

Proiectarea optimală a filtrelor FIR

Cezar-Octavian Bontaș

Coordonatori: Dan Ștefănoiu, Vasilică Voinea

Cuprins

Capitolul 1: Obiectivele proiectului.....	3
Capitolul 2: Paşii pentru efectuarea obiectivului	3
Capitolul 3: Abordarea temei. Implementare	4
Faza 1:	4
Faza 2:	15
Capitolul 4: Concluzii.....	17
Bibliografie:	17

Capitolul 1: Obiectivele proiectului

Scopul acestui proiect este de a studia metode de proiectare a filtrelor folosind criterii optime, precum rezolvarea problemei proiectării filtrelor pătratic optime și asimptotic optime, studiate la cursul de Prelucrarea Semnalelor.

Problema proiectării filtrelor pătratic optime

PPFO²

- Plecînd de la perechea de pulsații $\{\omega_p, \omega_s\}$ și răspunsul ideal H_{id} , se cere să se proiecteze un filtru al cărui răspuns în frecvență H este cel mai aproape de răspunsul H_{id} , în sensul normei pătratice. Mai precis, filtrul este soluția problemei de optimizare pătratică de mai jos:

$$\min_{h \in \mathcal{S}_{dM}} \int_{\omega \in \Omega_{ps}} w(\omega) |H_{id}(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega})|^2 d\omega.$$

Problema proiectării filtrelor asimptotic optime

PPFO_∞

- Plecînd de la perechea de pulsații $\{\omega_p, \omega_s\}$ și răspunsul ideal H_{id} , se cere să se proiecteze un filtru al cărui răspuns în frecvență H este cel mai aproape de răspunsul H_{id} , în sensul normei infinit. Mai precis, filtrul este soluția problemei de optimizare asimptotică de mai jos:

$$\min_{h \in \mathcal{S}_{dM}} \max_{\omega \in \Omega_{ps}} \left\{ w(\omega) |H_{id}(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega})| \right\}.$$

Aceste probleme de tip minimizare de cost au soluție folosind Metoda Celor Mai Mici Pătrate, sau implementarea formulată de Parks și McClellan pentru algoritmul lui Remez și teorema lui Cebășev.

Capitolul 2: Pașii pentru efectuarea obiectivului

Aici va fi descris pe scurt ce trebuie făcut pentru a ajunge la rezultatul dorit:

1. Construirea de filtre FIR optime în sens CMMP folosind funcția FIRLS, și cele în sensul normei infinit, după funcția FIRPM, avînd în vedere mai multe ordine de memorie pentru filtre. Aici determinăm importanța ordinului filtrului.
2. Găsirea celui mai bun filtru, avînd în vedere că sunt de același ordin, după atenuarea lobilor secundari.
3. Deducerea rolului funcției de pondere în atenuarea semnalului și compararea dispersiilor erorilor pentru diferitele tipuri de filtre.
4. Implementarea filtrelor FTJ prin metodele anterioare, dar fără limitarea fazei, pentru care evaluăm performanța relativă a acestora în funcție de cele cu fază liniară.

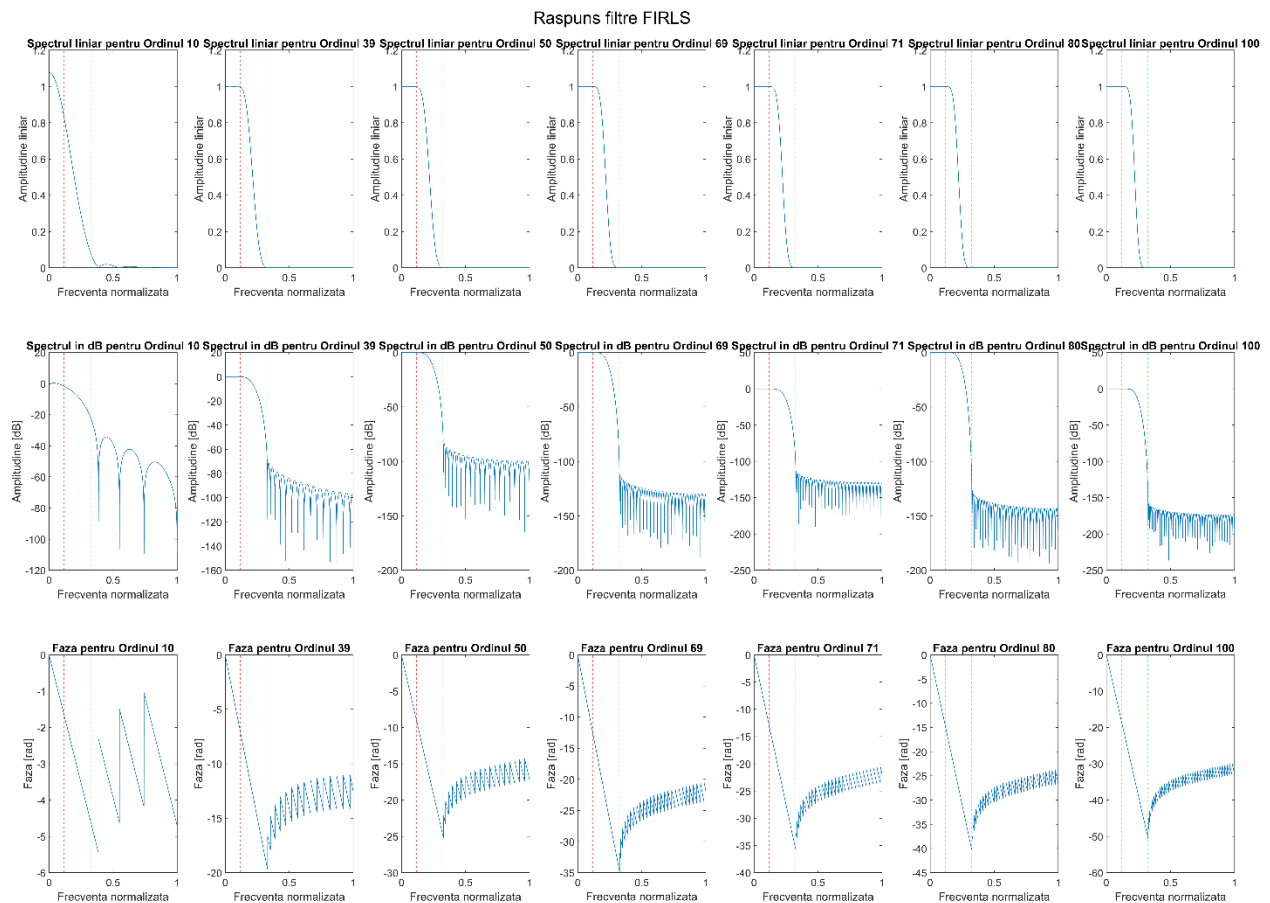
În urma studierii rezultatelor obținute, la prima vedere putem spune că filtrele de tip FIRLS sunt mai riguroase decât cele FIRPM, însă trebuie să comparăm graficele pe care le voi atașa mai jos în următoarele capitole.

Capitolul 3: Abordarea temei. Implementare

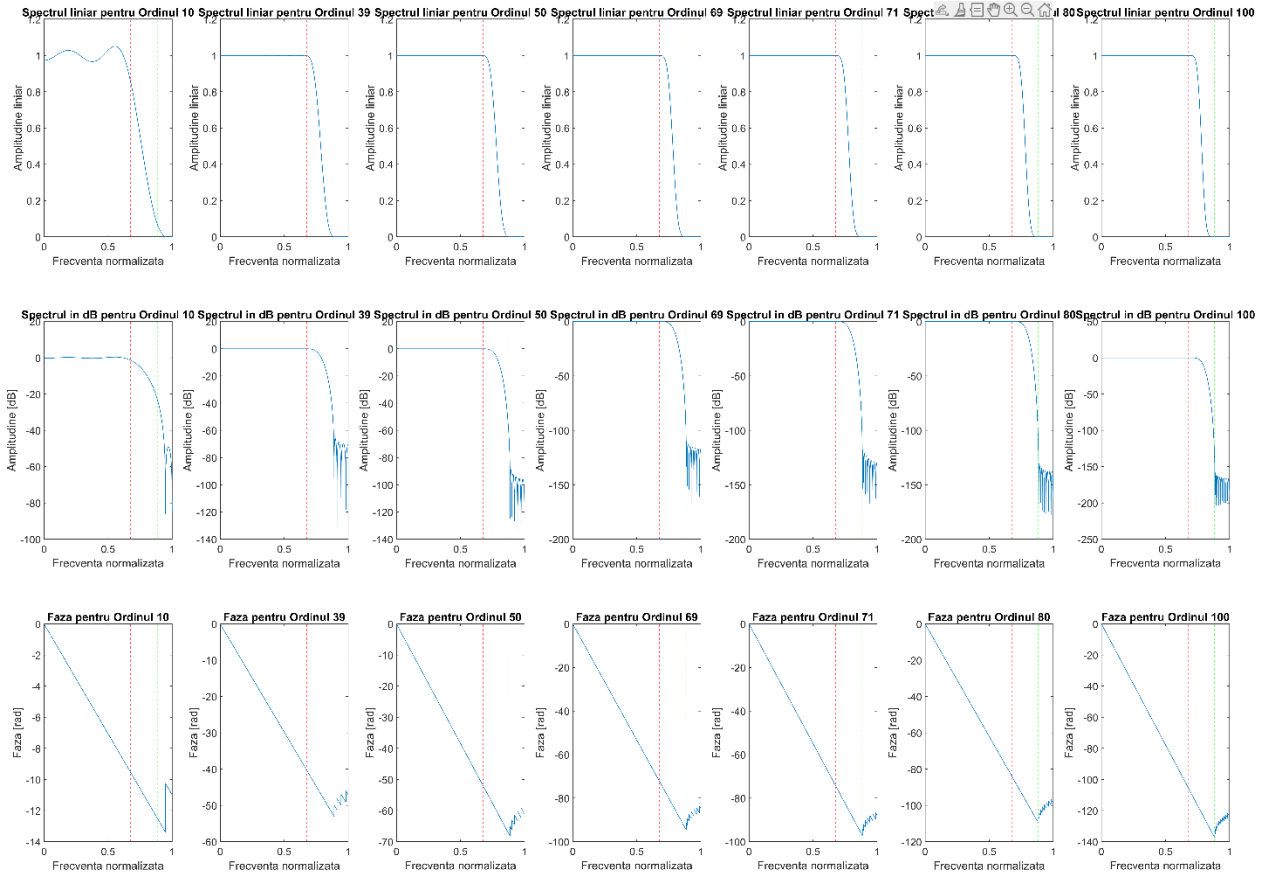
Fazele abordate și subpunctele prezentate se regăsesc în scripturile intitulate „phase{x}.m”, unde se generează atât rezultatele numerice, dar și graficele de mai jos. Proiectul de folosește mai ales de funcțiile „firls” și „firpm” care au implementări în MatLab. De asemenea arhiva conține câteva funcții și scripturi auxiliare pentru generarea/verificarea anumitor elemente necesare desfășurării proiectului.

Faza 1:

Prima dată generăm filtrele FIRLS, pentru perechile $[\omega_p, \omega_s]$ și $[1-\omega_s, 1-\omega_p]$, care au forma următoare.



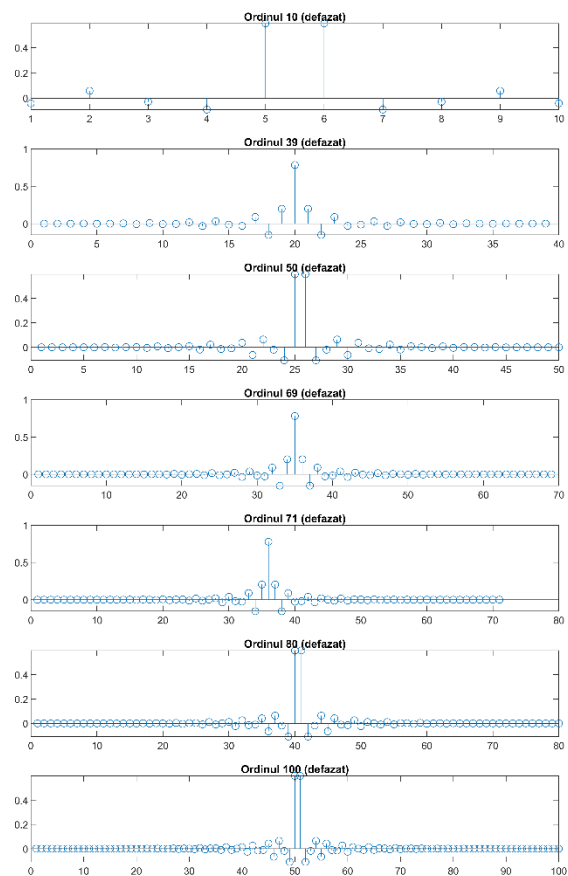
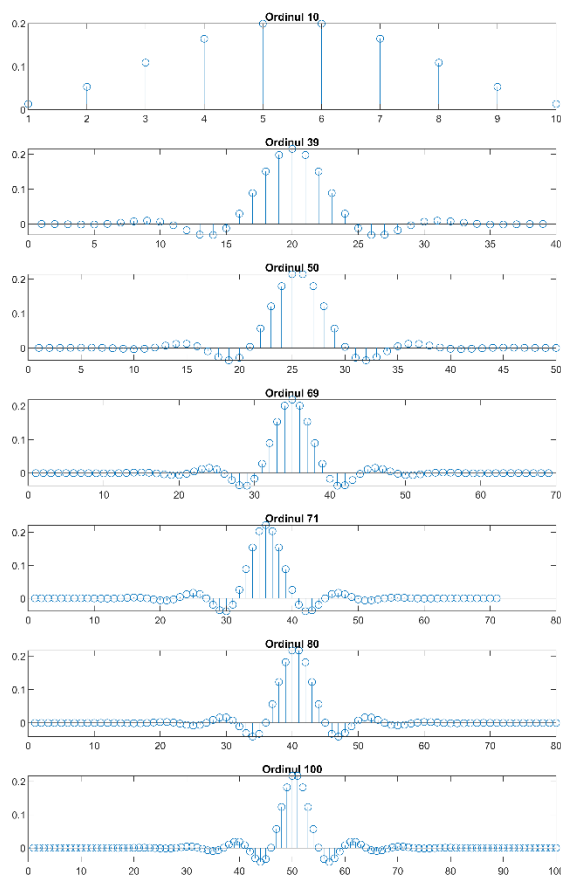
Răspuns filtre FIRLS (defazat)



După cum putem observa, s-au generat mai multe grafice pentru diferite ordine de memorie a filtrelor, în ordine crescătoare. Spectrele au răspunsuri variate, unde putem observa că cea mai proastă atenuare și prezență a efectului Gibbs este pentru ordinul cel mai mic, în timp ce ordinele cu filtrul de

ordin mare au răspunsuri apropiate de filtrul ideal.

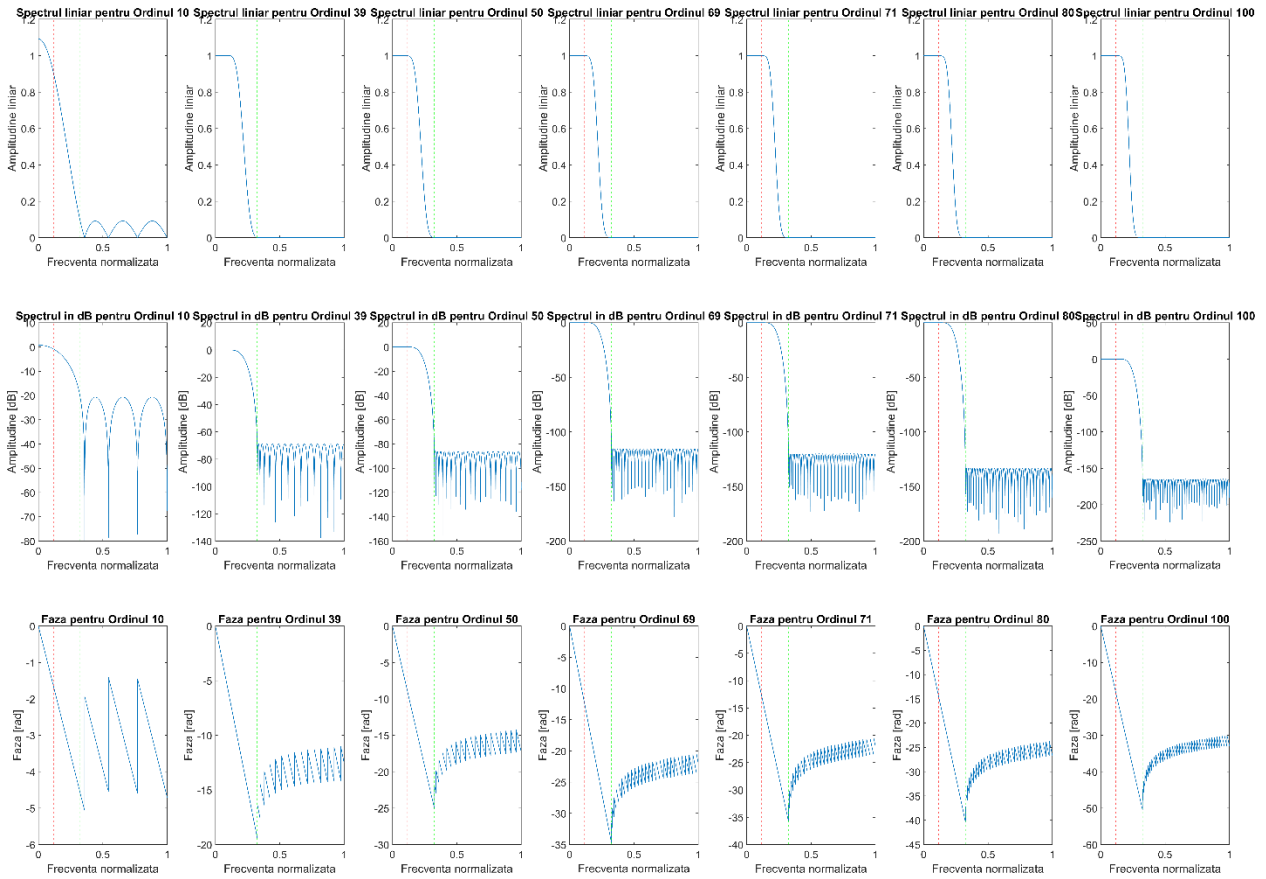
Secvența pondere filtre FIRLS



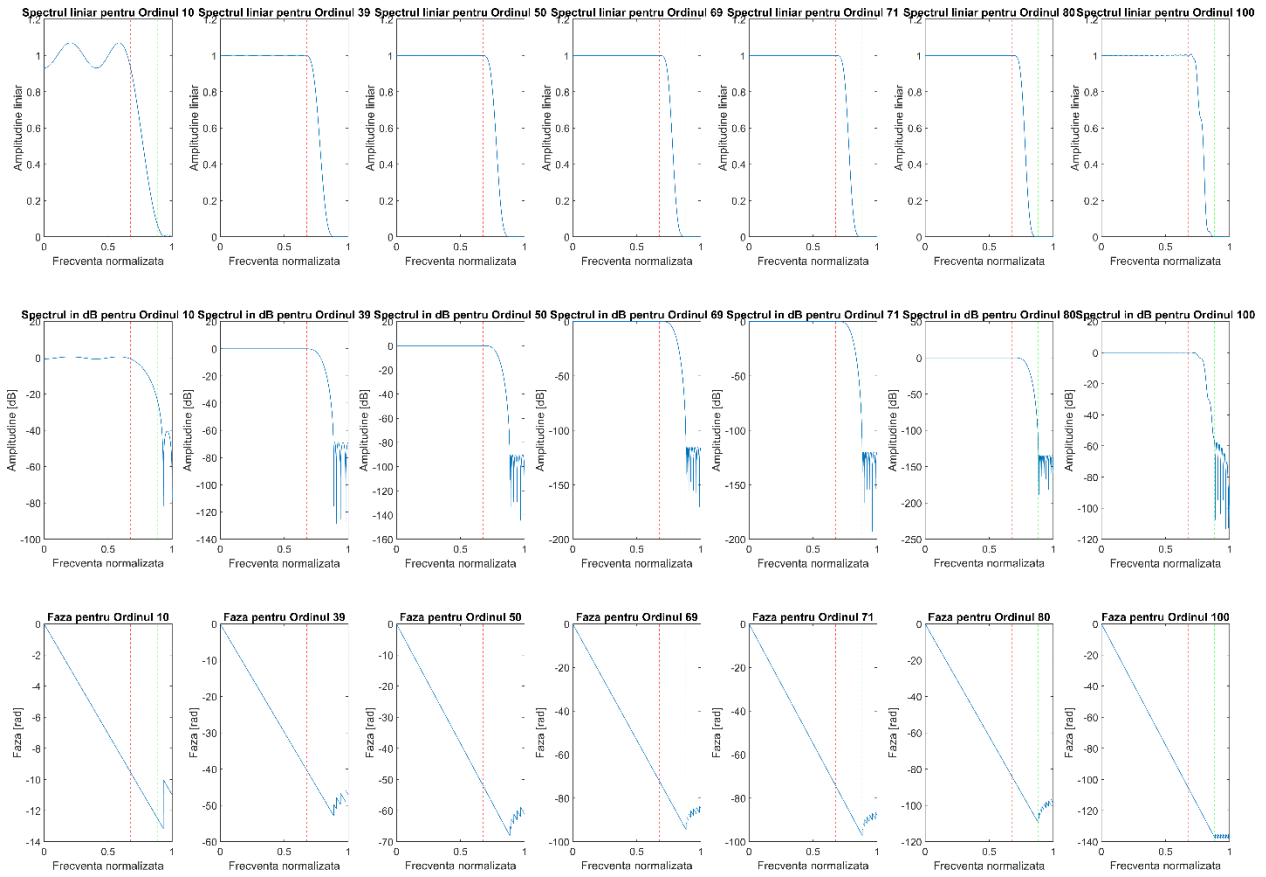
Ordinul mai mare a filtrului generează și secvențe pondere mai lungi, de unde putem deduce că pentru a calcula filtre de ordine mai mare, avem nevoie de mai multă putere de calcul. De asemenea, ne este mai ușor să observăm forma filtrului și zona în care semnalul se va centra. Între primul și al doilea interval, observăm că cel de al doilea are o lățime de bandă de oprire mai mică, de unde și centrarea semnalului este mai proeminentă în jurul mijlocului abscisei.

Dacă ne uităm și la filtrele de tip FIRPM, observăm rezultate asemănătoare:

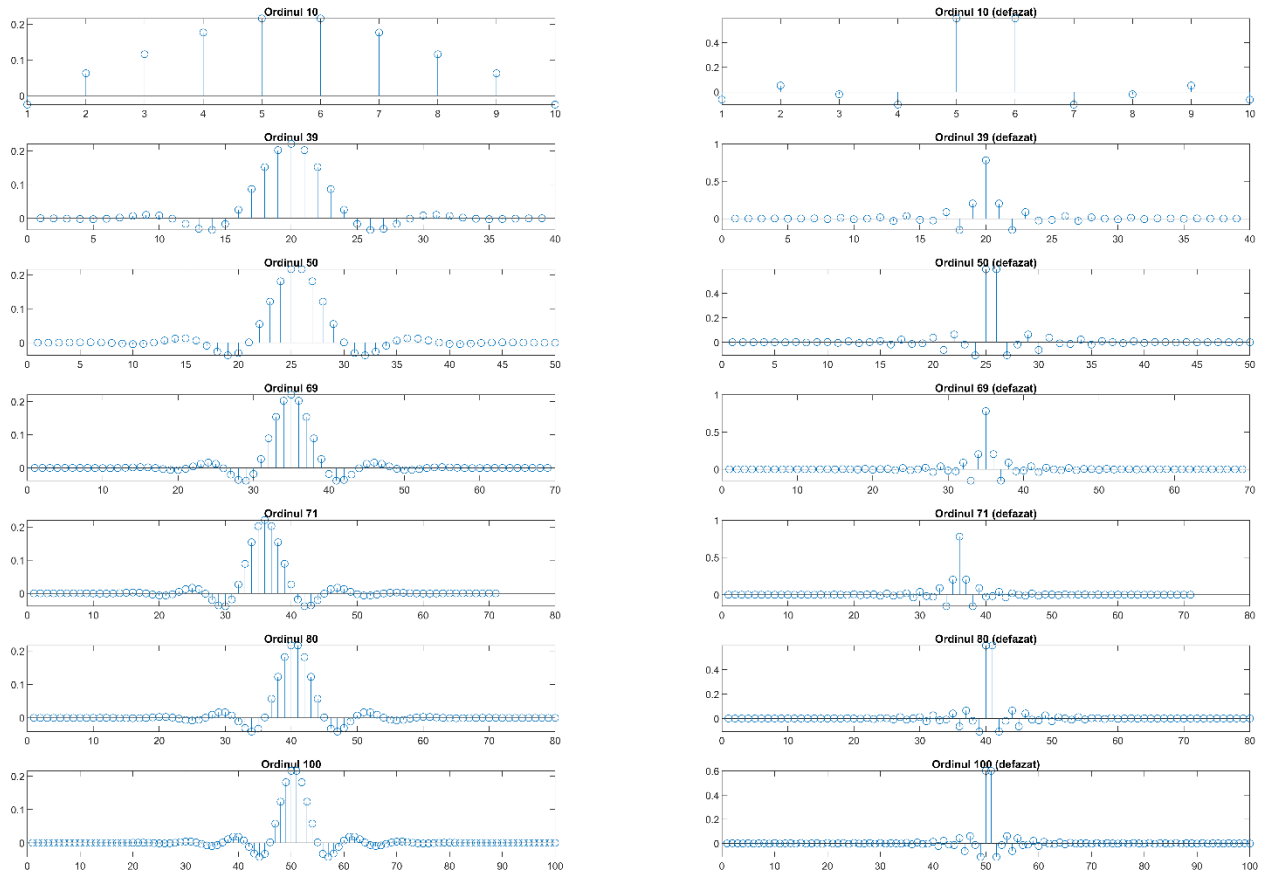
Raspuns filtre FIRPM



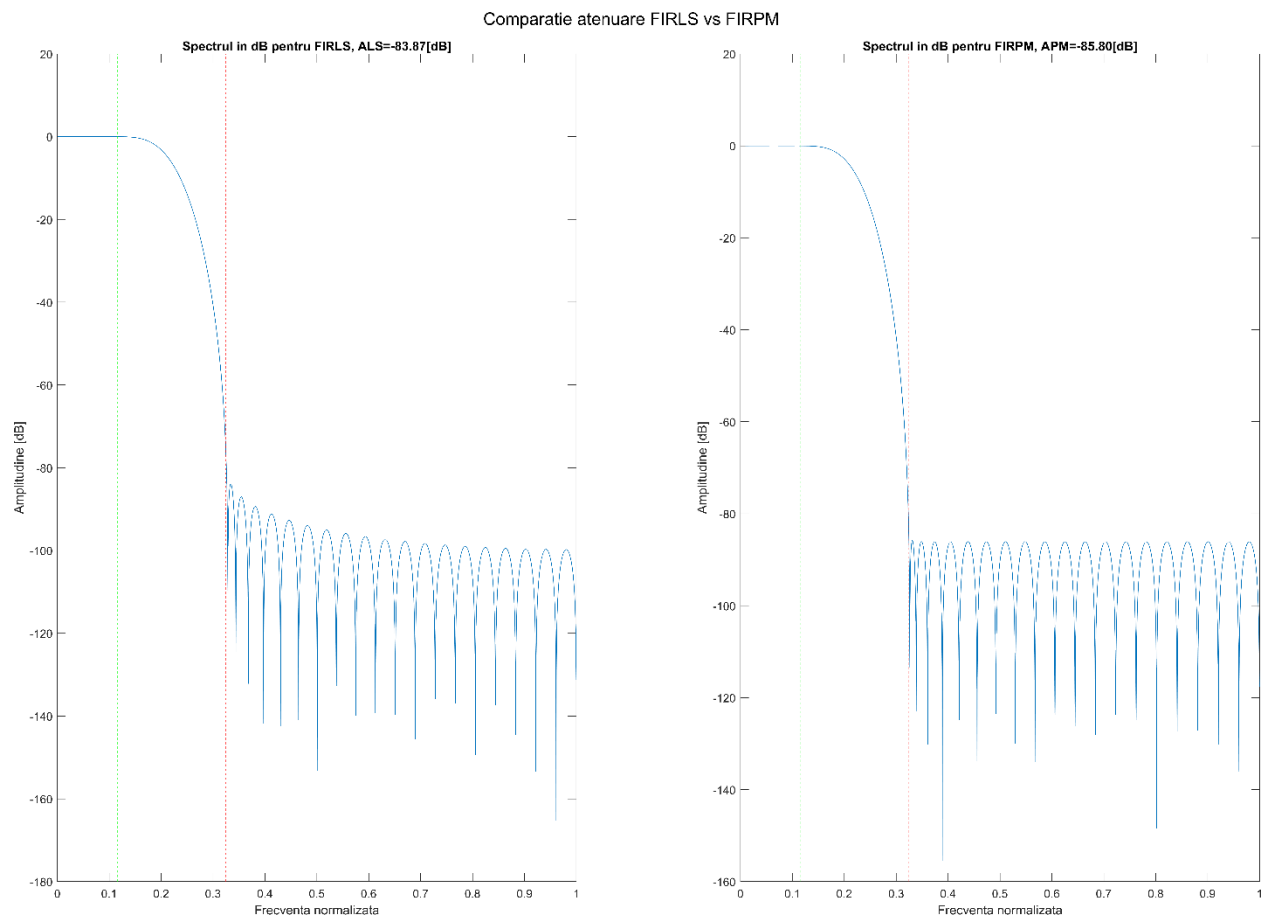
Raspuns filtre FIRPM (defazat)



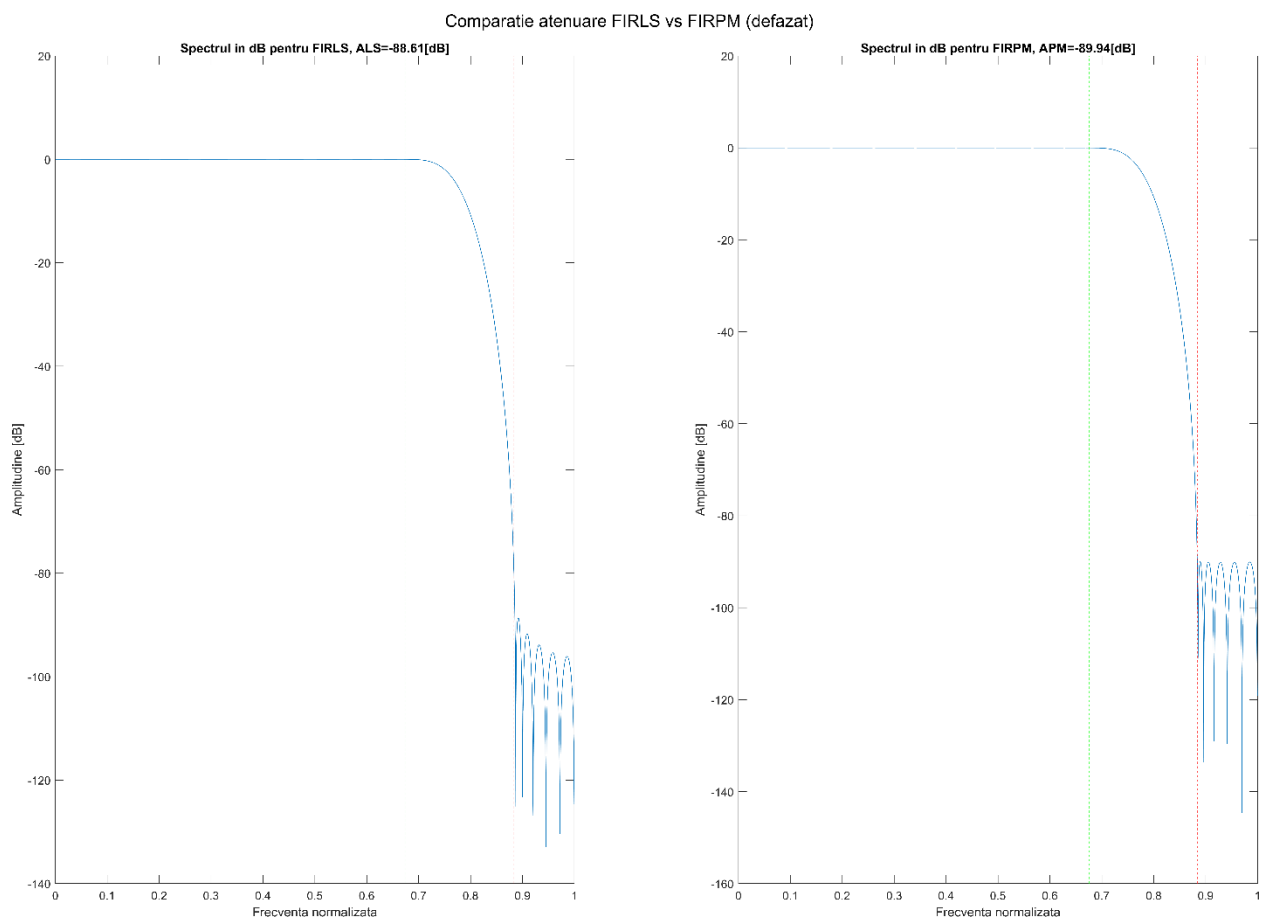
Secventa pondere filtre FIRPM



În următoarea etapă, comparăm cele două metode de rezolvare a filtrelor FTJ, unde ordinul ferestrei este același. Din graficul următor reiese că atenuarea cea mai mare îi revine metodei FIRPM, cu diferențe relativ mici. Ce putem observa este că lobii secundari pentru FIRLS vor scădea din ce în ce mai mult la frecvențe înalte, față de FIRPM unde atenuarea este limitată la primul lob.

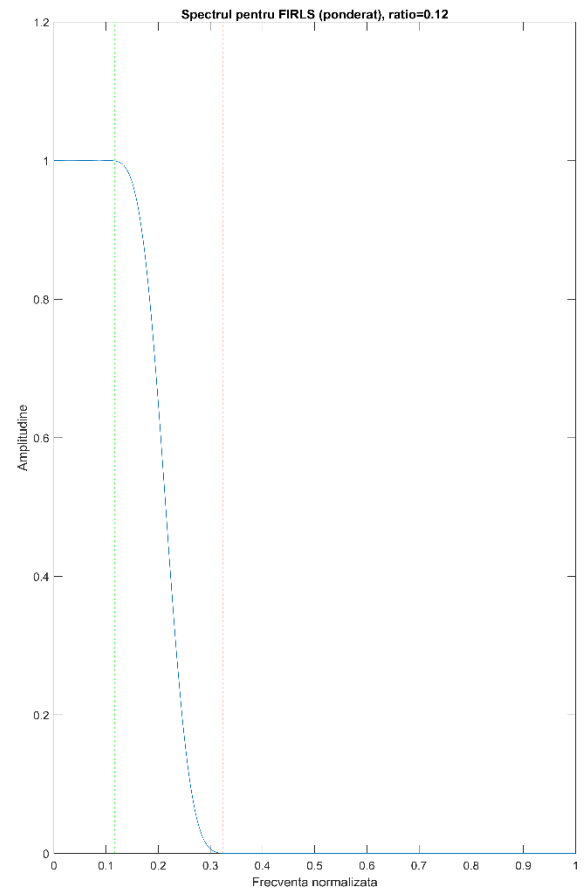
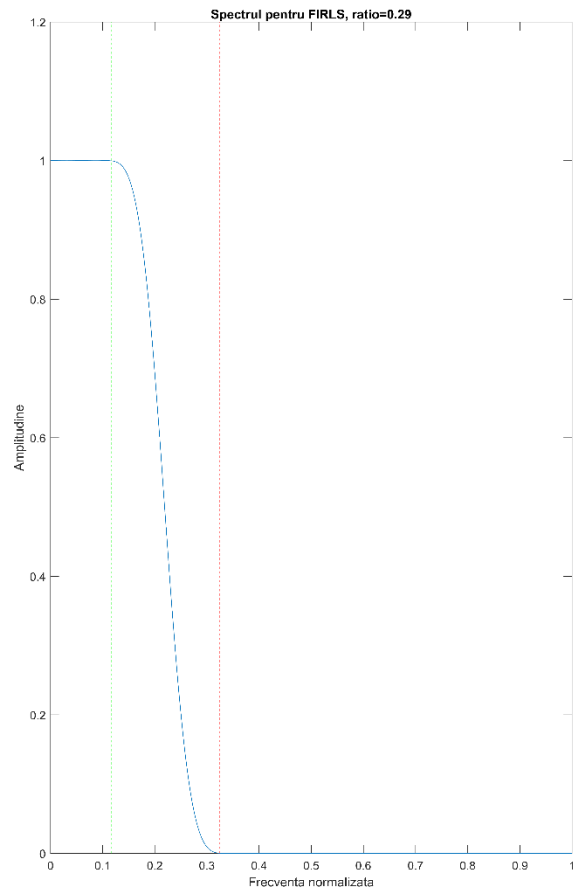


Asemănător este și în cazul celui alt interval, unde se poate vedea chiar mai bine fenomenul de atenuare mai pronunțată pe lobii secundari.

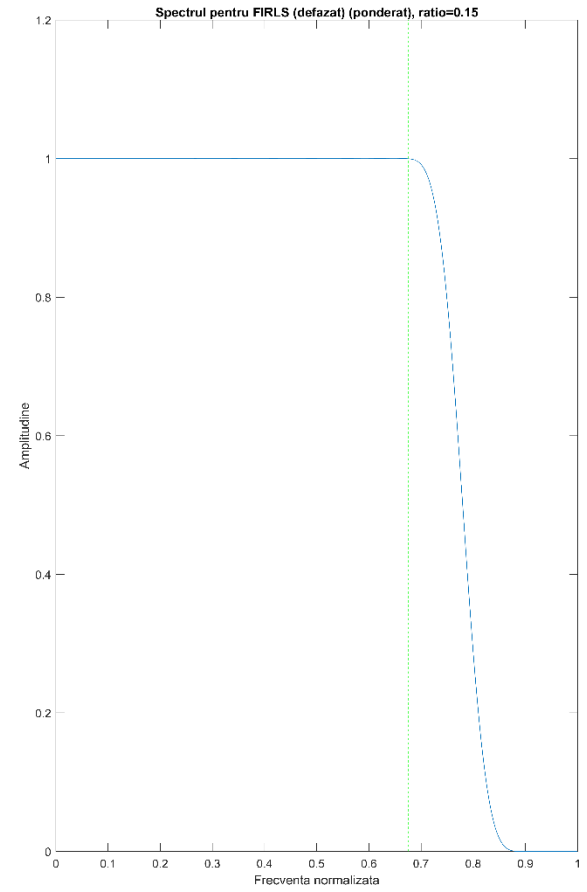
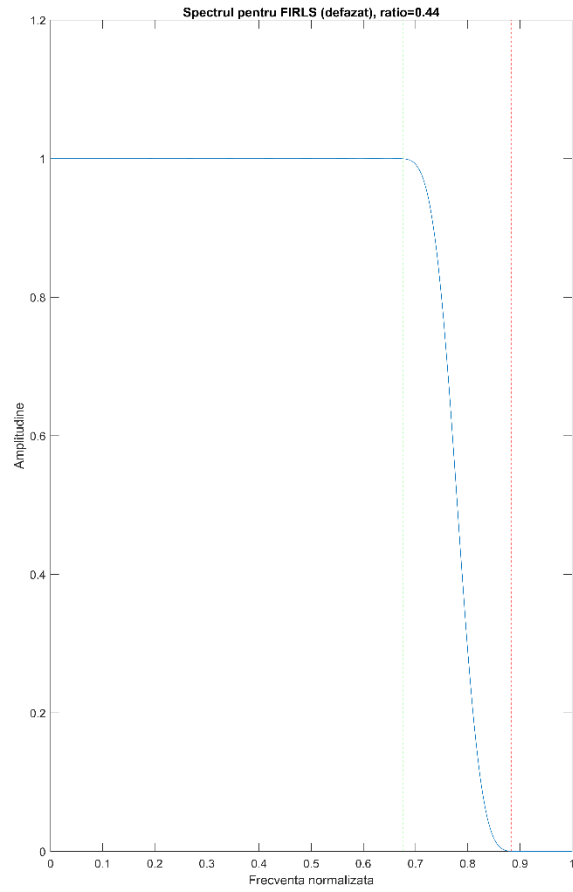


Ponderarea filtrelor folosind o funcție specială de ponderare este o altă metodă de a îmbunătăți filtrele generate. Vom compara fiecare tip de filtru neponderat cu variantele ponderate.

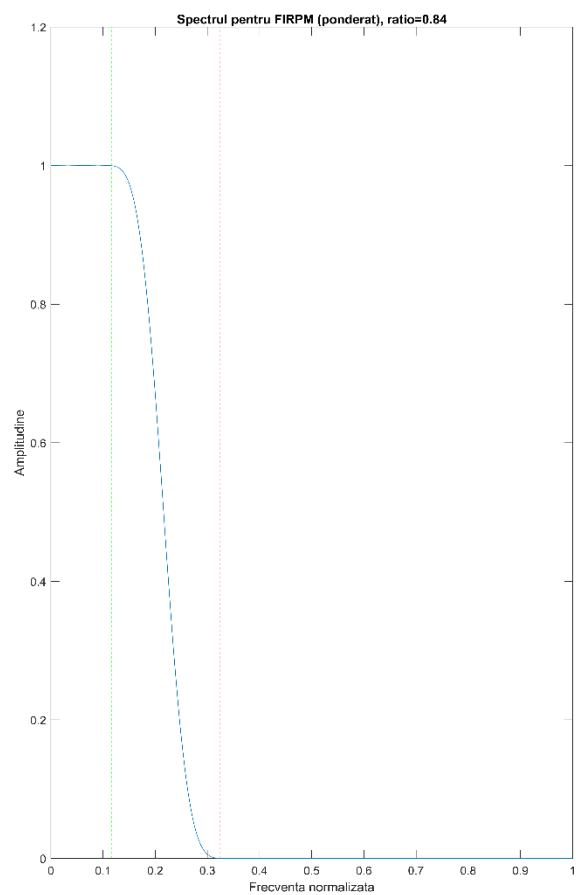
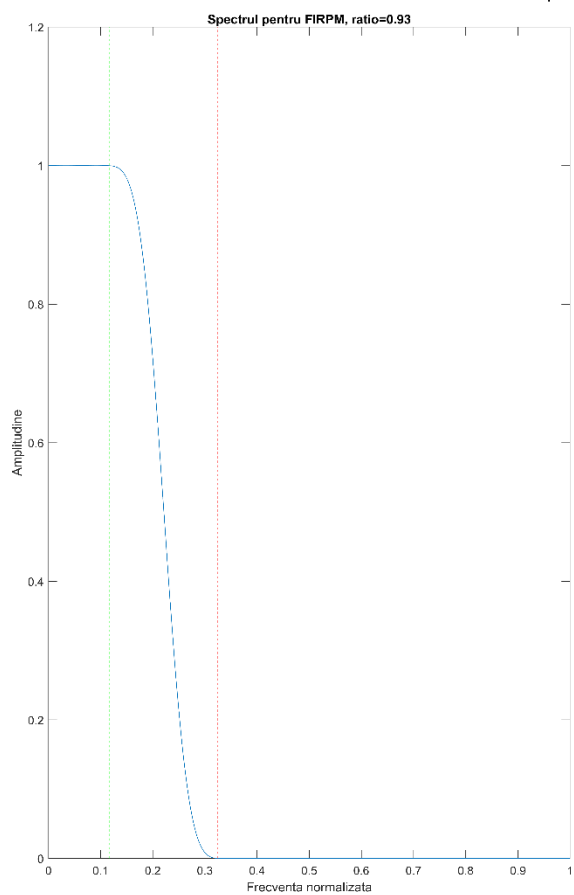
Comparatie ratii dintre FIRLS

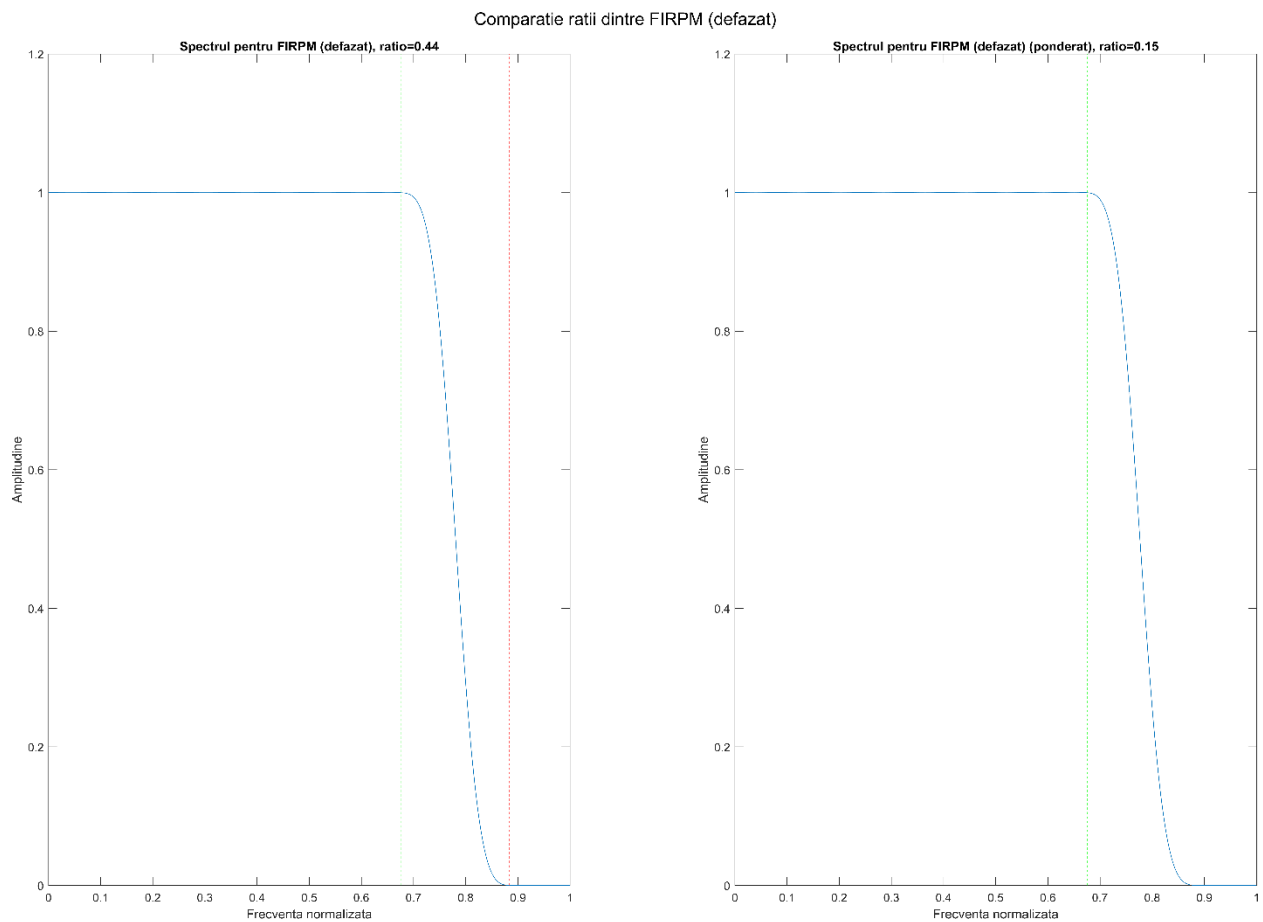


Comparatie ratii dintre FIRLS (defazat)



Comparatie ratii dintre FIRPM



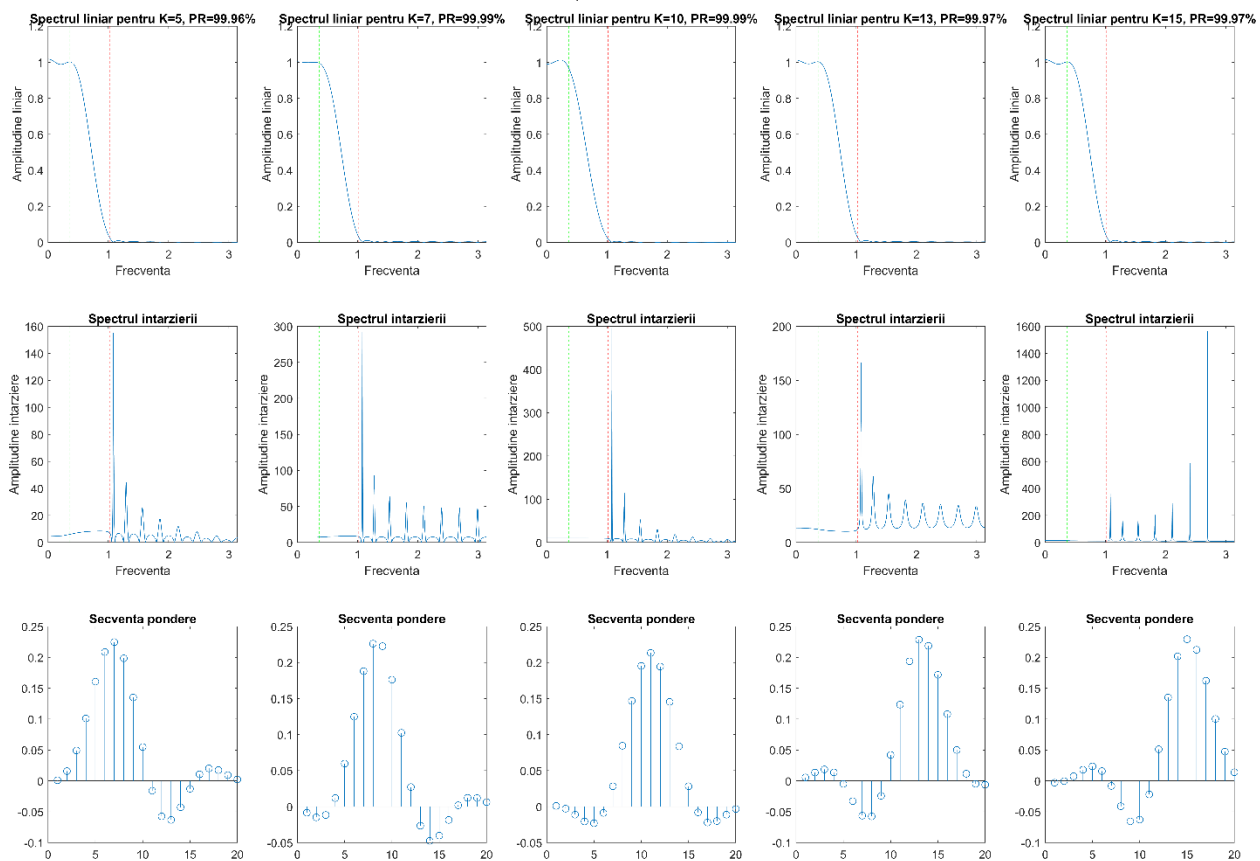


Raportul calculat este între dispersia erorii la ieşire şi la intrare, iar cu cât raportul este mai apropiat de zero, cu atât filtrul începe să prezinte fenomenul de „ripple” la nivelul benzii de trecere.

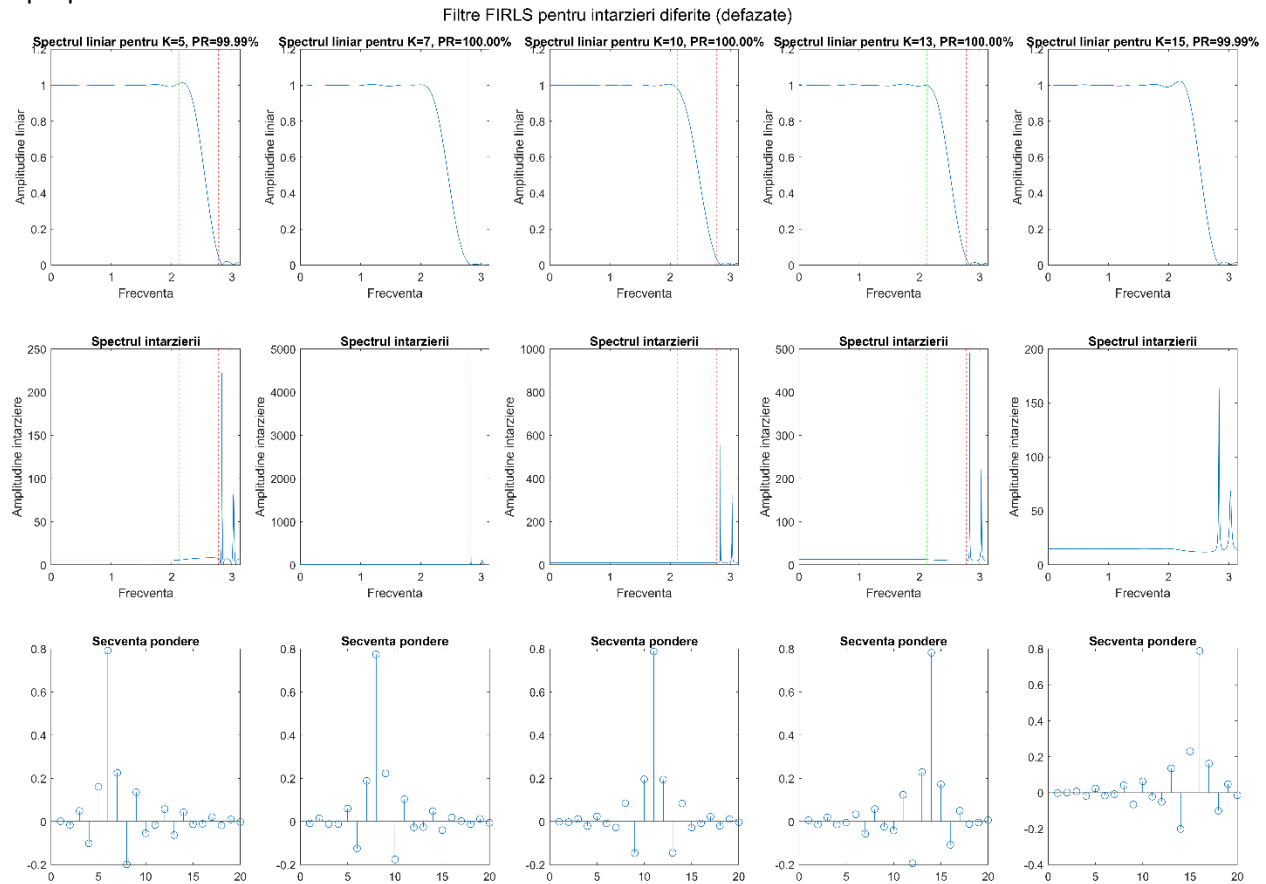
Faza 2:

Pentru această fază a proiectului vom proiecta filtre unde pot apărea întârzieri, ca să vedem ce efecte are pe eficienţa filtrului. Mai jos se regăsesc graficele pentru filtrele de tip FIRLS cu diferite întârzieri, dar cu întârzieri diferite.

Filtre FIRLS pentru intarzieri diferite



Putem observa că pentru întârziere de fix jumătate din ordinul filtrului, secvența pondere arată cea mai apropiată de filtrul ideal.



Capitolul 4: Concluzii

Criteriile optime de proiectare a filtrelor FIR folosind MCMMP sau algoritmul lui Remez țin de mai mulți parametri, care variază de la ordinul ferestrei, funcția de ponderare a celor 2 benzi de trecere și a metodei de rezolvare a filtrului. Există un trade-off între acestea pentru a crea un filtru ușor de implementat și apropiat de cel ideal.

Bibliografie:

- Curs Prelucrarea Semnalelor – Dan Ștefănoiu
- <https://www.mathworks.com/help/matlab>
- <https://www.mathworks.com/matlabcentral>