第二章 电阻电路分析

电阻电路：仅包含电阻、独立源和受控源的电路，不含动态元件

章节目录

章节目录

2.7 等效电源定理

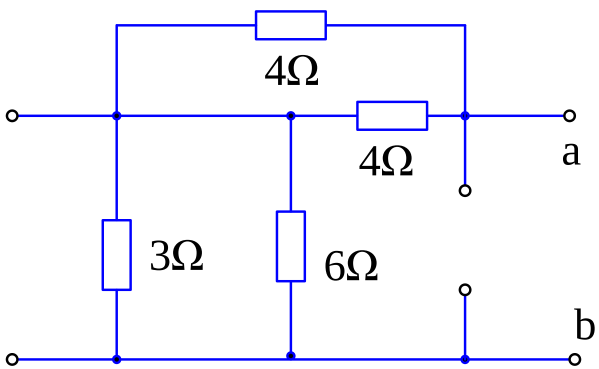
戴维南(Thévenin)(1857-1926)

戴维南(Léon Charles Thévenin，法国电报工程师。戴维南定理1883年发表在法国科学院刊物上，文仅一页半，是在直流电源和电阻的条件下提出的，然而，由于其证明所带有的普遍性，实际上它适用于当时未知的其它情况，如含电流源、受控源以及正弦交流、复频域等电路，目前已成为一个重要的电路定理。定理的对偶形式五十年后由美国贝尔电话实验室工程师E.L.Norton提出，即诺顿定理。

等效电源定理 (1)戴维南定理(Thevenin’s theorem)

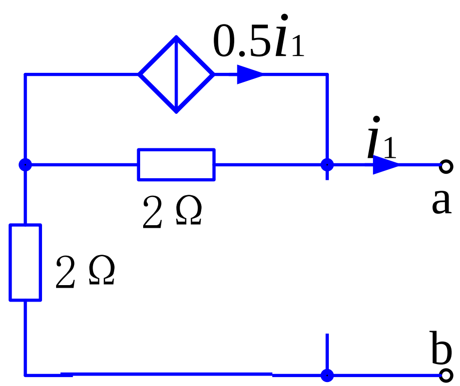
(2)诺顿定理(Norton’s theorem)

回顾第一章：不含独立源的电路等效



(b) 电路N_0

等效电阻

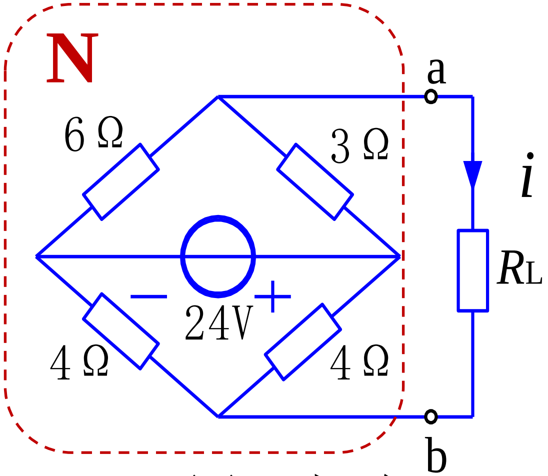


等效电阻

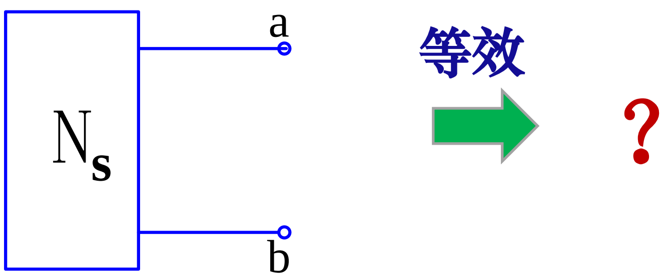
2.7.1 戴维南定理

一 问题提出

如图所示电路，负载电阻R_L可变，求R_L分别为1Ω、 2Ω、3 Ω时其上电流分别为多少?

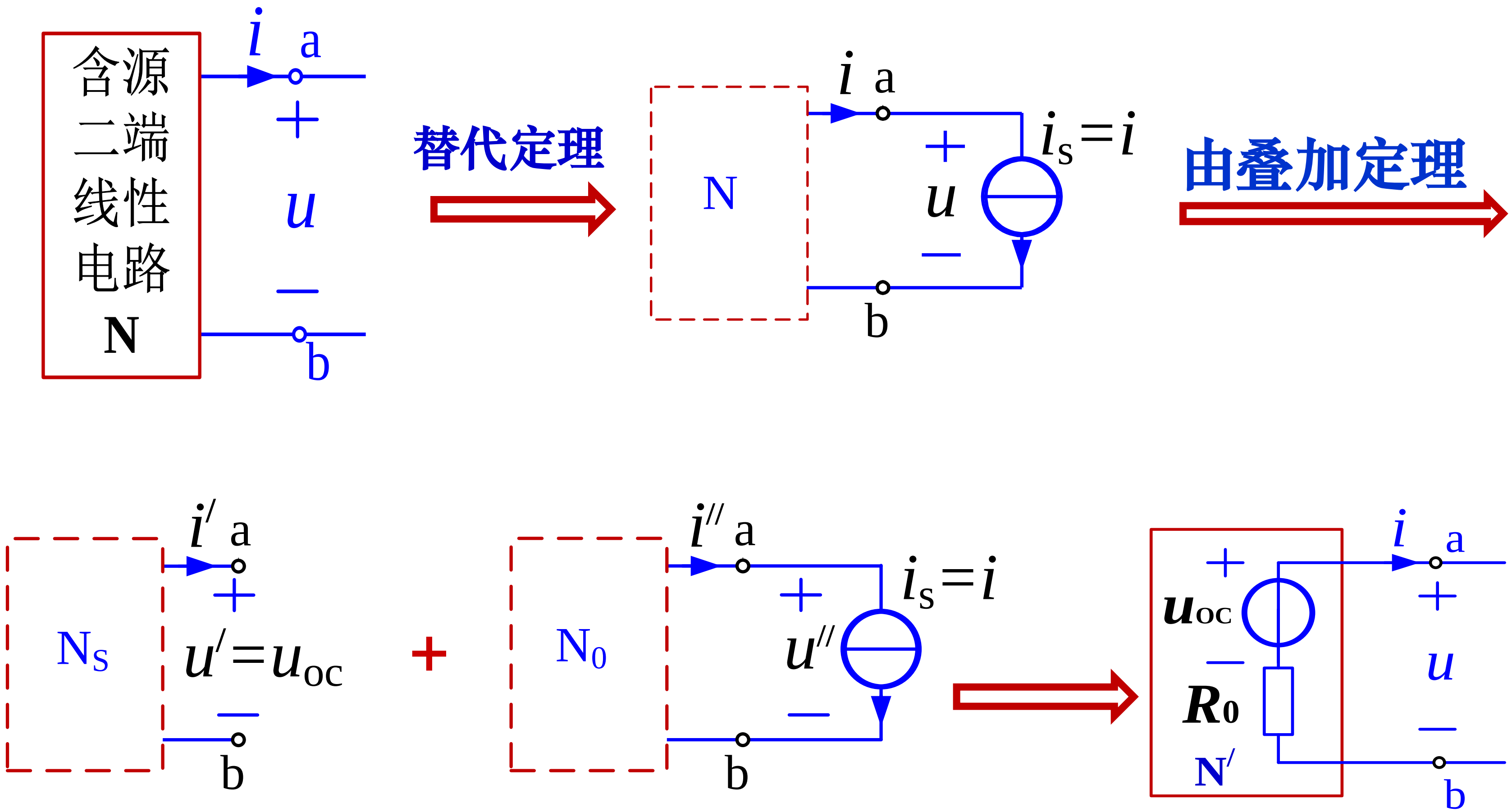


(a) 电路

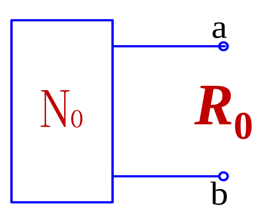


含独立源的电路等效?

二、戴维南定理的证明



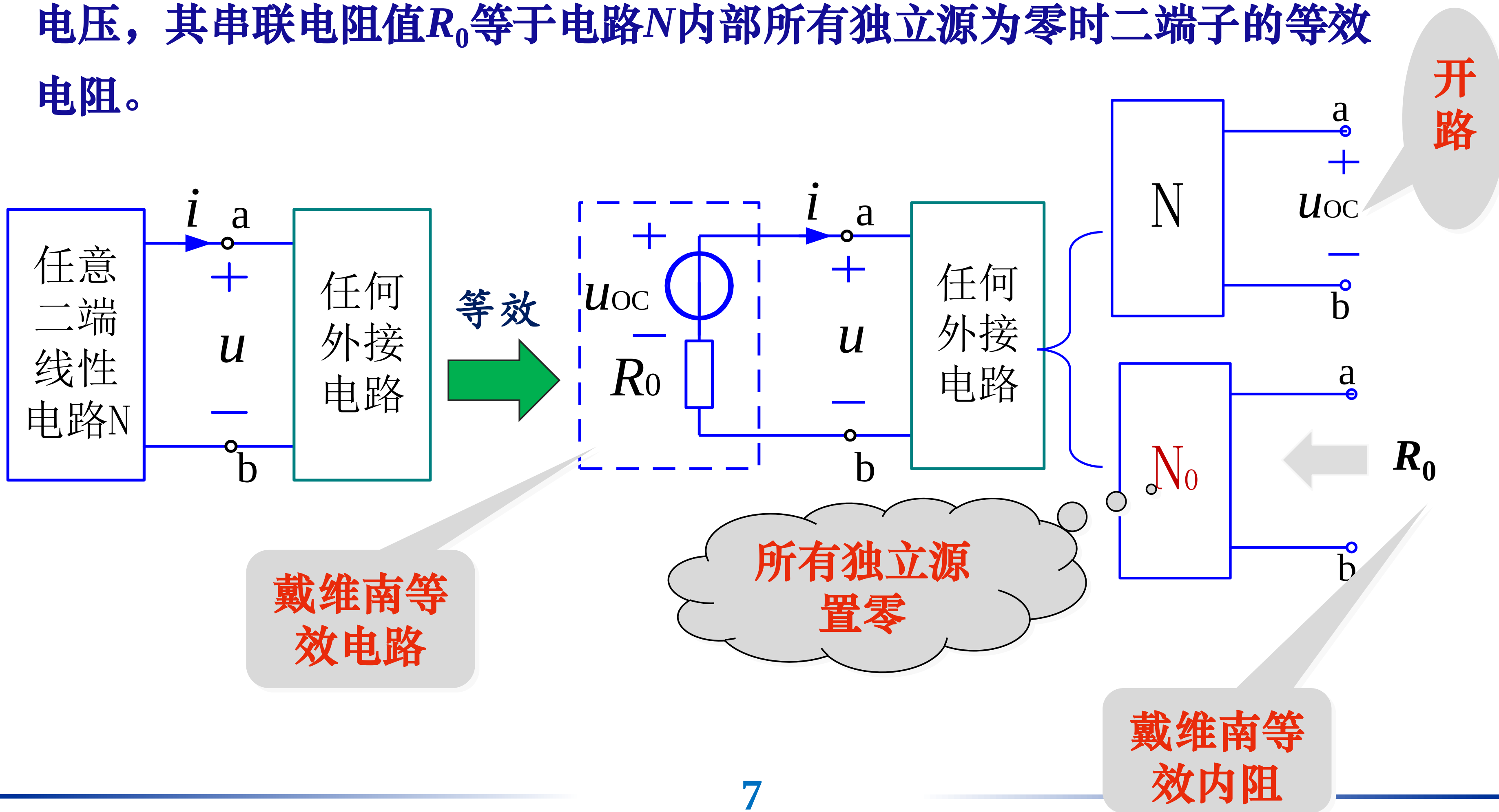
$$\therefore \quad u = u' + u'' = u_{oc} - R_0\, i$$



$$u = u_{OC} - R_0\, i$$

三、定理内容

任意一个线性二端含源电路*N*，对其外部而言，可以用一个电压源和电阻的串联组合来等效。该电压源的电压值u_{OC}等于电路*N*二端子间的开路电压，其串联电阻值R_0等于电路*N*内部所有独立源为零时二端子的等效电阻。

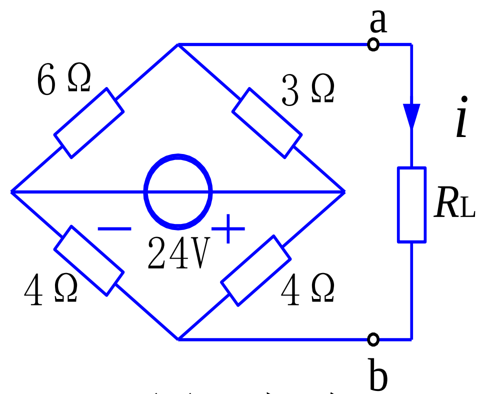


四 例题

例1　如图(*a*)所示电路，负载电阻R_L可变，求R_L分别为1Ω、 2Ω、3 Ω时其上电流分别为多少?

解: 对电阻可变的电路，可用等效电源定理求解。

首先将除电阻R_L以外的电路部分进行戴维南等效。

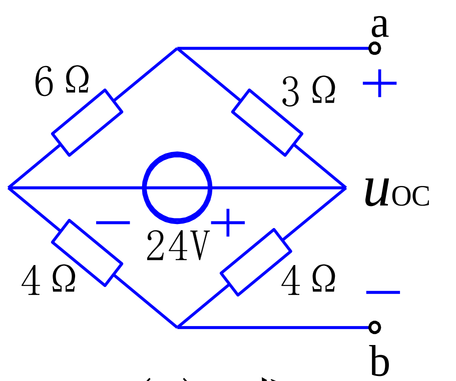


(a)　电路

(1) 求开路电压u_{OC}

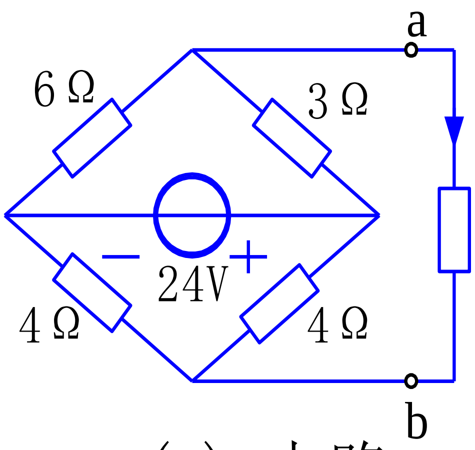
自*a*、*b*断开R_L支路，并设定u_{OC}参考方向，由分压公式得

$$u_{OC} = \frac{6}{6+3} \times 24 - \frac{4}{4+4} \times 24 = 4(V)$$



(b)　求u_{OC}

例1 如图(a)所示电路，负载电阻R_L可变，求R_L分别为1Ω、 2Ω、3 Ω时其上电流分别为多少?



(a) 电路

(2)求等效内阻R_0，将图中电压源短路，得到N_0，如图(c) 。由电阻串并联关系得

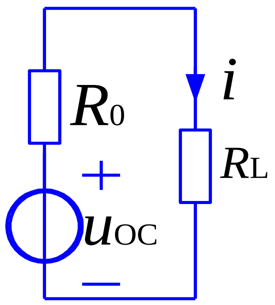
$$R_0 = 6//3 + 4//4 = 4\ \Omega$$

(3)画出戴维南等效电路，并接上R_L，得图(d)电路。由该电路得

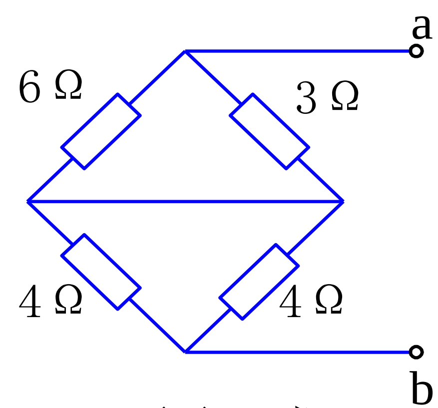
$$i = \frac{u_{OC}}{R_0 + R_L} = \frac{4}{4 + R_L}$$

(4)将R_L分别为1Ω、 2Ω、3 Ω代入上式，得出相应的电流 i为

4/5A、2/3A、4/7A



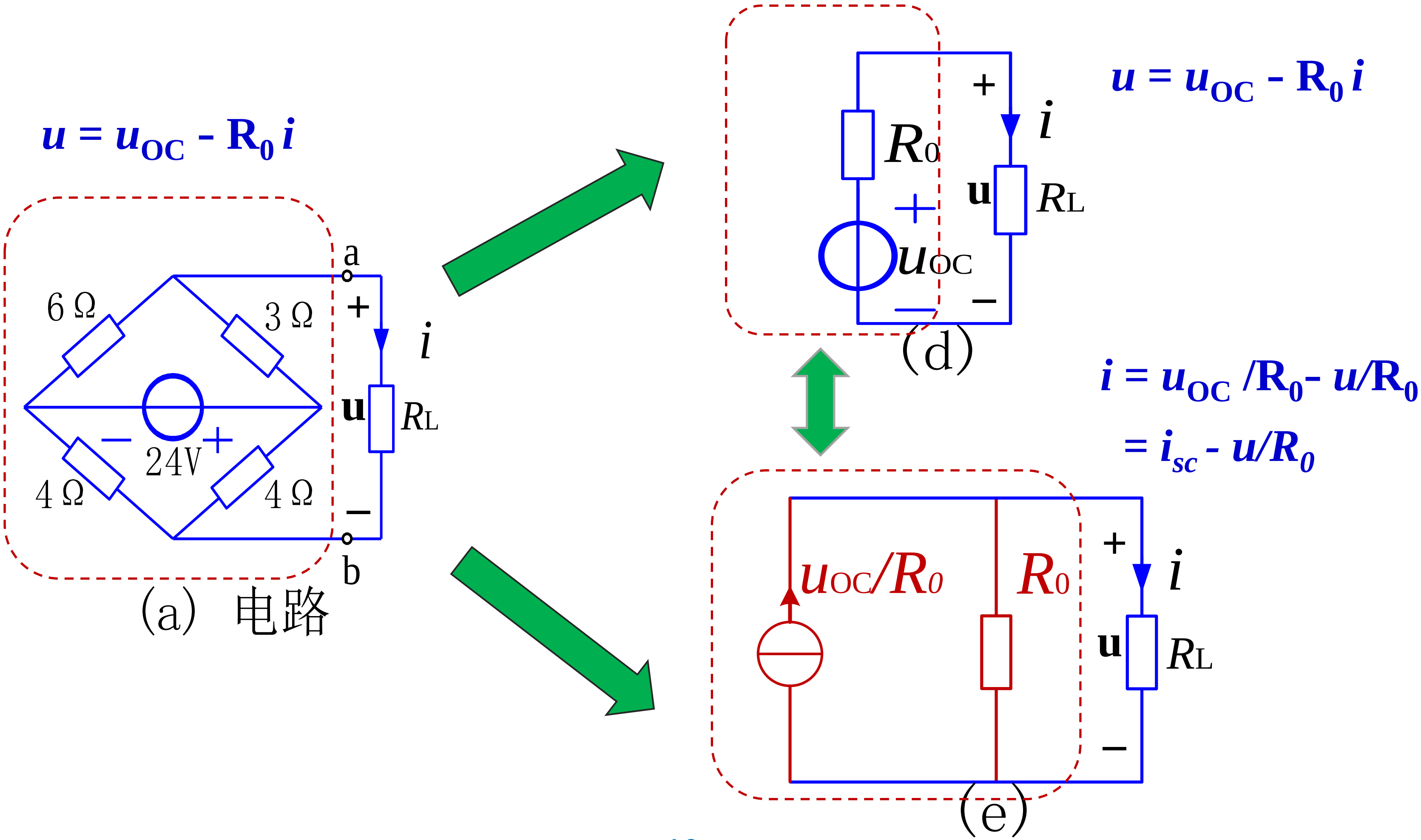
(d) 求i



(c) 求R_0

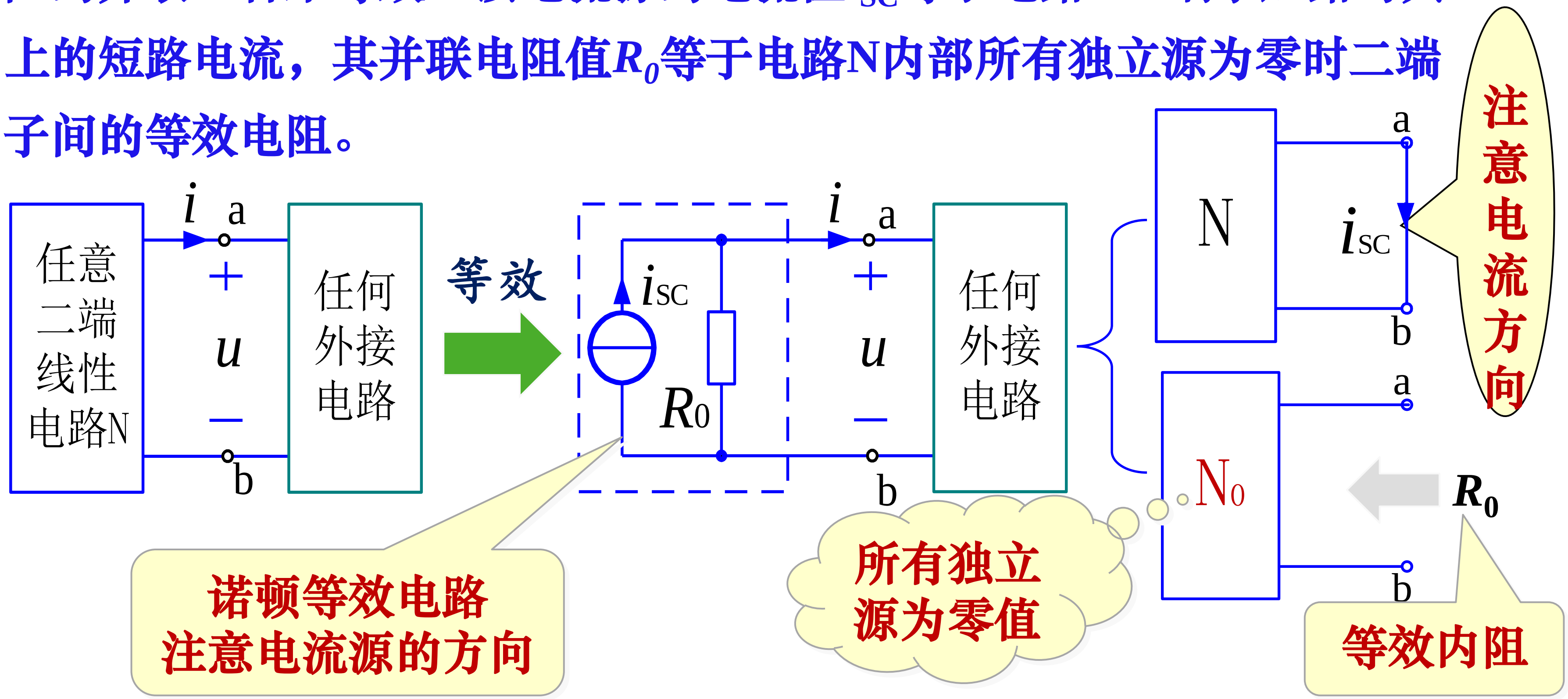
2.7.2 诺顿定理

图(*a*)等效为图(*d*)，图(*d*) 可以等效为图(*e*),电路*N*也可以等效为电流源与电阻的并联，电阻为戴维南等效电阻R_0，电流源为u_{oc}/R_0

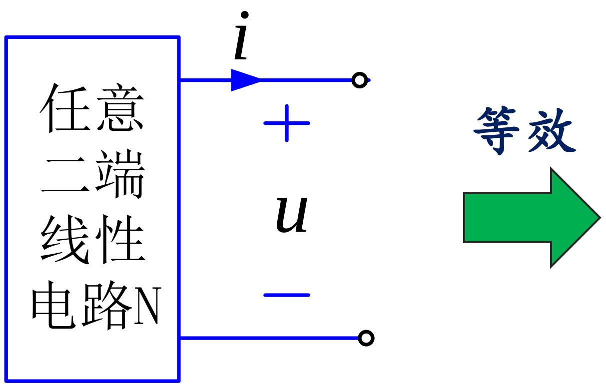


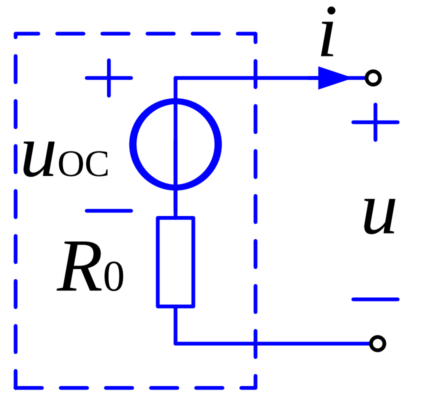
2.7.2 诺顿定理

任意一个线性二端含源电路N，对其外部而言，可以用一个电流源和电阻的并联组合来等效。该电流源的电流值i_{SC}等于电路N二端子短路时其上的短路电流，其并联电阻值R_0等于电路N内部所有独立源为零时二端子间的等效电阻。

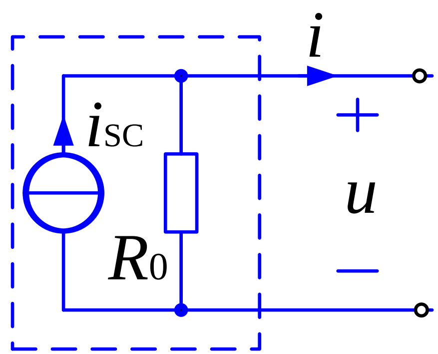


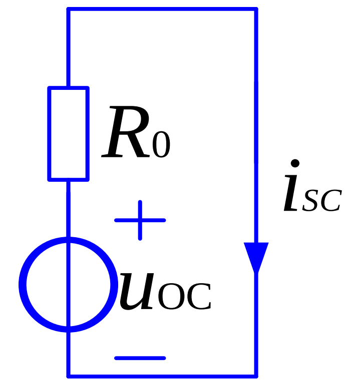
戴维南等效电路与诺顿等效电路本质上是相同的，两者互为等效。可将诺顿定理看作是戴维南定理的另一种形式。





$u = u_{OC} - R_0\, i$





$$i_{SC} = \frac{u_{oC}}{R_0}$$

$$i = u_{OC}/R_0 - u/R_0$$

$$= i_{sc} - u/R_0$$

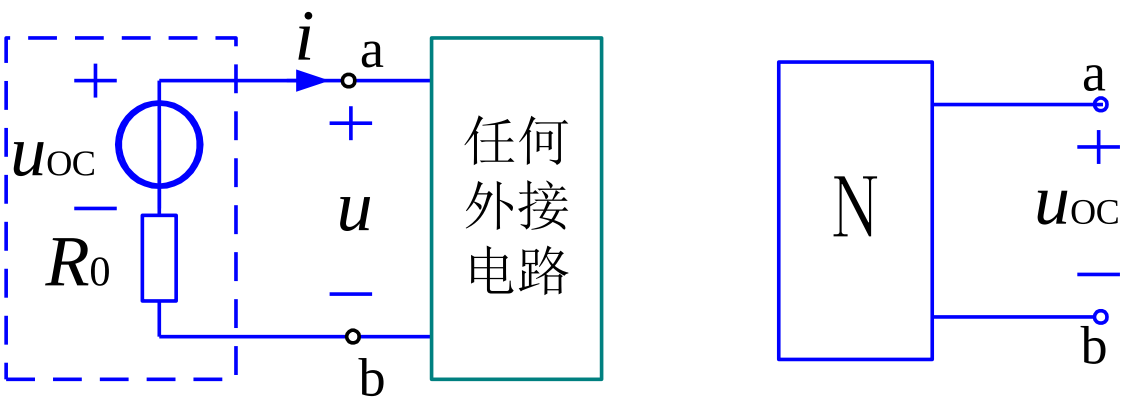
1、i_{sc}为N的两个端子上的短路电流，注意方向。

2、u_{OC}、i_{sc}、R_0为三个参数，求出两者，可得第三个参数。

2.7.3 等效参数的求解

一、开路电压u_{OC}的求解

- 将负载支路(或外接电路）断开，设出开路电压u_{OC}的参考方向，注意与戴维南等效电路中的电压源极性相对应。
- 计算该电路的开路电压u_{OC}

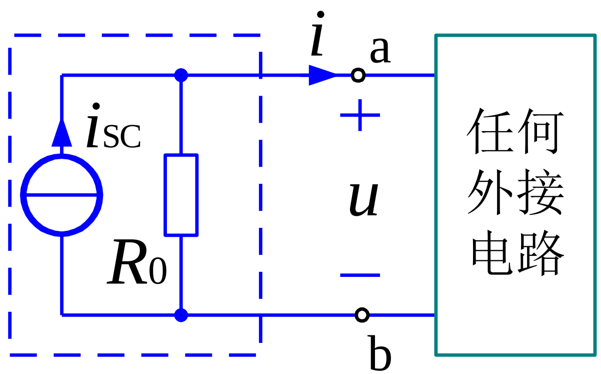


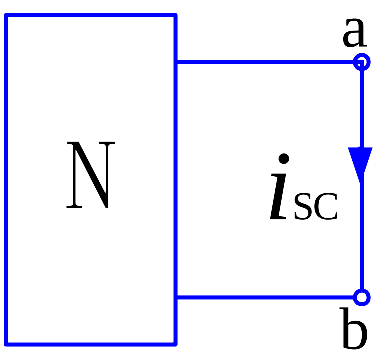
二、短路电流i_{SC}的求解

- 先将负载支路(或外接电路）短路，设出短路电流i_{SC}的参考方向，如图所示。
- 计算短路电流。

(注意戴维南等效的电压源极性与诺顿等效中电流源方向的关系)

$$u_{OC} = R_0\, i_{SC}$$





三、 戴维南等效内阻的计算

戴维南等效内阻R_0的求解是本节的一个难点。

求R_0常用下列方法:

(1) 对于无受控源的二端电路N-串并联方法

(2) 对于含受控源的二端电路N-外部分析法

(1) 对无受控源的二端电路N---串并联方法

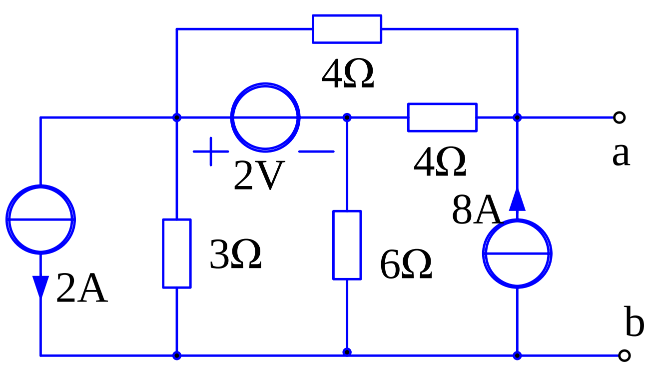
- 若二端电路N中无受控源，当令N中所有独立源的值为零（电压源短路，电流源开路）后，得到的N_0是一个纯电阻电路;
- 利用电阻的串并联公式求R_0。

例2: 如图(a)所示电路N，求其戴维南等效电阻R_0。

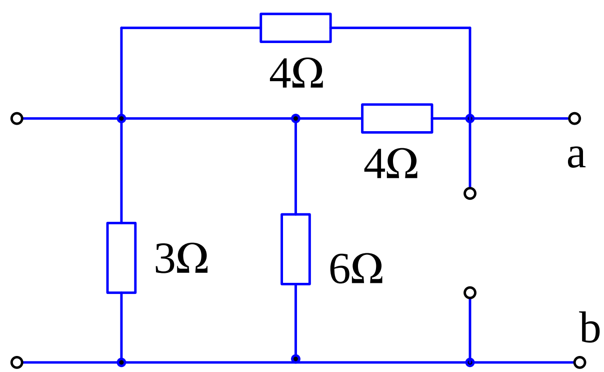
解: 根据N_0的定义，将N中的电压源短路，电流源开路得N_0，如图(b)所示

由图(b)很容易求出N_0的ab端等效电阻，该电阻就是戴维南等效电阻

$$R_0=3//6+4//4 = 2+2 = 4\ (\Omega)$$



(a) 电路N



(b) 电路N_0

(2) 对于含受控源的二端电路N-外部分析法

二端电路N中含有受控源，令N中所有独立源的值为零(电压源短路，电流源开路)，注意:受控源要保留，此时得到的N_0内部含受控源。

A 外加电源法

B 开路短路法

C 伏安关系法

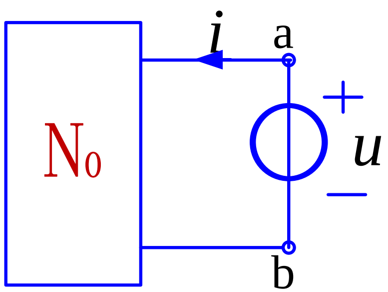
二端电路N中含有受控源，保留N中所有独立源，注意:受控源要保留。

A 外加电源法

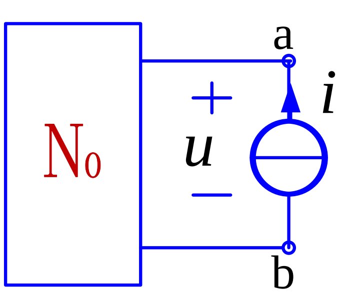
根据电阻的定义，在N_0的二端子间外加电源

- **若加电压源u，就求端子上的电流i(如图a)；**
- **若加电流源i，则求端子间电压u (如图b)。**

注意：u与i对N_0来说，必须关联。



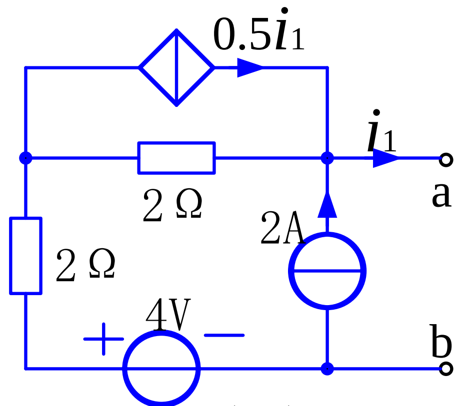
(a) 外加电压源法



(b) 外加电流源法

$$R_0 = \frac{u}{i}$$

例3 **如图(a)电路，求R_0。**



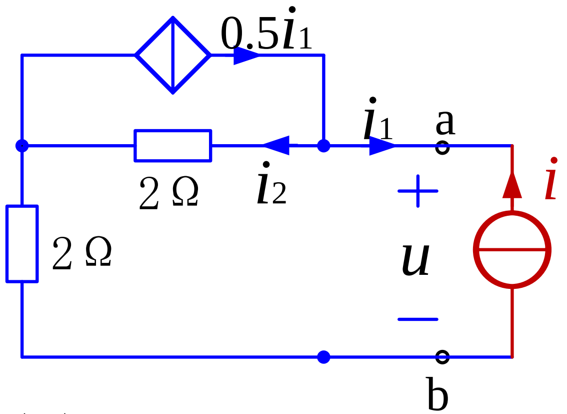
(a) 电路N

解一:外加电源法

将N中电压源短路、电流源开路，受控源保留，得到N_0，

并外加电流源i。

对电路(b)，已知i(可以给定具体的值，也可以不给定)，求u。



(b) 电路N_0, 并外加电流源i

$$i_1 = -i$$

在a点列KCL，有

$$i_2 + i_1 = 0.5\, i_1$$

故 $$i_2 = -0.5\, i_1 = 0.5\, i$$

$$u = 2\, i_2 + 2i = i + 2i = 3i$$

因此 $$R_0 = \frac{u}{i} = 3\Omega$$

B、开路短路法

$$R_0 = \frac{u_{OC}}{i_{SC}}$$

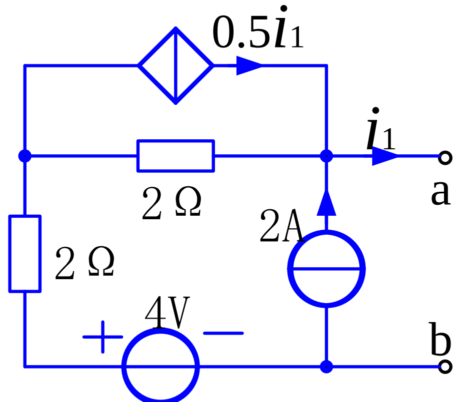
根据开路电压u_{OC}、短路电流i_{SC}和R_0三者之间的关系求R_0。

- **先求出u_{OC};**
- **再求出i_{SC};**

  (注意:若求u_{OC}时其参考方向为a为“+”极，则求i_{SC}时其参考方向应设成从a流向b)
- **得到R_0**

例3　如图(a)电路，求R_0。

解二:用开路短路法，求R_0。



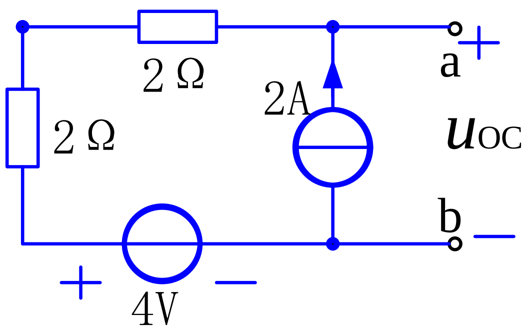
(a)　电路N

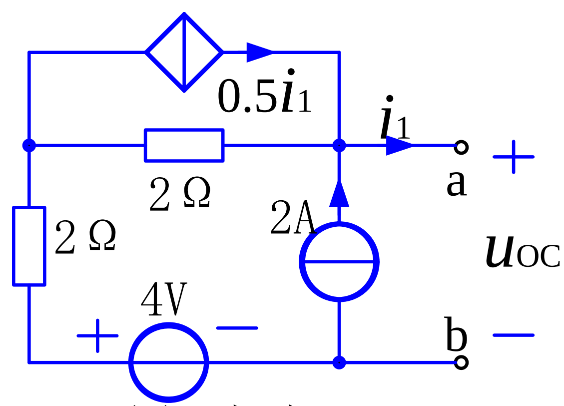
① 开路电压:图(a)电路,由于ab端开路, 有

$$i_1 = 0$$

此时，受控电流源相当于开路

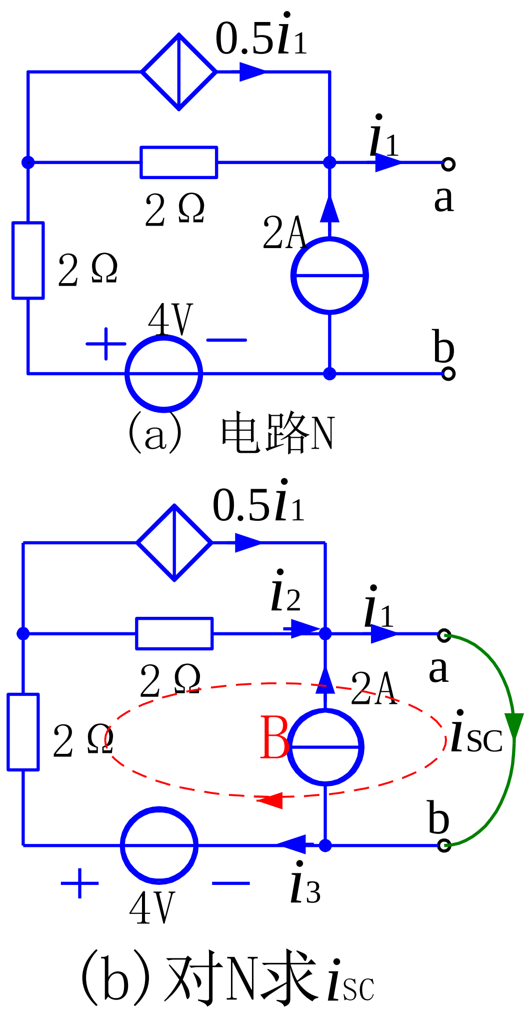
$$u_{OC} = 2\times(2+2)+4 = 12(\text{V})$$





(a)　电路N

② 求短路电流



将N的端口短路,并设定短路电流i_{SC} , $i_1 = i_{SC}$

设定一些必要支路电流i_2和i_3, 并设回路B巡行方向

在节点a, b分别列KCL，有

$$i_2 + 0.5i_1 + 2 = i_1 ,\quad i_3 + 2 = i_{SC}$$

故

$$i_2 = -2 + 0.5\, i_1 = -2 + 0.5\, i_{SC} ,$$

$$i_3 = i_{SC} - 2$$

对回路B利用KVL和OL，有

$$2\, i_2 - 4 + 2\, i_3 = 0$$

代入得

$$2(-2 + 0.5\, i_{SC}) - 4 + 2(i_{SC} - 2) = 0$$

解得 $i_{SC} = 4\text{A}$

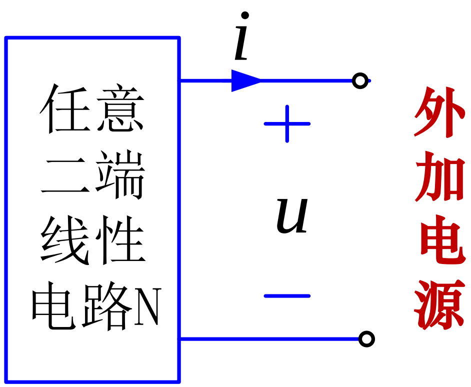
$$R_0 = u_{OC} / i_{SC} = 12/4 = 3(\Omega)$$

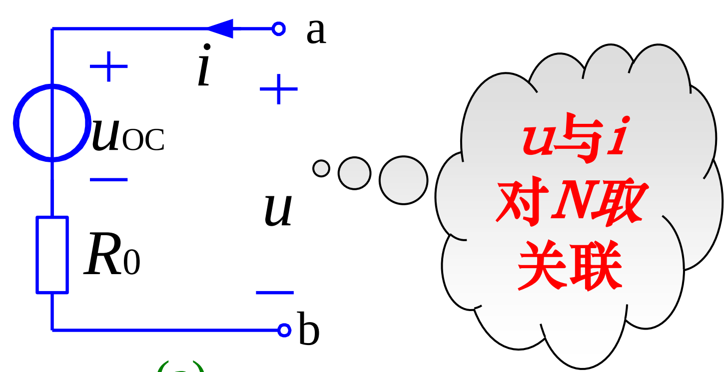
C 伏安关系法

- 戴维南等效电路如图(*a*)，端口上电压u与电流i取关联参考方向，其端口的伏安关系(VAR）为

$$u = u_{OC} + R_0 i$$

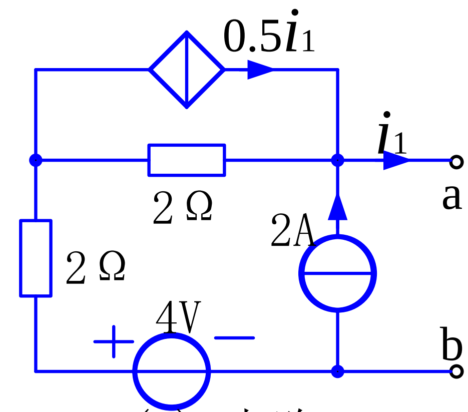
- 伏安关系法就是直接对二端线性电路N，推导出两端子上的电压u和电流i之间的一次关系式 [N端子的伏安关系式(VAR)]。
  ①其常数项即为开路电压u_{OC}
  ②电流前面所乘的系数即为等效内阻R_0。





(a)

例3 如图(a)电路，求R_0。



(a) 电路N

解三伏安关系法

求二端电路的VAR，常用**外加电源法**。对N外加电流源i（这里i不能取确定的值）

在a、b点列KCL得：

$$i_2=2+0.5i_1-i_1 = 2 - 0.5i_1= 2 + 0.5i$$

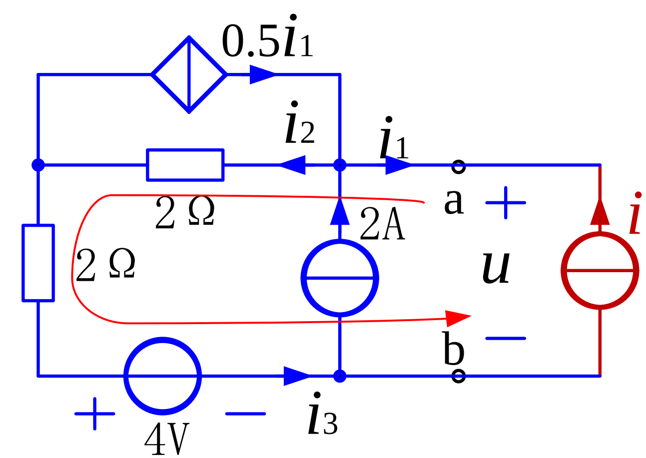
$$i_3=2+ i$$

由KVL和OL定律有

$$u = 2i_2 + 2i_3 + 4 = 12 + 3i$$

故

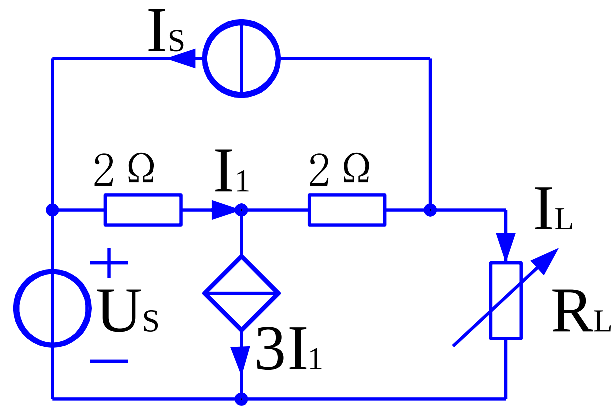
$$u_{OC} = 12V \ ,\quad R_0= 3\Omega$$



(c) 外加电流源求VAR

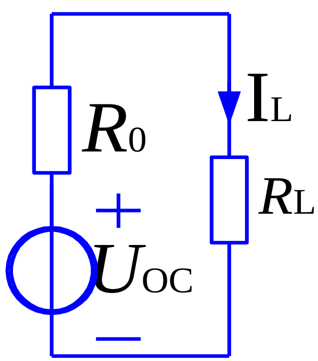
例4 如图(*a*)所示电路，已知当R_L=9 Ω 时I_L=0.4A，若R_L变为7 Ω时，其上的电流又为多大?

解:分析本题不能按“常规”的戴维南定理求解问题的步骤进行。可以求R_0，但求不出开路电压或短路电流的具体数值。



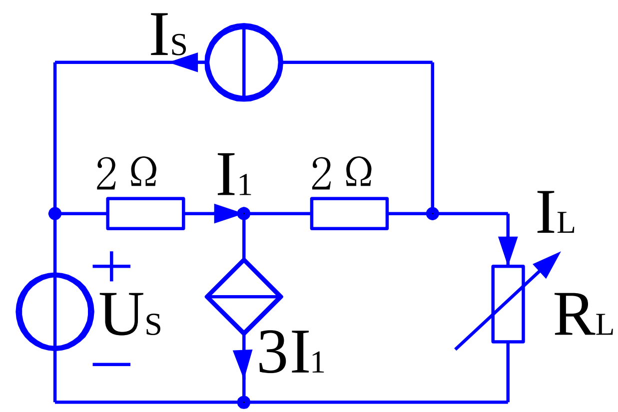
(a)

求出R_0，可以根据已知条件求出开路电压。



(c)

例4 如图(a)所示电路，已知当R_L=9 Ω 时I_L=0.4A，若R_L变为7 Ω时，其上的电流又为多大?



(a)

解：电压源短路，电流源开路，用外加电源法求R0

(1)求R_0。对N_0外加电流源I

由KCL得

$$I = 3I_1 - I_1$$

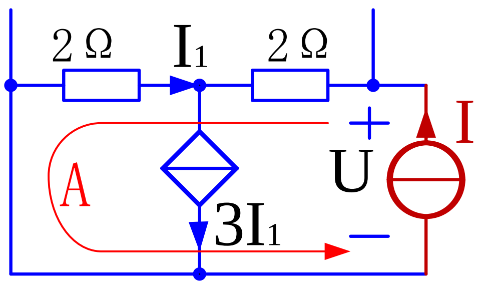
$$I_1 = 0.5I$$

由KVL和OL列A回路方程为

$$U = 2I - 2I_1 = 2I - 2\times0.5I = I$$

所以

$$R_0 = U/I = 1\ \Omega$$



(b)

例4 如图(*a*)所示电路，已知当R_L=9 Ω 时I_L=0.4A，若R_L变为7 Ω时，其上的电流又为多大?

(2)画出戴维南等效电路，并接上R_L，得图(*c*)电路。由该电路得

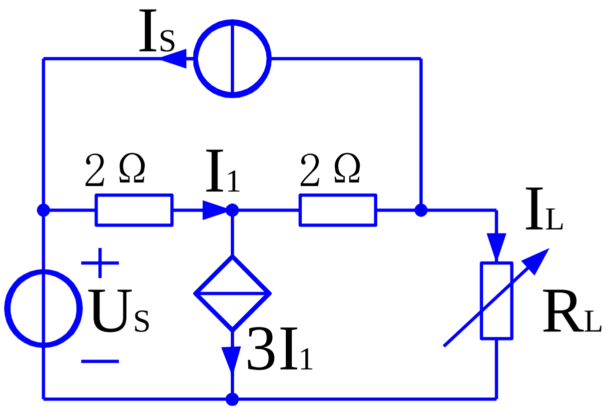
$$I_L=\frac{U_{OC}}{R_0+R_L}=\frac{U_{OC}}{1+R_L}$$

将已知条件代入上式，有

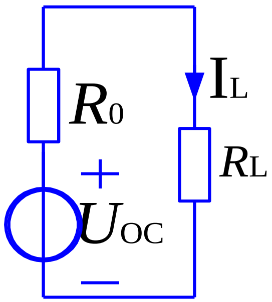
$$I_L=\frac{U_{OC}}{1+9}=0.4$$

解得 U_{OC}= 4V

(3) 将R_L=7Ω代入上式，得出相应的电流 I_L = 4/(1+7) =0.5 A。



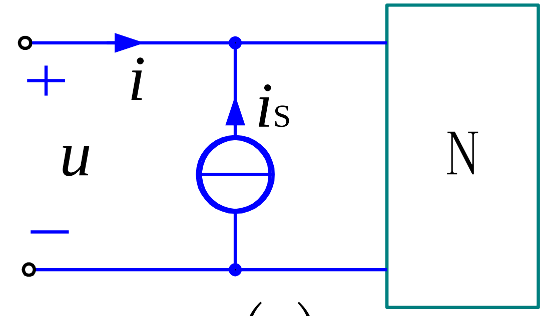
(a)



(c)

例5 如图所示电路中，N为线性含源单口网络。已知：u=2000i+10 (V)；i_S=2mA，求N的等效电路。

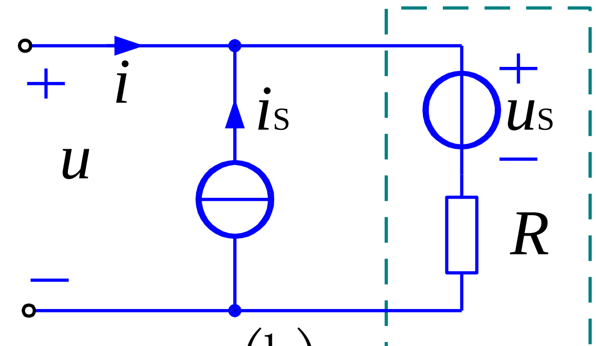
解:依据戴维南定理，原电路N可等效为戴维南等效电路，如图(b)所示。



(a)

电路的VAR方程为:

$$u = R(i + i_S) + u_S$$
$$= R\,i + 2\times10^{-3}R + u_S$$



(b)

由于已知: u=2000i+10，所以

$$R = 2000\ \Omega,$$
$$2\times10^{-3}R + u_S = 10$$

解得： $R = 2\,000\ \Omega$； $u_S = 6$ v

等效电源定理应用小结及注意事项

(1) 等效部分N只适用于线性电路（不适用于非线性电路），但对负载电路无要求。

(2) 诺顿定理可看成戴维南定理的另一种形式，一般两种形式都存在。

若R_0=0，G= ∞，则诺顿形式不存在；

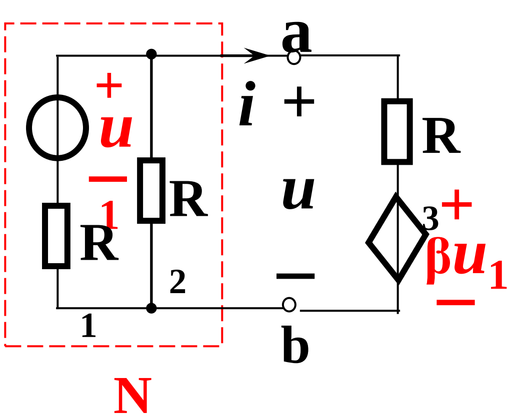
若G =0，R_0= ∞，则戴维南形式不存在；

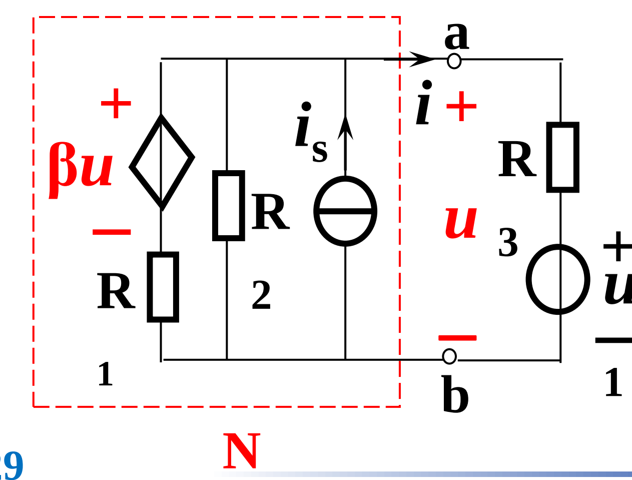
(3) 求等效电阻 R_0 时，受控源不能置零 。

(4) 若只求某一个支路的电压、电流或功率时, 戴维南定理是比较方便的。

(5) 二端电路N和外电路之间不能有任何耦合联系,例图(a) 不能对N应用戴维南定理。但如果控制量位于端口上(图b)，则可以使用。

图(a)





图(b)

图示电路中，已知：U_S=30V，I_S=4A，R_1=1Ω，R_2=3Ω，R_3=R_4=6Ω。求A，B两端的戴维宁等效电压源。

I_S单独作用时：$U_{AB}'=(R_3//R_2)I_S=8\text{V}$

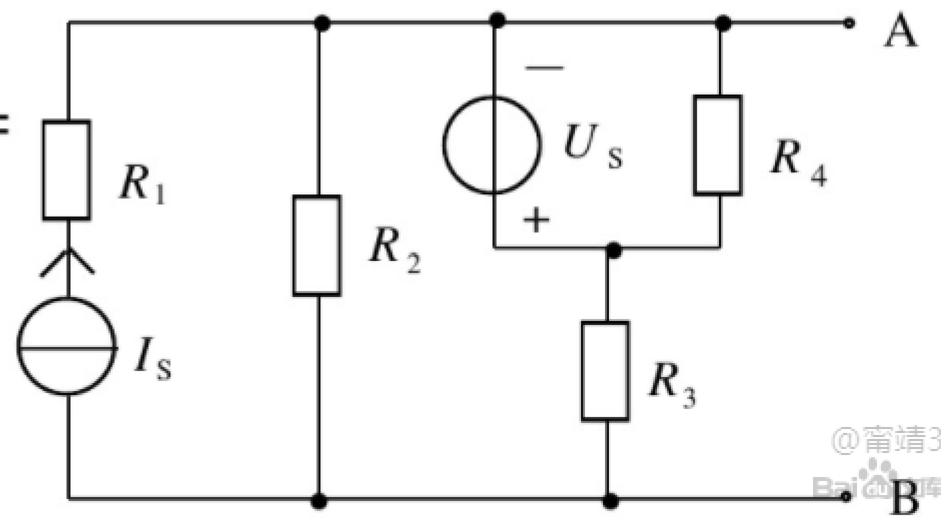
U_S单独作用时:

$$U''_{AB}=\frac{R_3}{R_2+R_3}\times U_S-U_S=-10\,\text{V}$$

叠加得：$U_{AB}=U_{AB}'+U_{AB}''=-2\text{V}=U_0$

$R_0=R_2//R_3=2\Omega$

等效电压源电路如图所示



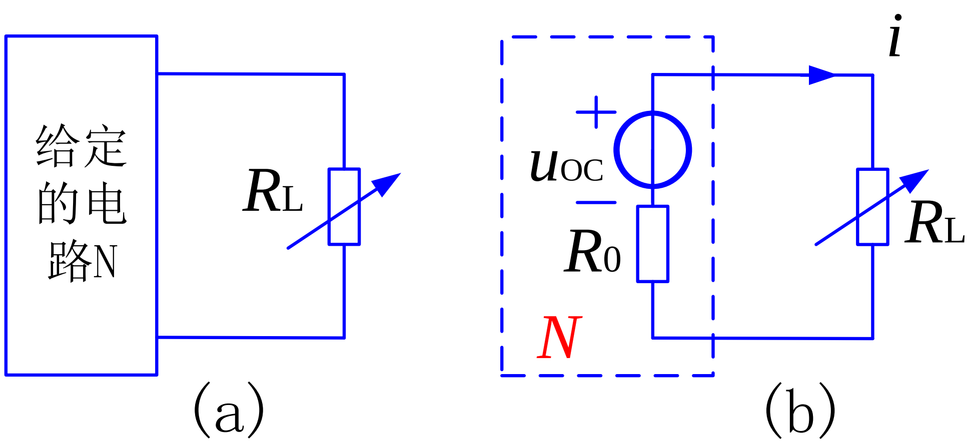
五、最大功率传输电源定理

在电子技术中，常要求负载从给定电源（或给定电路）获得最大功率，即最大功率传输问题。

1. 最大功率传输条件(最大功率匹配定理)

实际应用常遇到这样的问题：一个有源二端电路，向负载电阻R_L供电。问R_L为何值时其上获得最大功率?

由于电路N给定，因此可将其等效成戴维南等效电路进行分析。



负载R_L消耗的功率为

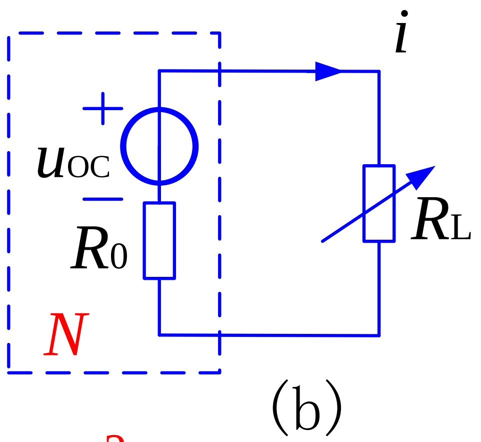
$$P_L = i^2 R_L = \left(\frac{u_{OC}}{R_0 + R_L}\right)^2 R_L$$

P_{Lmax}=?

五、最大功率传输定理

1. 最大功率传输条件(最大功率匹配定理)

$$P_L = \left(\frac{u_{OC}}{R_0 + R_L}\right)^2 R_L$$



为求出功率最大的条件，求P_L对R_L的导数，并令它等于零，即

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{u_{OC}^2[(R_0+R_L)^2 - 2R_L(R_0+R_L)]}{(R_0+R_L)^4}$$

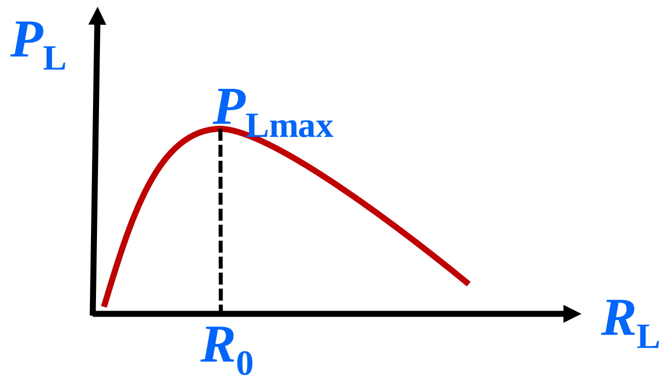
$$= \frac{u_{OC}^2(R_0 - R_L)}{(R_0+R_L)^3} = 0$$

解得$R_L = R_0$，又由于二阶导

$$\frac{d^2P_L}{dR_L^2}\bigg|_{R_L=R_0} = -\frac{u_{OC}^2}{8R_0^3} < 0$$

当$R_L = R_0$时负载获得的功率最大。功率的最大值为

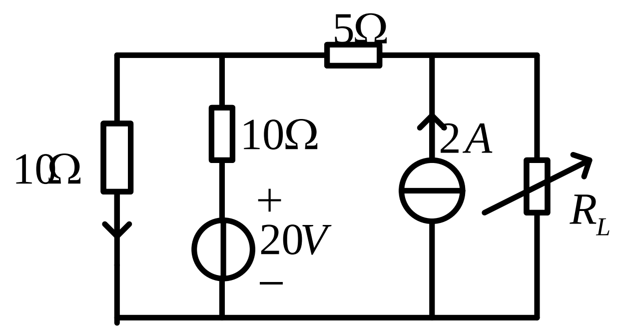
$$P_{L\max} = \frac{u_{OC}^2}{4R_0}$$



$R_L = R_0$称为最大功率匹配条件

2. 应用示例

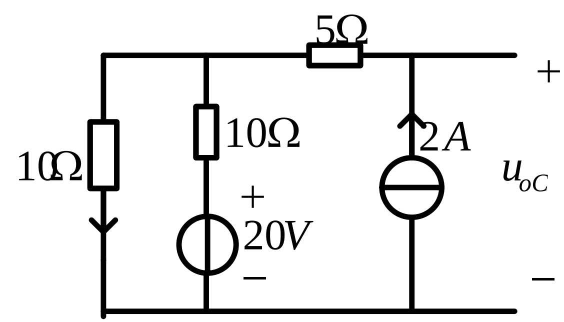
例1 如图所示电路，为使R_L获得最大功率。求R_L及其吸收的功率。



解 戴维南等效方法分析

(1)开路电压

$$u_{oC}=5\times2+5\times4=30V$$



(2)等效电阻

$$R_o=10\Omega$$

(3)当$R_L = R_0$=10Ω负载获得最大功率

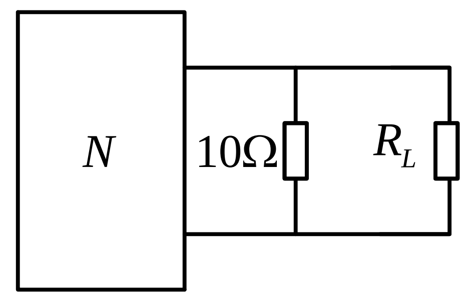
最大功率

$$P_{L\max}=\frac{u_{oC}^2}{4R_0}=25W$$

2. 应用示例

例2 如图所示电路，R_L=9Ω，P_{Lmax}=1W，求N的等效电路

解:N的等效电路如图所示。根据最大功率定理，得知：



$$R_0 // 10 = 9\Omega$$

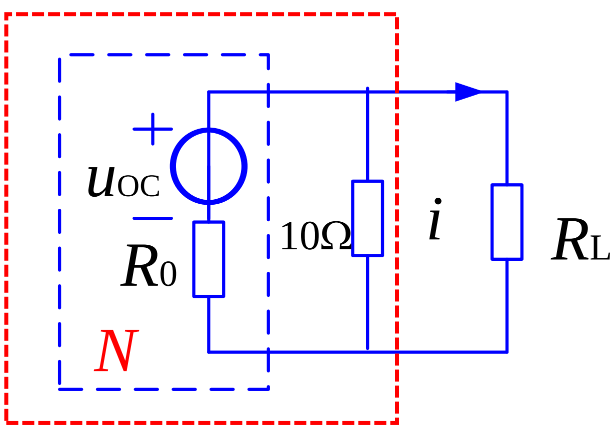
$$R_0 = 90\Omega$$

$$P_{\max} = i^2 R_L$$

$$i = \pm\frac{1}{3}A$$

R_L两端的电压为： $u = \pm 3V$

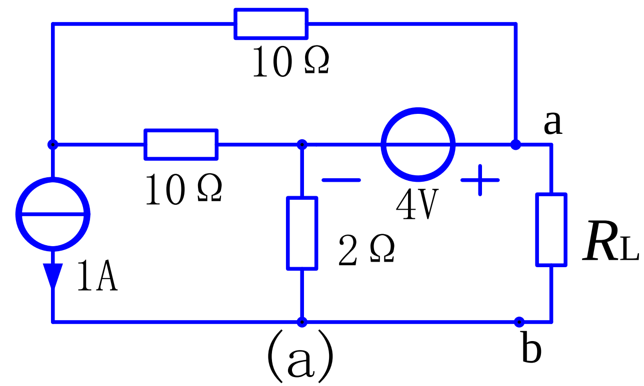
可求出： $u_{0C} = \pm 60V$



五、最大功率传输定理

2. 应用示例

例3 如图电路，设负载R_L可变，问R_L为多大时它可获得最大功率？最大功率P_{Lmax}为多少？



解 求R_L以外的戴维南等效电路

$u_{OC} = 4 - 1\times 2 = 2\ (V)$

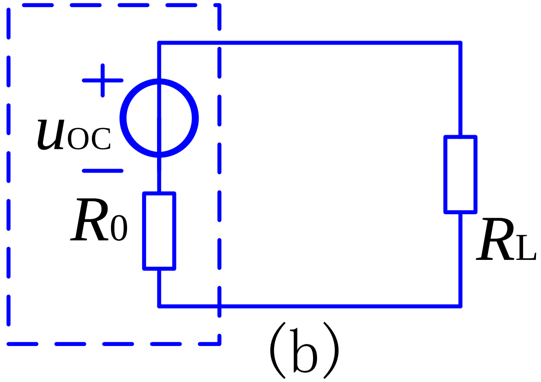
令独立源为零，等效电阻

$R_0 = 2\Omega$

得

$R_L = R_0 = 2\Omega$

时负载与电源匹配。此时最大功率



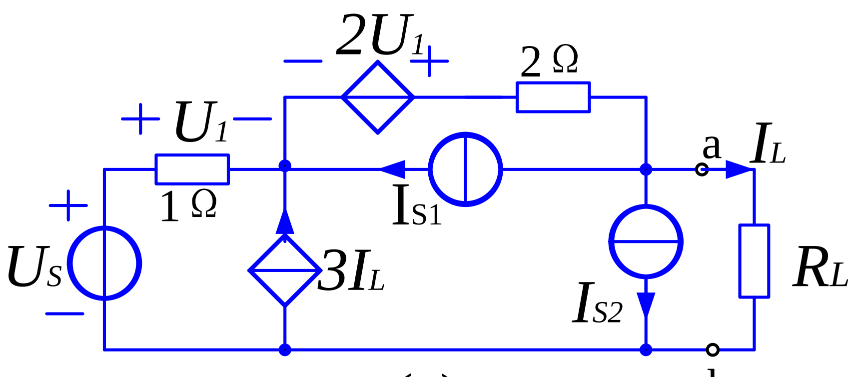
$$P_{L\max} = \frac{u_{OC}^2}{4R_0} = \frac{2^2}{4\times 2} = 0.5(W)$$

求解最大功率传输问题关键在于求戴维南等效电路

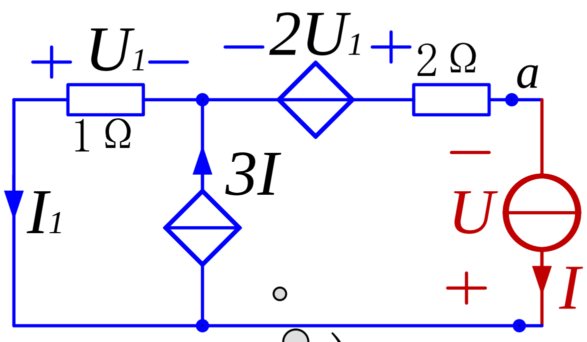
五、最大功率传输定理

2. 应用示例

例4 如图所示电路中，U_S，I_{S1}，I_{S2}未知，已知负载阻抗$R_L = 2\ \Omega$时其上电流I_L等于2A。若负载R_L可变，问R_L为多大时它可获得最大功率？此时最大功率P_{Lmax}为多少？



(a)



(b)

解 (1) 求R_0

KCL得 $I_1 = 3I - I = 2I$

$U_1 = -1 \times I_1 = -2I$

KVL得

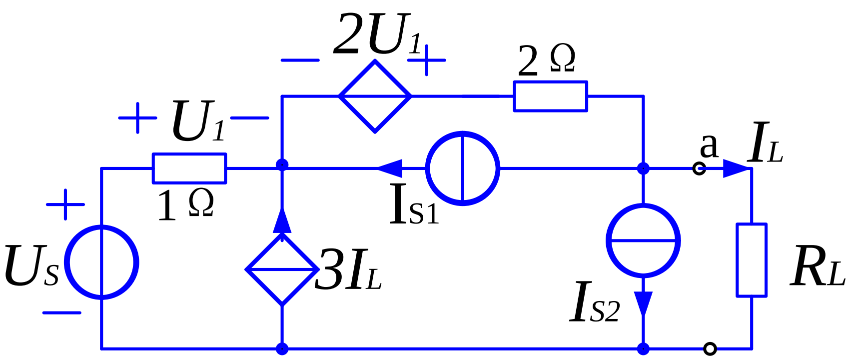
$U = U_1 - 2U_1 + 2I = 2I - U_1 = 4I$

$R_0 = U/I = 4\Omega$

U，I对N_0关联即可

2. 应用示例

例4 如图所示电路中，U_S，I_{S1}，I_{S2}未知，已知负载阻抗$R_L=2\ \Omega$时其上电流I_L等于2A。若负载R_L可变，问R_L为多大时它可获得最大功率？此时最大功率$P_{L\max}$为多少？



(a)

解 (2) 求U_{OC}

画出戴维南等效电路.

$$I_L=U_{OC}/(R_0+R_L)$$

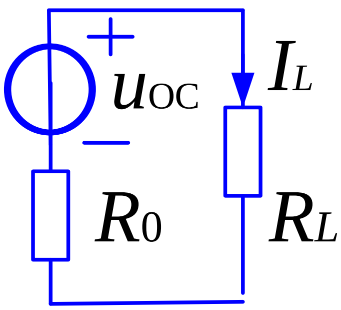
得

$$U_{OC}=(R_0+R_L)\,I_L=(4+2)\times 2=12\text{V}$$

(3) 根据最大功率传输条件可知，

当$R_L=R_0=4\Omega$时

$$P_{L\max}=U^2_{OC}/4R_0=9\text{W}$$



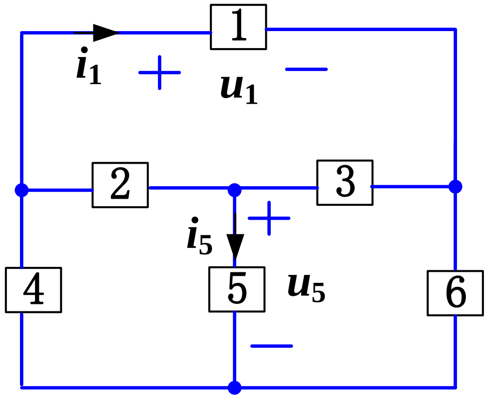
(c)

2.8 特勒根定理和互易定理

特勒根定理(Tellegen's theorem)是B.D. Tellegen 于1952年提出的。它是集总电路普遍适用的定理之一，可从KCL和KVL导出。它在电路的灵敏度分析和电路优化设计中有着广泛的应用。

一、特勒根定理

1. 特勒根定理一: 对于任意一个具有 b 条支路 n 个节点的集总参数电路，设支路电压、支路电流分别为u_k、i_k(k=1,2,· · · ,b)，且各支路电压和电流取关联参考方向，则对任何时间t，有



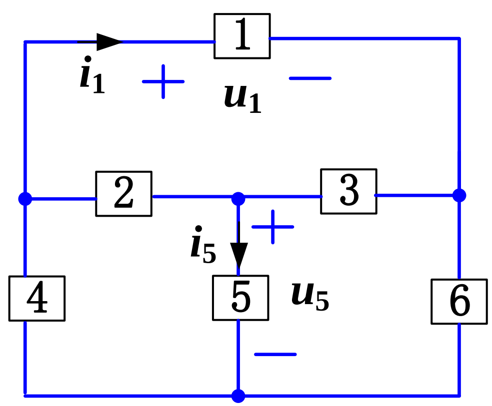
$$\sum_{k=1}^{b} u_k i_k = 0$$

上式求和中的每一项是同一支路电压、电流的乘积，表示支路吸收的功率，因此，特勒根定理一是电路功率守恒的具体体现，故称为**功率定理**

一、特勒根定理

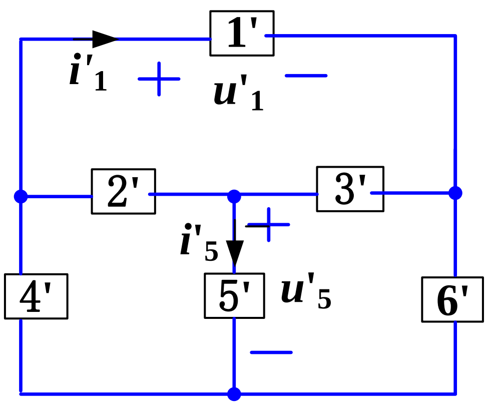
2. 特勒根定理二

对于任意两个拓扑结构完全相同（即图完全相同，各支路组成元件性质任意）的集中参数电路*N*和N'。设它们具有 *b* 条支路 n 个节点，其相对应的各支路和各节点的编号相同。设它们的支路电压分别为u_k和u'_k，支路电流分别为i_k和i'_k $(k=1,2,\cdots,b)$，且各支路电压和电流取关联参考方向，则对任意时刻t，有



$$\sum_{k=1}^{b} u_k i'_k = 0;$$

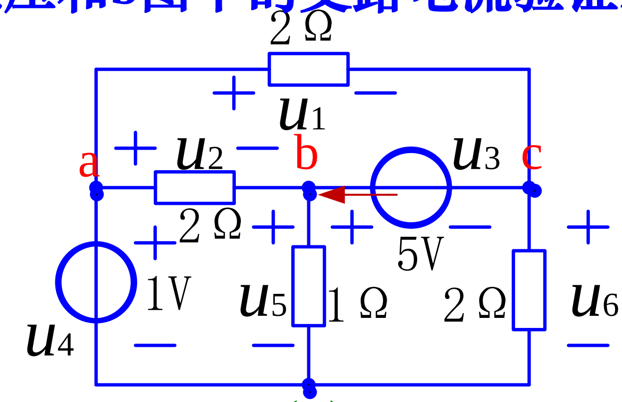
$$\sum_{k=1}^{b} u'_k i_k = 0;$$



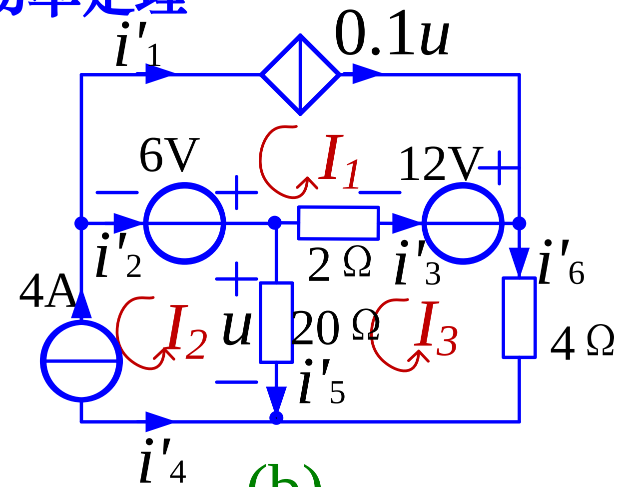
求和中的每一项是一个电路的支路电压和另一电路相应支路的支路电流的乘积，它虽具有功率的量纲，但不表示任何支路功率，称为拟功率。故特勒根定理二也称为**拟功率定理**。

一、特勒根定理

例1 求a支路电压和b图中的支路电流验证拟功率定理



(a)



(b)

a图列节点方程：

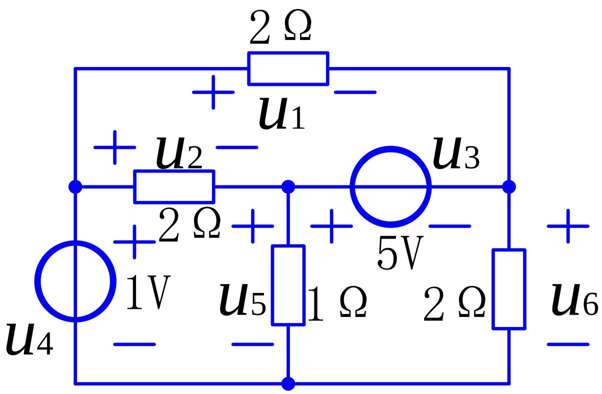
$$\begin{cases} u_4=1\text{v} \\ (1/2+1)u_b-1/2u_a=I \\ (1/2+1)u_b-1/2u_a=-I \\ u_b-u_c=5\text{v} \end{cases}$$

b图列网孔方程：

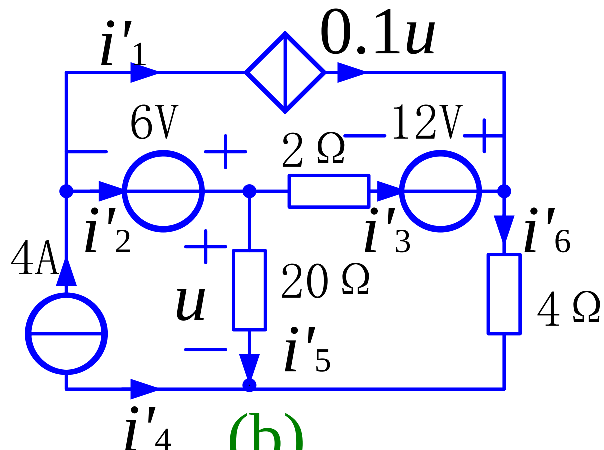
$$\begin{cases} I_2=-4\text{A} \\ I_1=0.1u \\ 2I_2-2I_3=18 \\ -2I_1-20I_2+26I_3=-12 \\ u=20(I_3-I_2) \end{cases}$$

一、特勒根定理

例1 求a支路电压和b图中的支路电流验证拟功率定理



(a)



(b)

$u_1 = 3.6\text{V}$

$u_2 = -1.4\text{V}$

$u_3 = 5\text{V}$

$u_4 = 1\text{V}$,

$u_5 = 2.4\text{V}$

$u_6 = -2.6\text{V}$

$i'_1 = 0.8\text{A}$

$i'_2 = 3.2\text{A}$

$i'_3 = 2.8\text{A}$

$i'_4 = -4\text{A}$

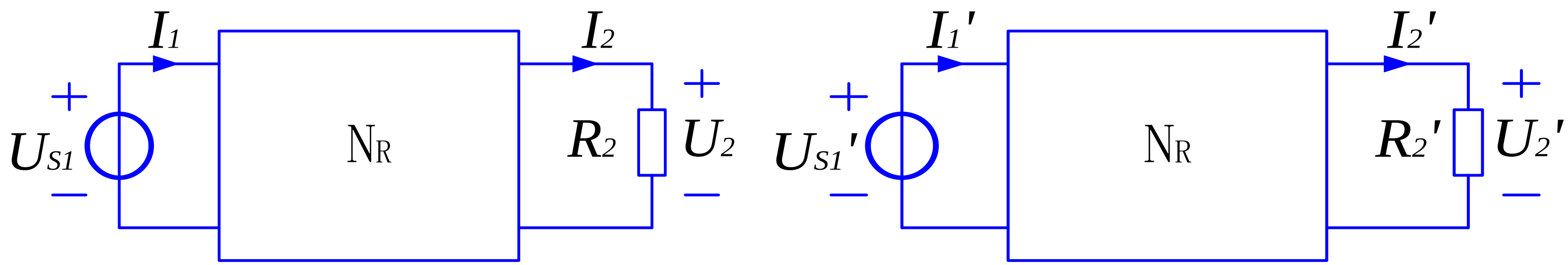
$i'_5 = 0.4\text{A}$

$i'_6 = 3.6\text{A}$

$$u_1 i'_1 + u_2 i'_2 + u_3 i'_3 + u_4 i'_4 + u_5 i'_5 + u_6 i'_6 =$$
$$2.88 - 4.48 + 14 - 4 + 0.96 - 9.36 = 0$$

一、特勒根定理

例2 如图电路，N_R为纯线性电阻组成。已知当R_2=2 Ω , U_{S1}=6V时，I_1 = 2A，U_2= 2V；当R_2=4 Ω , U_{S1}=10V时，I_1 = 3A， 求这时的U_2。



(a) (b)

解: 设两组条件分别对应两个电路：第一组条件对应图(*a*)，第二组条件对应图(*b*)。第二组条件为：当R_2’ = 4 Ω , U_{S1}’=10V时，I_1’ = 3A，求U_2’。

根据特勒根定理： $U_{S1}I_1'+U_2I_2' = 0$

$U_{S1}'I_1+U_2'I_2 = 0$

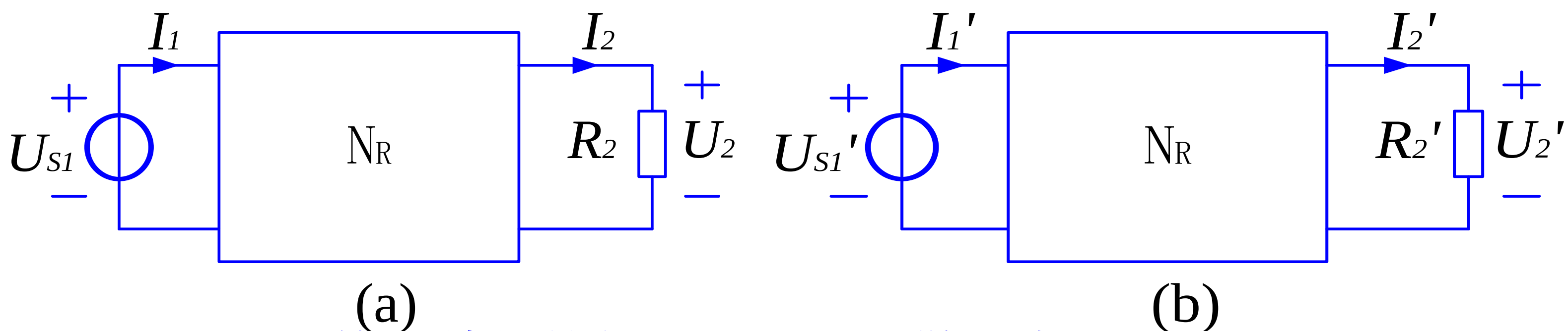
参考方向关联性

N_R内部支路

设N_R中有*k*个电阻，第*j*个电阻记为R_j(j =1,2,…*k*)。对图(*a*)， R_j上的电压、电流记为U_{Rj}和I_{Rj}；对图(*b*)， R_j上的电压、电流记为U_{Rj}’和I_{Rj}’，根据OL有

$U_{Rj}= R_j I_{Rj}$ （1）， $U_{Rj}'= R_j I_{Rj}'$ （2）

一、特勒根定理



图(a)与图(b)显然拓扑结构相同，根据特勒根定理二有

$$U_{S1}(-I_1')+U_2I_2'+\sum U_{Rj}I_{Rj}'=0 \quad (3)$$

$$U_{S1}'(-I_1)+U_2'I_2+\sum U_{Rj}'I_{Rj}=0 \quad (4)$$

由(1)(2) 得$\sum U_{Rj}I_{Rj}'=\sum U_{Rj}'I_{Rj}=R_j I_{Rj} I'_{Rj}$，

故(3)-(4)得

$$U_{S1}(-I_1')+U_2I_2'-U_{S1}'(-I_1)-U_2'I_2=0$$

$$U_{S1}(-I_1')+U_2I_2'=U_{S1}'(-I_1)+U_2'I_2$$

由于$I_2'=U_2'/R_2'=U_2'/4$， $I_2=U_2/R_2=2/2=1$，

将已知条件代入上式，得

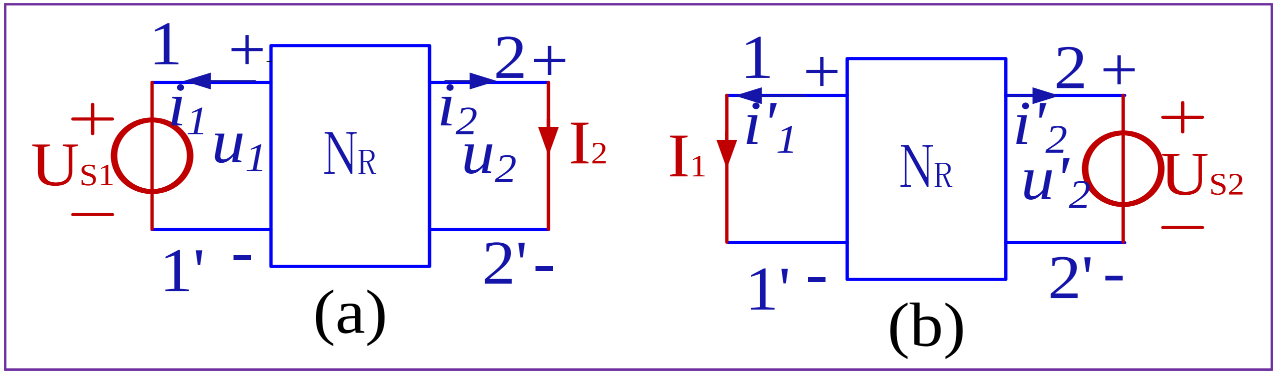
$$6\times(-3)+2\times U_2'/4-10\times(-2)-U_2'\times 1=0 \text{ 解得 } U_2'=4\text{V}$$

二、互易定理

互易定理表明：对于一个仅含线性电阻的二端口电路N_R，在只有一个激励源的情况下，当激励与响应互换位置时，同一激励所产生的响应相同。

1. 互易定理的三种形式

① 形式一



(a): $u_1=U_{s1}$, $i_2=I_2$, $u_2=0$

(b): $u'_1=U_{s2}$, $i'_1=I_1$, $u'_1=0$

若$U_{S2}=U_{S1}$，则$I_1=I_2$

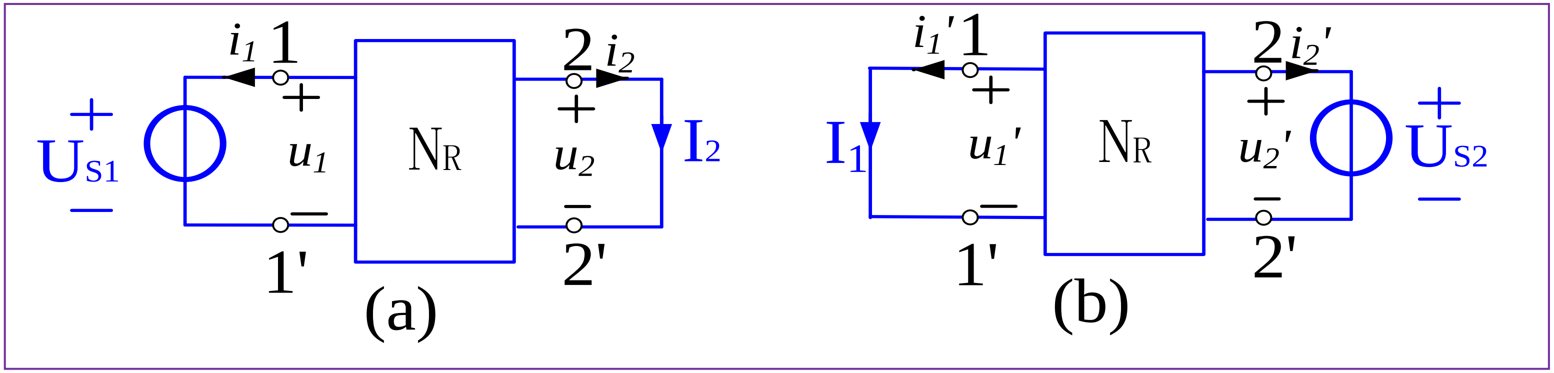
响应激励比相等，即

$I_2/U_{S1}=I_1/U_{S2}$

二、互易定理

1. 互易定理的三种形式

① 形式一



证明：利用特勒根定理

$$\begin{cases} u_1 i_1' + u_2 i_2' + \sum u_{Rj} i_{Rj}' = 0 \\ u_1' i_1 + u_2' i_2 + \sum u_{Rj}' i_{Rj} = 0 \end{cases}$$

而 $\sum u_{Rj} i_{Rj}' = \sum u_{Rj}' i_{Rj} = R_j\, i_{Rj}\, i'_{Rj}$

因此 $\boxed{u_1 i_1' + u_2 i_2' = u_1' i_1 + u_2' i_2}$

又 (a): $u_1=U_{s1}$, $i_2=I_2$, $u_2=0$

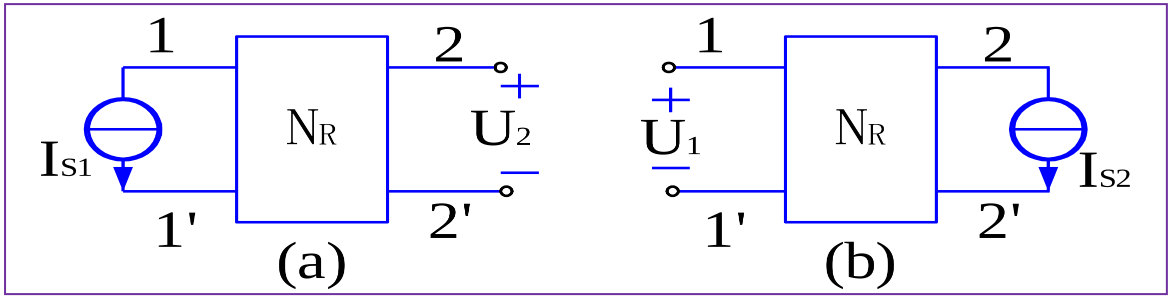
(b): $u'_1=U_{s2}$, $i'_1=I_1$, $u'_1=0$

得到 $\boxed{U_{S1} i'_1 = U_{S2} i_2}$ $\boxed{U_{S1} I_1 = U_{S2} I_2}$

$$I_2/U_{S1}=I_1/U_{S2}$$

二、互易定理

② 形式二

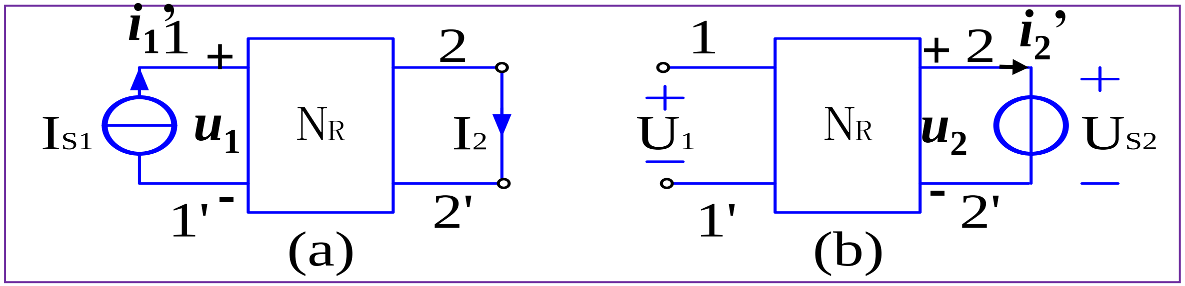


若$I_{S2}=I_{S1}$，则$U_1=U_2$

响应激励比相等，即

$$U_2/I_{S1}=U_1/I_{S2}$$

③ 形式三



若$U_{S2}=I_{S1}$，则$U_1=I_2$(数值上)

响应激励比相等，即

$$I_2/I_{S1}=U_1/U_{S2}$$

二、互易定理

2. 互易定理说明

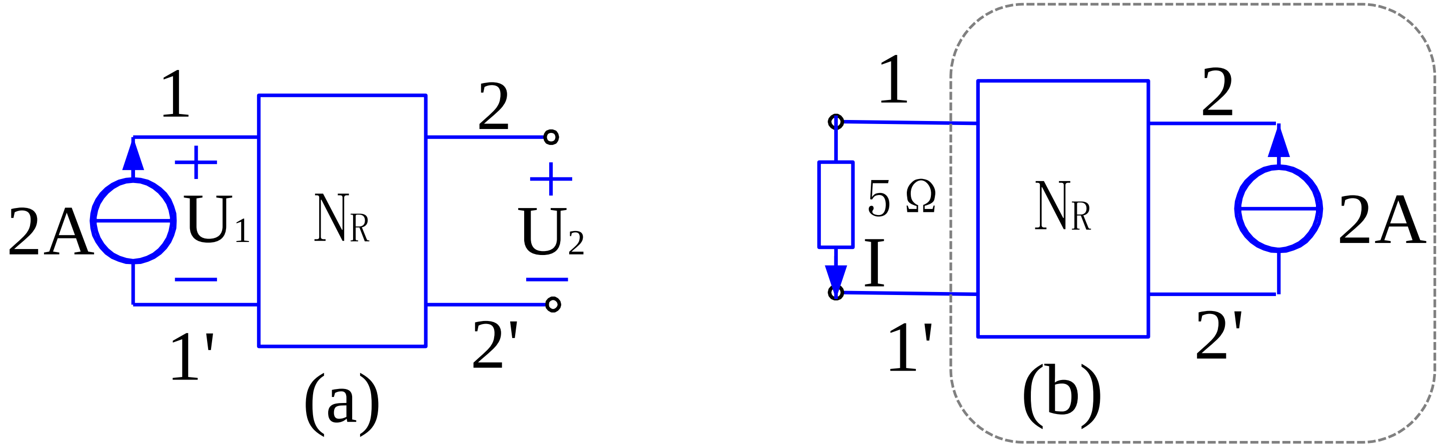
(1) 以上三种形式中，特别要注意激励支路的参考方向，对形式一和形式二，两个电路激励支路电压、电流的参考方向要一致，即要关联都关联，要非关联都非关联；对于形式三，两个电路激励支路电压、电流的参考方向必须不一致，即一个关联，另一个一定要非关联；

(2) 互易定理只适用于一个独立源作用的线性纯电阻电路，即整个电路只有一个独立源，其余元件均为线性电阻。

二、互易定理

3. 举例

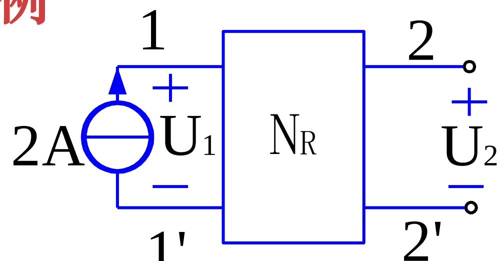
例1:有一线性纯电阻电路N_R，从N_R中引出两对端子供连接电源和测试时使用。当输入端1-1'接2A电流源时，测得输入端电压U_1=10V，输出端2-2'开路电压U_2=5V，如图(*a*)所示。若把电流源接在输出端，同时在输入端跨接一个5Ω的电阻，如图(*b*)所示，求流过5Ω电阻的电流I。



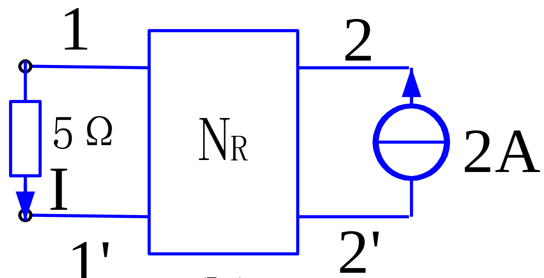
戴维南等效

二、互易定理

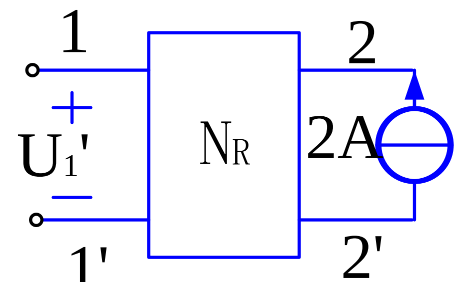
3. 举例



(a)



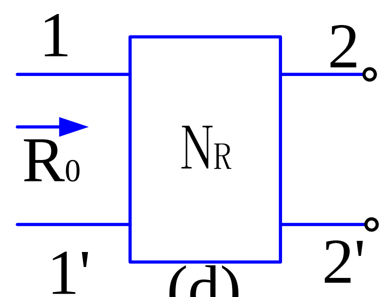
(b)



(c)

解: (1)当电流源移至2-2'端时，若不接5Ω跨接电阻，根据互易定理，1-1'端开路电压U_1'=5V,如图（c）， U_1'即为1-1'端戴维南电路的开路电压，则U_{OC}= U_1'=5V。

(2)再求对1-1'端戴维南等效内阻R_0。因电流源移至2-2'端，求等效内阻时电流源应开路，如图(d)。这种情况即是求输出端2-2 ' 开路时从N_R的1-1'端看去的等效电阻。由已知条件可求得 $R_0=U_1/2=10/2=5\ \Omega$，

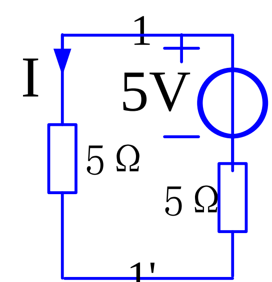


(d)

(3)画出戴维南电路，并接上5Ω电阻，如图 (e)电路。

即求得电流

$$I=5/(5+5) = 0.5\text{A}$$



(e)

2.9 电路的对偶性

在以上的讨论中，发现：电路中的许多变量、元件、结构及定律都是成对出现的，并且存在相类似的一一对应的特性。这种特性就称为**电路的对偶性**。

- 如电阻元件，元件约束关系是欧姆定律，即$u = Ri$或$i = Gu$。如果表达式中的u与i对换，R与G对换，就得到另一个表达式。
- 电路中结构约束是基氏定律，在平面电路中，对应每个节点可列一个KCL方程：$\sum i_k=0$，而对每个网孔可列一个KVL方程：$\sum u_k=0$，这里节点与网孔对应，KCL与KVL对应，电压和电流对应。

具有这样一一对应性质的一对元素(电路变量、元件、结构及定律等)，可称为**对偶元素**。

常用的对偶元素列表如下

电压 --- 电流； 磁链 --- 电荷； 电阻 --- 电导； 电感 --- 电容；	电压源 --- 电流源； 开路 --- 短路； CCVS --- VCCS； VCVS --- CCCS；
串联 --- 并联； 网孔 --- 节点； 回路 --- 割集； 树支 --- 连支；	KVL --- KCL； 戴维南—诺顿；