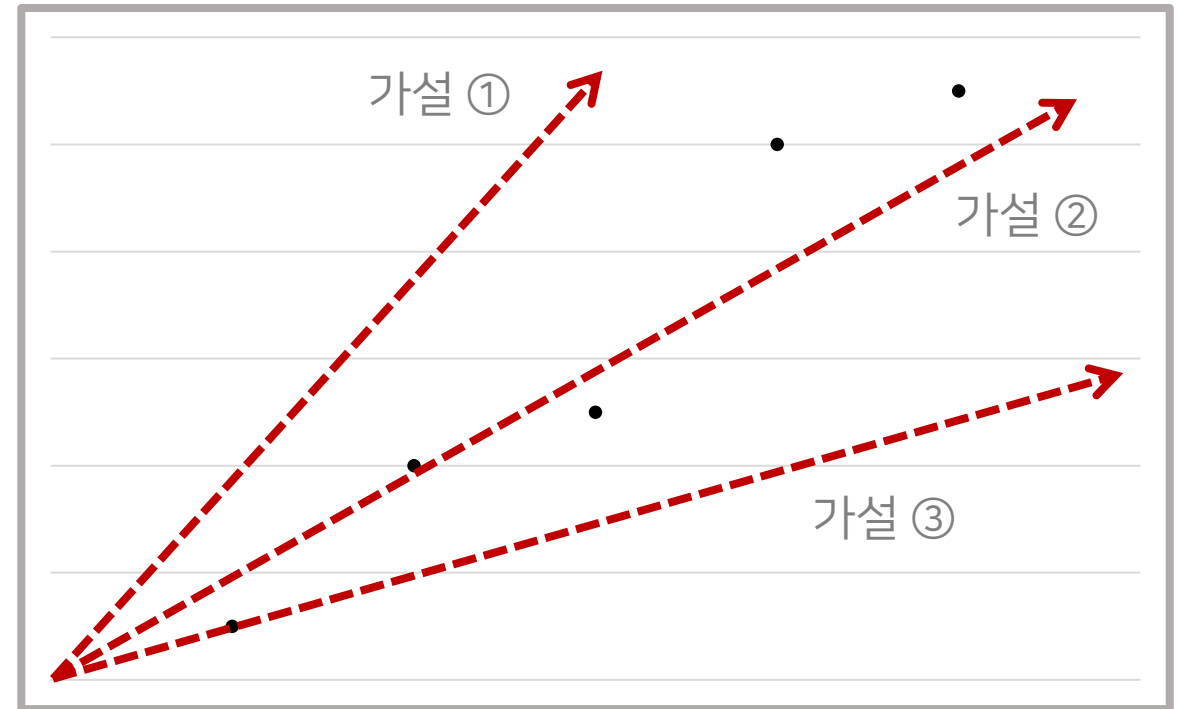
- 장사꾼의 매출
 - 매출 데이터를 그래프로 표현해 봅시다.



“선형 함수로
모델링 할 수 있겠구나!”

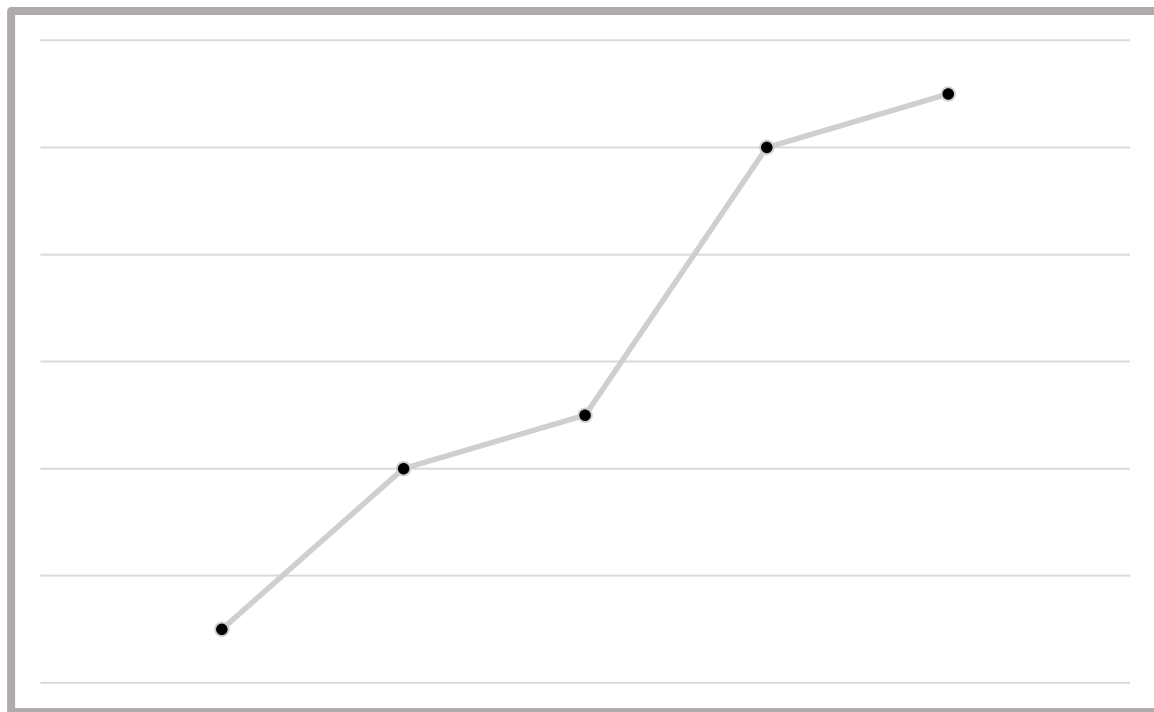
선형 회귀

- 선형 회귀(Linear regression)
 - 주어진 데이터를 학습시켜서 가장 합리적인 선형 함수를 찾아내는 접근 방법을 의미합니다.
 - 데이터는 3개 이상일 때 의미가 있습니다.
 - 데이터를 가장 잘 나타내는 선형 함수는?



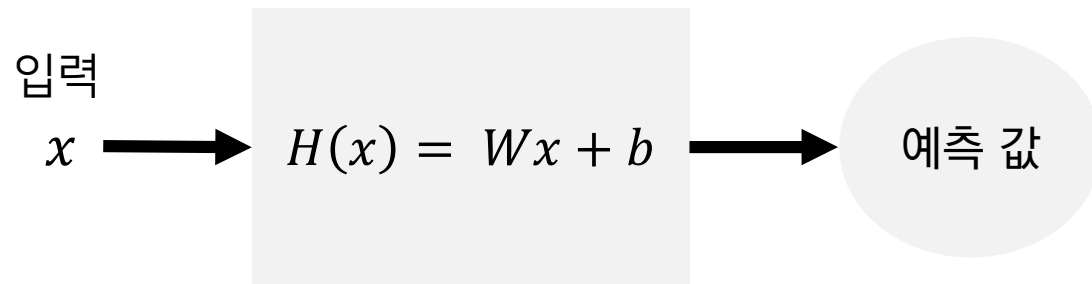
좋은 가설의 기준

- X와 Y의 관계를 하나의 직선으로 완벽하게 표현할 수는 없을 수 있습니다.
- 그렇다면 그나마 합리적인 직선은 어떻게 찾을 수 있을까요?



좋은 가설의 기준

- 선형 함수를 이용해 직선을 표현할 수 있습니다.
- 가설 함수(파라미터)를 수정해 나가면서 가장 합리적인 식을 찾아낼 수 있습니다.
- 가설 함수: $H(x) = Wx + b$



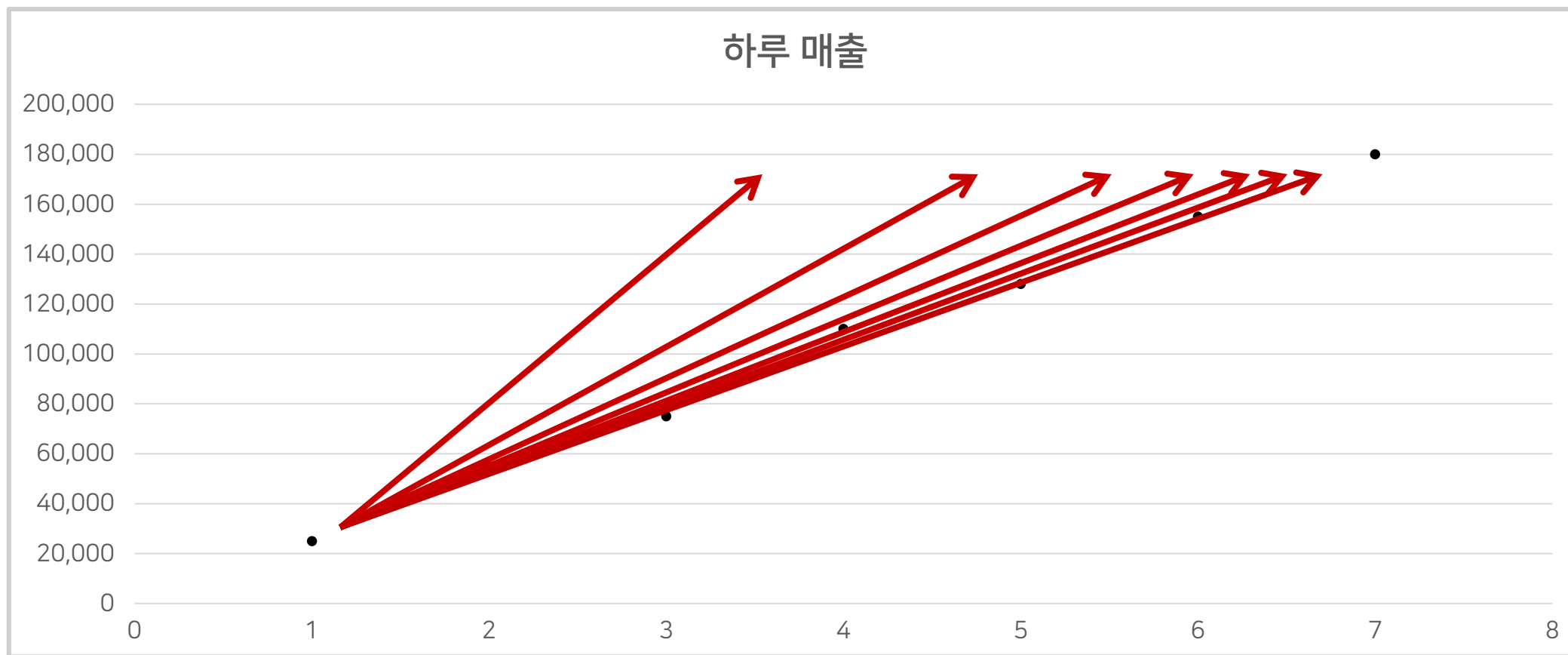
학습(Training) 개요

- 선형 회귀에서의 학습은 주어진 데이터를 이용해 선형 함수를 수정해 나가는 것입니다.
 - 학습을 거쳐 가장 합리적인 파라미터를 도출합니다.
- 학습을 많이 해도 완벽한 식을 찾아내지 못할 수 있습니다.
- 하지만 실제 사례에서는 근삿값을 찾는 것만으로도 충분할 때가 많습니다.
 - 딥러닝은 함수를 적절히 근사해주는 소프트웨어입니다.

*Universal Approximation Theorem

학습(Training) 개요

- 학습이 이루어지는 과정을 직관적으로 이해해 봅시다.



비용 함수(Cost Function)

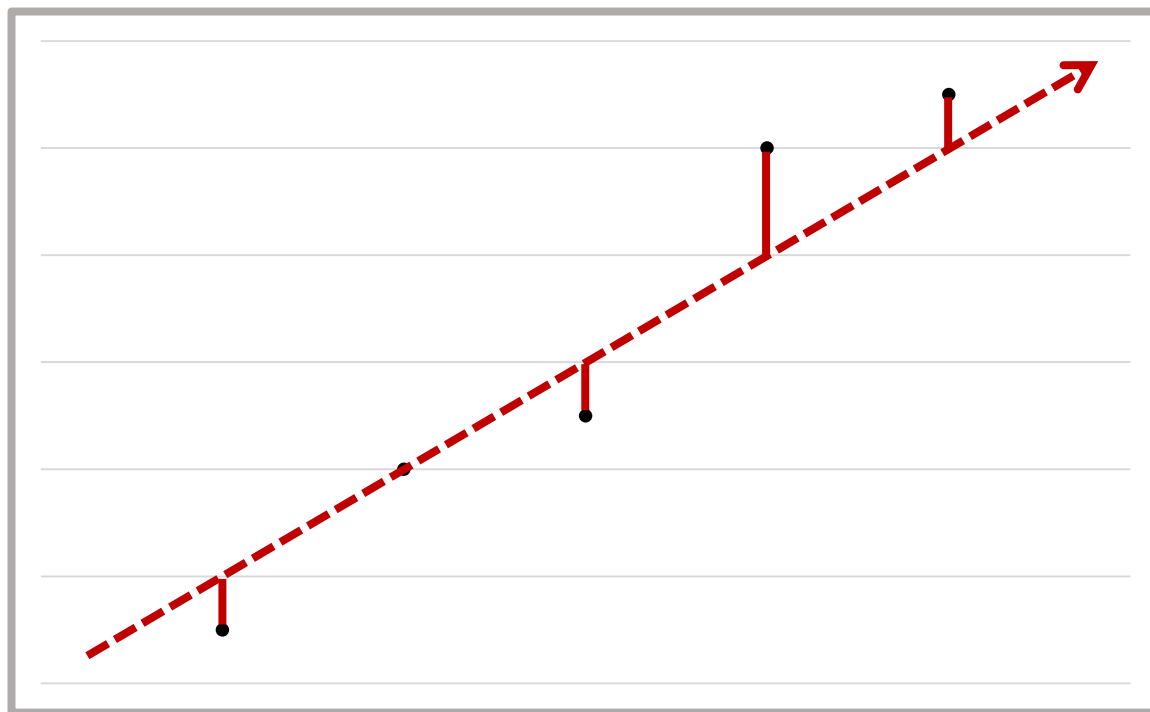
- 비용(Cost)
 - 가설이 얼마나 정확한지 판단하는 기준입니다.
 - 가설이 정확하지 않다면, 비용이 많이 발생합니다.
 - 비용을 줄이는 방향으로 학습을 진행합니다.
 - 일반적으로 비용을 계산할 때는 실제 값과 예상값이 얼마나 다른가를 기준으로 설정합니다.

비용 함수(Cost Function)

- 비용(Cost)
 - 단순히 비용을 실제 값 - 예상 값으로 설정하면 될까요?

$H(x) = Wx + b$ 일 때

$C = y - H(x)$ 라면?



비용 함수(Cost Function)

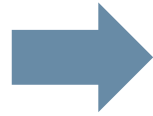
- MSE (Mean Squared Error)
 - 모든 데이터에 대한 (실제 값 - 예상 값)²의 합으로 비용을 계산합니다.
 - 따라서 다음 식을 최소화하는 파라미터 (W, b)를 찾는 것이 목표입니다.

$$cost(W, b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (H(x_i) - y_i)^2$$

비용 함수(Cost Function)

- 비용 구하기 예제
 - 데이터가 다음과 같다면 어떤 선형 함수가 적절할까요?

X	Y
1	2
2	4
3	6



$$y = 2x$$

- 데이터의 개수가 작을 때 인간은 선형 함수를 간단히 찾을 수 있습니다.
- 하지만 데이터의 개수가 많을 때도 인간이 쉽게 계산할 수 있을까요?
- 이러한 비용을 기계적으로 줄이는 방법이 필요합니다.

비용 함수(Cost Function)

- 비용 구하기 예제
 - $W = 1, b = 2$ 일 때의 비용을 계산합니다.

X	Y
1	2
2	4
3	6

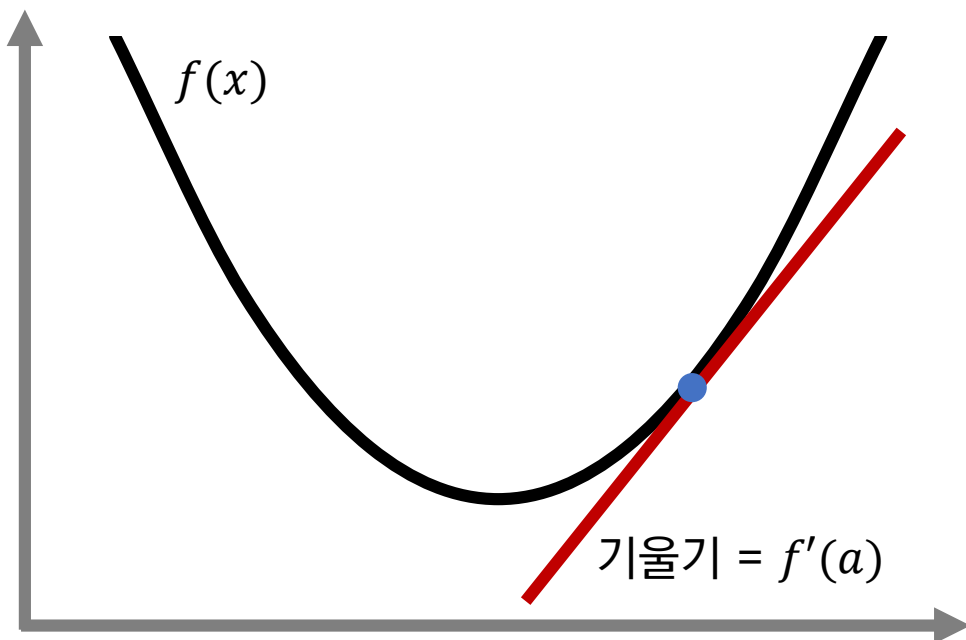
$$\begin{aligned} \text{cost}(W, b) &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (H(x_i) - y_i)^2 \\ &= \frac{(3 - 2)^2 + (4 - 4)^2 + (5 - 6)^2}{3} \\ &= 2/3 \end{aligned}$$



비용을 더 줄려면, W 와 b 를 어떻게 바꾸어야 할까요?

미분(Ordinary Derivative)

- 도함수(Derivative) $f'(x)$ 란?
 - 입력(파라미터) x 에 대하여, 함수 f 의 기울기-gradient를 알려주는 함수
 - 입력(파라미터) x 에 대하여, 함수 f 가 얼마나 민감하게 변화하는지(순간 변화율)를 알려주는 함수
- 미분(Differentiation)이란? 도함수 $f'(x)$ 를 계산하는 작업

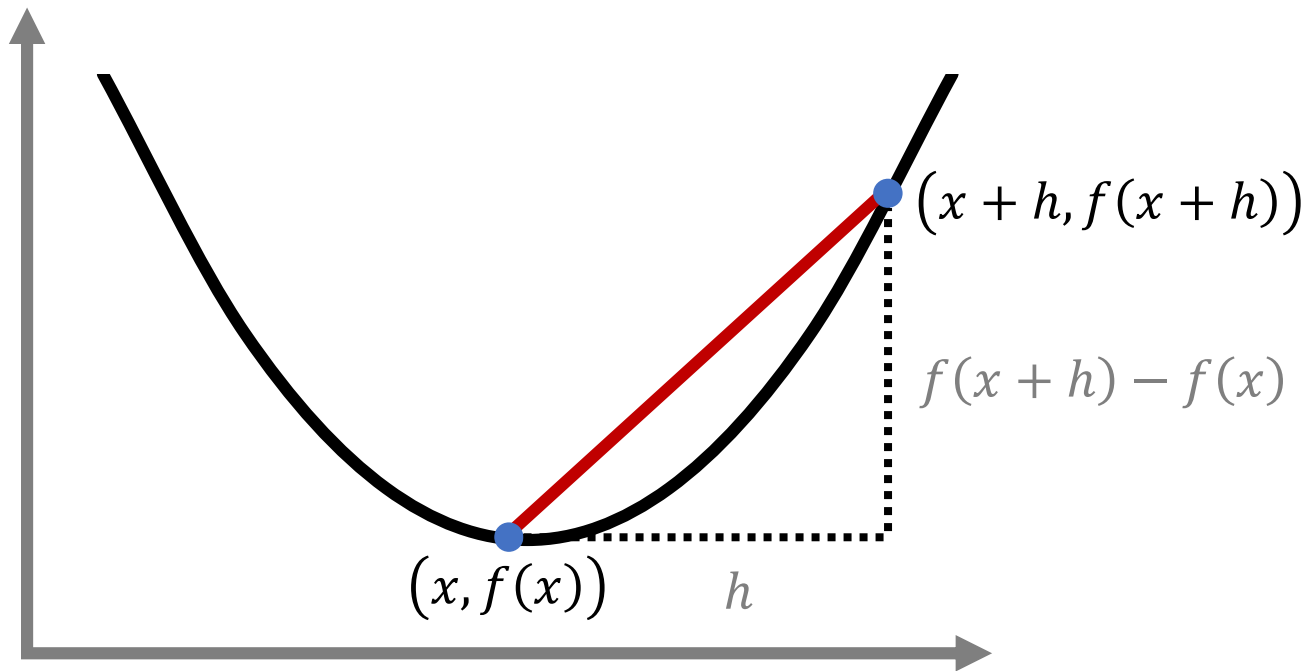


따라서 어떠한 함수 $f(x)$ 가 있을 때, 특정한 점 a 의 위치에서의 기울기-gradient 혹은 순간 변화율 값을 구하고 싶다면 $f'(a)$ 를 계산하면 됩니다.

미분(Ordinary Derivative)

- 기울기의 정의

- $f(x)$ 의 변화량 / x 의 변화량
- 특정 함수에서 x 가 h 만큼 변할 때의 기울기를 계산해 봅시다.



- x 가 h 만큼 변할 때의 기울기는?

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



도함수란 x 에서의 순간 변화율을 알려주는 함수
이므로, $h = 0$ 일 때의 값을 계산해야 합니다.

미분(Ordinary Derivative)

- 따라서 도함수 $f'(x)$ 는 다음과 같이 계산할 수 있습니다.

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- 미분은 인공지능 분야에서 뉴럴 네트워크를 학습(training)을 시키기 위한 과정에서 사용됩니다.
- 뉴럴 네트워크의 파라미터를 기울기 값을 기준으로 학습을 시키는 방법을 주로 이용합니다.
- 실제로 h 를 0.0001 정도로 설정하여 근사할 수도 있으나 기계학습 라이브러리에서는 실제로 도함수를 계산하여 학습을 진행하며, 레이어가 많으므로 연쇄법칙(chain-rule)을 이용하게 됩니다.
- 기본 미분 공식

$$(constant)' = 0 \quad (ax^k)' = kax^{k-1}$$

미분(Ordinary Derivative)

- 기본 미분 공식

$$(constant)' = 0 \quad (ax^k)' = kax^{k-1}$$

- 지수 함수 미분 공식

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(e^{f(x)})' = e^{f(x)} * f'(x)$$

$$(a^{f(x)})' = a^{f(x)} * \ln a * f'(x)$$

- 로그 함수 미분 공식

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

- 삼각 함수 미분 공식

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x$$

편미분(Partial Derivative)

- 편미분: 다변수 함수(multivariate function)에서 하나의 변수를 기준으로 미분하는 작업
- 미분할 때 다른 변수는 모두 상수(constant) 취급합니다.

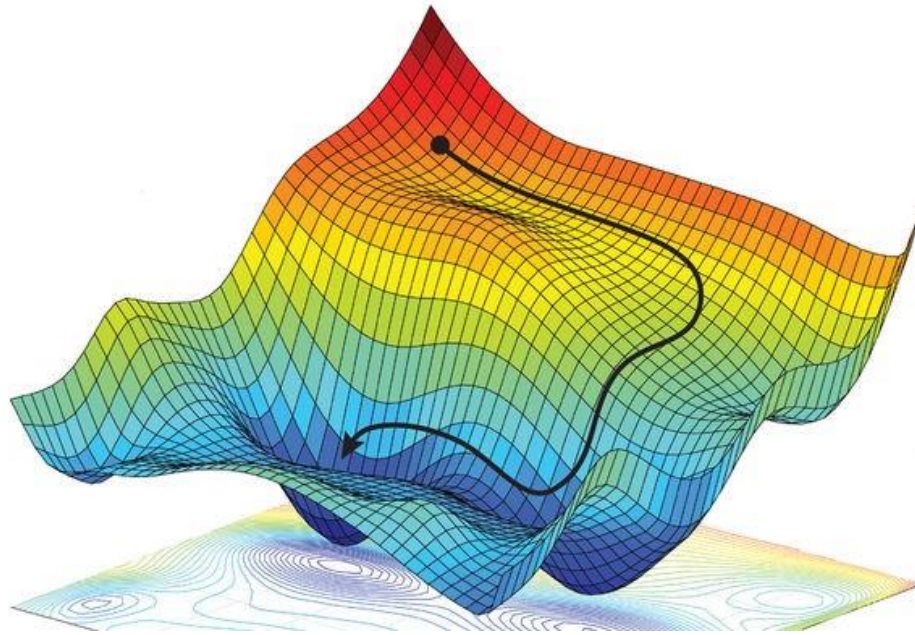
$$f(x, y) = 2x^2 + xy + 5y$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial(2x^2 + xy + 5y)}{\partial x} = 4x + y$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial(2x^2 + xy + 5y)}{\partial y} = x + 5$$

편미분(Partial Derivative)

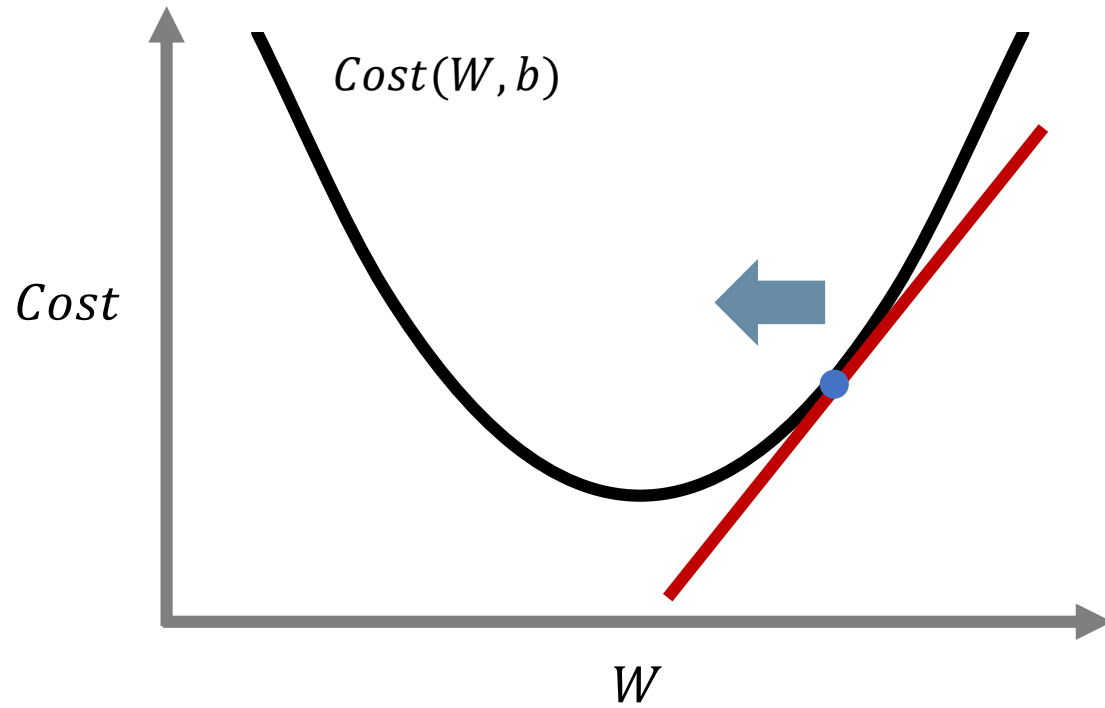
- 실제로 딥러닝 모델에서 입력(input)이나 가중치(weight) 값들이 다변수 벡터 형태입니다.
 - 따라서 딥러닝 모델에서 학습(training) 과정은 편미분을 통해 이루어집니다.



- 또한 딥러닝 모델은 다수의 레이어로 구성되어 있기 때문에 연쇄법칙(chain-rule)을 이용합니다.

경사 하강(Gradient Descent)

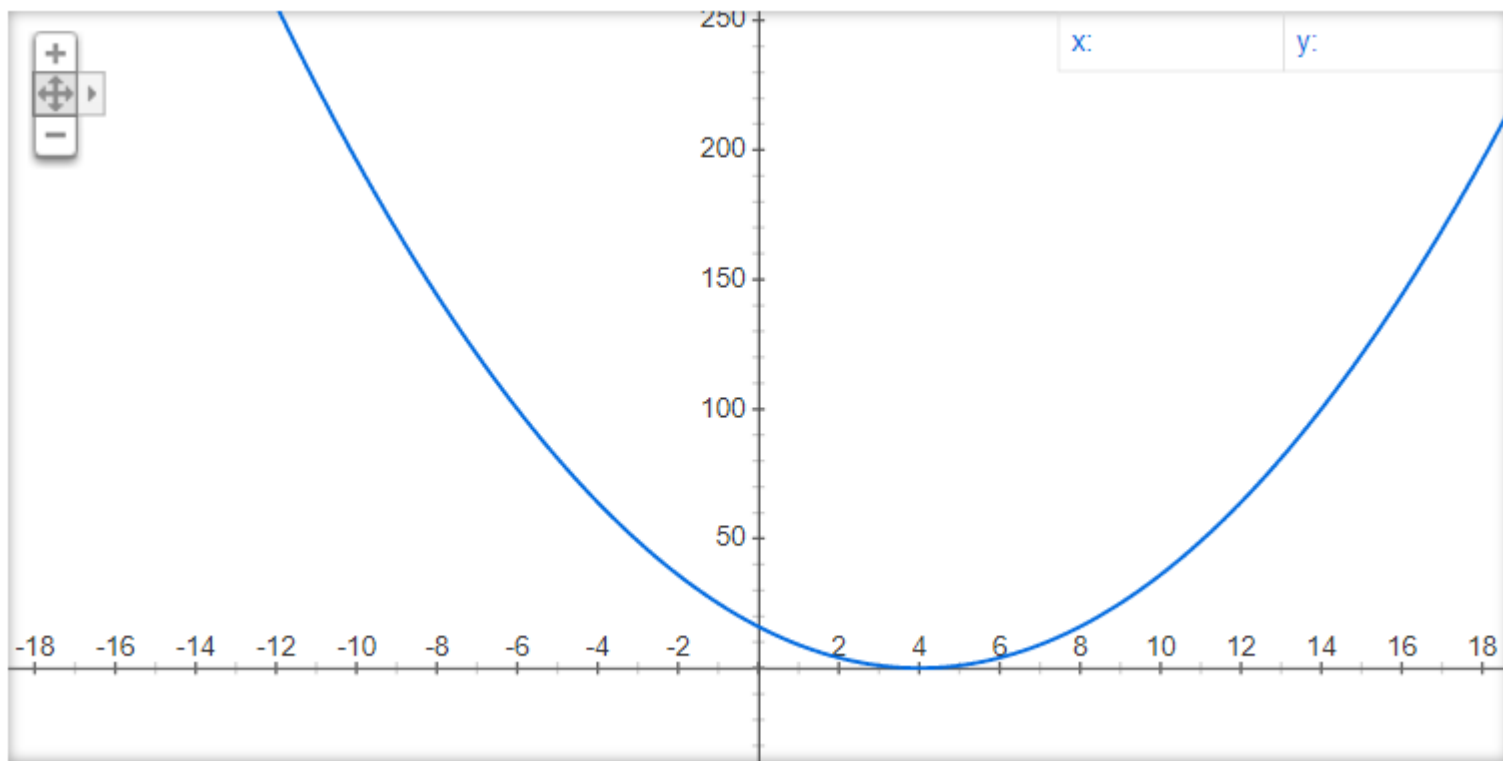
- 미분을 이용하면 특정 값에서의 기울기를 구할 수 있습니다.
- 경사 하강: 기울기를 구하여 비용을 줄이는 방법입니다.



“현재 기울기가 양수(+)구나?
가중치를 음수(-) 방향으로 이동시키자!”

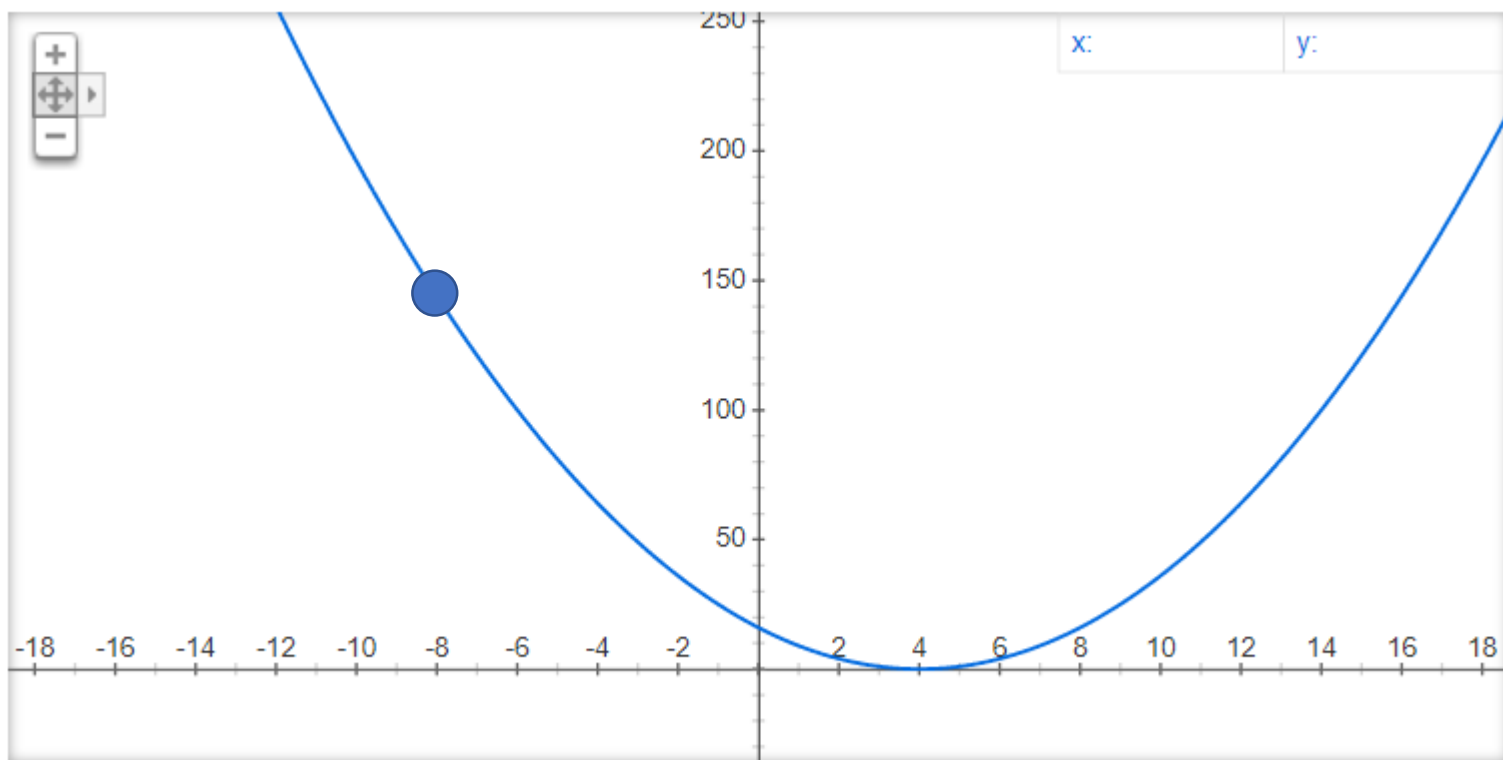
경사 하강(Gradient Descent)

- 그래프 $(x - 4)^2$ 가 있다고 가정합니다. 가장 y 값이 작을 때를 찾고 싶습니다.



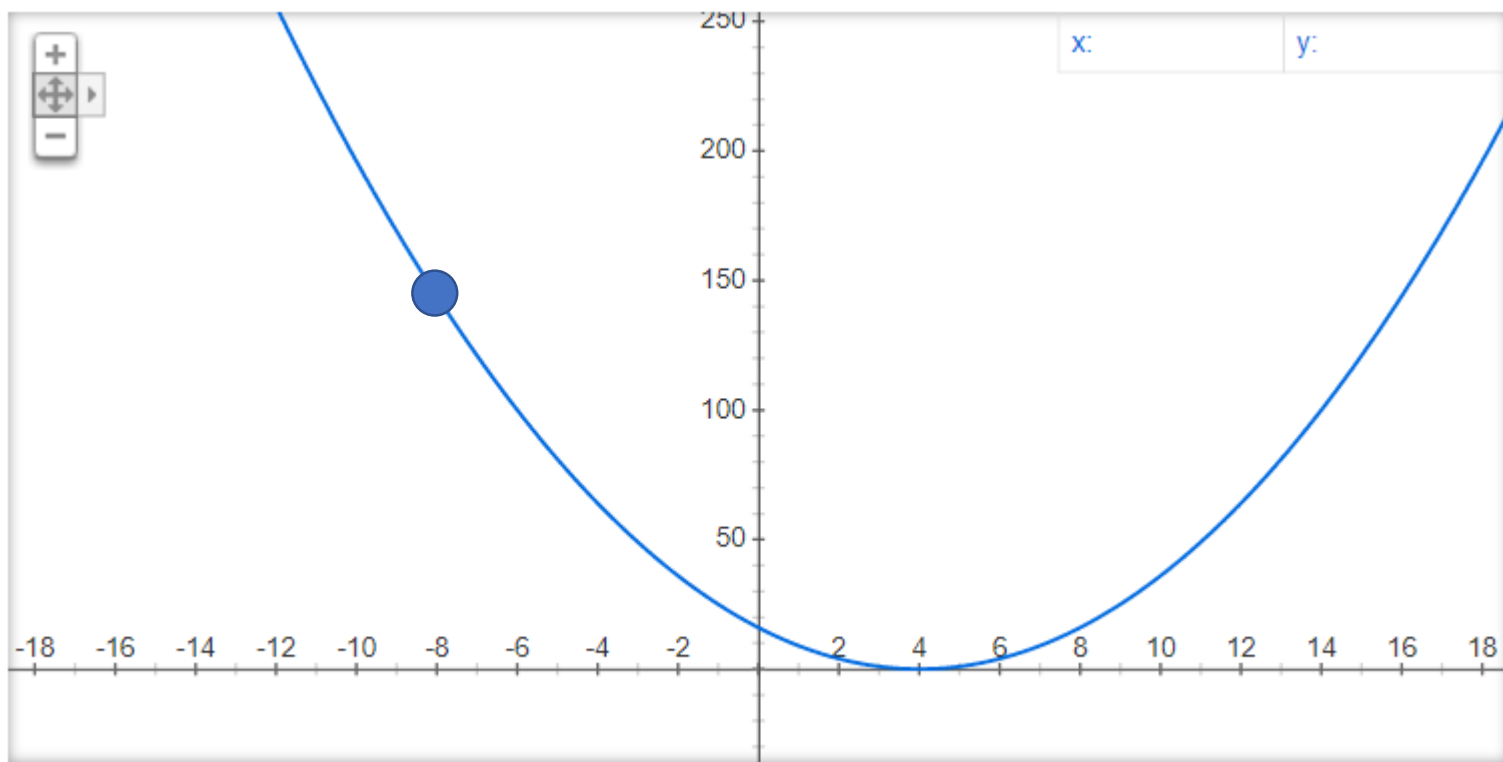
경사 하강(Gradient Descent)

- 예를 들어 $x = -8$ 일 때 y 값은 144입니다.



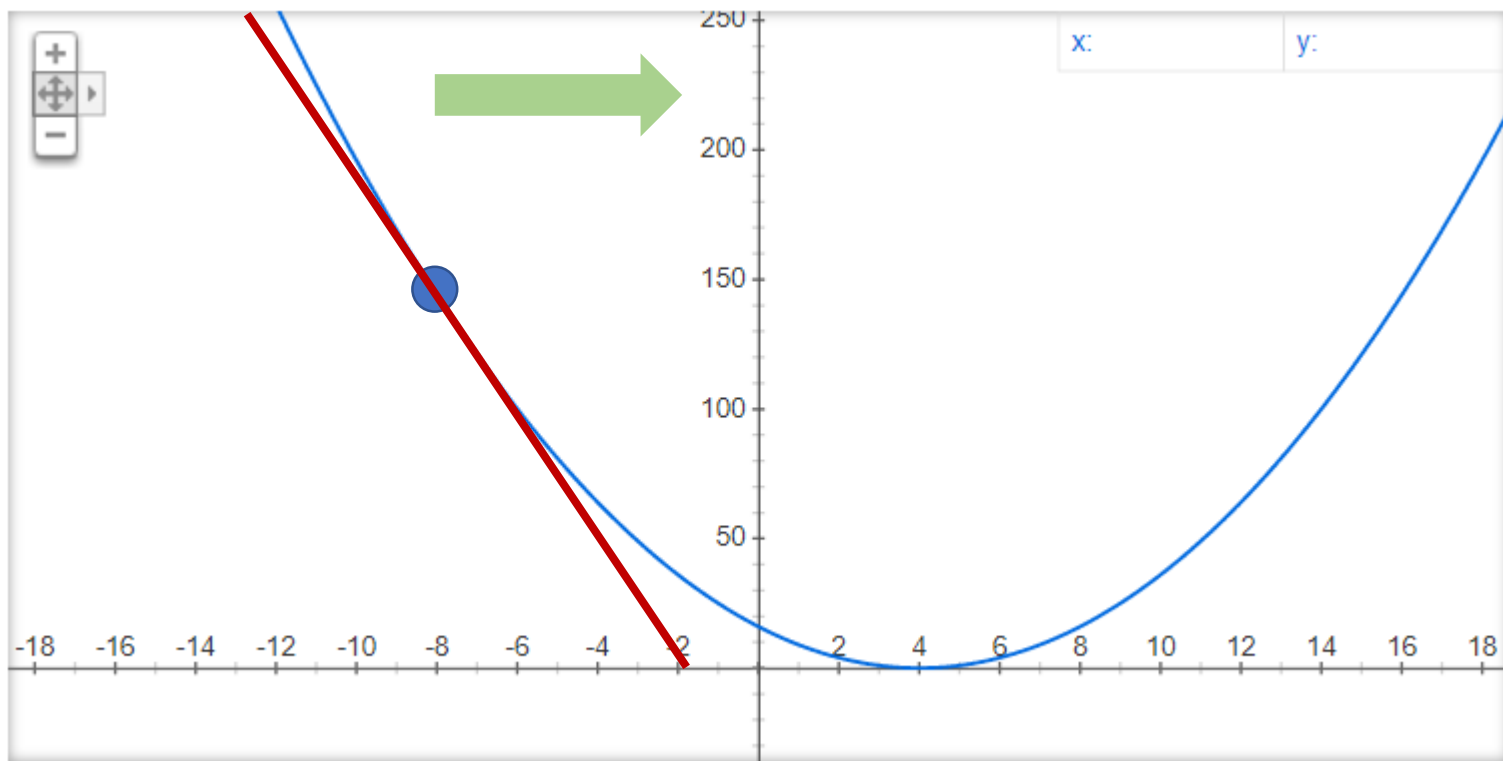
경사 하강(Gradient Descent)

- 도함수 $f'(x)$ 는 $2x - 8$ 입니다. 따라서 $x = -8$ 에서의 기울기는 -24 입니다.



경사 하강(Gradient Descent)

- 기울기 값의 반대 방향으로 이동하면 y 값이 줄어들게 되므로 비용을 줄일 수 있습니다.



경사 하강(Gradient Descent)

- 현재의 기울기(gradient)를 통해 업데이트 방향을 결정합니다.
- 실제 함수에서는 여러 극소점(local minimum)이 존재할 수 있습니다.
 - 극소점: 기울기가 0인 낮은 지점을 의미합니다.
- 최소점(global minimum)을 찾지 못해도(혹은 없어도) 최소점에 가까운 지점까지 비용을 낮추기 위해 파라미터를 업데이트합니다.

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- 먼저 간단히 $H(x) = Wx$ 를 고려합니다.
- 비용 함수는 다음과 같습니다.

$$cost(W) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (Wx_i - y_i)^2$$

- 그렇다면 $(Wx_i - y_i)^2$ 의 합을 어떻게 하면 가장 작게 할 수 있을까요?

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- 가중치(W)에 대한 비용 함수의 기울기를 구한 뒤에 기울기의 반대 방향으로 W 를 업데이트합니다.
- 어느 정도의 크기로 이동해야 할까요?
 - 예를 들어 $W = 4$ 에서 기울기가 7일 때, $W = -3$ 의 위치로 이동하는 것은 과할 수 있습니다.
 - 너무 많이 이동하면 튕겨 나갈 수 있으므로, 학습률(learning rate)을 곱하여 이동합니다.
- 학습률이 0.01이라면, $-7 * 0.01$ 만큼만 이동합니다.

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- 또한 미분을 수행하지 않고 수치적으로 근사하여 기울기를 계산할 수 있습니다.
- 파라미터 w 가 있을 때 다음의 공식을 이용해 기울기(gradient)를 계산해 봅시다.

$$cost'(w) = \frac{dcost(W)}{dW} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{cost(W + h) - cost(W)}{h}$$

- dW 값은 0.001과 같이 작은 값으로 설정할 수 있습니다.
- 실제 딥러닝 프레임워크는 미분을 수행하여 계산합니다.

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- 학습 목적의 데이터를 준비합니다.

하루 노동 시간	하루 매출
1	25,000
2	55,000
3	75,000
4	110,000
5	128,000
6	155,000
7	180,000

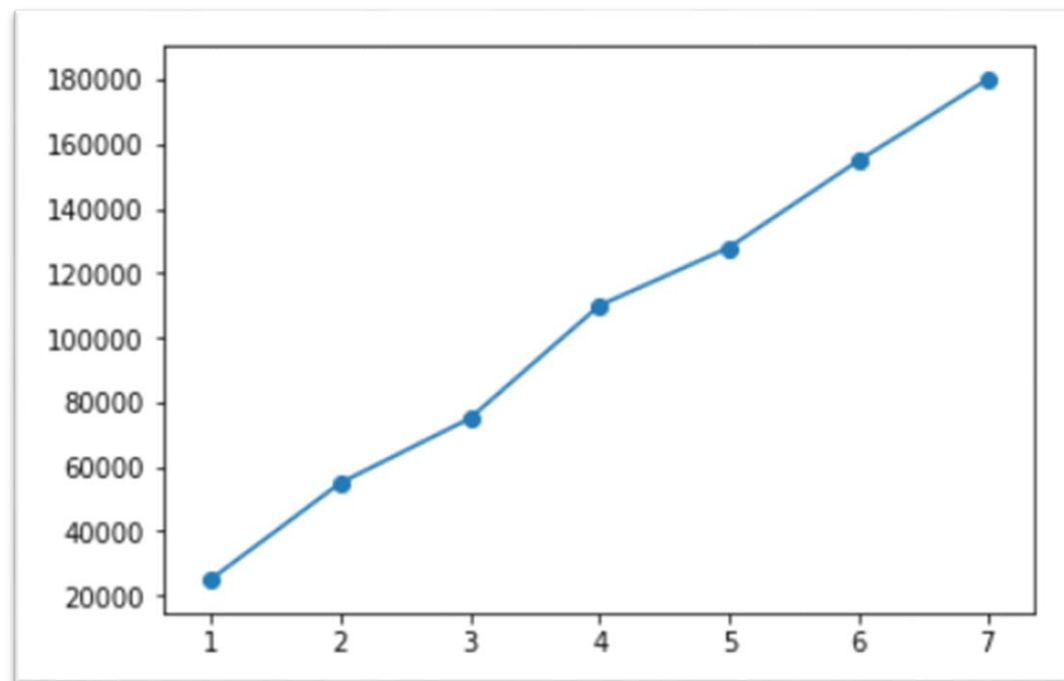
선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- Python만을 이용한 구현: 데이터 준비하기 (Linear Regression 바닥부터 구현)

```
import matplotlib.pyplot as plt

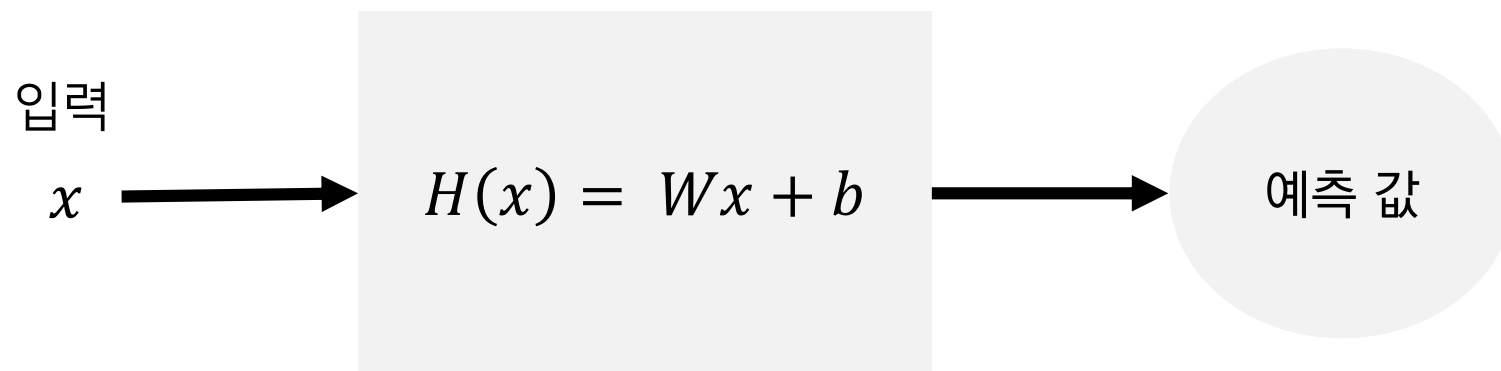
X = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]
Y = [25000, 55000, 75000, 110000, 128000, 155000, 180000]

plt.plot(X, Y)
plt.scatter(X, Y)
```



선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- 순방향(Forward): 모델에 입력을 넣어 결과를 출력하는 과정



선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- Python만을 이용한 구현: 가설 클래스 정의하기

```
# 가설 모델(학습 시킬 대상)
class H():
    def __init__(self, w):
        self.w = w
    # 결과를 반환하는 함수
    def forward(self, x):
        return self.w * x
    # 가설의 비용을 구하는 함수 (낮추어야 할 대상)
    def get_cost(self, X, Y):
        cost = 0
        for i in range(len(X)):
            cost += (self.forward(X[i]) - Y[i]) ** 2
        cost = cost / len(X)
        return cost
```

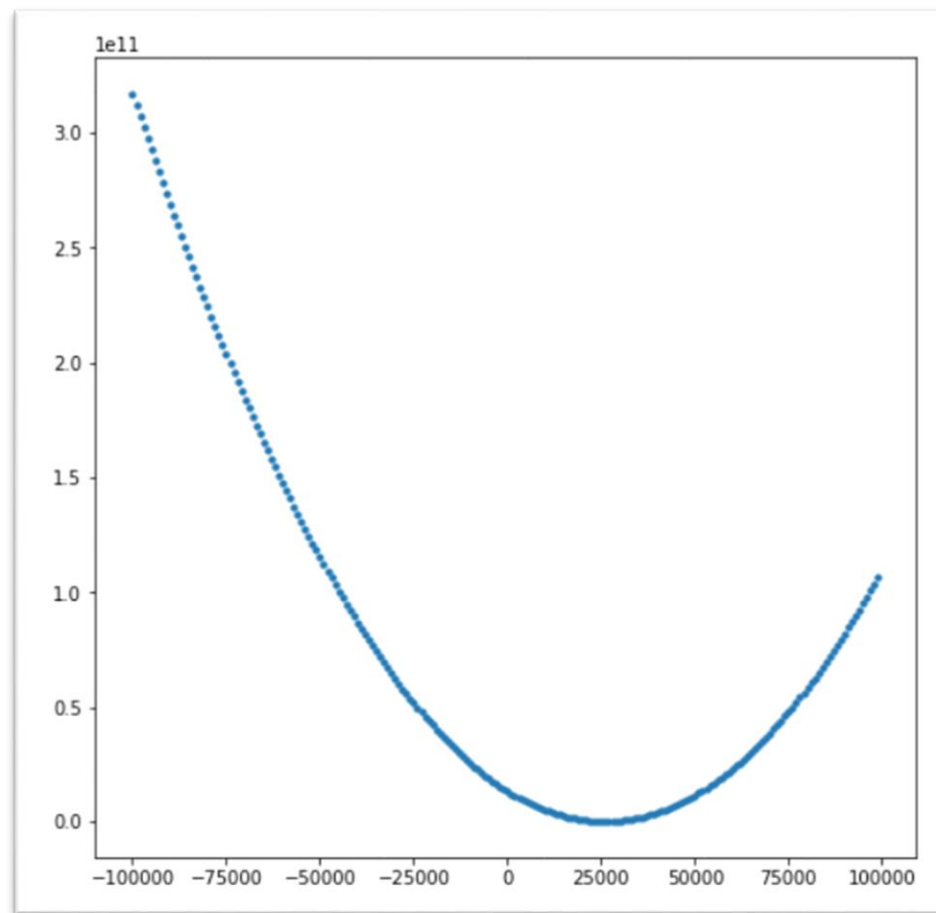
선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- Python만을 이용한 구현: 가중치(W)에 따른 비용 확인

```
cost_list = []
w_list = []

# w를 -300,000부터 300,000까지 바꾸어 보며 비용 확인
for i in range(-300, 300):
    w = i * 1000
    h = H(w)
    cost = h.get_cost(X, Y)
    w_list.append(w)
    cost_list.append(cost)

# 결과적으로 약 25,000 정도일 때 최소 비용임을 확인
plt.figure(figsize=(8, 8))
plt.scatter(w_list, cost_list, s=10)
```



선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- Python만을 이용한 구현: 미분 없이 기울기 계산하기(모델 클래스)

```
# 기울기를 계산하는 함수
def get_gradient(self, X, Y):
    cost = self.get_cost(X, Y)
    dw = 0.001
    self.w = self.w + dw
    next_cost = self.get_cost(X, Y)
    self.w = self.w - dw
    dcost = next_cost - cost
    gradient = dcost / dw
    return gradient, next_cost

# w 값을 변경하는 함수
def set_w(self, w):
    self.w = w

# w 값을 반환하는 함수
def get_w(self):
    return self.w
```


선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- Python만을 이용한 구현: 학습 진행하기

```
w = 4
h = H(w)
learning_rate = 0.001

for i in range(1001):
    gradient, cost = h.get_gradient(X, Y)
    h.set_w(h.get_w() + learning_rate * -gradient)
    if i % 100 == 0:
        print("[ epoch: %d, cost: %.2f ]" % (i, cost))
        print("w = %.2f, w_gradient = %.2f" % (h.get_w(), gradient))
```

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- Python만을 이용한 구현: 결과 예측하기

```
print("f(x) = %.2fx" %(h.get_w()))  
print("예측값: [%.2f]" %(h.forward(8)))
```

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- 미분을 활용한 수식 간소화

$$W := W - \alpha \frac{\partial}{\partial W} (\text{cost}(W))$$

$$W := W - \alpha \frac{\partial}{\partial W} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (Wx_i - y_i)^2 \right)$$

$$W := W - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m 2(Wx_i - y_i) x_i$$

$$W := W - \alpha \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m (Wx_i - y_i) x_i$$

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx$

- Python만을 이용한 구현: 미분을 이용해 기울기 계산하기(모델 클래스)

```
# 미분으로 기울기를 계산하는 함수
def get_gradient_using_derivative(self, X, Y):
    gradient = 0
    for i in range(len(X)):
        gradient += (h.forward(X[i]) - Y[i]) * X[i]
    gradient = 2 * gradient / len(X)
    cost = self.get_cost(X, Y)
    return gradient, cost
```

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx + b$

- 비용(Cost) 함수를 다음과 같이 원래 형태대로 다시 정의합시다.

$$cost(W, b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((Wx_i + b) - y_i)^2$$

- 업데이트 할 파라미터의 수가 2개가 되었습니다.
- 어떻게 미분할 수 있을까요?

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx + b$

- 편미분을 활용한 수식 간소화

$$cost(W, b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((Wx_i + b) - y_i)^2$$

$$W := W - \alpha \frac{\partial}{\partial W} (cost(W, b))$$

$$b := b - \alpha \frac{\partial}{\partial b} (cost(W, b))$$



$$W := W - \alpha \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m (Wx_i + b - y_i) x_i$$

$$b := b - \alpha \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m (Wx_i + b - y_i)$$

선형 회귀 예시: $H(x) = Wx + b$

- Python만을 이용해 구현해보기
 - Linear Regression 바닥부터 구현(Bias 포함) 실습
- PyTorch를 이용해 구현해보기

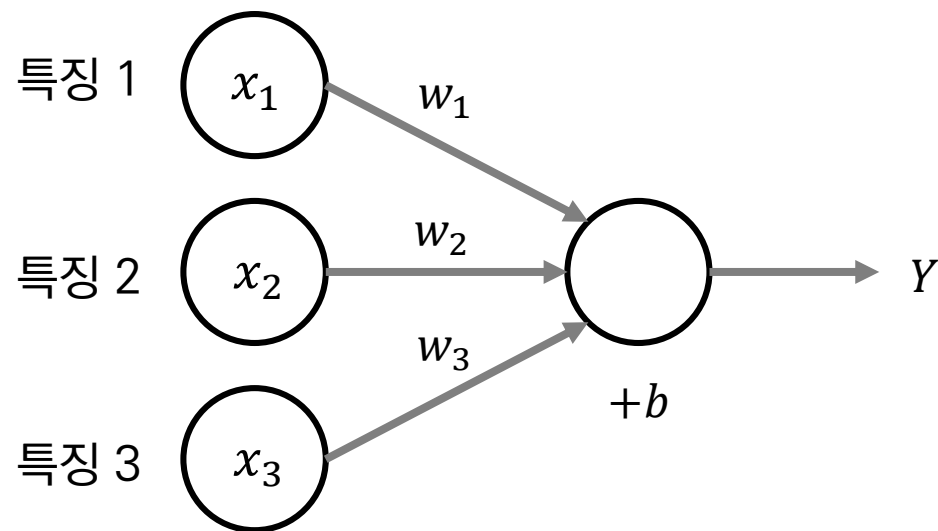
다변수 선형 회귀

- 다변수 선형 회귀에서는 변수가 여러 개입니다.

$$H(x) = Wx + b$$



$$\begin{aligned} H(x_1, x_2, x_3) &= w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + b \\ &= f\left(\sum_i W_i x_i + b\right) \end{aligned}$$



다변수 선형 회귀

- 한 번에 여러 개의 입력이 들어온다면?
 - 행렬 곱을 이용합니다.

$$\begin{array}{ccc} \text{특징1} & \text{특징2} & \text{특징3} \\ \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \end{pmatrix} & * & \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11}w_1 + x_{12}w_2 + x_{13}w_3 \\ x_{21}w_1 + x_{22}w_2 + x_{23}w_3 \\ x_{31}w_1 + x_{32}w_2 + x_{33}w_3 \\ x_{41}w_1 + x_{42}w_2 + x_{43}w_3 \end{pmatrix} \end{array}$$

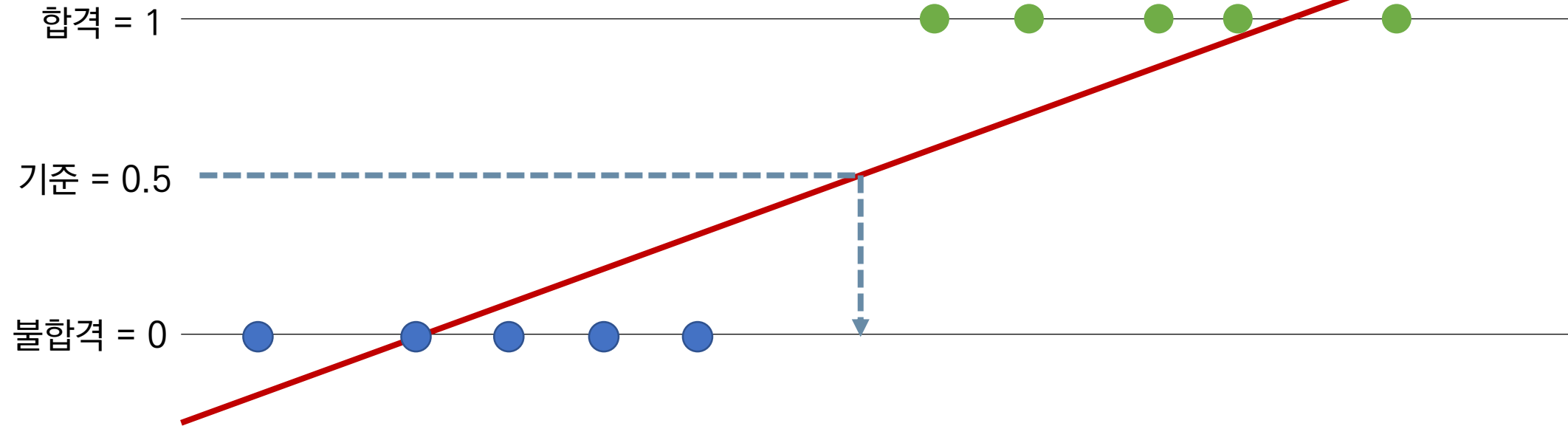
$$H(X) = XW$$

다변수 선형 회귀

- PyTorch를 이용해 구현해보기
- 실습 코드 살펴보기
 - 다변수 선형 회귀(multivariable linear regression) 구현

분류(Classification) 문제

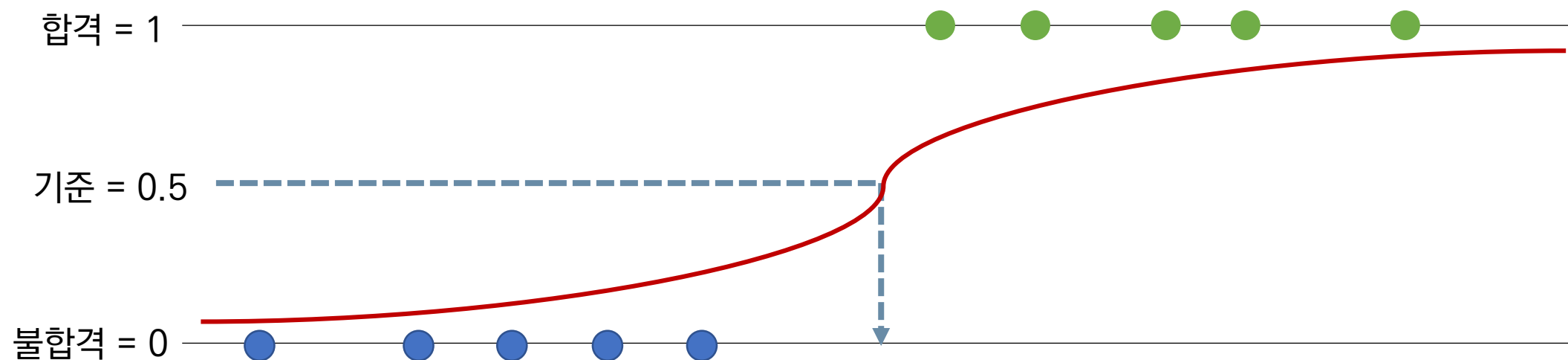
- 앞서 공부한 선형 회귀를 이용하여 분류 문제를 해결할 수 있을까요?
 - 선형 회귀로 공부 시간에 따른 합격/불합격 분류를 해봅시다.



- 결과 값을 0부터 1사이로 제한해야 분류(Classification) 문제를 해결하기에 효과적일 것입니다.

로지스틱 회귀(Logistic Regression)

- 회귀를 사용하여 데이터가 어떤 클래스에 속할 확률을 0부터 1사이의 값으로 예측합니다.
 - 예시: 공부 시간에 따른 합격/불합격 분류기
 - 예시: 이미지 특징에 따른 강아지/고양이 분류기

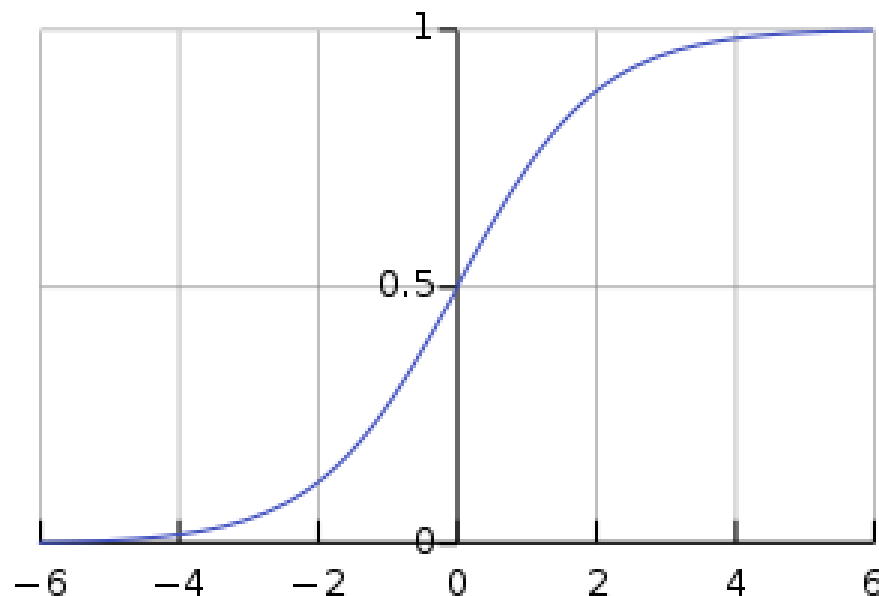


이진 분류와 Sigmoid

- Sigmoid 함수는 다음과 같습니다.

$$\text{Sigmoid}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

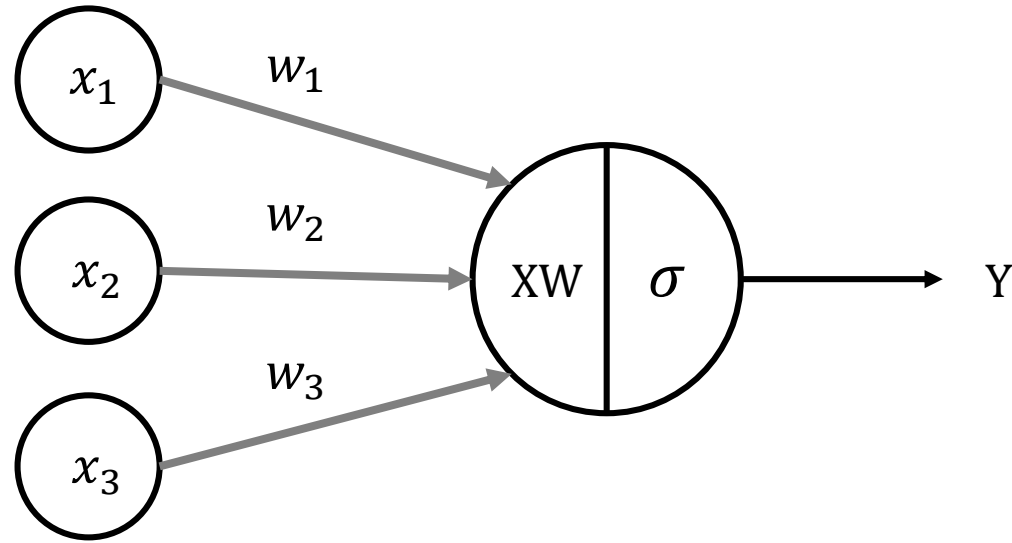
- 모든 위치에서 미분이 가능합니다.
- 0부터 1 사이의 확률 값을 반환합니다.
- 로지스틱 회귀(Logistic Regression)에 적합합니다.



이진 분류와 Sigmoid

- 실제 결과 값을 뽑기 전에 Sigmoid 함수에 넣으면 어떨까요?

$$H(X) = \frac{1}{1 + e^{-XW}}$$



- 결과는 항상 0부터 1 사이의 확률 값으로 한정됩니다.
- 다만 기존에 사용했던 MSE 비용 함수를 그대로 사용하기 어렵습니다. (non-convexity)

엔트로피(Entropy)

- Entropy는 특정 시스템이 얼마나 불안정한지 알려주는 근거로 사용될 수 있습니다.

$$H(P, Q) = - \sum P(x) \log(Q(x))$$

- $P(x)$: 실제 확률
- $Q(x)$: 예측 확률
- 예를 들어 예측 확률이 0.1이고, 실제 확률이 1이라고 해봅시다.
 - 이는 예측이 많이 틀린 것입니다.
 - 따라서 매우 큰 값(정보량)이 도출됩니다.

Logistic Regression의 비용 함수

- Convex를 보장할 수 있는 비용 함수를 새롭게 정의합니다.
- $y = 1$ 일 때와 $y = 0$ 일 때를 나누어서 분류 문제의 비용 함수를 설정할 수 있습니다.

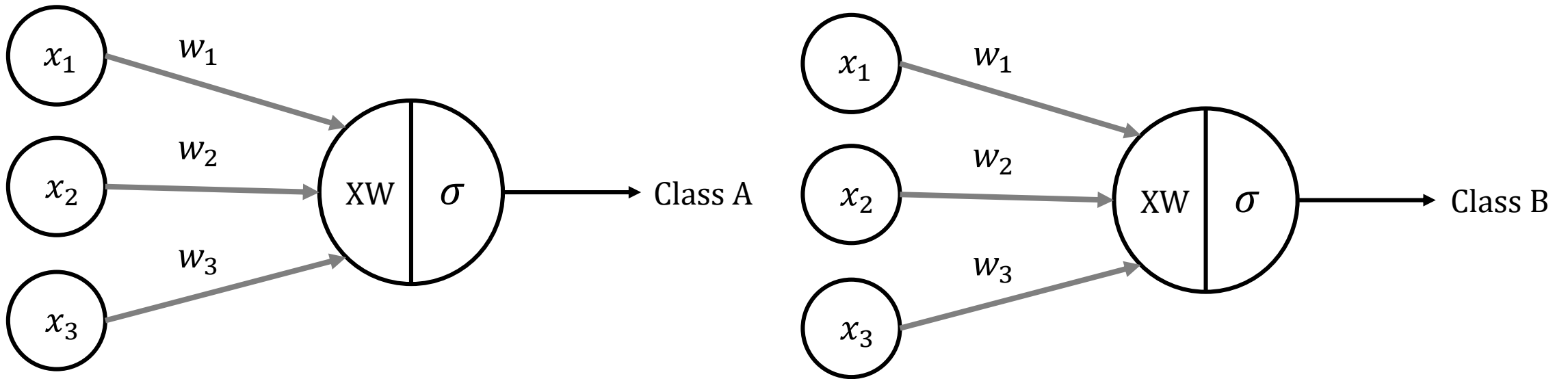
$$c(H(x), y) = \begin{cases} -\log(H(x)) & : y = 1 \\ -\log(1 - H(x)) & : y = 0 \end{cases}$$

- 만약 판단 결과가 틀리게 되면 log 함수에 의하여 큰 피드백이 가해집니다.
- 결과적으로 비용 함수는 조건식 없이 다음과 같은 형태로 사용합니다.

$$c(H(x), y) = -y \log(H(x)) - (1 - y) \log(1 - H(x))$$

Multinomial Classification

- 클래스가 여러 개인 문제를 해결하는 방법을 알아보시다.
 - 각각의 클래스마다 확률 값을 구하는 아이디어를 사용할 수 있을까요?



Multinomial Classification

- 클래스가 여러 개인 문제를 해결하는 방법을 알아보시다.
 - 행렬 곱을 이용하면 하나의 네트워크만을 이용할 수 있습니다.

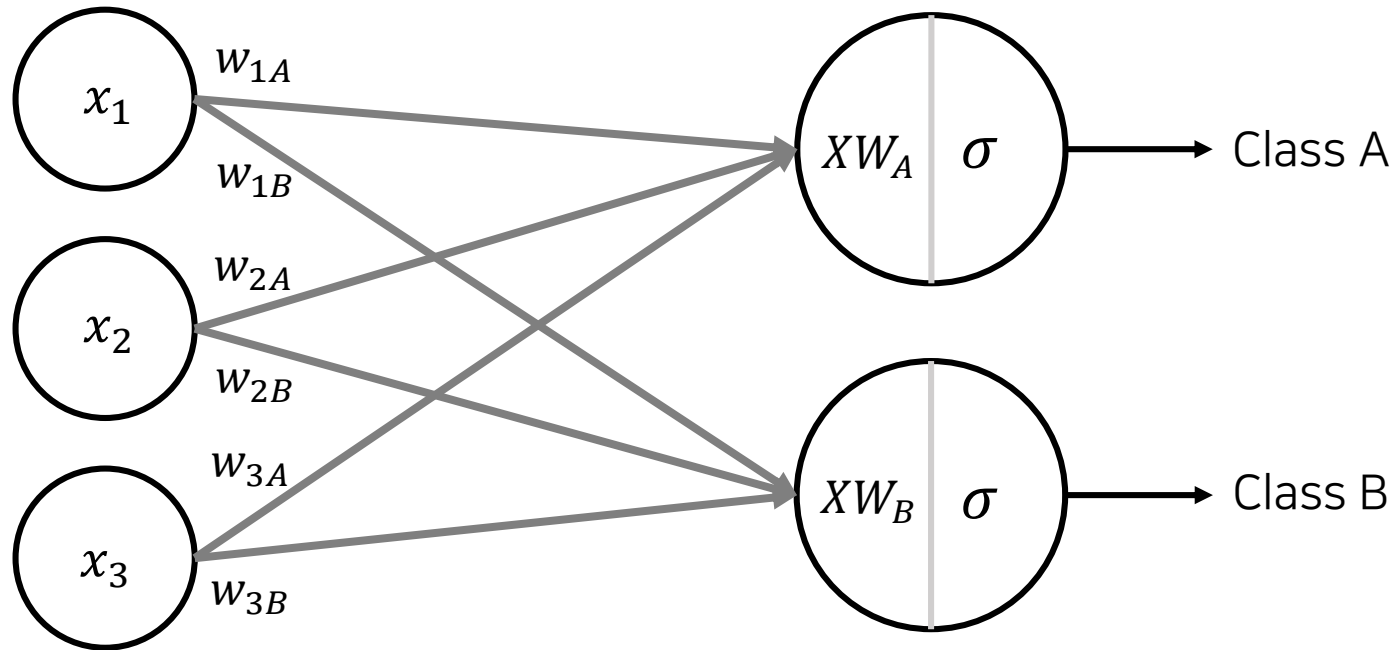
$$\begin{array}{c} \text{특징1} \quad \text{특징2} \quad \text{특징3} \\ H(x_1 \quad x_2 \quad x_3) \end{array} * \begin{pmatrix} w_{1A} & w_{1B} \\ w_{2A} & w_{2B} \\ w_{3A} & w_{3B} \end{pmatrix} = \begin{array}{cc} \text{Class A} & \text{Class B} \\ (x_1 w_{1A} + x_2 w_{2A} + x_3 w_{3A}) & (x_1 w_{1B} + x_2 w_{2B} + x_3 w_{3B}) \end{array}$$

$$H(X) = \frac{1}{1 + e^{-XW}} = \frac{s(x_1 w_{1A} + x_2 w_{2A} + x_3 w_{3A})}{s(x_1 w_{1A} + x_2 w_{2A} + x_3 w_{3A}) + s(x_1 w_{1B} + x_2 w_{2B} + x_3 w_{3B})}$$

- 단 Sigmoid 함수를 매번 취해야 할까요?

Multinomial Classification

- 클래스가 여러 개인 문제를 해결하는 방법을 알아보시다.

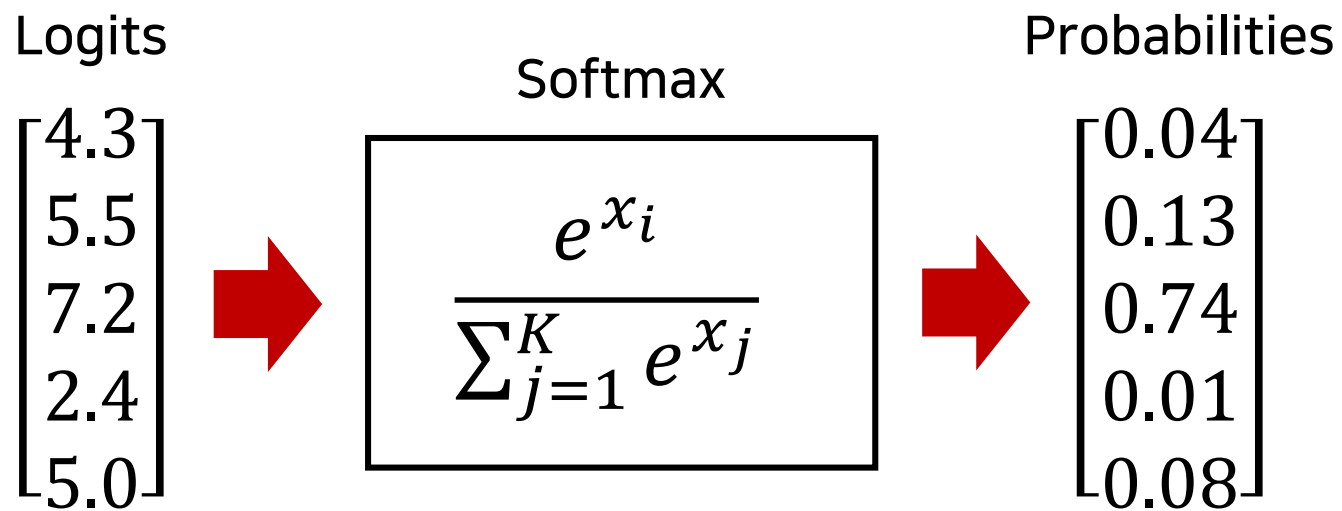


Sigmoid를 쓴다면?

- 아웃풋 뉴런 각각 0부터 1사이의 값을 가집니다.
- 모델의 결과를 모두 합쳤을 때 1이 되면 더 좋을 것입니다.
- 예시) 이미지가 들어왔을 때
 - 고양이: 70%
 - 강아지: 30%

Softmax Function

- 모델의 결과(Output)을 모두 합한 값이 1이 되도록 만들기 위해 Softmax를 사용합니다.



- Binary classification → Sigmoid를 사용
- Multinomial classification → Softmax 사용

Cross-entropy 비용 함수

- 마지막 레이어에서 Softmax를 사용할 때 비용 함수를 어떻게 설정할 수 있을까요?
 - 크로스 엔트로피(Cross-entropy) 비용 함수를 이용합니다.

S

L

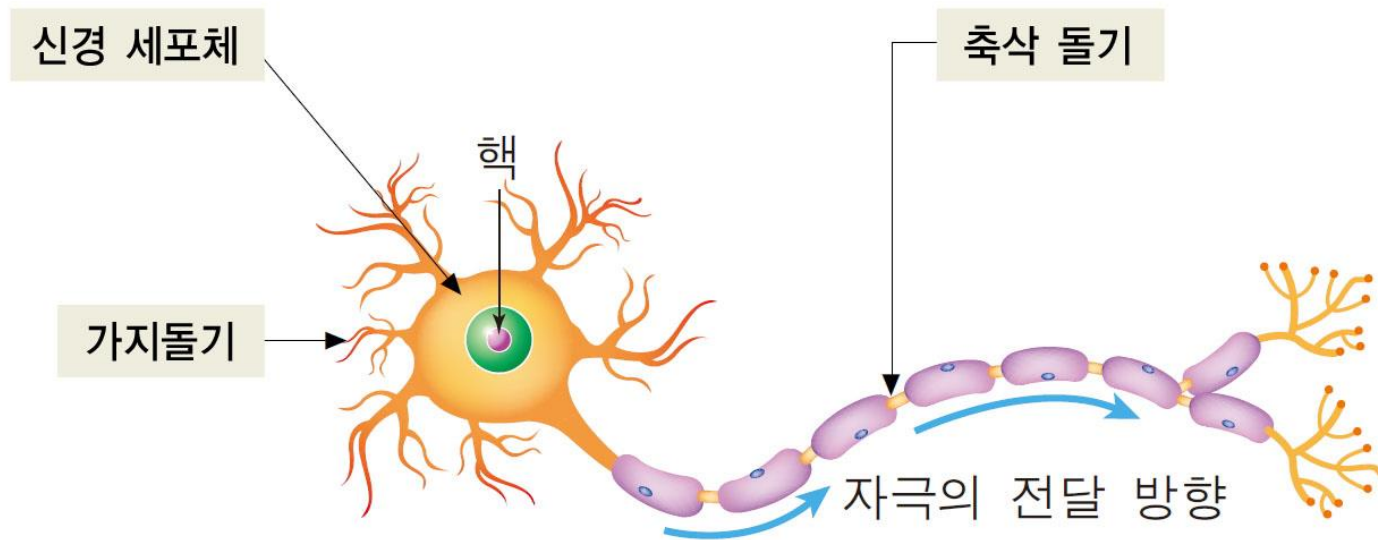
$CrossEntropy(S, L) = - \sum_i L_i \log(S_i)$

$\begin{bmatrix} 0.04 \\ 0.13 \\ 0.74 \\ 0.01 \\ 0.08 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

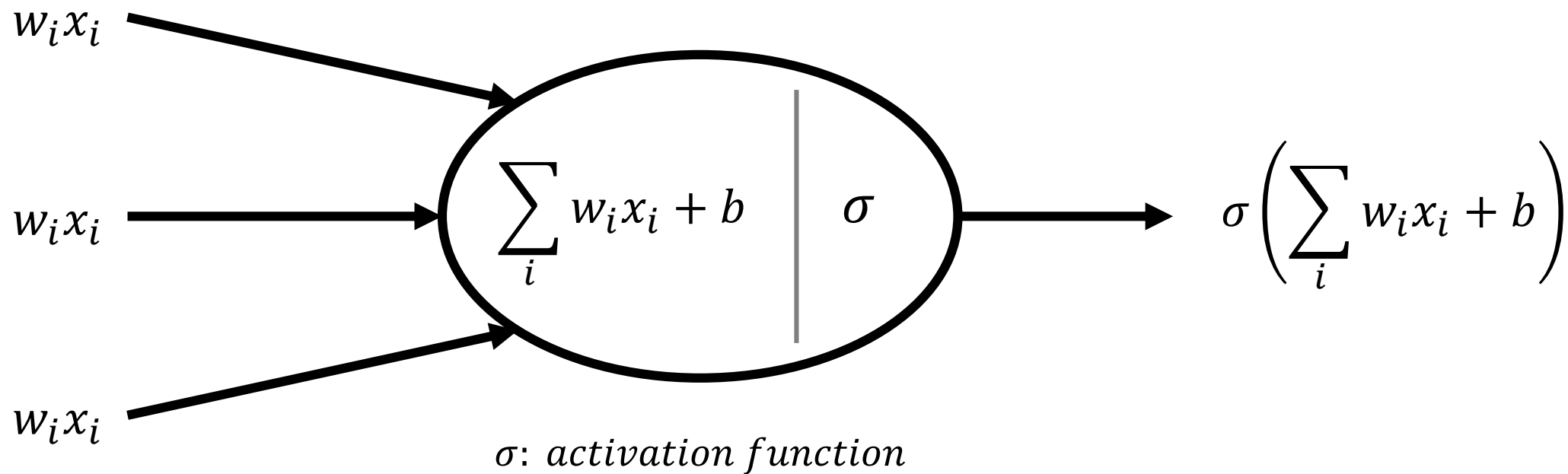
딥러닝 개요: 뉴런(Neuron)

- 뉴런은 뇌를 구성하는 기본 단위입니다.
- 사람의 뇌는 1,000억 개 이상의 뉴런으로 구성된 복잡한 회로와 같습니다.



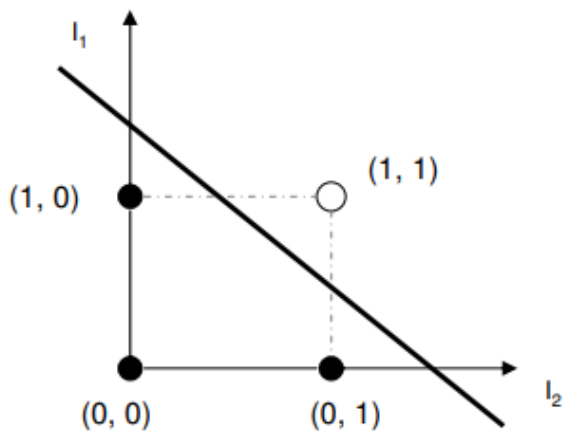
딥러닝 개요: 뉴런(Neuron)

- 뉴런을 수학적으로 모델링할 수 있습니다.
- 활성화 함수를 이용하여 비선형성(non-linearity)을 추가합니다.

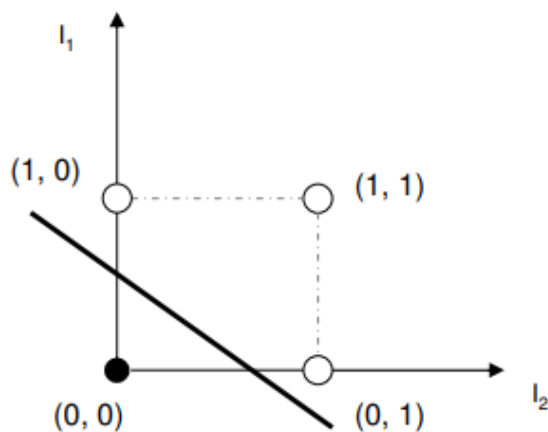


XOR 문제

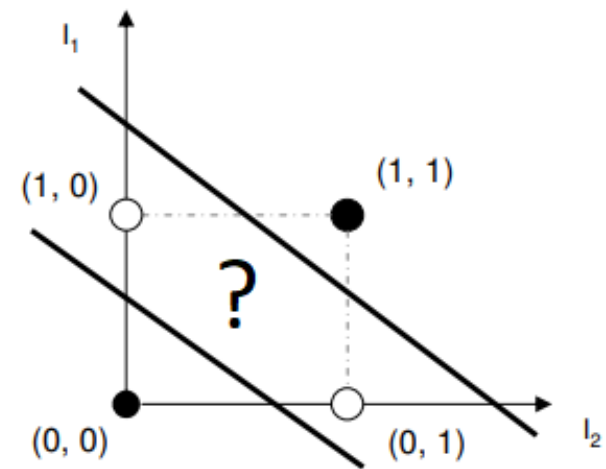
AND		
I_1	I_2	out
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



OR		
I_1	I_2	out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



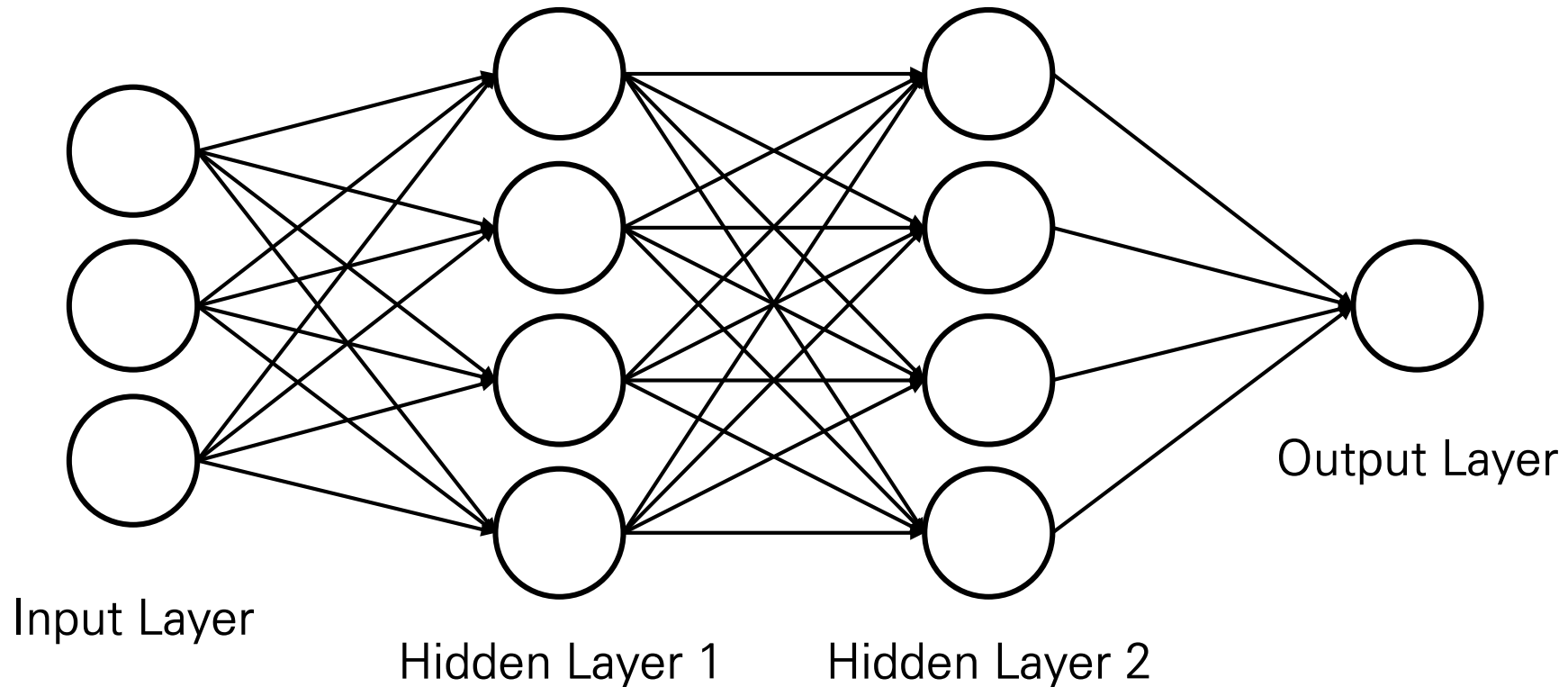
XOR		
I_1	I_2	out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



- 이는 선형적으로 분리 되지 않는 문제입니다.
- 더불어 1960년대에는 뉴럴 네트워크를 깊게 쌓아 올리더라도 앞쪽 레이어를 학습할 방법이 없었습니다.

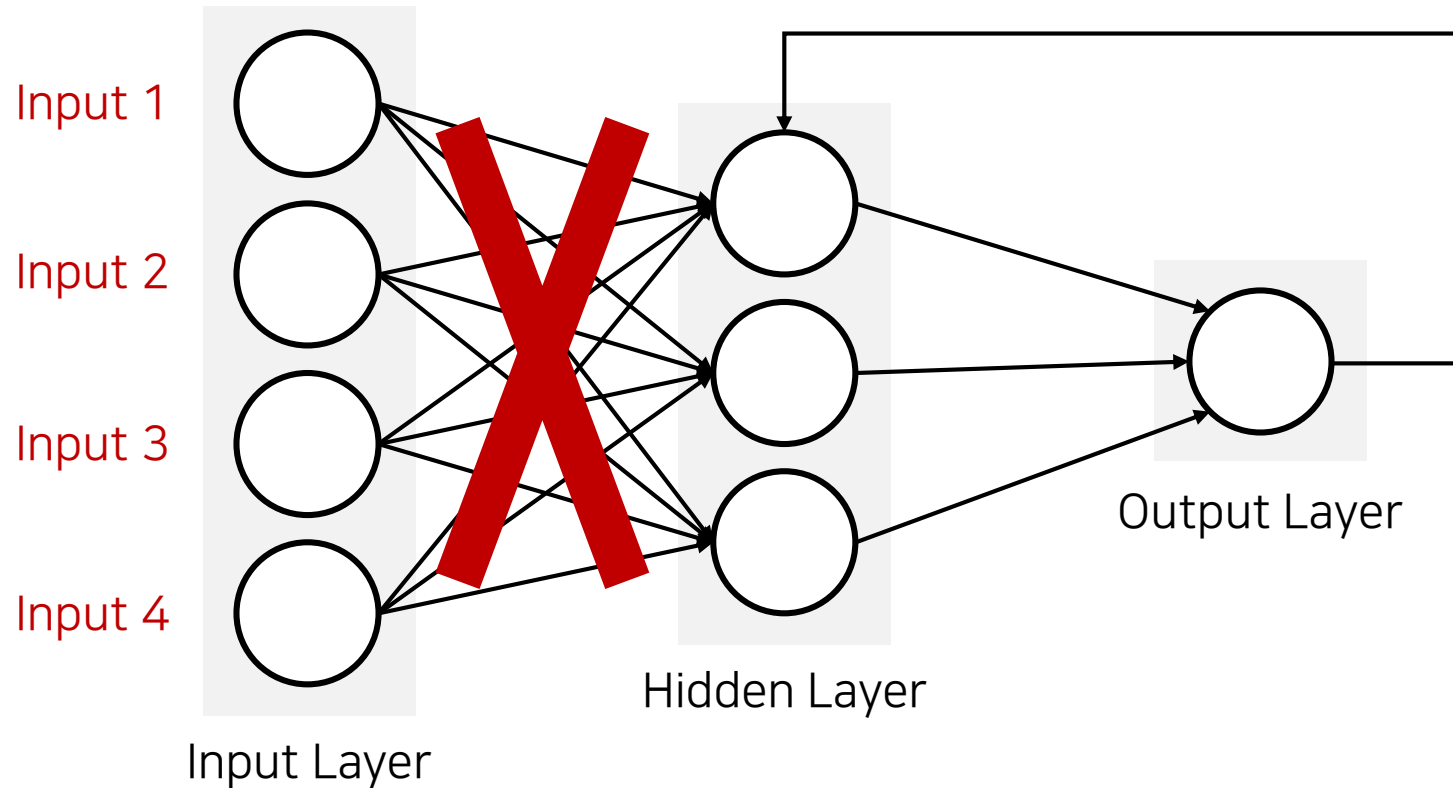
Universal Approximation Theorem

- 하나의 은닉층(hidden layer)를 가지는 뉴럴 네트워크는 임의의 연속인 다변수 함수를 근사할 수 있습니다. (1989, G. Cybenko)



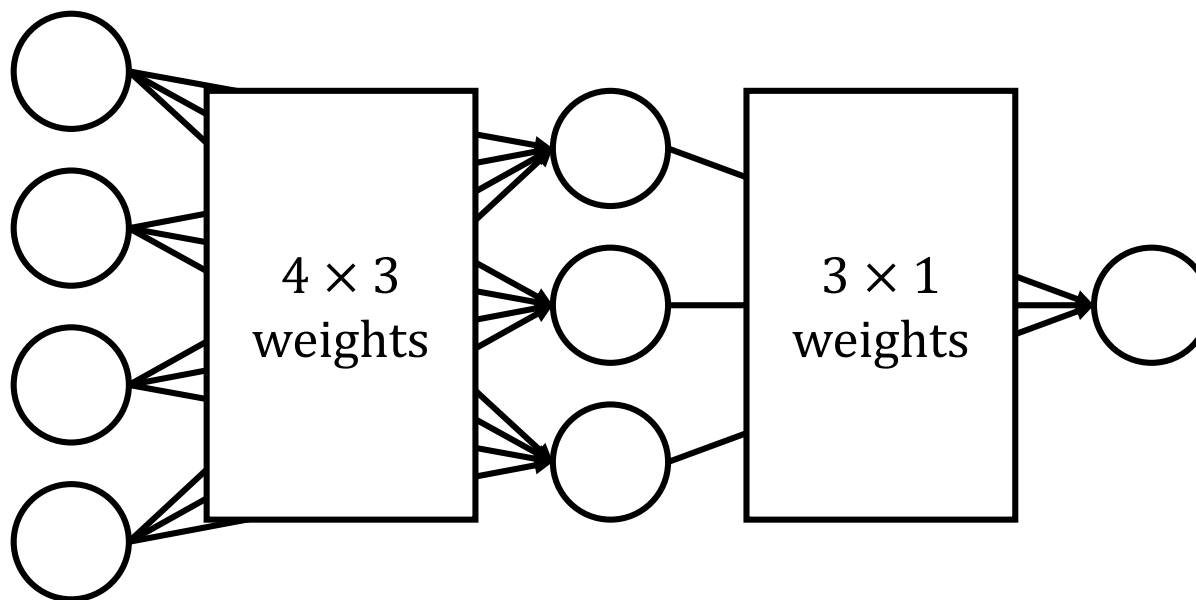
역전파(Backward-propagation)

- 앞에서 뒤로만 순전파(Forward-propagation)를 시키는 경우 앞쪽의 가중치는 학습되지 않습니다.
- 따라서 역전파(Backward-propagation)가 필요합니다.



합성함수의 미분(Chain-rule)

- 인공지능 모델은 여러 개의 다수의 레이어로 구성되어 있습니다.
- 그러므로 손실 함수(loss function)의 기울기를 계산하는 것은 합성함수를 미분하는 것과 같습니다.



- 따라서 합성함수의 미분법은 인공지능 분야에서 매우 중요합니다.

합성함수의 미분(Chain-rule)

- 합성함수의 도함수는 다음과 같습니다.

$$f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)$$

- 도함수의 정의를 이용해 합성함수의 미분 결과를 유도할 수 있습니다.

$$\begin{aligned} f(g(x))' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{g(x+h) - g(x)} * \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \\ &= f'(g(x))g'(x) \end{aligned}$$

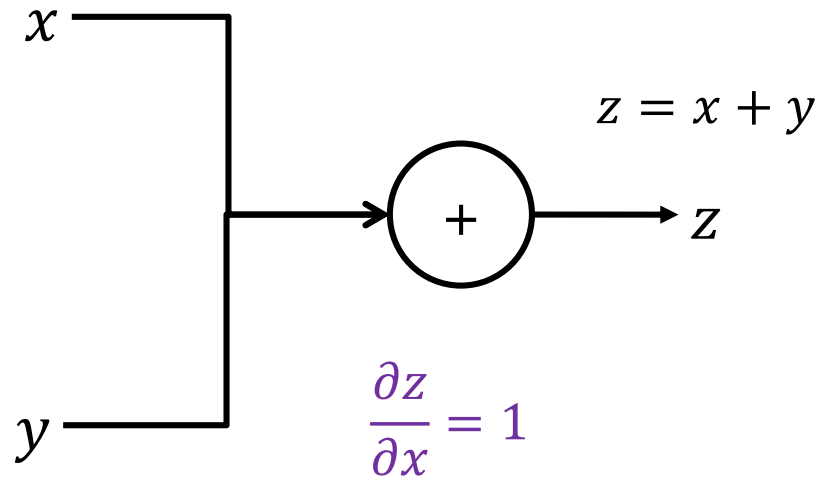


$z = g(f(x))$ 의 미분법은?

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} * \frac{dy}{dx}$$

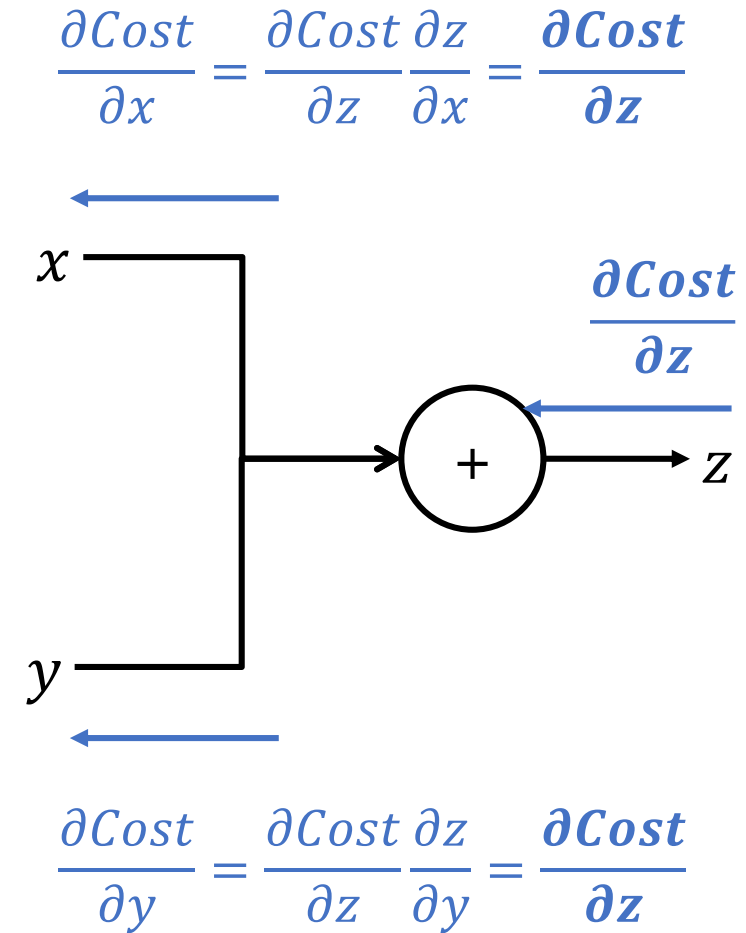
합성함수의 미분(Chain-rule)

- 더하기 노드에 대한 편미분



$$\frac{\partial z}{\partial x} = 1$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 1$$

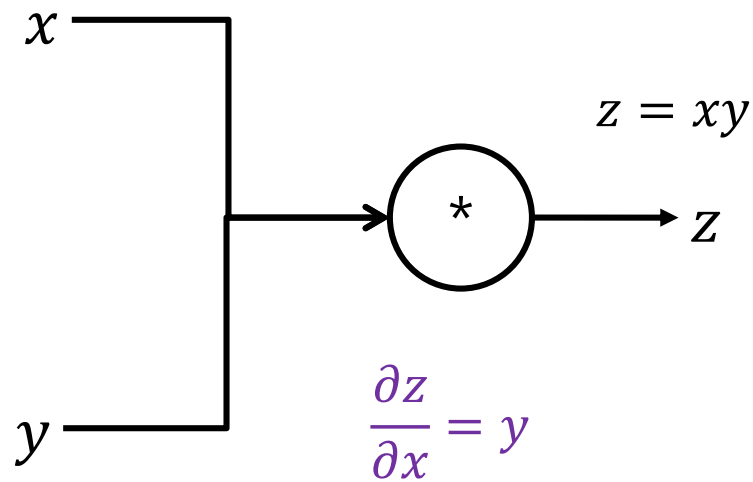


$$\frac{\partial \text{Cost}}{\partial x} = \frac{\partial \text{Cost}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial \text{Cost}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \text{Cost}}{\partial y} = \frac{\partial \text{Cost}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial \text{Cost}}{\partial z}$$

합성함수의 미분(Chain-rule)

- 곱하기 노드에 대한 편미분

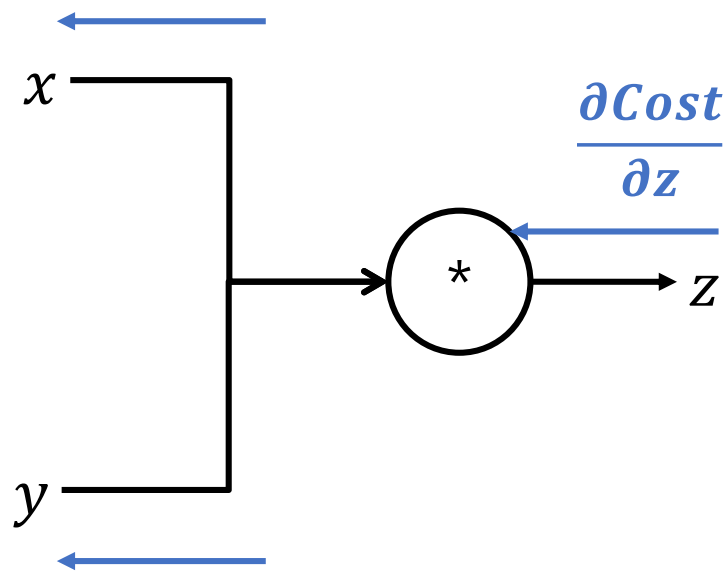


$$\frac{\partial z}{\partial x} = y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x$$



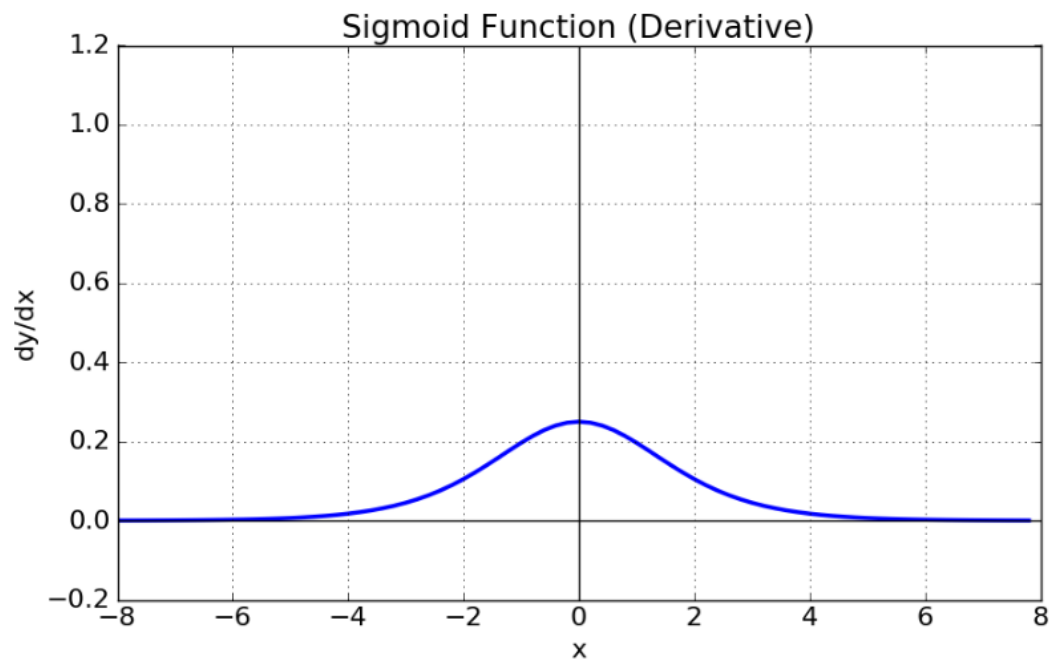
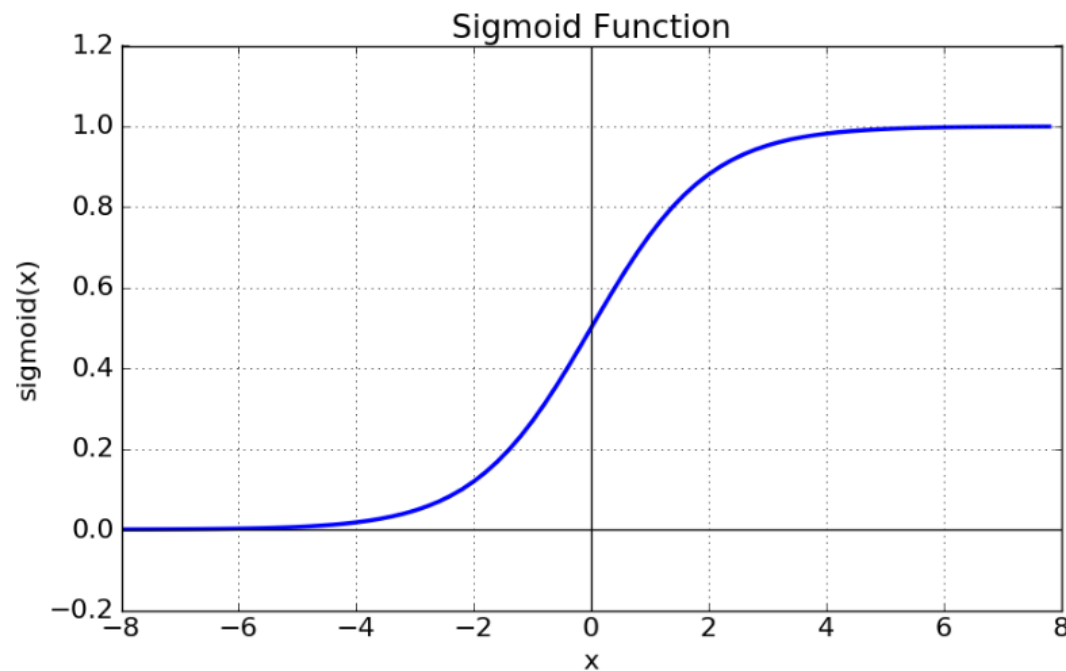
$$\frac{\partial Cost}{\partial x} = \frac{\partial Cost}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial Cost}{\partial z} y$$



$$\frac{\partial Cost}{\partial y} = \frac{\partial Cost}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial Cost}{\partial z} x$$

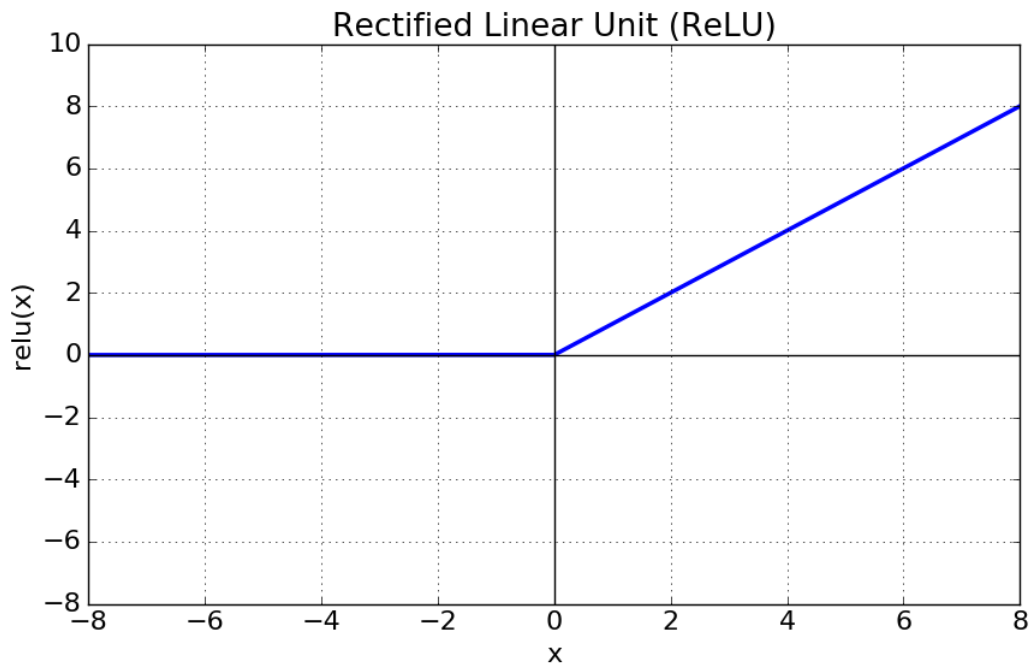
대표적인 활성화 함수

- Sigmoid
 - 뉴럴 네트워크 초기 연구에 많이 사용되었으나 최근에는 많이 사용되지 않습니다.
 - 대표적인 문제점: Gradient vanishing



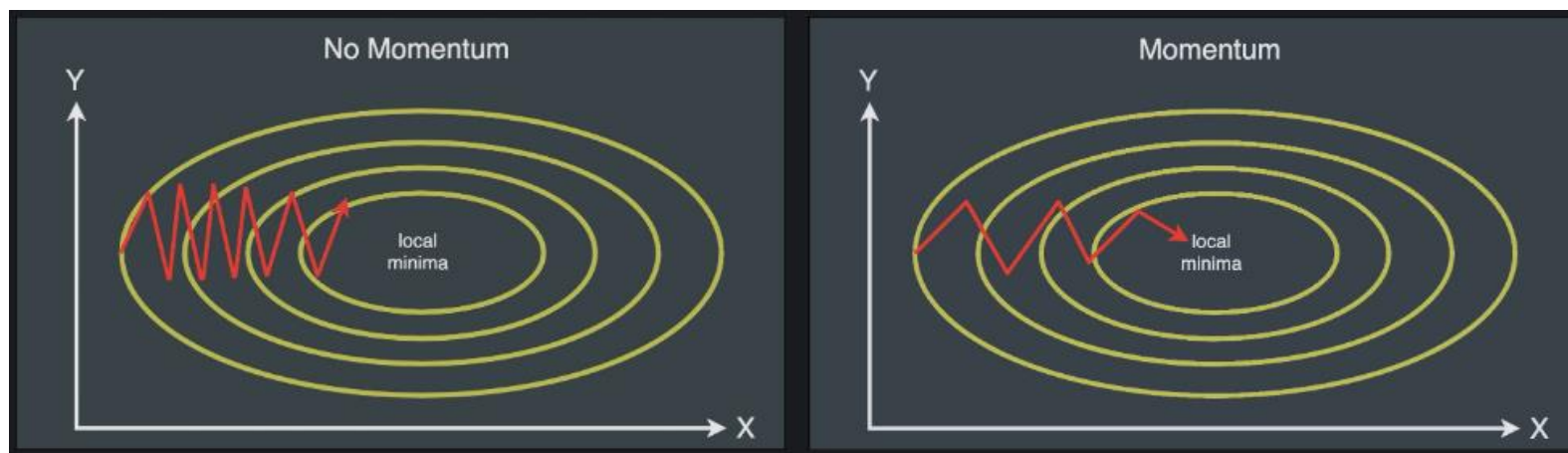
대표적인 활성화 함수

- ReLU
 - 입력 값이 0 이상일 때만 입력 값을 그대로 출력하는 함수입니다 $f(x) = \max(0, x)$
 - Gradient vanishing 문제를 효과적으로 해결하며 학습 속도를 높입니다.



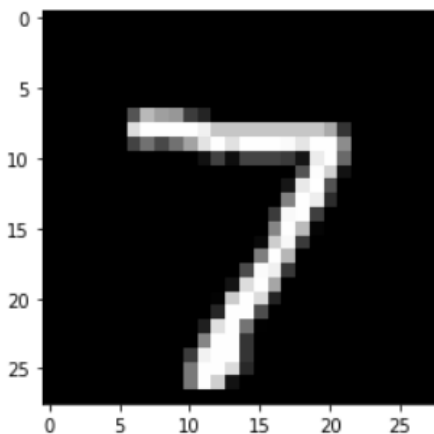
최적화(Optimizer)

- GD: 전체 데이터를 한 번에 확인한 뒤에 기울기를 계산해 학습
- SGD: 데이터셋을 쪼갬 뒤에 미니 배치(Mini-batch) 단위로 학습
 - Momentum: 내려오던 방향으로(관성) 조금 더 많이 학습
 - Adagrad: 안 가본 곳을 초반에 빠르게 학습하고, 많이 가본 곳은 세밀하게 학습
 - RMSProp: 이전 맥락을 확인하며 세밀하게 학습
 - Adam: RMSProp + Momentum의 개념을 적절히 활용



DNN for MNIST

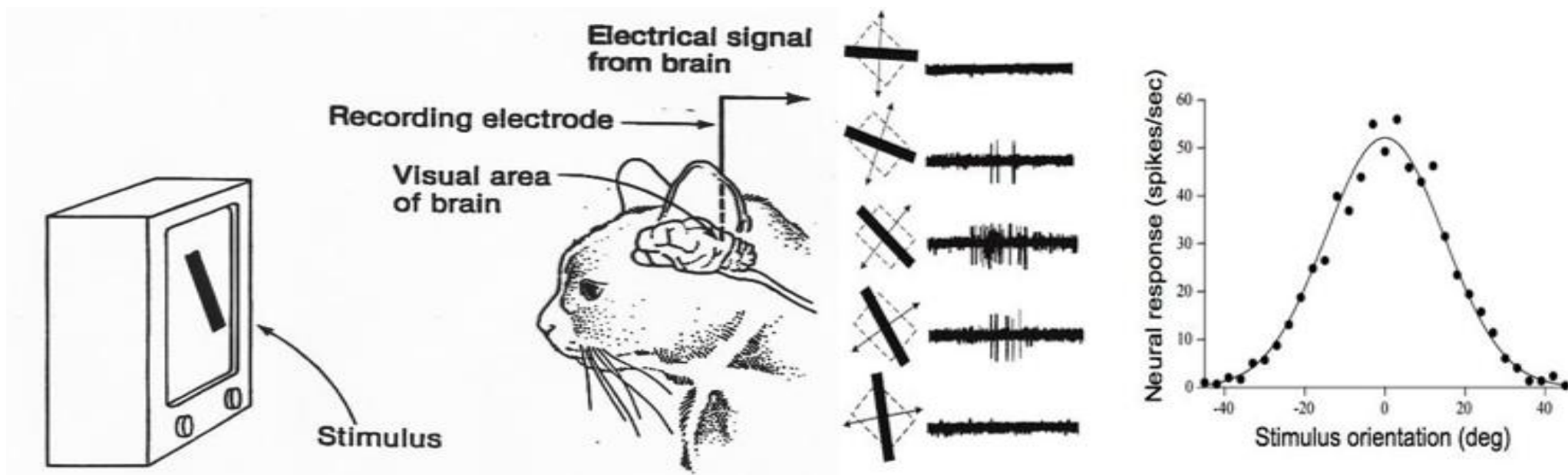
- PyTorch를 이용해 손글씨 분류기 만들기
- 실습 코드 살펴보기
 - 기본적인 DNN을 이용해 MNIST 분류하기 실습



숫자 7 (95%)

CNN

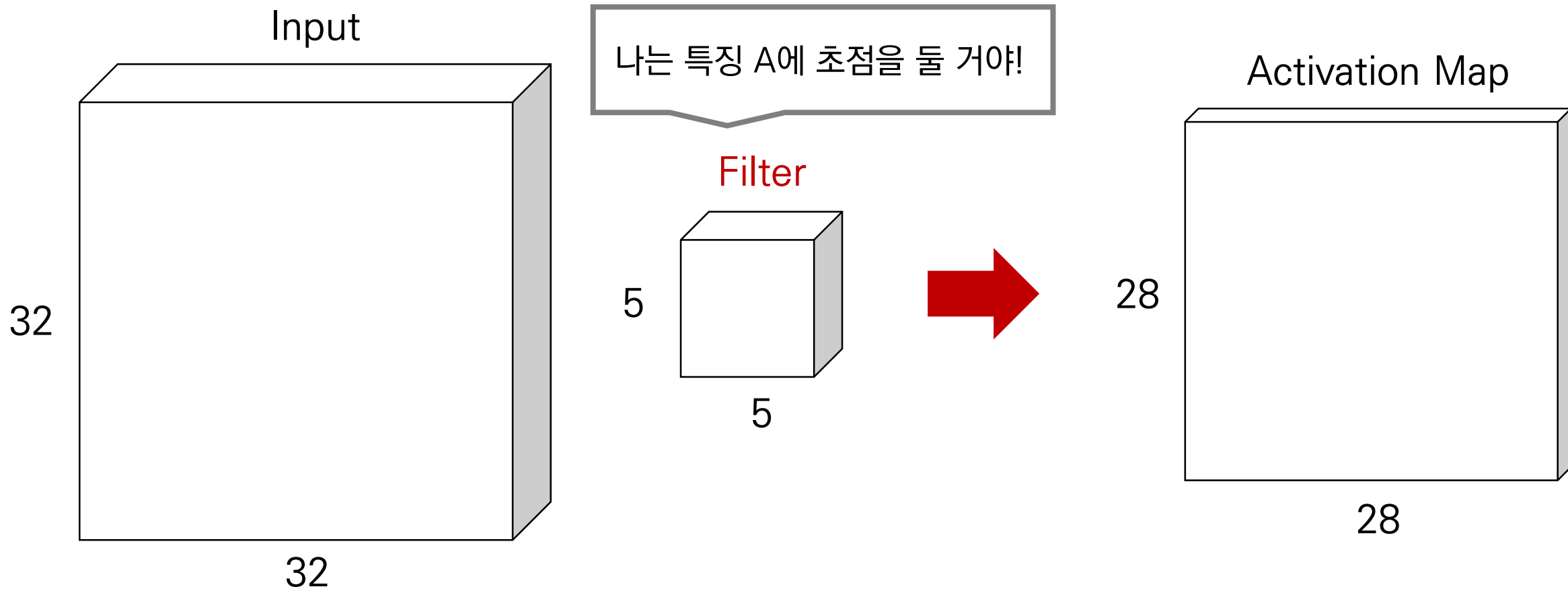
- 고양이 시각피질 반응 연구: 고양이의 시각피질에는 사선을 인식하는 기능이 있습니다.
 - 다양한 패턴에 따라 뉴런이 반응하는 정도가 서로 다르다는 실험 결과가 도출됩니다.



- 기본적으로 모든 뉴런을 완전 연결(Fully-Connected) 방식으로 연결하면 어떨까요?
 - 파라미터의 수가 많으며 학습 시간이 길어집니다.
- 어떻게 하면 이미지의 공간 정보를 적절히 유지하며 학습할 수 있을까요?
 - CNN을 이용하면 많은 파라미터를 공유하고 이미지 특성을 효과적으로 학습할 수 있습니다.

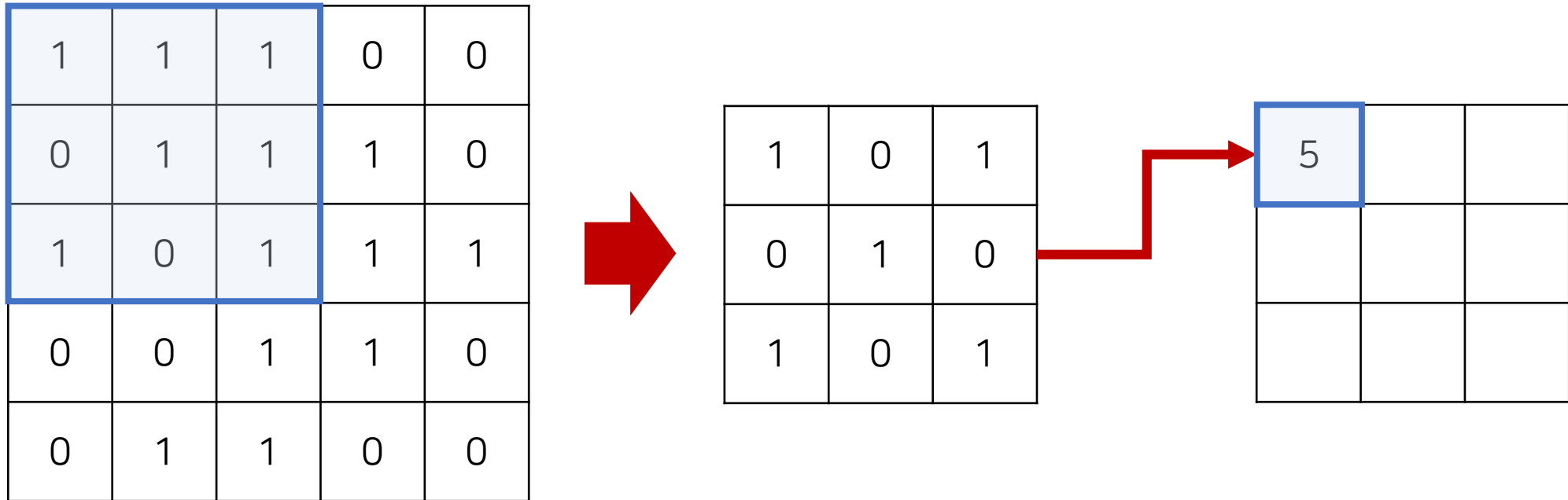
CNN

- CNN을 위한 준비물



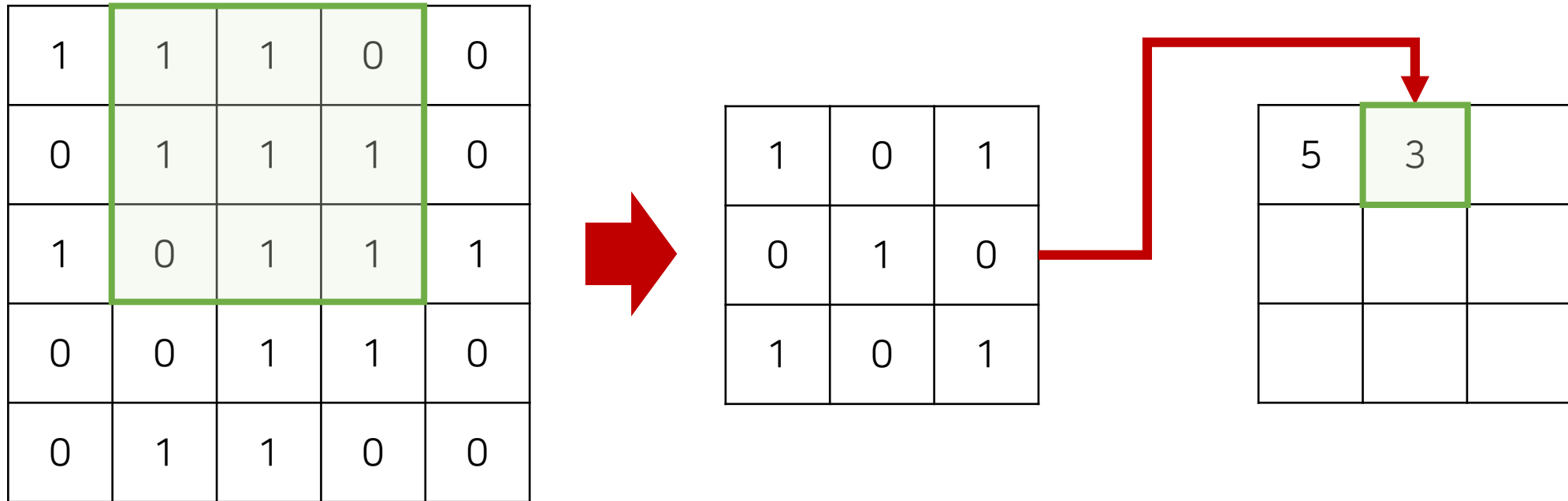
CNN

- 하나의 필터는 이미지에 대하여 슬라이딩 하면서 특징 맵(feature map)을 계산합니다.



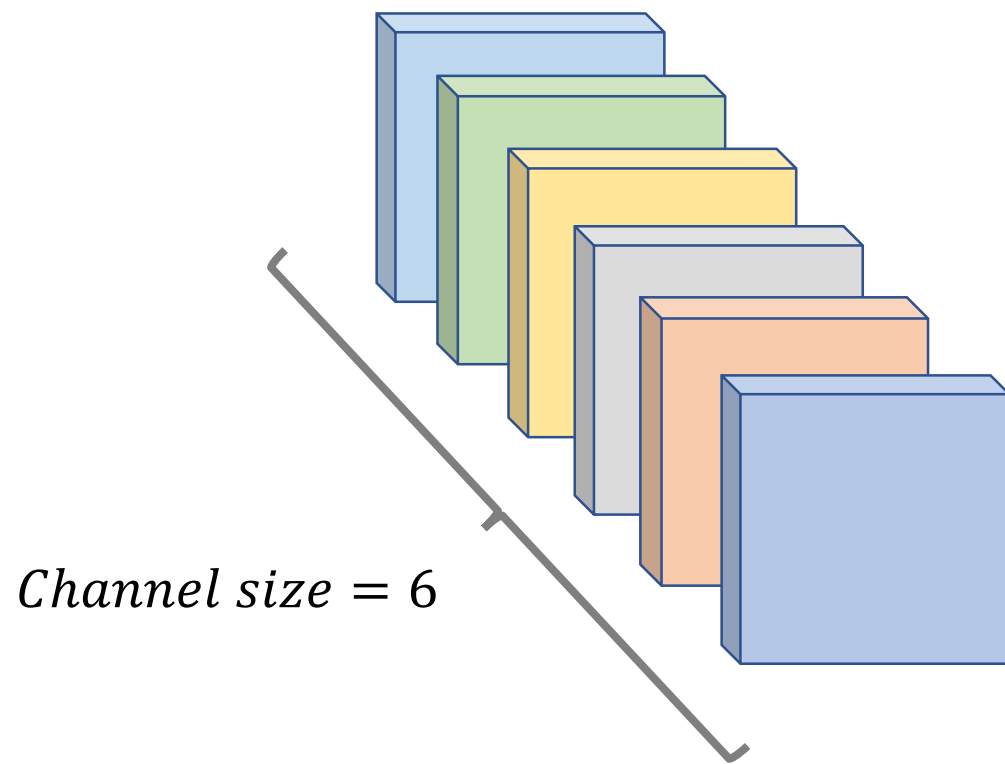
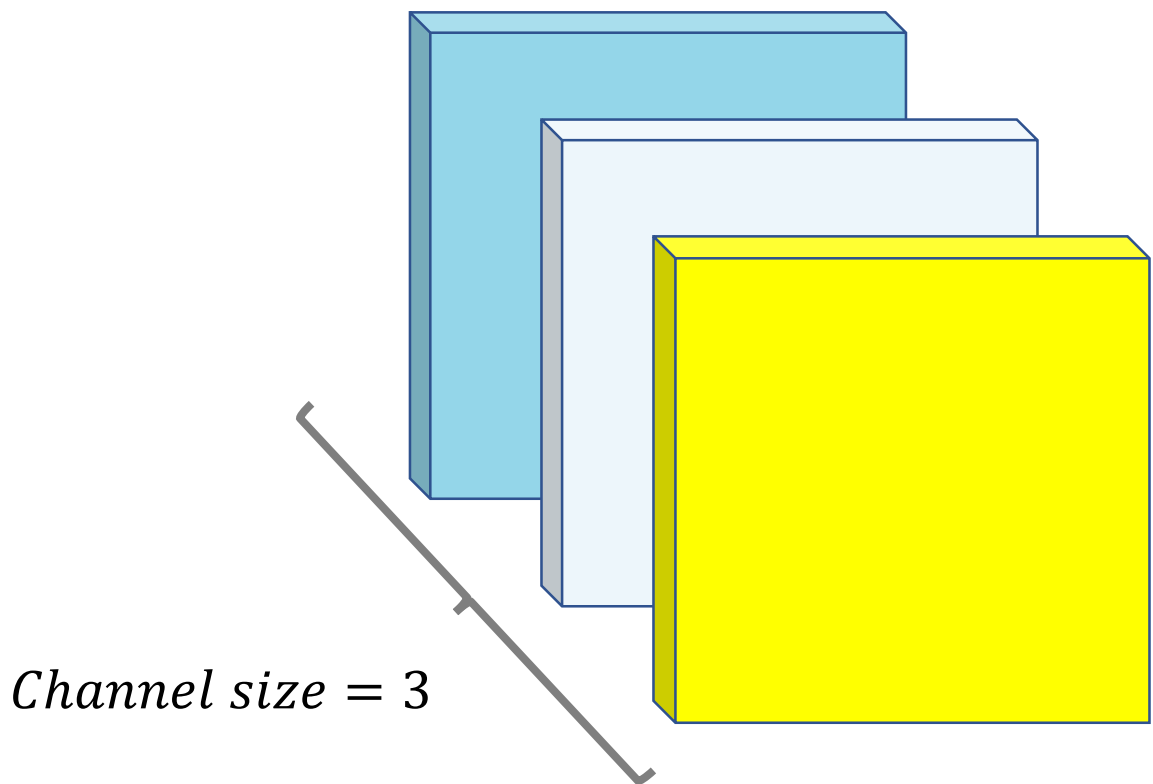
CNN

- 하나의 필터는 이미지에 대하여 슬라이딩 하면서 특징 맵(feature map)을 계산합니다.



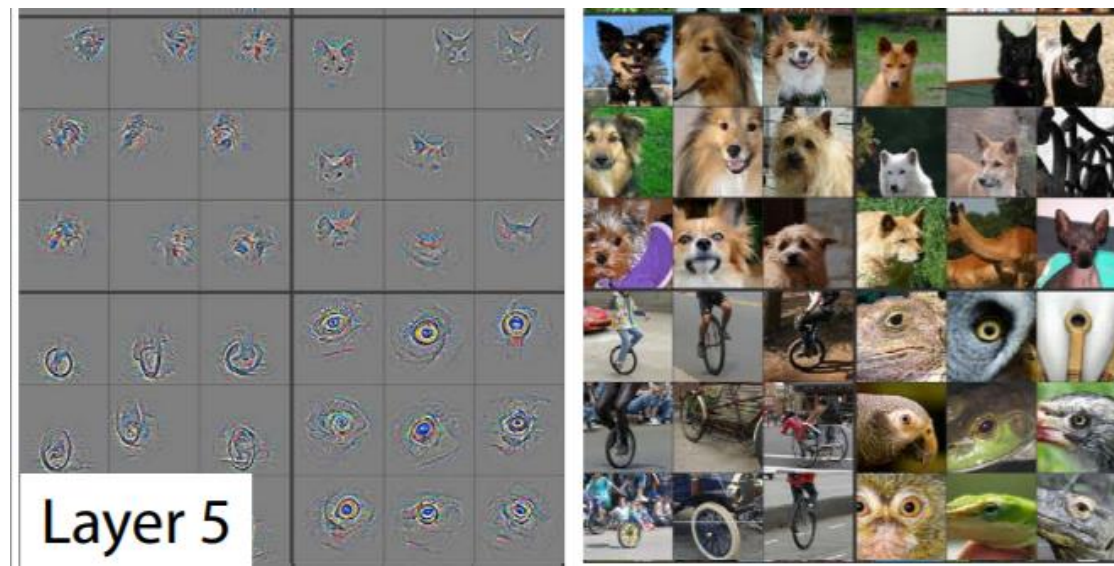
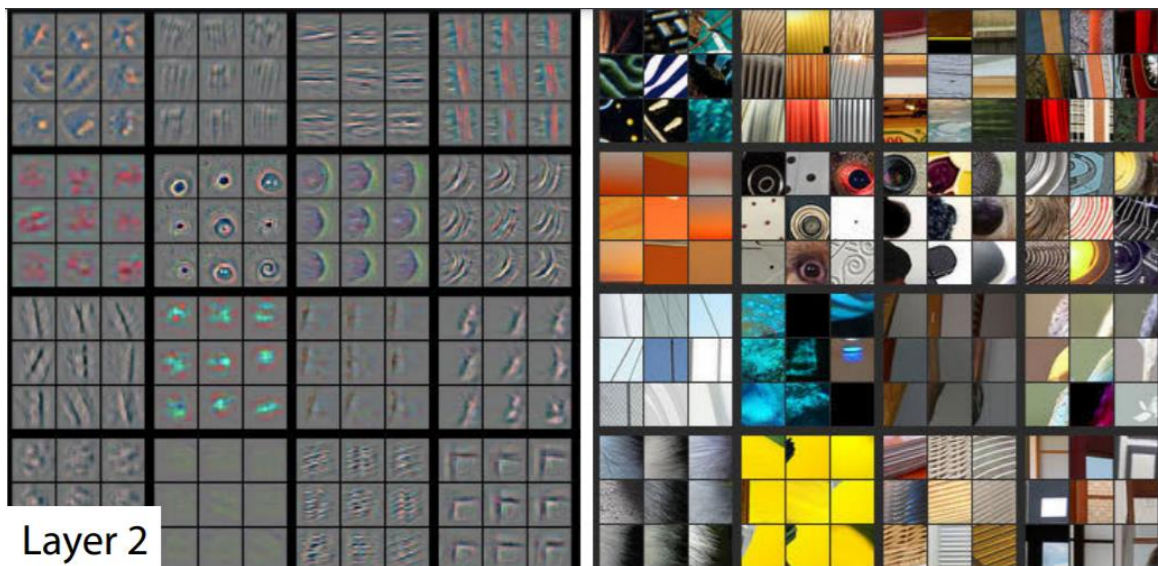
CNN 모델의 특징 맵 (Feature Map)

- 일반적으로 CNN에서 레이어가 깊어질수록 채널의 수가 많아지고 너비와 높이는 줄어듭니다.
- 컨볼루션 레이어의 서로 다른 필터들은 각각 적절한 특징(feature)값을 추출하도록 학습됩니다.



CNN의 필터(Filter)

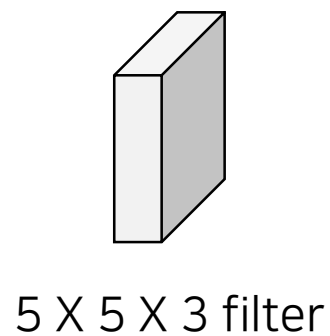
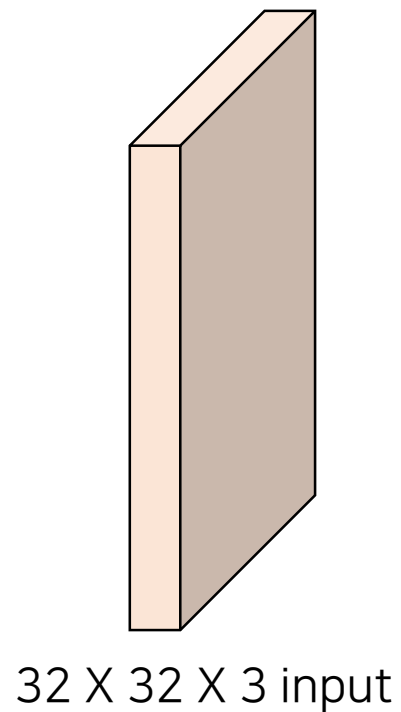
- 실제로 각 필터는 특정한 특징(feature)를 인식하기 위한 목적으로 사용됩니다.
- 각 필터는 특징이 반영된 특징 맵(feature map)을 생성합니다.
- 얇은 층에서는 local feature, 깊은 층에서는 고차원적인 global feature를 인식하는 경향이 있습니다.



*Visualizing and Understanding Convolutional Networks

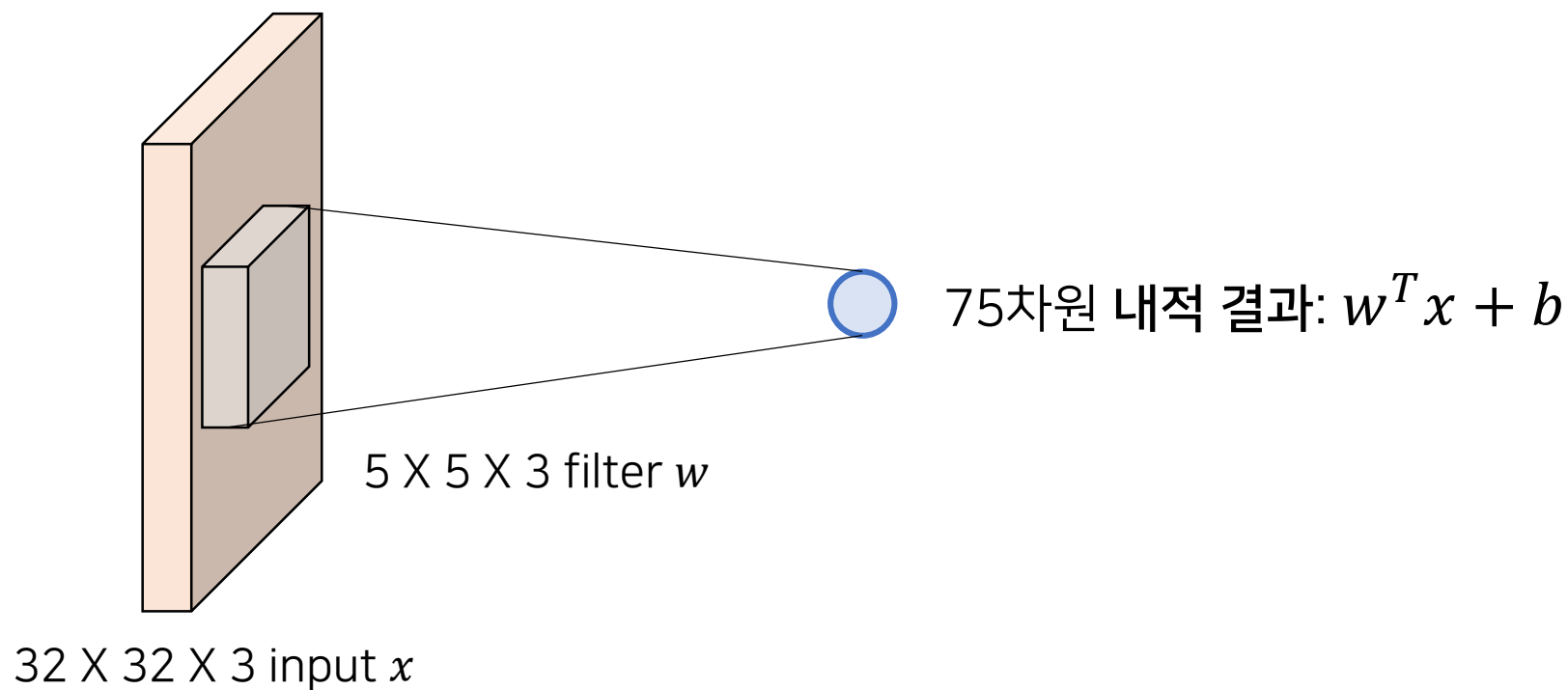
CNN: 예시 살펴보기

- 하나의 입력 이미지(왼쪽)와 하나의 필터(오른쪽)가 있다고 가정합니다.



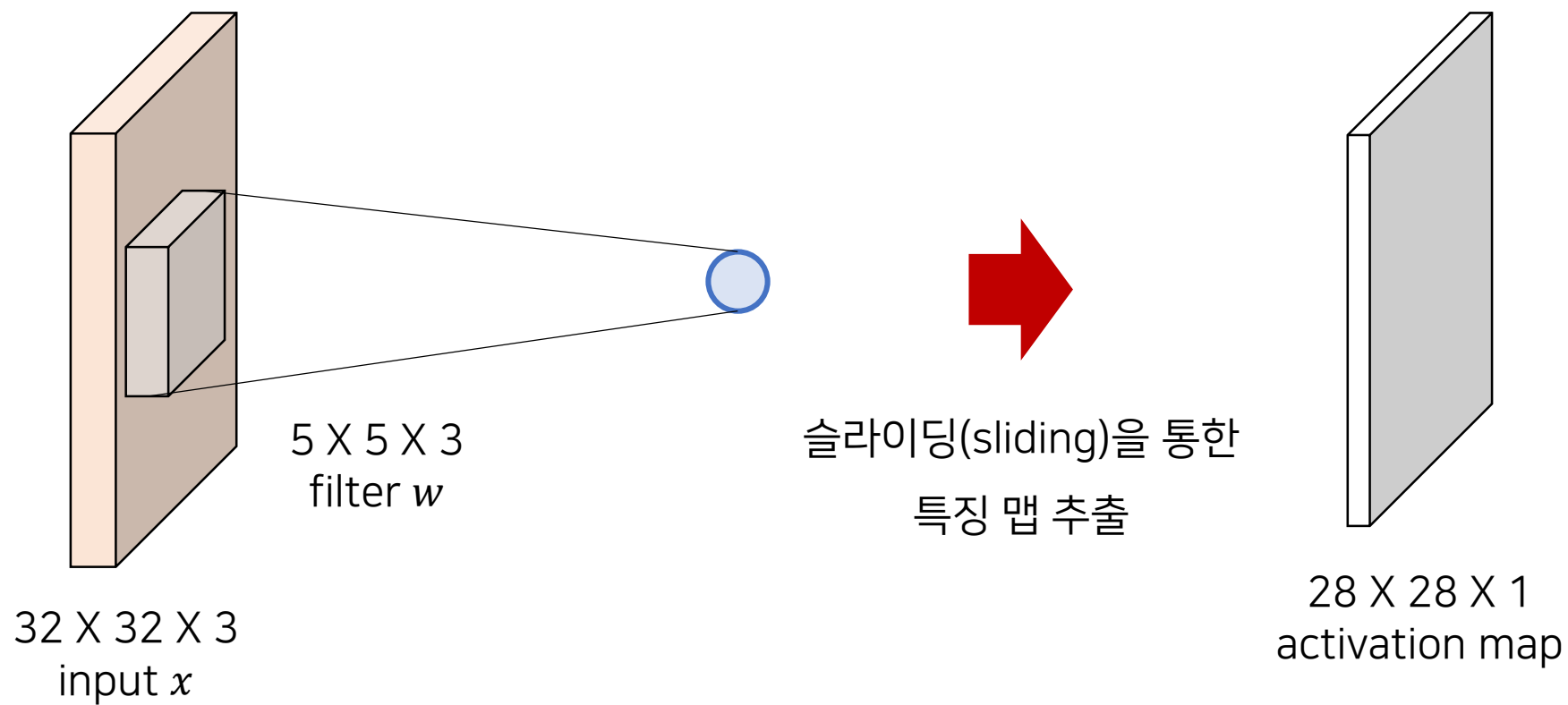
CNN: 예시 살펴보기

- 입력 이미지의 로컬 영역과 필터(filter) 사이에서 내적(dot product)을 계산해 각 위치의 결과를 구합니다.



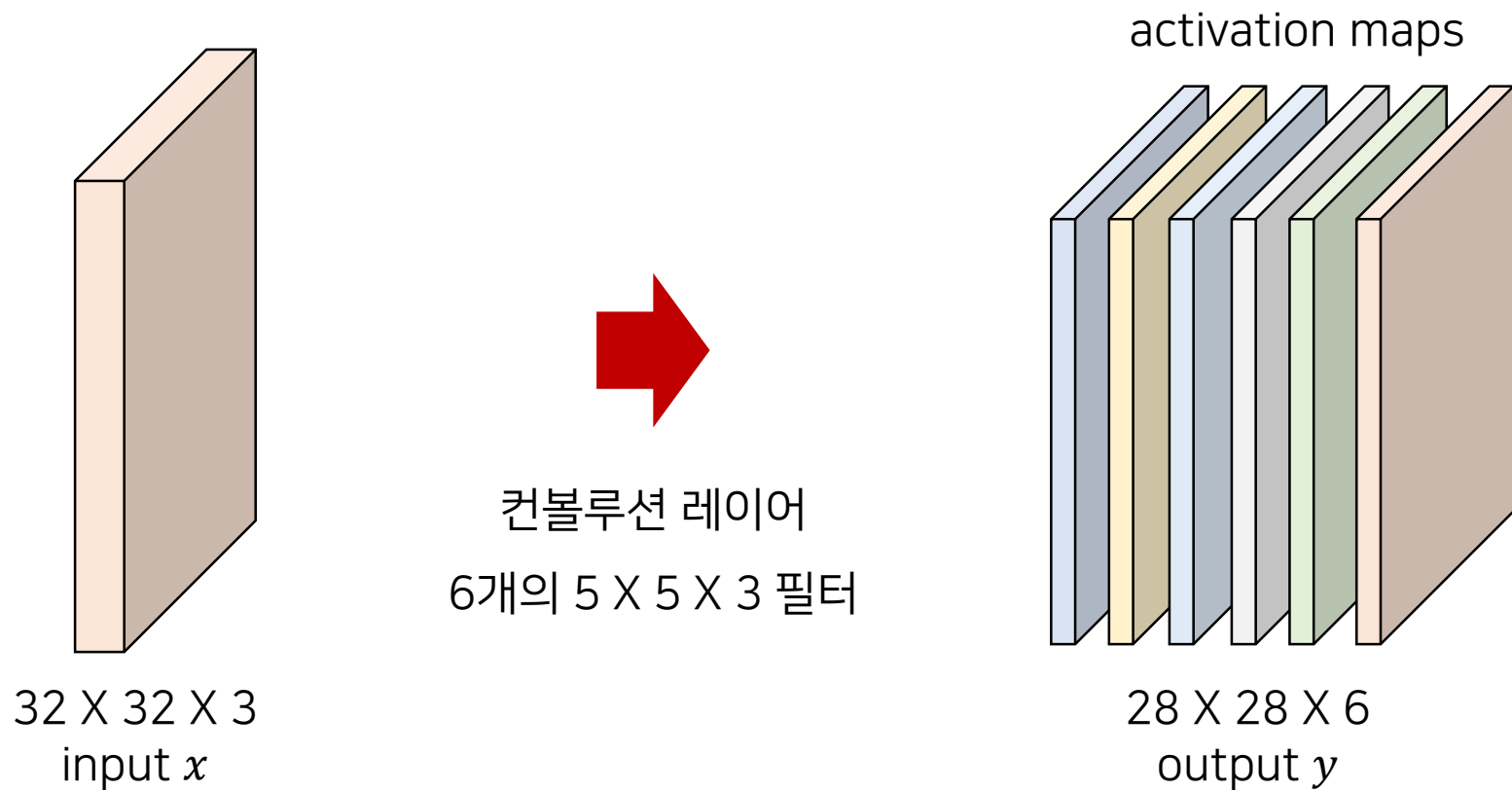
CNN: 예시 살펴보기

- 각 위치에서의 컨볼루션 연산 결과를 모아서 특징 맵(feature map)을 생성합니다.



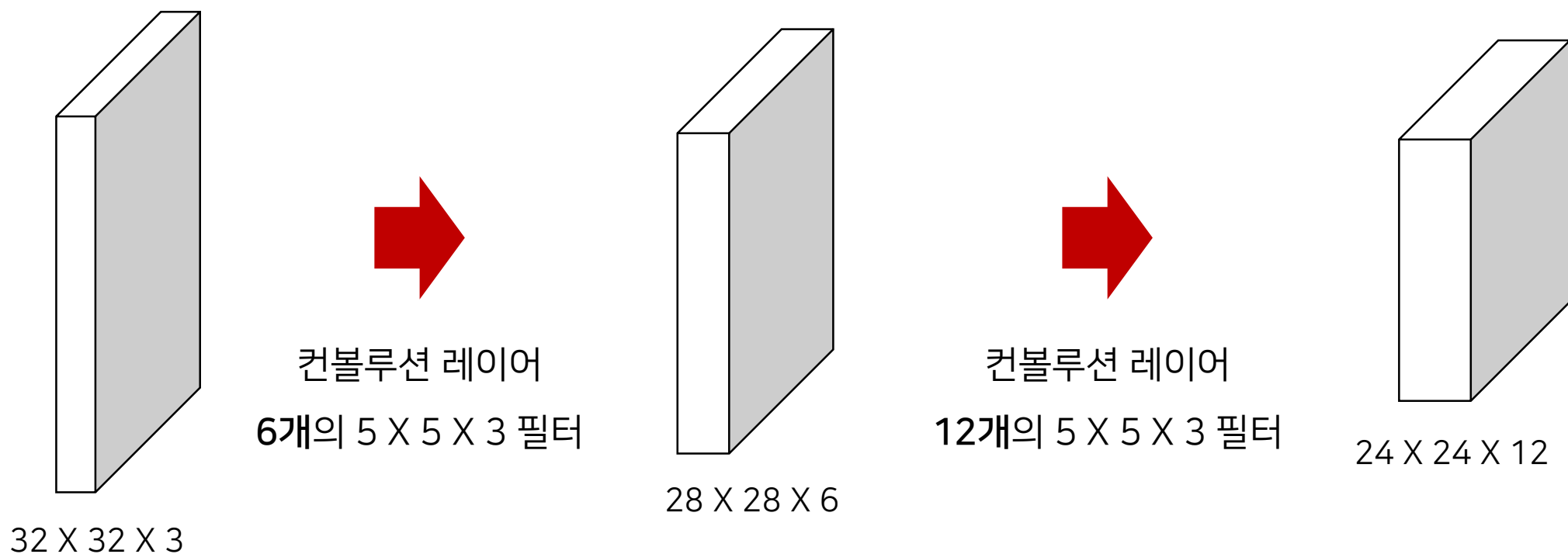
CNN: 예시 살펴보기

- 6개의 개별적인 필터(Filter)를 가진 Convolution Layer를 이용하면 다음과 같습니다.



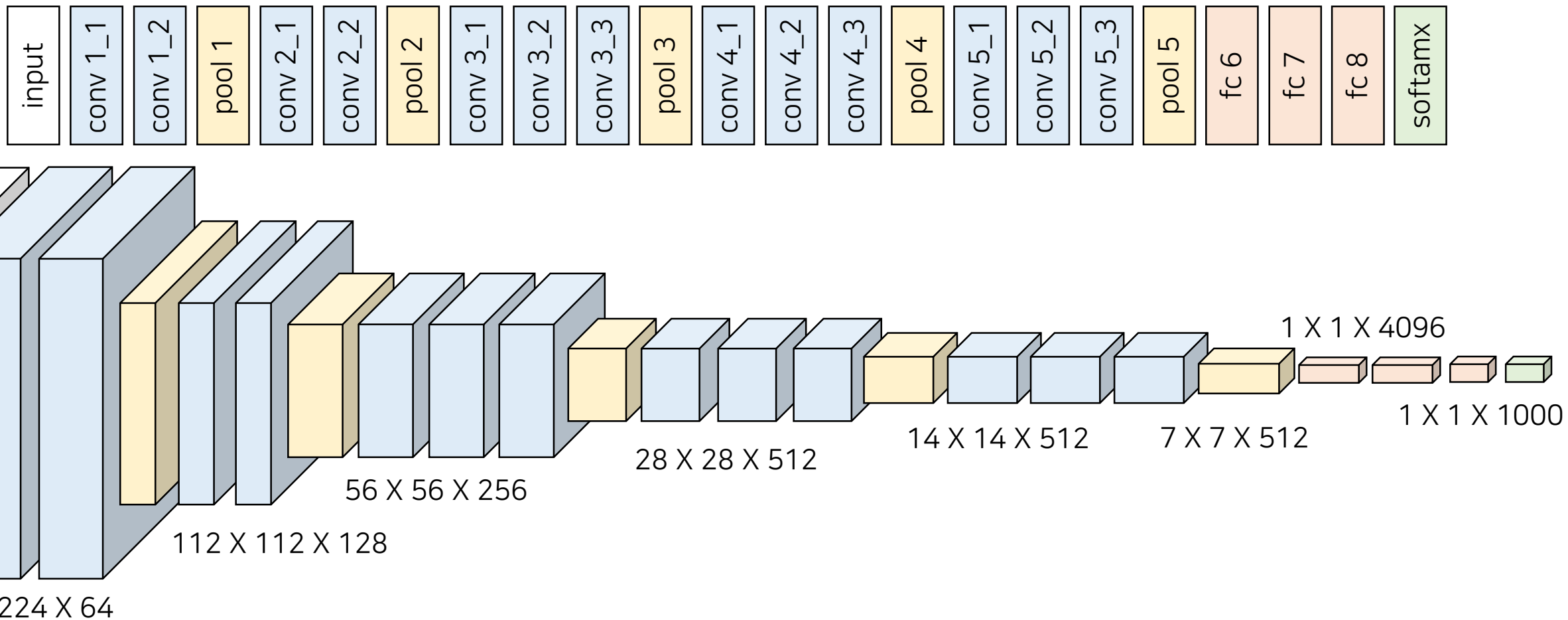
CNN: 예시 살펴보기

- 실제 CNN Layer는 여러 번 중첩되어 사용될 수 있습니다.



VGG Network (ICLR 2015)

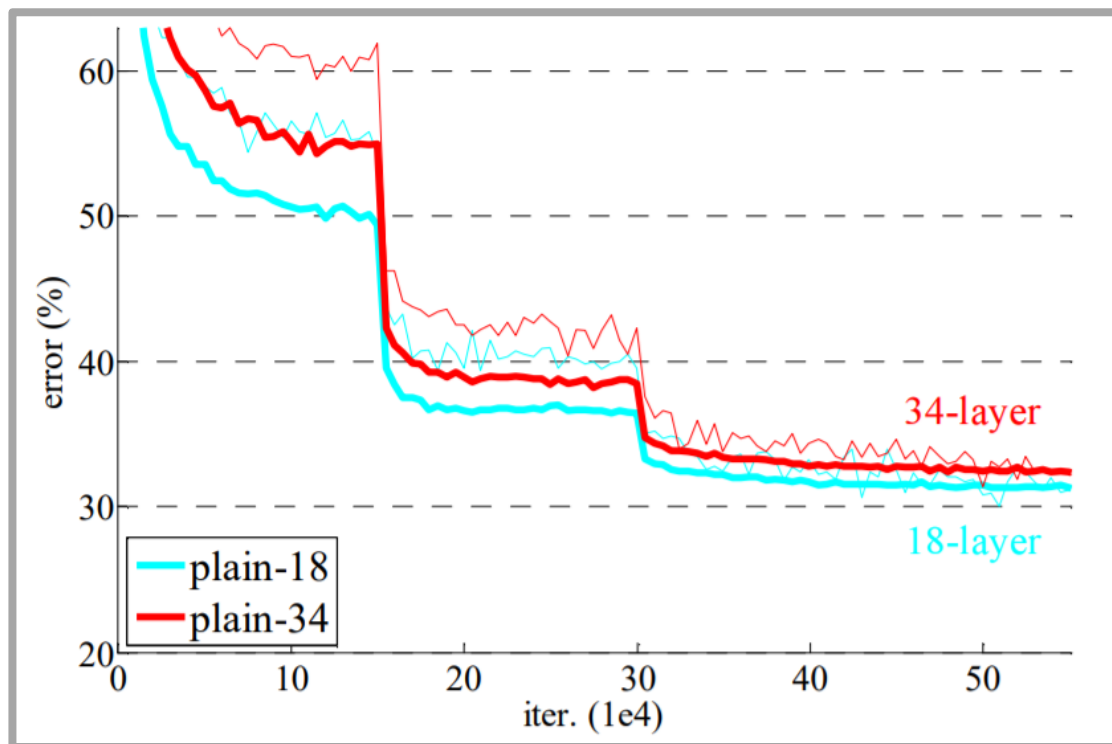
- VGG 네트워크는 작은 크기의 3x3 컨볼루션 필터(filter)를 이용해 레이어의 깊이를 늘려 우수한 성능을 보입니다.



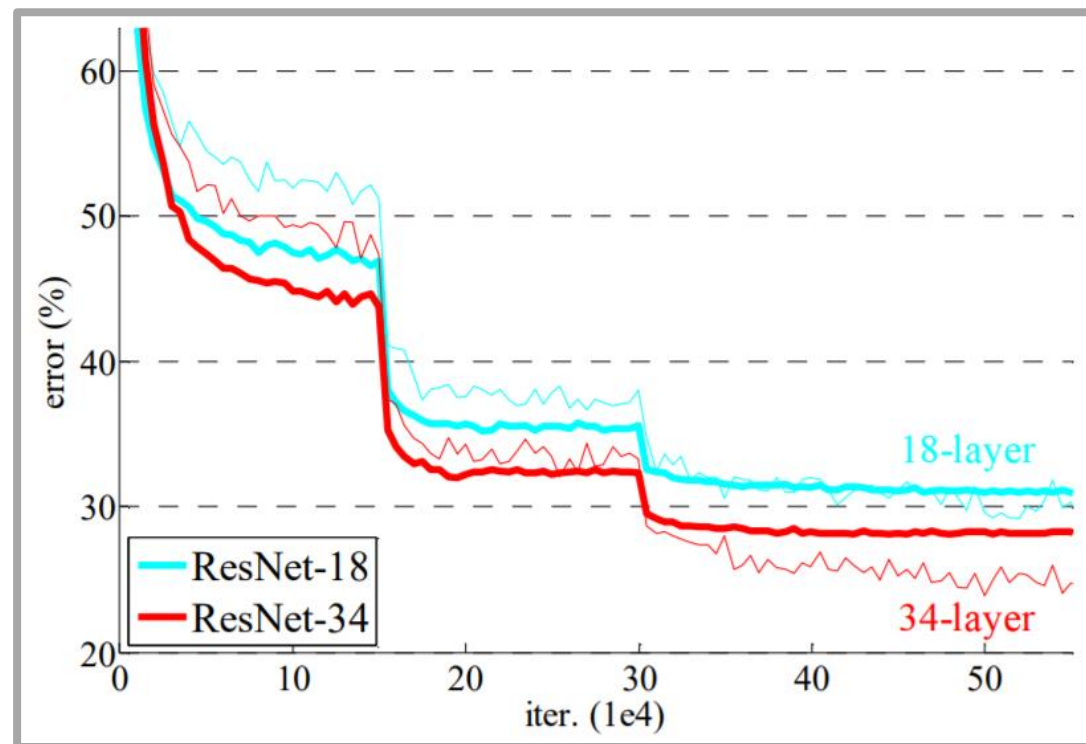
ResNet (CVPR 2016)

- 본 논문에서는 깊은 네트워크를 학습시키기 위한 방법으로 잔여 학습(residual learning)을 제안합니다.

< ImageNet top-1 training error >



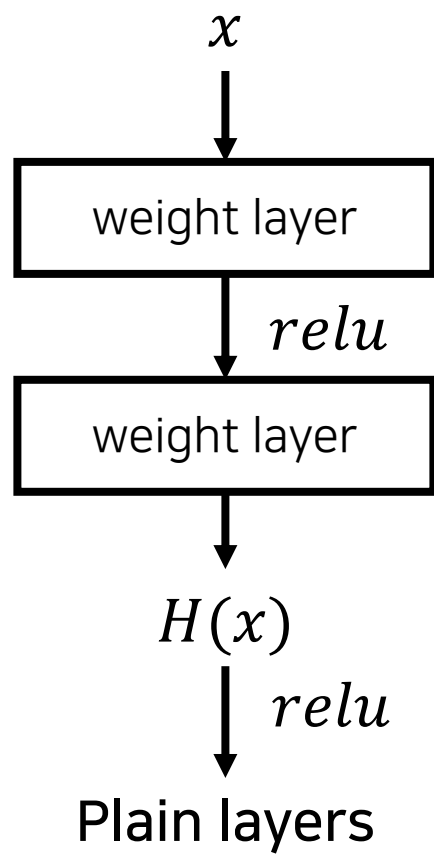
일반적인 CNN



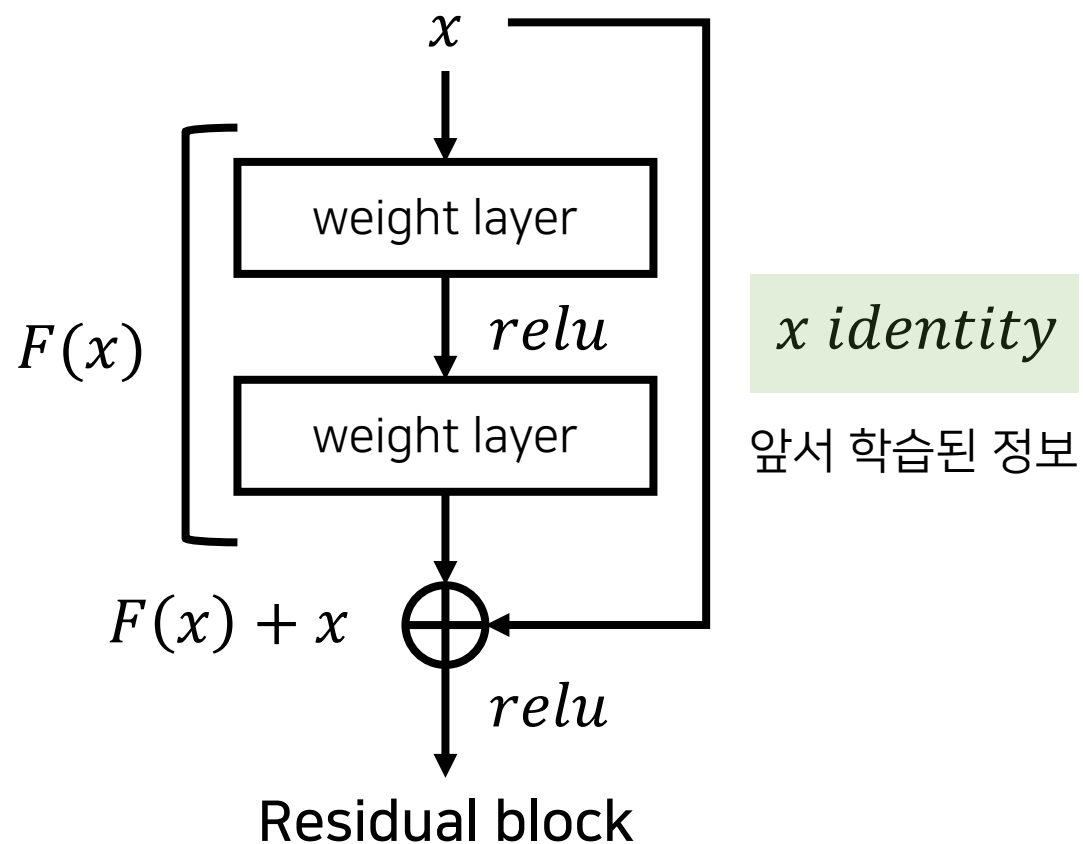
잔여 학습을 적용한 CNN

ResNet (CVPR 2016)

- 잔여 블록(residual block)을 이용해 네트워크의 최적화(optimization) 난이도를 낮춥니다.
 - 실제로 내재한 mapping인 $H(x)$ 를 곧바로 학습하는 것은 어려우므로 대신 $F(x) = H(x) - x$ 를 학습합니다.

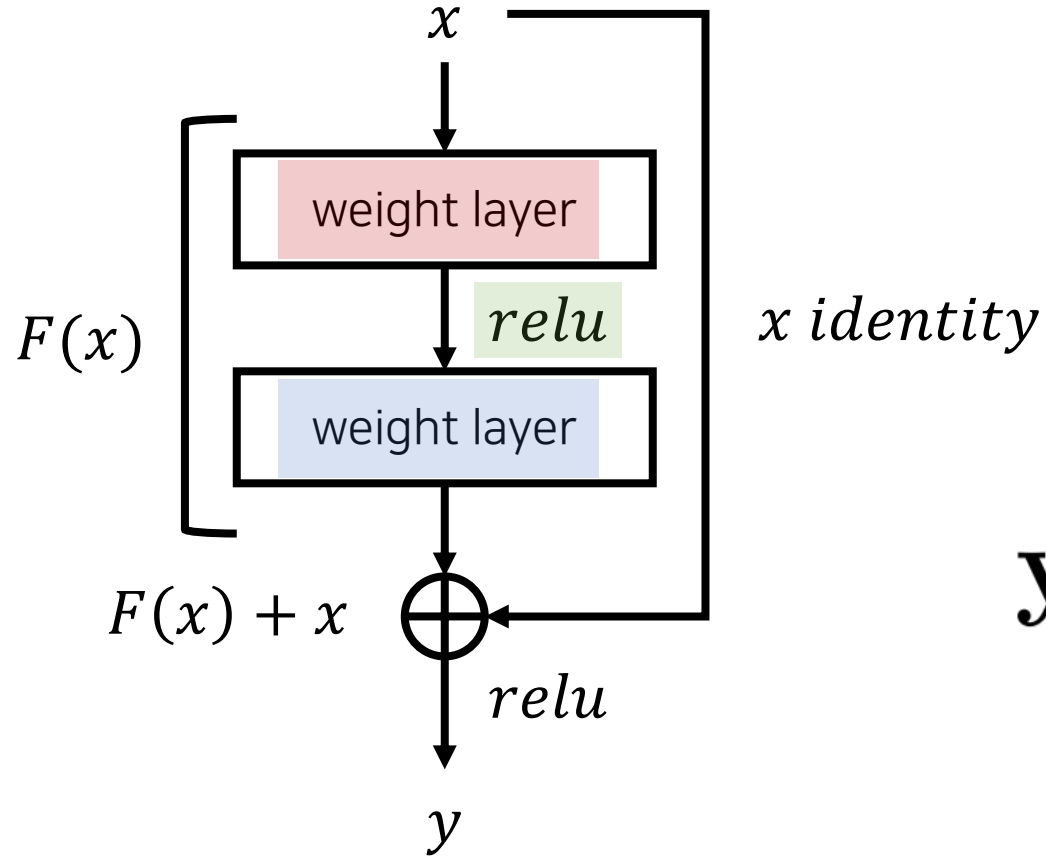


학습이 잘 되는 형태로 변경



ResNet (CVPR 2016)

- 잔여 블록(residual block)을 이용해 네트워크의 최적화(optimization) 난이도를 낮춥니다.



$$\mathcal{F} = W_2 \sigma(W_1 \mathbf{x})$$



일반적인 형태

$$y = \underbrace{\mathcal{F}(\mathbf{x}, \{W_i\})}_{\text{multiple convolutional layers}} + \underbrace{W_s \mathbf{x}}_{\text{shortcut}}$$

ResNet (CVPR 2016)

- 이전까지의 아키텍처와 다르게 레이어가 깊어질수록 성능이 향상됩니다. (단, 레이어가 과도하게 깊으면 오히려 감소)

	plain	ResNet
18 layers	27.94	27.88
34 layers	28.54	25.03

Top-1 validation error rates (%)

method	top-5 err. (test)
VGG [41] (ILSVRC'14)	7.32
GoogLeNet [44] (ILSVRC'14)	6.66
VGG [41] (v5)	6.8
PReLU-net [13]	4.94
BN-inception [16]	4.82
ResNet (ILSVRC'15)	3.57

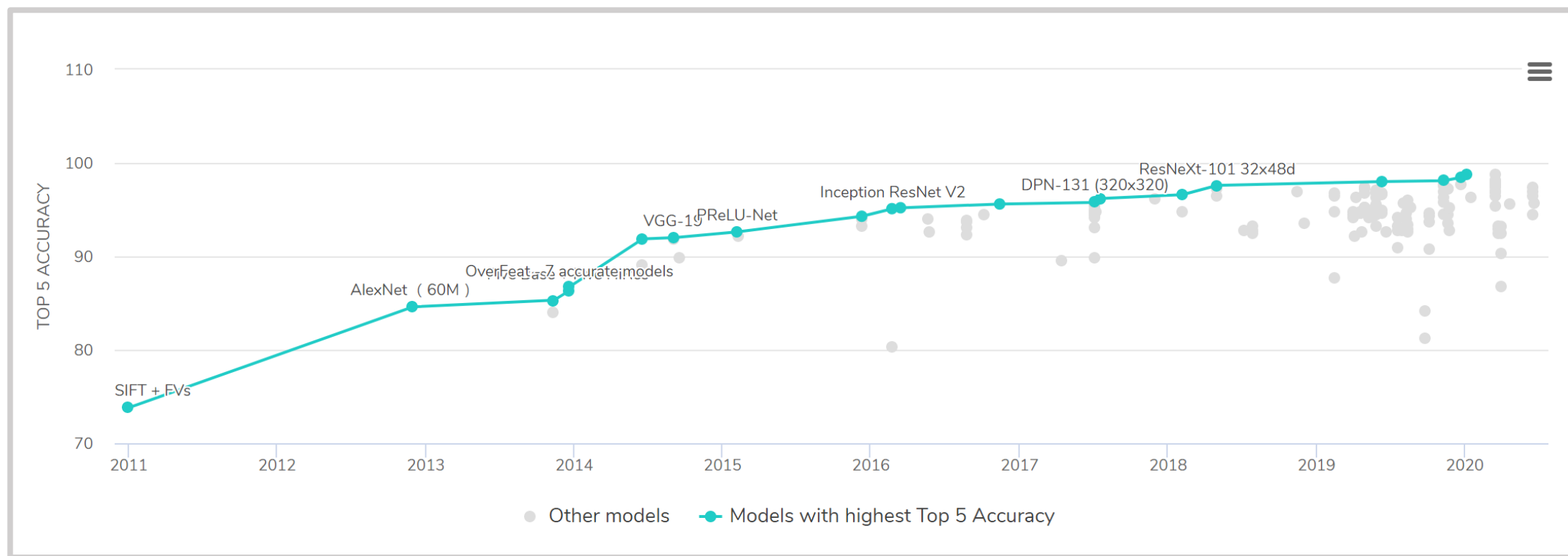
Top-5 test error rates (%) of **ensembles**

method	top-1 err.	top-5 err.
VGG [41] (ILSVRC'14)	-	8.43 [†]
GoogLeNet [44] (ILSVRC'14)	-	7.89
VGG [41] (v5)	24.4	7.1
PReLU-net [13]	21.59	5.71
BN-inception [16]	21.99	5.81
ResNet-34 B	21.84	5.71
ResNet-34 C	21.53	5.60
ResNet-50	20.74	5.25
ResNet-101	19.87	4.60
ResNet-152	19.38	4.49

Validation error rates (%) of **single-model**

CNN을 활용한 다양한 아키텍처

- State-of-the-art 동향: <https://paperswithcode.com/sota/image-classification-on-imagenet>



Transfer Learning을 활용한 마동석 분류기 만들기

- PyTorch를 이용해 마동석/김종국 분류기 만들기
- 실습 코드 살펴보기
 - 이미지 크롤링 + Transfer Learning + Web API 실습



마동석 88%



김종국 94%



김종국 95%