

Jméno: **Michal Červeňák** Kolega:
Kruh: **Útorok** Číslo skup.: 1
Měřeno: **9.10.2017** Zpracování: 3 h Klasifikace:

1 Pracovní úkol

1. DU: Zopakujte si výpočet chyb nepřímého měření γ_1 , vysvětlete rozdíl mezi lineárním a kvadratickým zákonem hromadění chyb a jejich použití.
2. DU: Odvoďte vztah pro výpočet relativní chyby měření G a zamyslete se, jak vypadá chyba periody kmitu T a chyba rozdílu vzdáleností rovnovážných poloh S .
3. DU: V přípravě odvoďte vztah pro výpočet relativní chyby měření G a zamyslete se, jak vypadá chyba periody kmitu T a chyba rozdílu vzdáleností rovnovážných poloh S .
4. Ve spolupráci s asistentem zkontrolujte, zda je torzní kyvadlo horizontálně vyrovnané. (20 min)
5. Pomocí torzního kyvadla změřte gravitační konstantu. Do protokolu přiložte graf naměřených dat včetně odchylek a nafitované funkce. Diskutujte, zda bylo kyvadlo rotačně vyrovnané.

2 Postup merania

1. Najskôr bola aparátúra horizontálne vyrovnaná a dôkladne skontrolované jej vyváženie.
2. Následne boli na držiaky osadené gule, a prítlačné na doraz do prvej polohy.
3. Aparátúra sa odaretovala a nechala sa kmitať dokedy sa pri kmitoch neprestali guľičky dotýkať od stien.
4. Podobu ~ 3 kmitov sa zaznamenávala zmena výchylky laserového paprsku na čase, v našom prípade každých 20 s.
5. Gule boli otočné do druhej polohy a opakovalo sa meranie pre 3 kmity.
6. Pomocou metru bola odmeraná vzdialenosť kyvadla od steny, na ktorú sa odčítavala vzdialenosť.

3 Pomôcky

Torzné kyvadlo, zemniacé káble, radiátor, laser, ochranné okuliare, podstavec pod laser, stopky, meter provázek.

4 Teória

Newtonov gravitačný zákon hovorí, že gravitačná sila F medzi dvoma telesami je priamo úmerná ich hmotnostiam m_1 a m_2 a nepriamo štvorci vzdialenosti r , teda

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

kde G je gravitačná konštanta, ktorá udáva veľkosť interakcie.

Zo vzorcov pre torzné kyvadlo a gravitačného zákona sa dá odvodiť vzťah

$$G = \frac{\pi^2 b^2}{m_2 d} \frac{d^2 + \frac{2}{5} r^2}{\left(1 - \frac{b^3}{b^2 + 4d^2}^{3/2}\right)} \frac{S}{T^2 L}, \quad (1)$$

pričom

$$r = 9,55 \text{ mm},$$

$$d = 50,7 \text{ mm},$$

$$b = 45 \text{ mm},$$

$$S = S^2 - S^1,$$

$$m_2 = 1,24 \text{ kg},$$

kde m_2 je hmotnosť, každej z olovených gúl, S je rozdeľ nulových polôh kmitov v jednotlivých polohách S^i , b je vzdialenosť stredov malej a veľkej gule, d je vzdialenosť stredu malej gule od stredu osi otáčania torzného kyvadla, a r je polomer malej gule. Vzťah pre tlmené harmonické kmity

$$f(t) = A \exp(-\delta t) \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} t + \sigma\right) + S^{1(2)}. \quad (2)$$

4.0.1 Spracovanie chýb merania

Označme $\langle t \rangle$ aritmetický priemer nameraných hodnôt t_i , a Δt hodnotu $\langle t \rangle - t$, pričom

$$\langle t \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i, \quad (3)$$

a chybu aritmetického priemeru

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \langle t \rangle)^2}{n(n-1)}}, \quad (4)$$

príčom n je počet meraní.

Vzorec 1 sa dá pre naše účely prepísať ako

$$G = \text{konst} \frac{S}{T^2 L},$$

z čoho môže odvodiť pre chybu merania

$$\frac{\Delta G}{|G|} = \frac{\Delta S}{|S|} + \frac{2\Delta T}{|T|} + \frac{\Delta L}{|L|}. \quad (5)$$

5 Výsledky merania

Namerané dáta sú vynesené do grafu Obr. 1. Následne pre obe polohy gulí boli dáta preložené závislosťou (2), a z nej zistené hodnoty

$$S^1 = (115,6 \pm 0,3) \text{ cm},$$

$$S^2 = (125,6 \pm 0,1) \text{ cm},$$

$$T = (493,6 \pm 0,4) \text{ s}.$$

Preloženie je v Obr. 2 a Obr. 3, a v Obr. 4 sú vykreslené spolu s dátami a fitmi aj hodnoty S^1 a S^2 .

Metrom bola odmeraná hodnota $L = (598 \pm 5) \text{ cm}$, nepresnosť merania bola odhadnutá na 5 cm hlavne z dôvodu merania popri stene a postupného merania. Nepresnosť určovania času bola stanovená na 5 s.

Po dosadení do vzorca (1) a (5), bola dopočítaná hodnota $G = (5,71 \pm 0,95) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

6 Diskusia

Hodnota nami odmeraného G sa rádovo zhoduje s tabuľkovým[2]

$$G_{tab} = (6,67408 \pm 0,00031) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}.$$

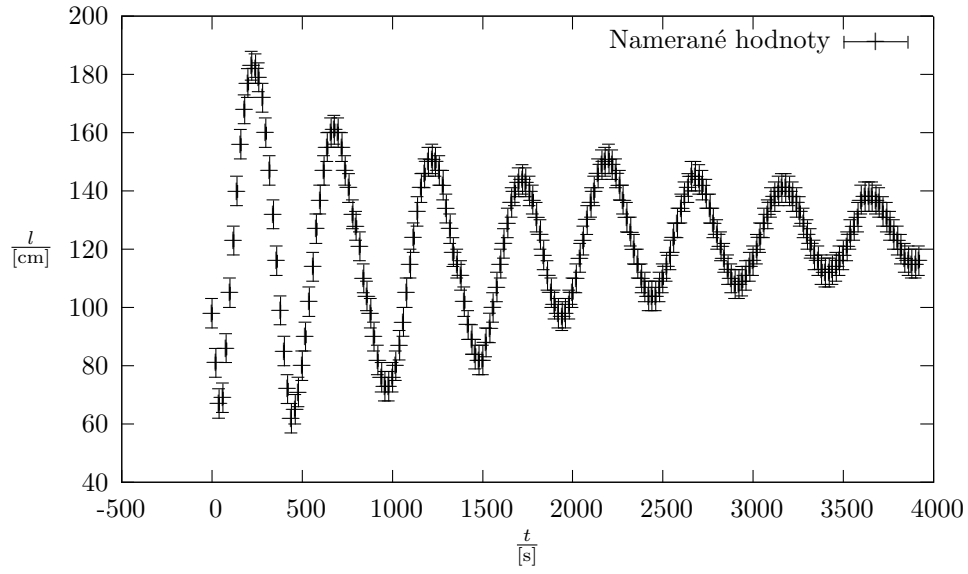
zároveň vidíme, že tento experiment bol zaťažený systematickými chybami.

V prvej rade sa jedná o chybu pri zisťovaní dĺžky, či už vzdialenosti aparatury od premietacej steny alebo určovaní polohy laseru. Pri fitovaní cez niekoľkých periód sa však táto chyba fixuje a jej vplyv n výsledok je malý.

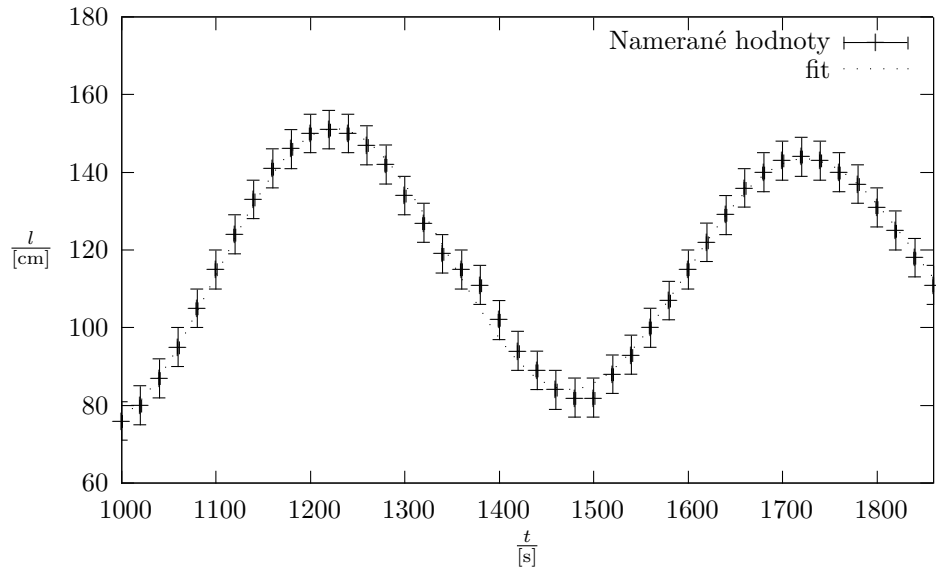
Ďalším zdrojom možnej systematickej chyby je počiatočné veľké kmity, kde kyvadlo narážalo na okraje, tieto kyvy boli neboli zanášané do fitu ale predovšetkým na prvý kyv, mohli mať vplyv.

Ďalej nerovnosti na guliach vďaka, ktorým sa nedali narovnať prisunúť k aparátúre a teda vzdialenosť b , mohla byť pre každú z polôh odlišná.

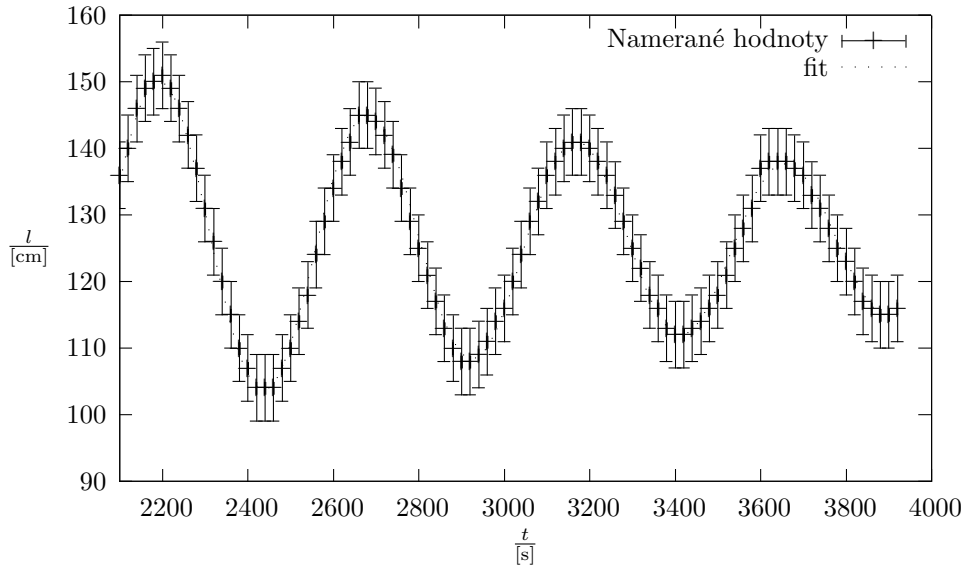
Posledným výrazným problémom je uzemnenie aparatury o radiátor, predovšetkým počas vykurovacej sezóny, môže na radiátore vznikáť statický náboj a ten sa preniesť na aparaturu a tým ovplyvniť meranie.



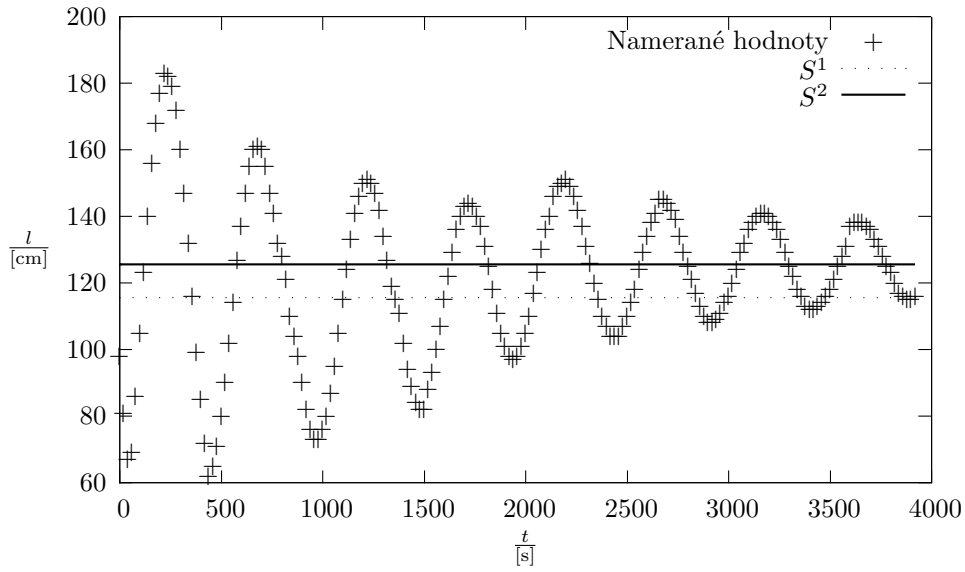
Obr. 1: Namereané hodnoty polohy l na čase t



Obr. 2: Vynesená závislosť polohy l na čase t pre prvú polohu a fit $l(t) = (65.3 \pm 4.9) \exp(-(4.9 \pm 0.5) 10^{-4}t) \left(\sin\left(\frac{2\pi t}{498.2 \pm 2.0}\right) + (4.93 \pm 0.07) \right) + (115.6 \pm 0.3)$.



Obr. 3: Vynesená závislosť polohy l na čase t pre druhú polohu a fit $l(t) = (70.9 \pm 0.5) \exp(- (4.9 \pm 0.5) 10^{-4} t) \left(\sin\left(\frac{2\pi t}{488.9 \pm 0.5}\right) + (4.79 \pm 0.04) \right) + (125.6 \pm 0.1)$.



Obr. 4: Namerané hodnoty polohy l na čase t bez chybových úsečiek, so zanesenými hodnotami nulových polôh S^1 a S^2 pre jednotlivé polohy.

7 Záver

Gravitačnú konštantu sme pomocou Cavendishového experimentu určili

$$G = (8.21 \cdot 10^{-11} \pm 0.86 \cdot 10^{-11}) \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Reference

- [1] Cavendishův experiment [cit. 15.10.2017] Dostupné po přihlášení na: <https://praktikum.fjfi.cvut.cz/mod/resource/view.php?id=16>
- [2] Fyzikální a jiné konstanty [cit. 15.10.2017] Jiří Bureš: <http://www.converter.cz/prevody/konstanty.htm>