ТВ 17

Синтез конечного автомата (СКА)

С целью СКА зададим $G = \langle V_t, V_n, S, R \rangle$

V_t – терминал (символы) – $\{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{18}\}$

V_n – нетерминальные символы – $\{S, A, B, C, D, E, F\}$

S – начальный символ грамматики

R – множество правил вывода: $\{$

$S \to c_1 c_2 c_3 A$
$S \to c_1 c_4 c_5 B$
$S \to c_6 \quad C$
$S \to c_7 \quad F$

$A \to c_8 D$
$A \to c_9$
$B \to c_8 E$
$B \to c_9$
$C \to c_8 E$
$C \to c_9$
$D \to c_{10} S$
$D \to c_{11}$

$E \to c_{10} S$
$E \to c_{11}$

$F \to c_{12} c_{13} c_{14} c_{15}$
$F \to c_{10} c_{13} c_{14} c_{16}$
$F \to c_{17} c_{18} c_{15}$ $\}$

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Э	Ю	Я	_
1	5	2	4	6	6	4	3	3	0	7	0	3	7	4	5	0	4	5	7	2	5	4	2	2	0	6	1	1	3	7	5

c_i	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}	c_{16}	c_{17}	c_{18}
S_i	К	У	Г	Е	Л	Е	В		М	И	Х	А	И	Л		Г	Р	И
x_i	x_7	x_7	x_4	x_6	x_0	x_6	x_2	x_5	x_3	x_3	x_5	x_1	x_3	x_0	x_5	x_4	x_0	x_3

1) $S \to x_7 x_7 x_4 \; A$
2) $S \to x_7 x_6 x_0 \; B$
3) $S \to x_6 \; C$
4) $S \to x_2 \; F$
5) $A \to x_5 \; D$
6) $A \to x_3$
7) $B \to x_5 \; E$
8) $B \to x_3$
9) $C \to x_5 \; E$
10) $C \to x_3$
11) $D \to x_3 \; S$
12) $D \to x_5$
13) $E \to x_3 \; S$
14) $E \to x_5$
15) $F \to x_1 x_3 x_0 x_5$
16) $F \to x_3 x_3 x_0 x_4$
17) $F \to x_0 x_5 x_5$

Преобразование праволинейной грамматики к автомату

Грамматика праволинейная

Граматика автоматная, если правила вывода имеют вид:

$A \to xB$

$A \to x$

$x \in V_t$

$B \in V_н$

Для сведения праволинейной к автоматной:

1) Записываем левую часть правила и 1-й символ правой, а оставшуюся цепочку обозначим символом, к-ого нет в грамматике

Пример:

$S \to x_3 x_6 x_1 A$	$S \to x_7 x_1 x_6 B$
$S \to x_3 S_1$	$S \to x_3 S_3$
$S_1 \to x_6 S_2$	$S_3 \to x_1 S_4$
$S_2 \to x_1 A$	$S_4 \to x_6 B$

Переписанная грамматика:

1) $S \to x_7 S_1$	11) $D \to x_3 S$
$S_1 \to x_7 S_2$	12) $D \to x_5$
$S_2 \to x_4 A$	13) $E \to x_3 S$
2) $S \to x_7 S_3$	14) $E \to x_5$
$S_3 \to x_6 S_4$	15) $F \to x_1 F_1$
$S_4 \to x_0 B$	$F_1 \to x_3 F_2$
3) $S \to x_6 C$	$F_2 \to x_0 F_3$
4) $S \to x_2 F$	$F_3 \to x_5$
5) $A \to x_5 D$	16) $F \to x_3 F_4$
6) $A \to x_3$	$F_4 \to x_3 F_5$
7) $B \to x_5 E$	$F_5 \to x_0 F_6$
8) $B \to x_3$	$F_6 \to x_4$
9) $C \to x_5 E$	17) $F \to x_0 F_7$
10) $C \to x_3$	$F_7 \to x_3 F_8$
	$F_8 \to x_5$

Процедура перевода к ~~нд~~ детерминированному:

1) определить клетку, содержащую 2 состояния $q_i\ q_j$
2) строки i и j накладываются друг на друга $\Rightarrow q_{ij}$
3) E

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
S			F				C	S_1, S_3
~~S_1~~								S_2
S_2					A			
~~S_3~~							S_4	
S_4	B							
A				Z		D		
B				Z		E		
C				Z		E		
D				S		Z		
E				S		Z		
F	F_7	F_1		F_4				
F_1				F_2				
F_2	F_3							
F_3						Z		
F_4				F_5				
F_5	F_6							
F_6					Z			
F_7				F_8				
F_8						Z		
Z								

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
S			F				C	$S_{1,3}$
S_{13}							S_4	S_2
S_2					A			
S_4	B							
A				Z		D		
B				Z		E		
C				Z		E		
D				S		Z		
E				S		Z		
F	F_7	F_1		F_4				
F_1				F_2				
F_2	F_3							
F_3						Z		
F_4				F_5				
F_5	F_6							
F_6					Z			
F_7				F_8				
F_8						Z		
Z								

~~$q_0 = \{S\}$~~
~~$q_1 = \{S_{1,3}\}$~~
~~$q_2 = \{S_2\}$~~
~~$q_3 = \{S_4\}$~~
~~$q_4 = \{ABC\}$~~
~~$q_5 = \{DE\}$~~
~~$q_6 = \{F\}$~~
~~$q_7 = \{F_1\}$~~
~~$q_8 = \{F_2\}$~~
~~$q_9 = \{F_3\}$~~
~~$q_{10} = \{F_4\}$~~
~~$q_{11} = \{F_5\}$~~
~~$q_{12} = \{F_6\}$~~
~~$q_{13} = \{F_7\}$~~
~~$q_{14} = \{F_8\}$~~
$q_{15} = \{Z\}$

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
~~q_0~~			~~q_6~~				~~q_4~~	~~q_1~~
~~q_1~~							~~q_3~~	~~q_2~~
~~q_2~~					~~q_4~~			
~~q_3~~	~~q_4~~							
~~q_4~~				~~q_{15}~~		~~q_5~~		
~~q_5~~				~~q_{15}~~		~~q_5~~		
~~q_6~~				~~q_{15}~~		~~q_5~~		
~~q_7~~				~~q_0~~		~~q_{15}~~		
~~q_8~~				~~q_0~~		~~q_{15}~~		
~~q_9~~	~~q_{13}~~	~~q_{10}~~		~~q_7~~				
~~q_{10}~~								
q_{11}								
~~q_{12}~~								
~~q_{13}~~								
~~q_{14}~~								
q_{15}								

q-группа

$q_0 = \{S\}$
$q_1 = \{S_{1,3}\}$
$q_2 = \{S_2\}$
$q_3 = \{S_4\}$
$q_4 = \{ABC\}$
$q_5 = \{DE\}$
$q_6 = \{F\}$
$q_7 = \{F_1\}$
$q_8 = \{F_2\}$
$q_9 = \{F_3 F_8\}$
$q_{10} = \{F_4\}$
$q_{11} = \{F_5\}$
$q_{12} = \{F_6\}$
$q_{13} = \{F_7\}$
$q_{14} = \{Z\}$

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
q_0			q_6				q_4	q_1
q_1							q_3	q_2
q_2					q_4			
q_3	q_4							
q_4				q_{14}		q_5		
q_5				q_0		q_{14}		
q_6	q_{13}	q_7		q_{10}				
q_7				q_8				
q_8	q_9							
q_9						q_{14}		
q_{10}				q_{11}				
q_{11}	q_{12}							
q_{12}					q_{14}			
q_{13}				q_9				
q_{14}								

Сеть Петри

Сеть Петри определяется как формальная система, определяющаяся:

$S = \langle P, T, E, \mu^0 \rangle$, где P - конечное множество позиций
T - кон. мн. переходов
E - кон. мн. дуг
μ^0 - начальная маркировка

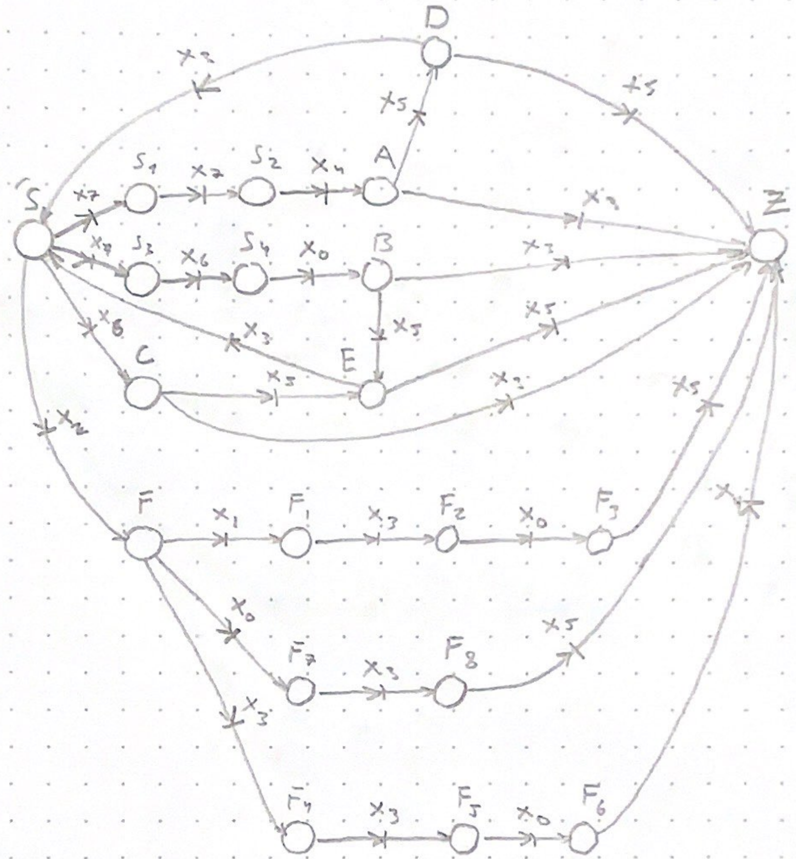
Приведение НКА к ДКА с помощью сети Петри:

1. Определяем 2 различные позиции, в которых есть дуги из одной позиции через переходы с одинаковым терминальным символом
2. Склеиваем найденные позиции, при этом множества объединяем без дублирования.
3. Если на найденной позиции есть ссылка на другие позиции, то они остаются в сети, иначе удаляются вместе с входящими и выходящими дугами и соответствующими переходами

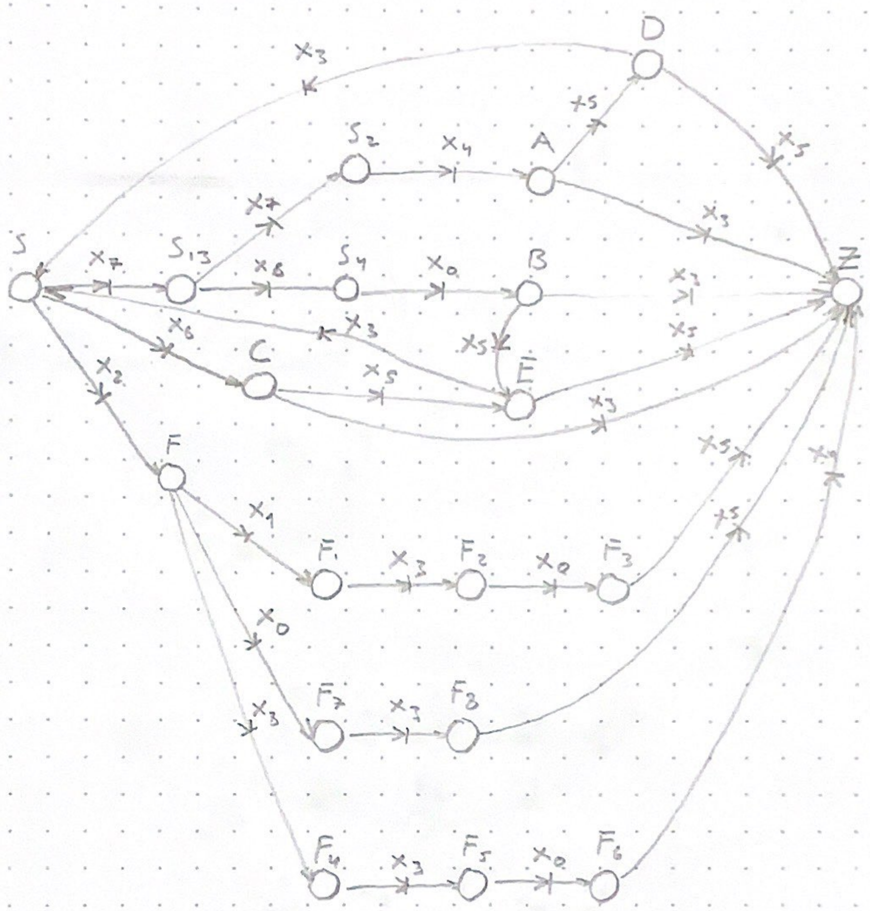
Алгоритм минимизации:

1. Определить дуги из разных позиций в одну позицию с одним терминальным символом
2. Склеиваем найденные позиции при условии, что множество исходящих позиций полностью совпадает.

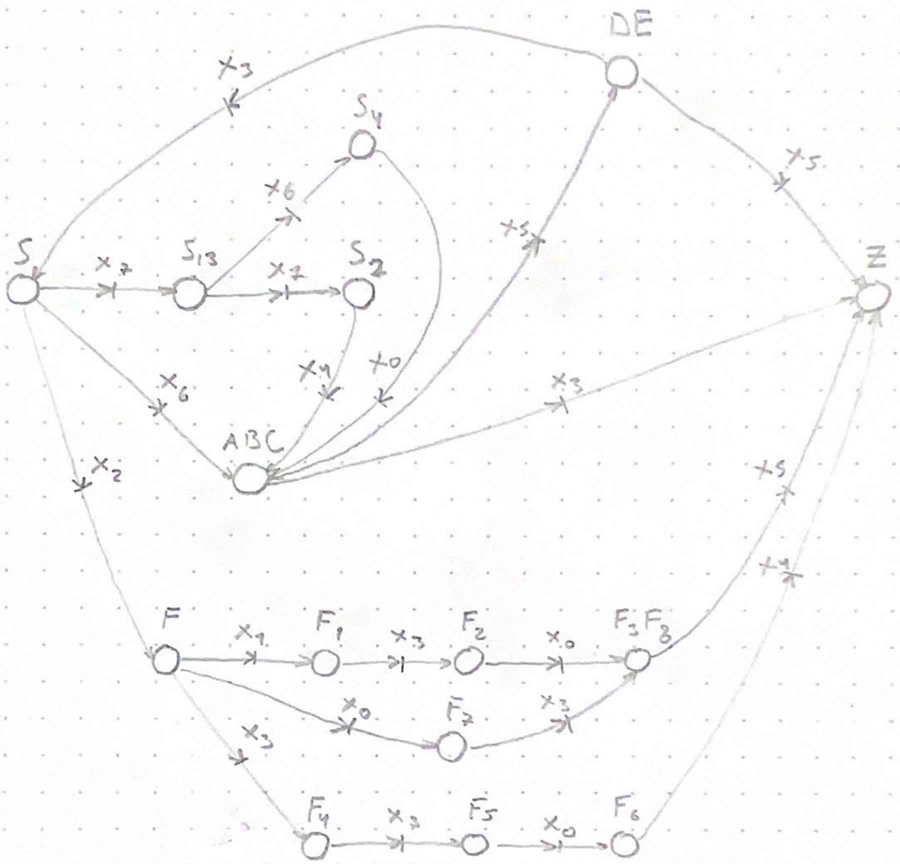
Сеть Петри НКА

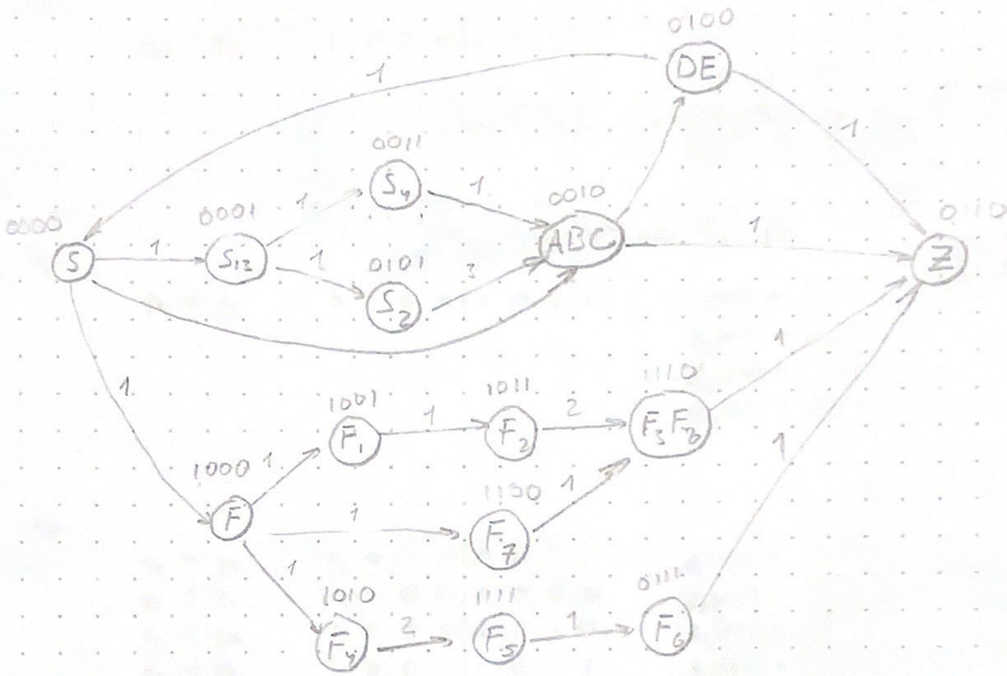


Сеть Петри детерминированного конечного автомата



Сеть Петри минимизированного конечного автомата




0100
DE
1
1
0011
S4
1
0010
ABC
1
0110
Z
0000
S
1
0001
S12
1
1
0101
S2
3
1
1
1001
F1
1
1011
F2
2
1110
F3F8
1
1000
1
F
1
1100
F7
1
1
1010
F4
2
1111
F5
1
0111
F6
1

x_0:

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_1	z_2	z_3	z_4
	$Z(t)$				$Z(t+1)$			
$q_3 \to q_4$	0	0	1	1	0	0	1	0
$q_6 \to q_{13}$	1	0	0	0	1	1	0	0
$q_8 \to q_9$	1	0	1	1	1	1	1	0
$q_{11} \to q_{12}$	1	1	1	1	0	1	1	1

$z_1(t+1) = \overline{z_2(t)} \cdot z_1(t)$
$z_2(t+1) = z_1(t)$
$z_3(t+1) = z_3(t)$
$z_4(t+1) = z_2(t)$

x_1:

$q_6 \to q_7$	1	0	0	0	1	0	0	1

$z_1(t+1) = z_1(t)$
$z_2(t+1) = z_2(t)$
$z_3(t+1) = z_3(t)$
$z_4(t+1) = \overline{z_4(t)}$

x_2:

$q_0 \to q_6$	0	0	0	0	1	0	0	0

$z_1(t+1) = \overline{z_1(t)}$
$z_2(t+1) = z_2(t)$
$z_3(t+1) = z_3(t)$
$z_4(t+1) = z_4(t)$

x_3:

$q_4 \to q_{14}$	0	0	1	0	0	1	1	0
$q_5 \to q_0$	0	1	0	0	0	0	0	0
$q_6 \to q_{10}$	1	0	0	0	1	0	1	0
$q_7 \to q_8$	1	0	0	1	1	0	1	1
$q_{10} \to q_{11}$	1	0	1	0	1	1	1	1
$q_{13} \to q_9$	1	1	0	0	1	1	1	0

$z_1(t+1) = z_1(t)$
$z_2(t+1) = \overline{\overline{(\overline{z_2 z_3 \overline{z_4}})} \cdot \overline{(z_1 \overline{z_2}\,\overline{z_3}\,\overline{z_4})}}$
$z_3(t+1) = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
$z_4(t+1) = \overline{\overline{(z_1 \overline{z_2}\,\overline{z_3} z_4)} \cdot \overline{(z_1 \overline{z_2} z_3 \overline{z_4})}}$

x_4:

$q_2 \to q_4$	0	1	0	1	0	0	1	0
$q_{12} \to q_{14}$	0	1	1	1	0	1	1	0

$z_1(t+1) = z_1(t)$
$z_2(t+1) = z_3(t)$
$z_3(t+1) = z_2(t)$
$z_4(t+1) = z_1(t)$

x_5:

$q_4 \to q_5$	0	0	1	0	0	1	0	0
$q_5 \to q_{14}$	0	1	0	0	0	1	1	0
$q_9 \to q_{14}$	1	1	1	0	0	1	1	0

$z_1(t+1) = z_4(t)$
$z_2(t+1) = \overline{z_4(t)}$
$z_3(t+1) = z_2(t)$
$z_4(t+1) = z_4(t)$

x_6:

$q_0 \to q_4$ $\quad$ 0 0 0 0 | 0 0 1 0

$q_1 \to q_3$ $\quad$ 0 0 0 1 | 0 0 1 1

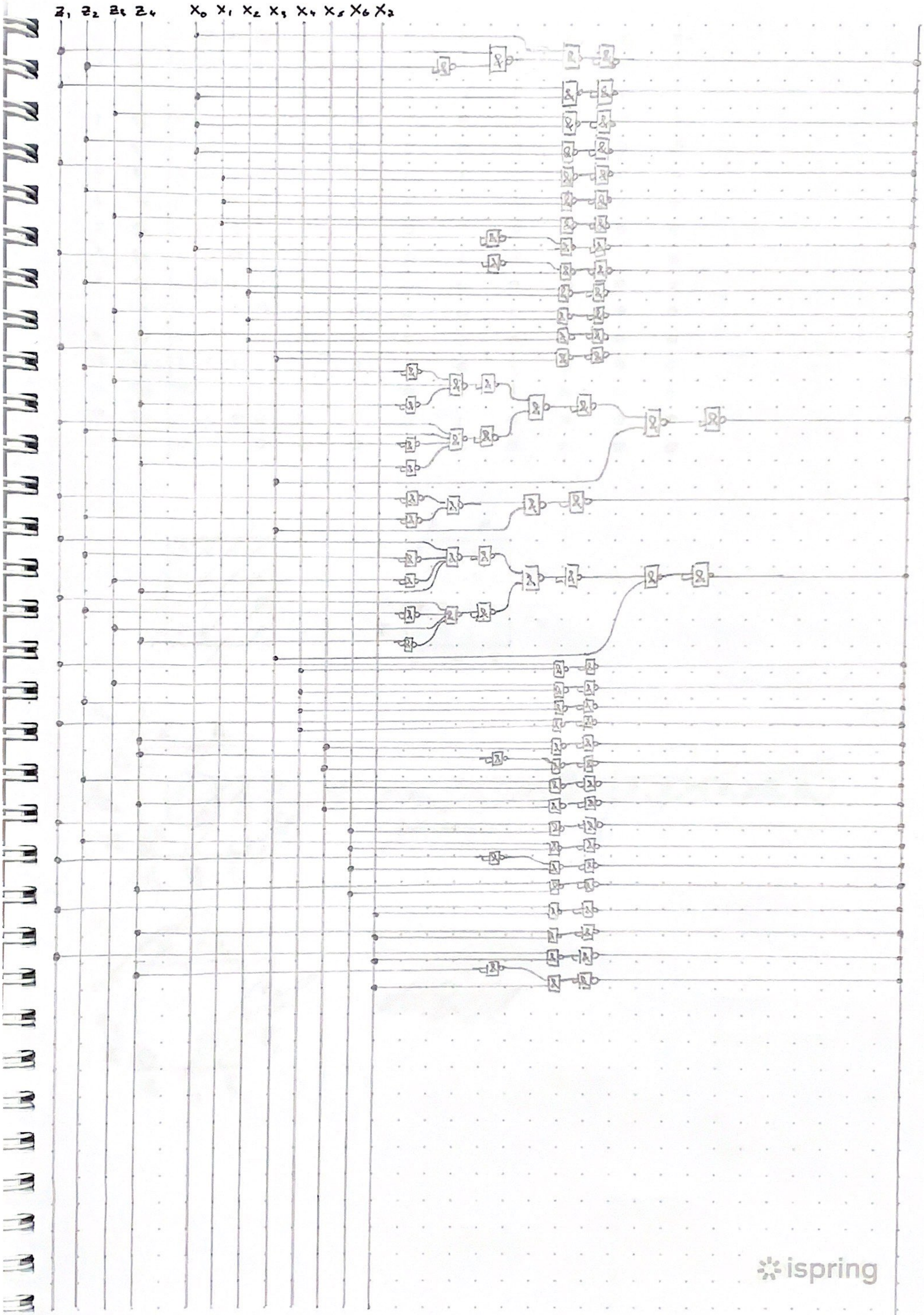
$Z_1(t+1) = Z_1(t)$
$Z_2(t+1) = Z_2(t)$
$Z_3(t+1) = \overline{Z_1(t)}$
$Z_4(t+1) = Z_4(t)$

x_7:

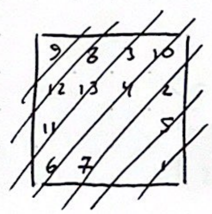
$q_0 \to q_1$ $\quad$ 0 0 0 0 | 0 0 0 1

$q_1 \to q_2$ $\quad$ 0 0 0 1 | 0 1 0 1

$Z_1(t+1) = Z_1(t)$
$Z_2(t+1) = Z_4(t)$
$Z_3(t+1) = Z_1(t)$
$Z_4(t+1) = \overline{Z_4(t)}$

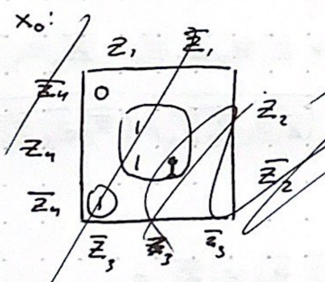

z1 z2 z3 z4 x0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7

		Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
1	q_0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
2	q_1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
3	q_2	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
4	q_3	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
5	q_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
6	q_5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
7	q_6	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
8	q_7	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
9	q_8	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
10	q_9	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
11	q_{10}	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
12	q_{11}	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
13	q_{12}	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
14	q_{13}	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
15	q_{14}	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0



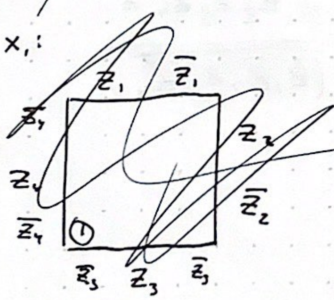
	Z_1		$\bar{Z}_1$		
$\bar{Z}_4$	14	10	15	6	
		12	13	3	Z_2
Z_4	8	9	4	2	
$\bar{Z}_4$	7	11	5	1	$\bar{Z}_2$
	$\bar{Z}_3$	Z_3		$\bar{Z}_3$	

X_0:



$\cancel{Z_3 Z_4 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 \bar{Z}_4 = \overline{(\overline{Z_3 Z_4}) \cdot (\overline{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 \bar{Z}_4})}}$

X_1:



$\cancel{Z_1 \bar{Z}_2 \bar{Z}_3 \bar{Z}_4}$

x_0:

	z_1		$\bar z_1$		
$\bar z_4$	0	0	0	0	$\bar z_2$
		1	0	0	z_2
z_4	0	1	1	0	
$\bar z_4$	1	0	0	0	$\bar z_2$
	$\bar z_3$	z_3		$\bar z_3$	

$z_1 z_3 z_4 + \bar z_1 \bar z_2 z_3 z_4 =$

$= \overline{\overline{(z_1 z_3 z_4)} \cdot \overline{(\bar z_1 \bar z_2 z_3 \bar z_4)}}$??

x_1:

	z_1		$\bar z_1$		
$\bar z_4$	0	0	0	0	
		0	0	0	z_2
z_4	0	0	0	0	
$\bar z_4$	1	0	0	0	$\bar z_2$
	$\bar z_3$	z_3		$\bar z_3$	

$z_1 \bar z_2 \bar z_3 \bar z_4$

x_0:

0	0	0	0
	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0

$z_1 z_2 z_4 + \bar z_2 z_3 z_4 +$
$+ z_1 \bar z_2 \bar z_3 \bar z_4 =$
$= \overline{\overline{(z_1 z_2 z_4)} \cdot \overline{(\bar z_2 z_3 z_4)} \cdot \overline{(z_1 \bar z_2 \bar z_3 \bar z_4)}}$

x_2:

0	0	0	0
	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	1

$\bar z_1 \bar z_2 \bar z_3 \bar z_4$

x_3:

1	0	0	1
	0	0	0
1	0	0	0
1	1	1	0

$\bar z_2 \bar z_4 + \bar z_2 z_3 \bar z_4 + z_1 \bar z_2 \bar z_3 =$

$= \overline{\overline{(z_2 \bar z_4)} \cdot \overline{(\bar z_2 z_3 \bar z_4)} \cdot \overline{(z_1 \bar z_2 \bar z_3)}}$??

x_4:

0	0	0	0
	0	1	1
0	0	0	0
0	0	0	0

$\bar z_1 z_2 z_4$

x_3:

1	0	0	1
1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	1	0

$z_1 \bar z_3 + \bar z_1 z_2 \bar z_3 \bar z_4 + \bar z_2 z_3 \bar z_4 =$

$= \overline{\overline{(z_1 \bar z_3)} \cdot \overline{(\bar z_1 z_2 \bar z_3 \bar z_4)} \cdot \overline{(\bar z_2 z_3 \bar z_4)}}$

x_5:

0	1	0	1
	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	0

$z_1 z_2 z_3 \bar z_4 + \bar z_1 z_2 \bar z_3 \bar z_4 + \bar z_1 \bar z_2 z_3 \bar z_4 =$

$= \overline{\overline{(z_1 z_2 z_3 \bar z_4)} \cdot \overline{(\bar z_1 z_2 \bar z_3 \bar z_4)} \cdot \overline{(\bar z_1 \bar z_2 z_3 \bar z_4)}}$

x_6:

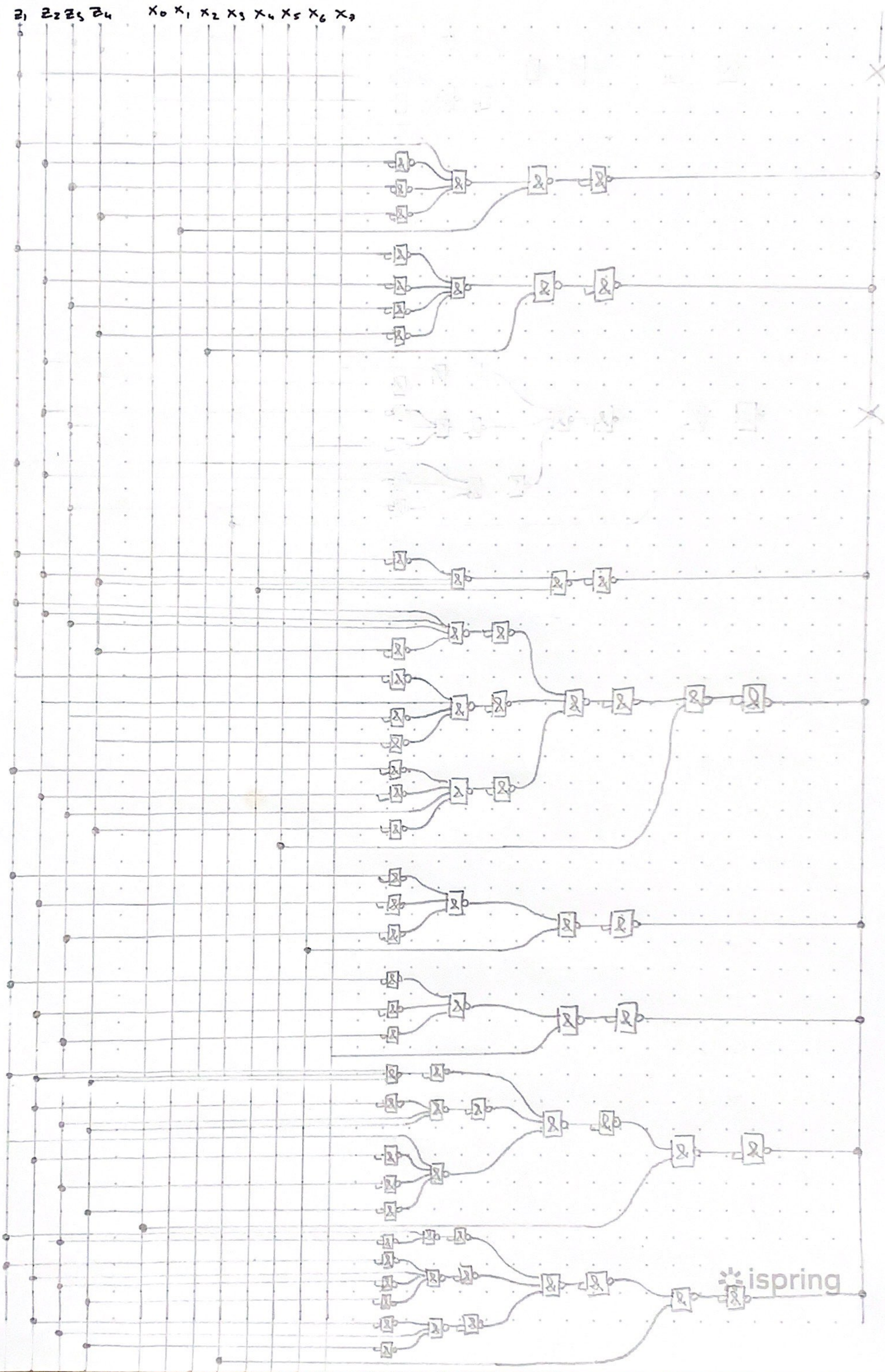
0	0	0	0
	0	0	0
0	0	0	1
0	0	0	1

$\bar z_1 \bar z_2 \bar z_3$

x_7:

0	0	0	0
	0	0	0
0	0	0	1
0	0	0	1

$\bar z_1 \bar z_2 \bar z_3$


z_1 z_2 z_3 z_4 x_0 x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7
&