§ 11.1 磁场力和磁感应强度 $\vec{B}$

一. 磁力与磁场

磁体 ⟺ 磁体

⇕

电流 ⟺ 电流

安培的分子环流假说：一切磁现象起源于电荷运动

运动电荷(电流) ⟸ 磁场 ⟹ 运动电荷（电流）

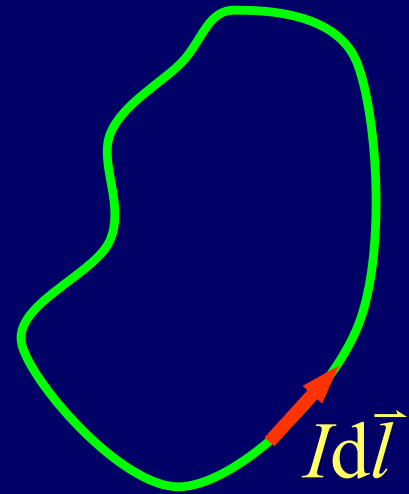
二. 磁感应强度

1.电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

2.磁感应强度的定义

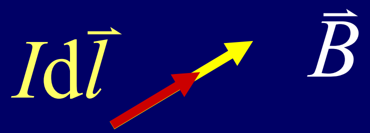
(1)定义磁感应强度的方向:

小磁针静止时N极的指向



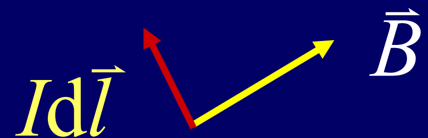
(2)定义磁感应强度的大小

$$\boxed{B=\frac{\mathrm{d}F_{\max}}{I\mathrm{d}l}}$$



$\mathrm{d}F=0$

3.磁感应强度反映该点磁场的强弱



$\mathrm{d}F=\mathrm{d}F_{\max}$

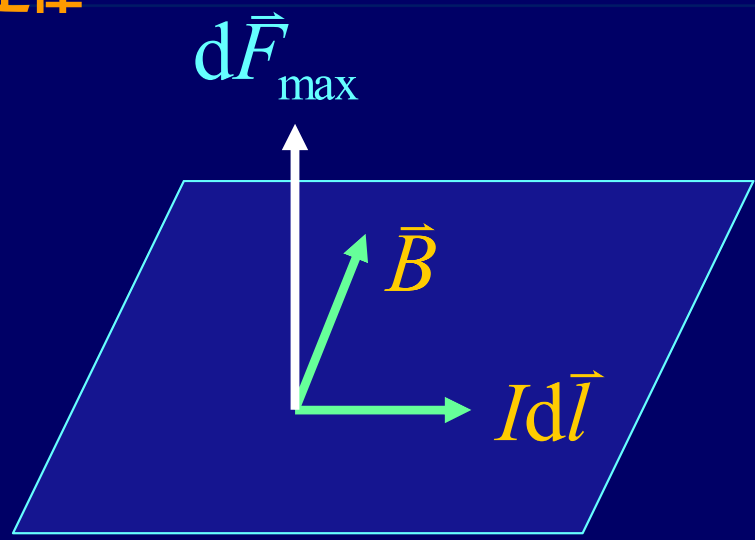
单位: $1N\ m^{-1}\ A^{-1}=1T$

$1G=10^{-4}\ T$

三.安培力

$$\mathrm{d}F_{\max} = BI\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}F = BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

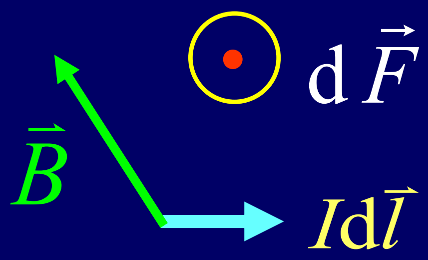


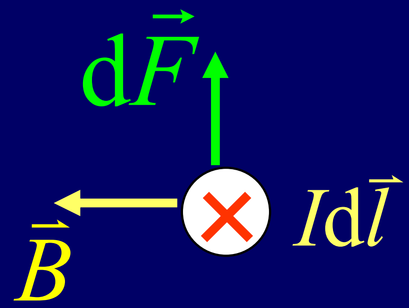
$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

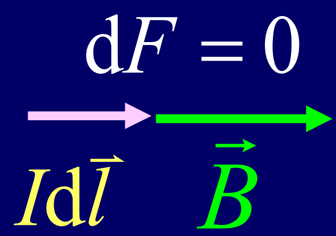
磁场力 $\mathrm{d}\vec{F}$ 的方向与电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 和磁感应强度 $\vec{B}$ 满足 右手螺旋关系

——安培力公式

例如：







§ 11.2 毕奥—萨伐尔定律

一. 磁场叠加原理

$$\vec{B}=\sum_i \vec{B}_i$$

静电场： 取 $\mathrm{d}q \longrightarrow \mathrm{d}\vec{E} \longrightarrow \vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E}$

磁　场： 取 $I\mathrm{d}\vec{l} \xrightarrow{?} \mathrm{d}\vec{B} \longrightarrow \vec{B}=\int \mathrm{d}\vec{B}$

二. 毕奥—萨伐尔定律

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}^{\,0}}{r^2}}$$

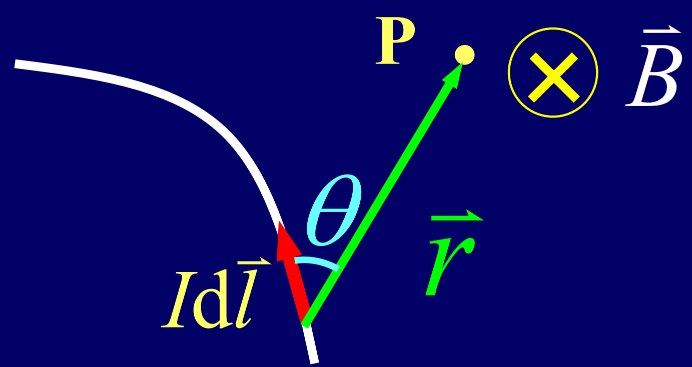
$\vec{r}^{\,0}$ —— 电流元指向场点的单位矢量

$$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N}/\mathrm{A}^2$$

真空中的磁导率

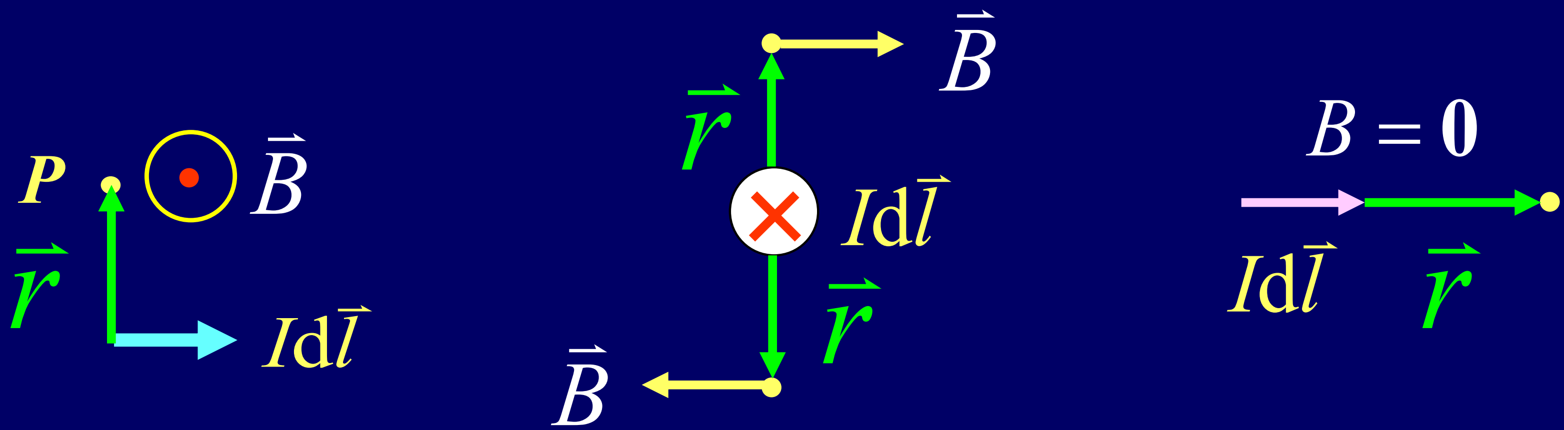
$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}^{\,0}}{r^2}}$$

大小： $$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$



方向：右螺旋法则

例如：



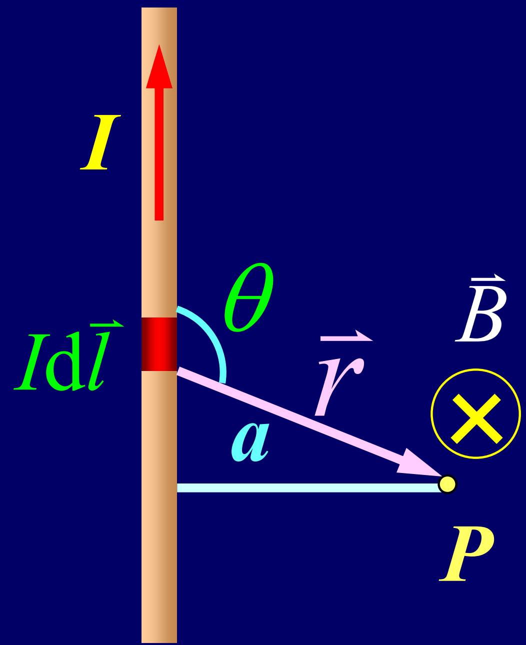
$$\boxed{\vec{B}=\int \mathrm{d}\vec{B}=\int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}^{\,0}}{r^2}}$$

$$\vec{B}=\int \mathrm{d}B_x\,\vec{i}+\int \mathrm{d}B_y\,\vec{j}+\int \mathrm{d}B_z\,\vec{k}$$

三. 毕—萨定律的应用

1. 载流直导线的磁场

求距离载流直导线为a 处一点P 的磁感应强度 $\vec{B}$



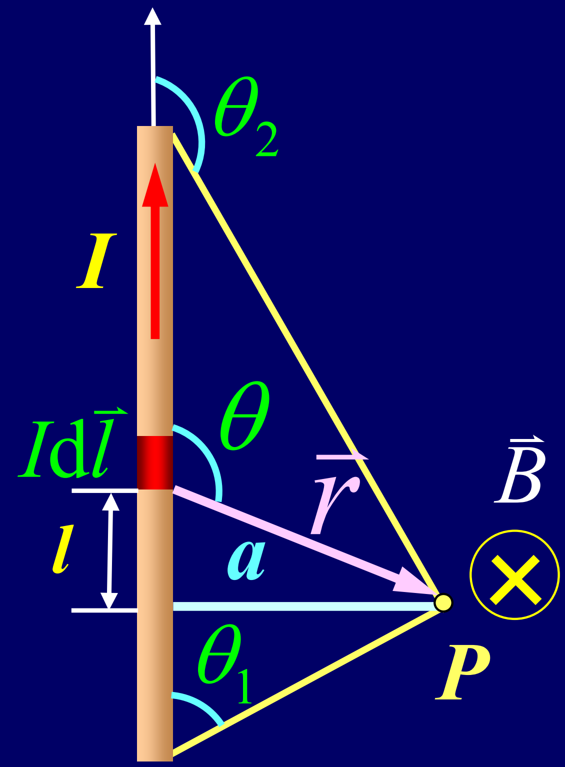
解 $$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$$B=\int \mathrm{d}B=\int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

$$B = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \mathrm{d}l \sin\theta}{r^2} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I a \csc^2\theta \mathrm{d}\theta \sin\theta}{(a\csc\theta)^2}$$

根据几何关系

$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{a}{\sin(\pi-\theta)} = a\csc\theta \\ l &= a\cot(\pi-\theta) = -a\cot\theta \\ \mathrm{d}l &= a\csc^2\theta \mathrm{d}\theta \end{aligned}\right\}$$

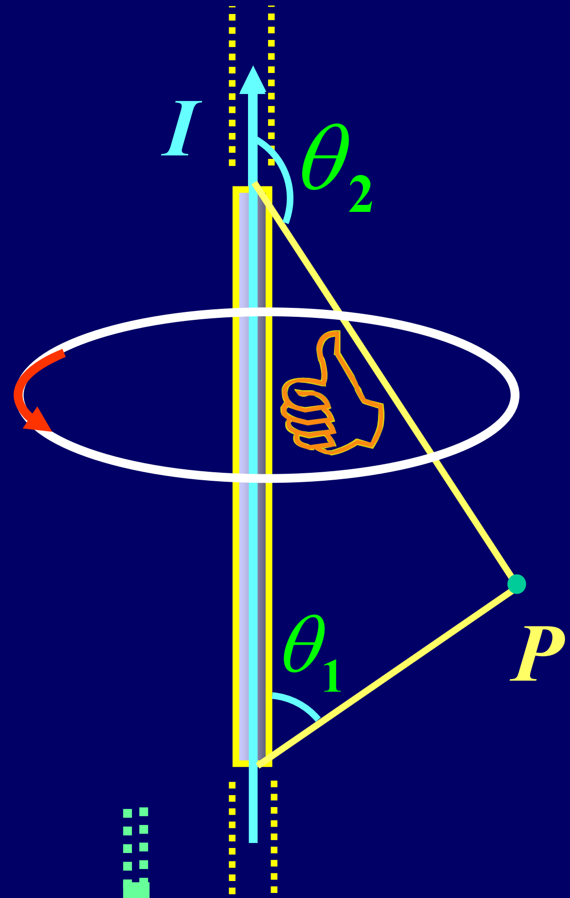


$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

讨论

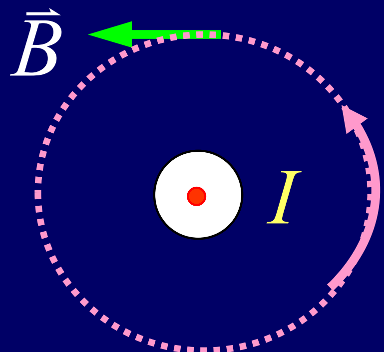
$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



(1) 无限长直导线 $\theta_1 \to 0 \quad \theta_2 \to \pi$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

方向：右螺旋法则

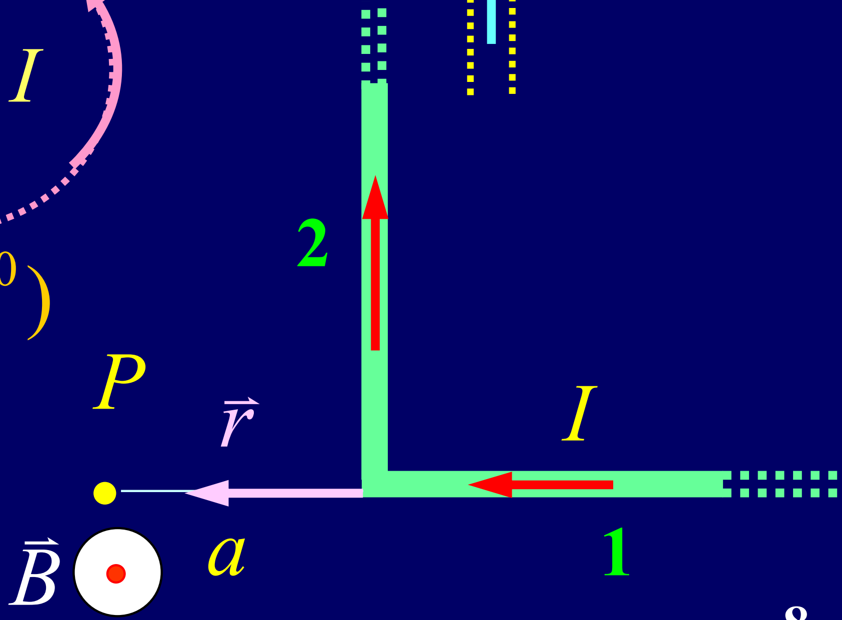


(2) 任意形状直导线

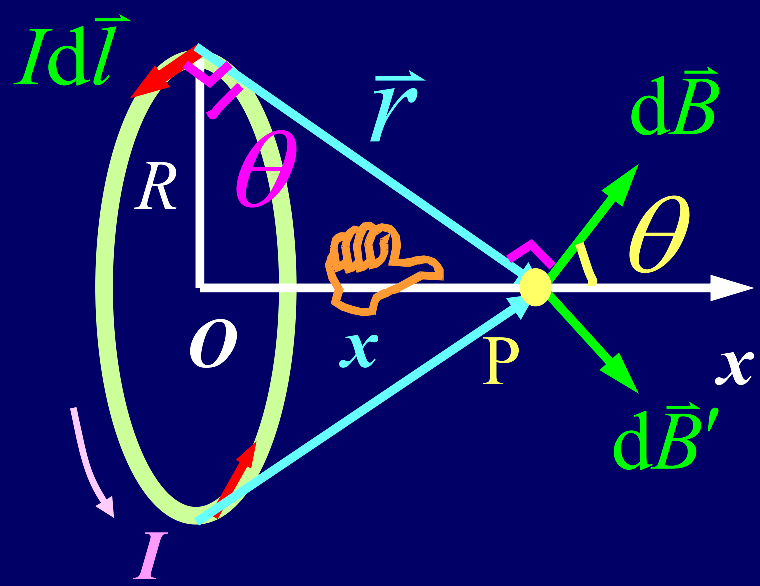
$$B_1=0$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 90^0-\cos 180^0)$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$



2. 载流圆线圈的磁场

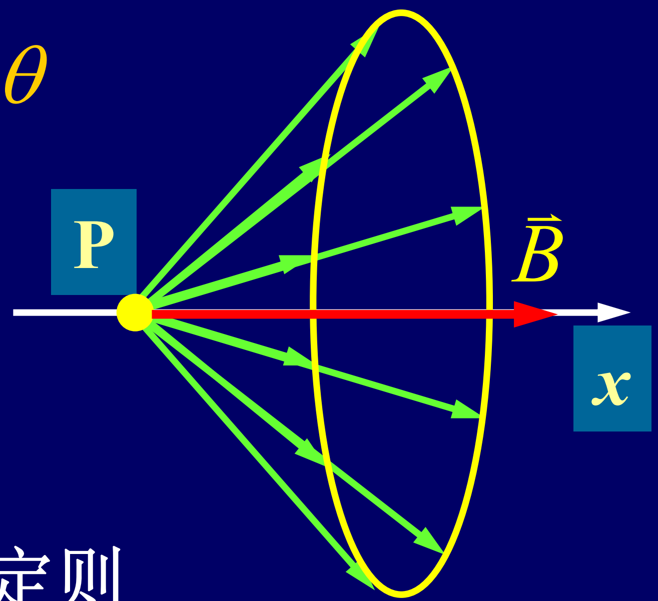


求轴线上一点 **P** 的磁感应强度

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{(R^2 + x^2)}$$

根据对称性 $B_\perp = 0$

$$B = \int dB_x = \int dB\cos\theta = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\cos\theta$$

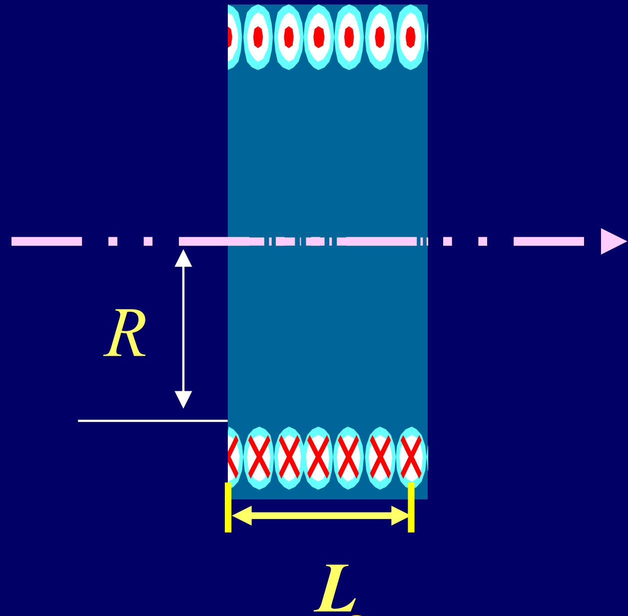


$$\cos\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

方向满足右手定则

✦ 讨 论 $B=\dfrac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$

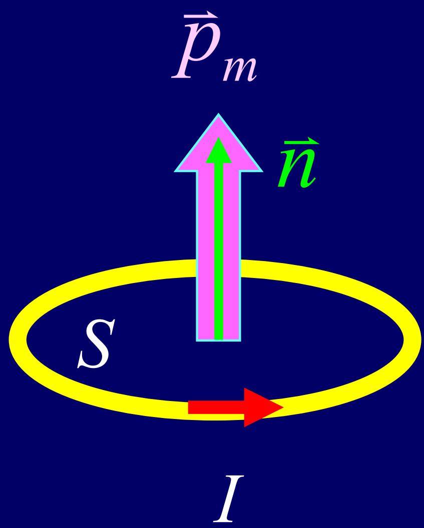


(1)如果由N 匝圆线圈组成 $L<<R$

$$B=\frac{\mu_0 IR^2 N}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

(2) $x=0$ **载流圆线圈的圆心处** $B_o=\dfrac{\mu_0 I}{2R}\cdot\dfrac{\pi R^2}{\pi R^2}$

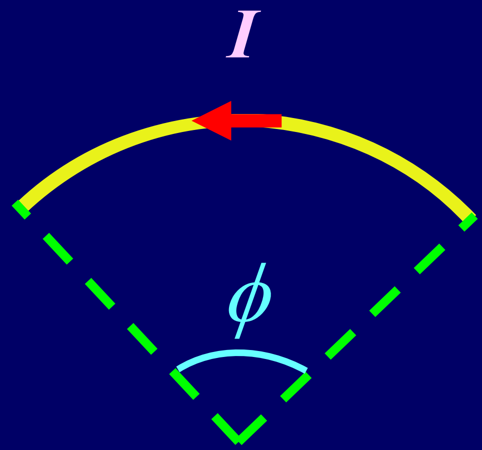
定义 $\boxed{\vec{p}_m = IS\vec{n}}$ 磁矩



$$\vec{B}_0=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{p}_m}{R^3}$$

(3) 一段圆弧在圆心处产生的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{\phi}{2\pi}=\frac{\mu_0 I\phi}{4\pi R}$$



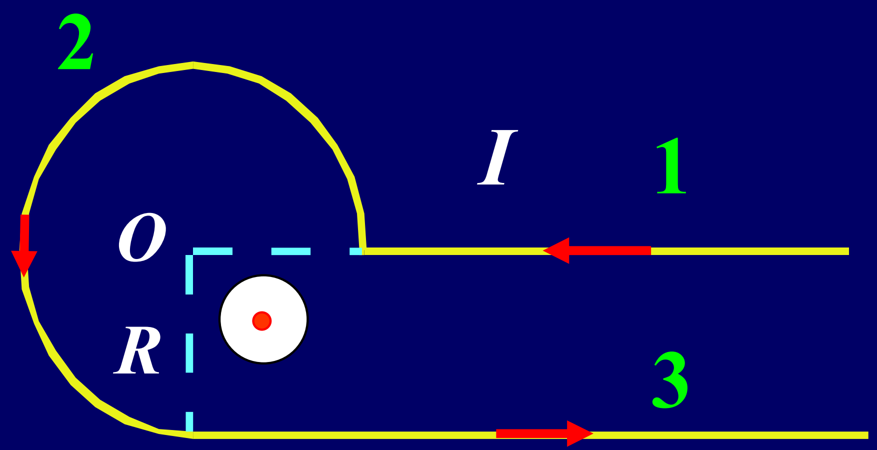
(4) $$B=\frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$x>>R$$

$$B\approx\frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}\cdot\frac{\pi}{\pi}=\frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{p}_m}{x^3}$$

例 右图中，求O 点的磁感应强度



解 $B_1 = 0$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \frac{3\pi}{2} = \frac{3\mu_0 I}{8R}$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

$\theta_1 = \pi/2 \quad \theta_2 = \pi$

$$B = B_1 + B_2 + B_3$$