Gekoppelde tanks met zoutoplossing

Ceyhun Cakir

29 November 2021

1 Introductie

De casus die beschreven is dat er twee grote tanks zijn elk gevuld met 100 liter vloeistof. Deze grote tanks zijn met elkaar gekoppeld door pijpleidingen wat kan aanduiden dat beiden tanks vloeistoffen kunnen innemen en vrijlaten. De vloeistof stroomt van tank A in tank B met een snelheid van 3 L/min en van B in A met 1 L/min. Een zoutoplossing met een concentratie van $0.2~{\rm kg/L}$ stroomt met een snelheid van $6~{\rm L/min}$ tank A in. De oplossing stroomt met een snelheid van $4~{\rm L/min}$ tank A uit en verlaat met een snelheid van $2~{\rm L/min}$ tank B. Het doel van dit document is dat we met gebruik van $2~{\rm differentiaalvergelijkingen}$ kunnen aantonen wat de zoutconcentratie is van ieder tank

2 Verantwoording

We zijn tot 2 differentiaalvergelijkingen gekomen door te kijken hoeveel vloeistof er binnen komt en hoeveel er uit gaat voor beide tanks.

$$\frac{\dot{d}_x}{dt} = Y(t) \cdot 1.2 \cdot \frac{1}{100} - X(t) \cdot \frac{7}{100}$$

Tank X staat gelijkwaardig aan Y(t) keer de hoeveelheid concentratie van zoutoplossing keer (1/100) min het hoeveelheid (7/100) vloeistof die tank x verlaat. We kunnen dit waarnemen aangezien er zoutoplossing met een snelheid van 6 L/min binnen stroomt, dit wilt zeggen dat er 1.2 kg concentratie overgedragen word naar tank X per minuut. Van de hoeveelheid concentratie die binnen komt per minuut vermenigvuldigen we dit met de hoeveelheid vloeistof die binnen komt vanuit tank Y.

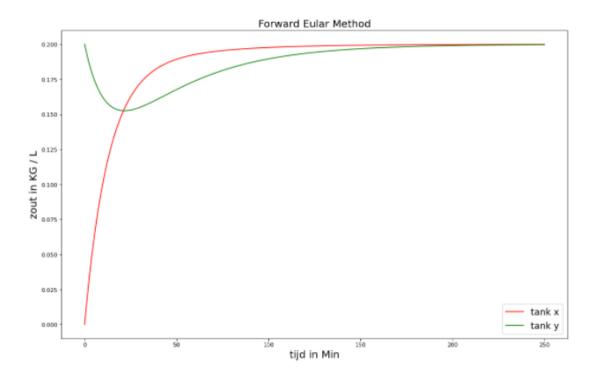
Uiteindelijk trekken we de (7/100) vloeistof van het linkerdeel af aangezien dat de hoeveelheid vloeistof is dat de tank verlaat. Met dit formule kunnen we berekenen hoeveel concentratie van zoutoplossing in tank X zit.

$$\frac{\dot{d}_y}{d_t} = X(t) \cdot \frac{3}{100} - Y(t) \cdot \frac{3}{100}$$

Tank Y staat gelijkwaardig aan X(t) vermenigvuldigt bij (3/100) min Y(t) vermenigvuldigt bij (3/100). We kunnen dit zeggen aangezien er 3/100 van tank X naar tank Y binnenstroomt. En ook weer 3/100 van tank Y wegstroomt.

3 Forward Eular

Forward Eular is eigenlijk het eenvoudigste methode om een numerieke oplossing te berekenen van een differentiaalvergelijking. In de onderstaande afbeelding kunnen we de resultaten zien van als we forward eular teoepassen met de opgestelde differentiaalvergelijkingen



4 Heun

Heun method is eigenlijk het verbeterde of hoe men noemt aangepaste versie van het forward eular methode. Hoe de Heun method werkt is eigenlijk dat die de waarde van H vermeenvuldigt met de waarde van H gedeelt door 2 wat uiteindelijk weer vermeenvuldigt word met de formule uitkomst van het vorige stap plus de formule uitkomst van het huidige stap.

