

Michal Červeňák

dátum merania: 16.12. 2016

skupina: 4

Klasifikace:

1 Pracovní úkol

1. DU: V přípravě odvoďte vzorec pro výpočet momentu setrvačnosti válce a dutého válce. Vyjděte z definice a odvoďte vztahy (1) a (2) [?].
2. Změřte momenty setrvačnosti přiložených rotačních objektů experimentálně a porovnejte je s hodnotami z teoretických vzorců. Použijte disk, disk + prstenec a pomocí nich stanovte moment setrvačnosti samotného prstence.
3. Změřte moment setrvačnosti disku, umístěného na dráze mimo osu rotace a pomocí výsledků z předchozího úkolu ověřte platnost Steinerovy věty.
4. Ověřte zákon zachování momentu hybnosti. Do protokolu přiložte graf závislosti úhové rychlosti rotace na čase.
5. Změřte rychlost precese gyroskopu jak přímo senzorem, tak i nepřímo z měření rychlosti rotace disku. Obě hodnoty porovnejte.

2 Pomôcky

"A"base rotational adapter PASCO CI-6690, přídavný disk a prstenec, rotační dráha s dvěma závažími, Gyroskop PASCO ME-8960, přídavný disk gyroskopu ME-8961, dva rotační senzory PASCO PS-2120, USB link PASCO 2100, PC, program pro datový sběr Data Studio, nit, posuvné měřítko, stojan s kladkou, milimetrové měřítko, váhy.

3 Teória

Moment zotrvačnosti rotujícího disku vypočítáme ako

$$I = \frac{1}{2}MR^2, \quad (1)$$

kde M je hmotnosť disku a R je jeho polomer.

Moment zotrvačnosť rotujúcej kruhového prstenca vypočítame ako

$$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2) , \quad (2)$$

kde M je hmotnosť disku a $R_{1,2}$ sú jeho polomery.

Steinerová veta nám hovorí ako vypočítať moment zotrvačnosti telesa, keď poznáme jeho hmotnosť a moment zotrvačnosti okolo osi prechádzajúcej ťažiskom I_0 , ktorá je vzdialená od osi otáčania o a

$$I = I_0 + Ma^2 . \quad (3)$$

Vzťah re aparáturu na výpočet momentu zotrvačnosti z uhlového zrýchlenia ε spôsobeného podaním závažia o hmotnosti m pri tiažovom zrýchlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a kladke o polomere r znie nasledovne

$$I = rm \left(\frac{g}{\varepsilon} - r \right) . \quad (4)$$

K výpočtu teoretickej presecie Ω , z momentu zotrvačnosti rotujúceho disku I , hmotnosti protizávažia m a vzdialenosti závažia od osi precesie d a uhlovej rýchlosti disku ω

$$\Omega = \frac{mgd}{I\omega} \quad (5)$$

Moment hybnosti L vypočítame ako

$$L = \omega I . \quad (6)$$

3.0.1 Spracovanie chýb merania

Označme $\langle t \rangle$ aritmetický priemer nameraných hodnôt t_i , a Δt hodnotu $\langle t \rangle - t$, pričom

$$\langle t \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i , \quad (7)$$

a chybu aritmetického priemeru

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \langle t \rangle)^2}{n(n-1)}} , \quad (8)$$

pričom n je počet meraní.

4 Postup merania

1. Pomocou posuvného meradla a metru sme zmerali všetky polomery (priemery) disku prstenca.
2. Na digitálnych váhach sme určili hmotnosť disku aj prstenca.
3. Odvážili sme aj obe použité závažia.
4. Na kladku na aparátúre sme namotali lanko, a na jeho voľný koniec sme umiestnili pripravené závažie.

5. Následne závažie spustili a merali uhlové zrýchlenie disku
6. Postup opakujeme pre samostatný disk, disk s prstencom, vychýlený disk a samotnú aparatúru na vychýlenie.
7. Následne boli na aparatúru umiestené 2 rovnaké závažia
8. Pre 2 zvolené symetrické polohy závaží voči stredu boli zmerané podľa 4 uhlové zrýchlenia
9. Závažia boli priviazané lankom tak aby sa s nimi počas pohybu dalo pohybovať medzi krajnými polohami.
10. Aparatúra sa roztočila a niekoľko krát sa zmenila poloha závaží a pri tom sme zaznamenávali závislosť uhlovej rýchlosti na čase.
1. Pomocou posuvného mradla boli odmerané všetky potrebné rozmery na gioskope $d, r_{1,2}$
2. Na koniec girsokopu boli umiestnené závažie.
3. Disk bol roztočený a pritom sa merali hodnoty precesie a uhlová rýchlosť disku.

5 Výsledky merania

V tabuľke Tab. 1 sú namerané hodnoty jednotlivých uhlových zrýchlení. Z nich pomocou vzťahov 4 a 7 boli vypočítané hodnoty momentu zotrvačnosti I pre jednotlivé experimenty, pričom $r = 3,11$ cm. Disk má polomer $R = 11,45$ cm a obruč má polomery $R_1 = 6,3$ cm a $R_2 = 6,5$ cm. Moment zotrvačnosti samostatného disku s hmotnosťou $m = 1429$ g sme určili

$$I_D = (0,020 \pm 0,001) \text{ kg m}^2,$$

pričom $m = 50$ g.

Moment zotrvačnosti disku prstencom o hmotnosti $m_P = 1428$ g sme určili

$$I_{D+P} = (0,032 \pm 0,002) \text{ kg m}^2,$$

pričom $m = 50$ g.

Moment zotrvačnosti disku vychýleného od osi otáčania o vzdialenosť $a = 15$ cm sme určili

$$I_{PV+A} = (0,093 \pm 0,004) \text{ kg m}^2,$$

pričom $m = 200$ g.

Moment zotrvačnosti aparatury na vychýlenie disku sme určili

$$I_A = (0,023 \pm 0,001) \text{ kg m}^2,$$

pričom $m = 200$ g.

V tabuľke Tab. 2 sú zaznamenané namerané hodnoty uhlového zrýchlenia pre závažia v jednotlivých polohách, ε_{17} pre vzdialenosť od stredu $r = 17$ cm a ε_7 pre vzdialenosť od stredu $r = 7$ cm. Z nich podľa vzťahu 4 boli vypočítané

$\frac{\varepsilon_D}{\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]}$	$\frac{\varepsilon_{D+P}}{\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]}$	$\frac{\varepsilon_{PV+A}}{\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]}$	$\frac{\varepsilon_A}{\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]}$
0.723	0.480	0.657	2.53
0.744	0.495	0.651	2.53
0.768	0.475	0.634	2.48
0.749	0.488	0.663	2.55
0.810	0.475	0.655	2.88
0.813	0.448	0.633	-
0.781	0.473	0.659	-
0.777	0.482	0.679	-
0.721	0.482	0.664	-
0.767	0.479	0.670	-

Tab. 1: Nameraná hodnoty uhlového zrýchlenia ε . pre jednotlivé merania.

$\frac{\varepsilon_{17}}{\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]}$	$\frac{\varepsilon_7}{\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right]}$
1.21	1.91
1.14	1.84
1.22	1.85
1.23	1.86
1.27	1.84

Tab. 2: Nameraná hodnoty uhlového zrýchlenia ε . pre jednotlivé polohy závaží.

jednotlivé hodnoty momentov zotrvačnosti $I_{17} = (0,013 \pm 0,0005) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ a $I = (0,0081 \pm 0,0001) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Tie boli použité na výpočet jednotlivých hodnôt momentu hybnosti z nameraných dát v tabuľke Tab. 3.

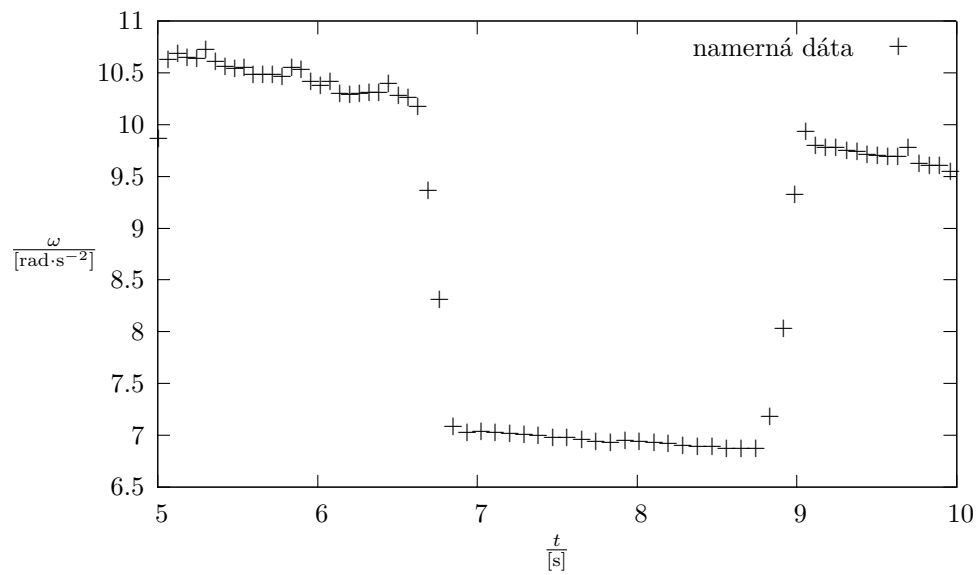
Z veľkosti kladiek na prevod $d_1 = 5,6 \text{ cm}$ a $d_2 = 3,11 \text{ cm}$ sme určili prevodný pomer medzi nameranými dátami uhlovej rýchlosti rotácie disku giroroskopu. Vzďialenosť sme určili ako súčet vzdelaností po disk od disku a hrúbku disku, teda $d = (3 \pm 0,1 + 7 \pm 0,5 + 13,5 \pm 0,5) \text{ cm} = 23,5 \pm 1,1 \text{ cm}$.

V tabuľke Tab. 4 sú namerané a vypočítané hodnoty precesie giroroskopu a ich porovnanie.

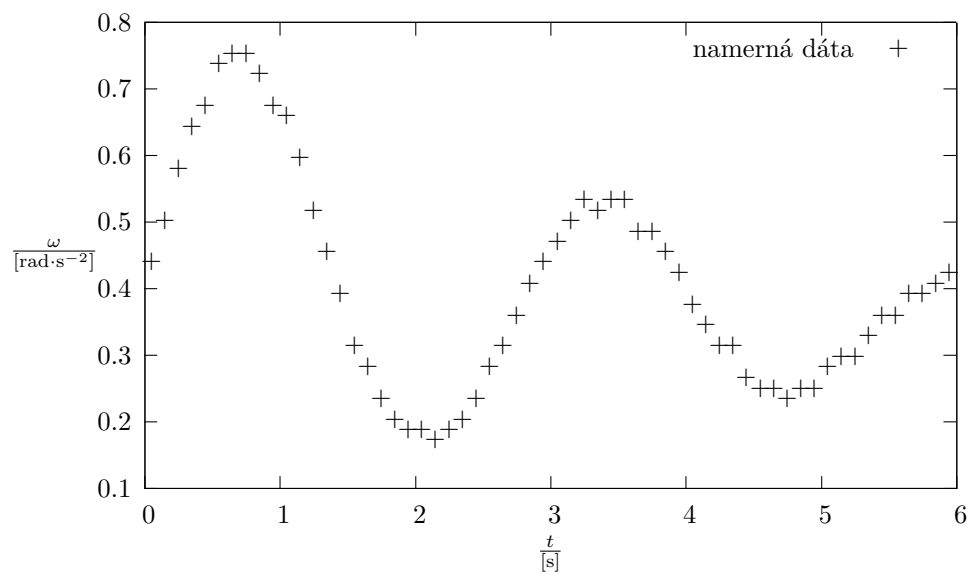
6 Diskusia & Záver

Podľa vzťahu 1 sme vypočítali moment zotrvačnosti $I_D = 93 \text{ gm}^2$ a a podľa vzťahu 2 obruče $I = 5,32 \text{ gm}^2$. Kde jasne vidíme, že hodnoty sa od nami nameraných výrazne líšia. Podľa vzťahu 2 sme sme určili teoretický I_0 ako $I_0 = I_{PV+A} - I_A - a^2 M = 0,0378 \text{ kgm}^2$, čo je opäť v rozpore s nameranými hodnotami.

Pri overovaní ZZMH sa opäť vo výsledkoch ukazuje veľká nepresnosť a nezrovnalosť nameraných dát s teóriou. Vyzerá to že naše meranie zaťažené systematickou chybou, ktorá podľa môjho predpokladu vznikla pri určovaní polomeru kladky. Je to jediný parameter, ktorý sa vyskytuje všade vo výpočtoch. Pri takejto výraznej (asi) systematickej chybe je zahrňať do odhadov nepresností aj iné chyby skoro zbytočné ale predsa ich tu spomeniem. Predovšetkým sa jedná o



Obr. 1: Závislosť uhlovej ω frekvencie na čase t pri zmene polohy závaží.



Obr. 2: Závislosť uhlovej ω frekvencie na čase t pri precesii.

$\frac{\omega_{17}}{[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}]}$	$\frac{\omega_7}{[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}]}$	$\frac{L_{17}}{[\frac{\text{radkg}}{\text{s}^2}]}$	$\frac{L_7}{[\frac{\text{radkg}}{\text{s}^2}]}$
0.0796	0.197	0.10	1.61
0.056	0.15	0.70	1.22
0.108	0.152	1.35	1.27
1.9	0.303	23.81	2.47
1.54	0.351	19.30	2.86
1.1102	0.617	13.91	5.03
0.0995	0.152	1.25	1.24
0.0571	0.204	0.73	1.66
0.0565	0.324	0.71	2.64
0.0788	0.189	0.99	1.54
0.199	0.163	2.49	1.33

Tab. 3: Namerané hodnoty uhlových rýchlostí pre jednotlivé vzdialenosti ω a vypočítané hodnoty momentu hybnosti podľa vzťahu 6 L .

$\frac{\omega}{[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}]}$	$\frac{\Omega_m}{[\text{s}^{-1}]}$	$\frac{\Omega_v}{[\text{s}^{-1}]}$	$\frac{\Omega_m/\Omega_v}{[-]}$
-0.265	-40.891	-0.25	1.07
0.310	27.000	0.38	0.83
-0.364	-53.724	-0.19	1.93
0.281	46.729	0.22	1.30
0.384	33.393	0.30	1.27

Tab. 4: Namerané hodnoty uhlovej rýchlosti ω pred prepočtom, v závislosti na hodnote precesie Ω_m , vypočítané hodnoty precesie podľa vzťahu 5 Ω_v a ich pomer.

trenie pri otáčaní aparatury, hmotné lanko, nezapočítaný moment zotrvačnosti podstavca, namotávanie nitky a tým sa zväčšuje polomer kladky, nezapočítaný moment zotrvačnosti druhej kladky.

Naopak pri overovaní precesie a vzťahov pre precesiu girokopu, vidíme veľmi peknú zhodu dát sa teóriou. Tu opäť môžeme diskutovať o vzniku nepresností merania. Meranie hodnoty d bolo nepriame a rozdelená na cca 3 sub-merania každé s presnosťou 0,5 cm, gumička na prevode dosť preklzávala, a teda neprenášala všetky otáčky.

Reference

- [1] Dynamika rotačního pohybu [cit. 02.01.2017] Dostupné po přihlášení z Kurz: Fyzikální praktikum I: https://praktikum.fjfi.cvut.cz/pluginfile.php/133/mod_resource/content/6/Rotace_161003.pdf