电磁感应定律

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

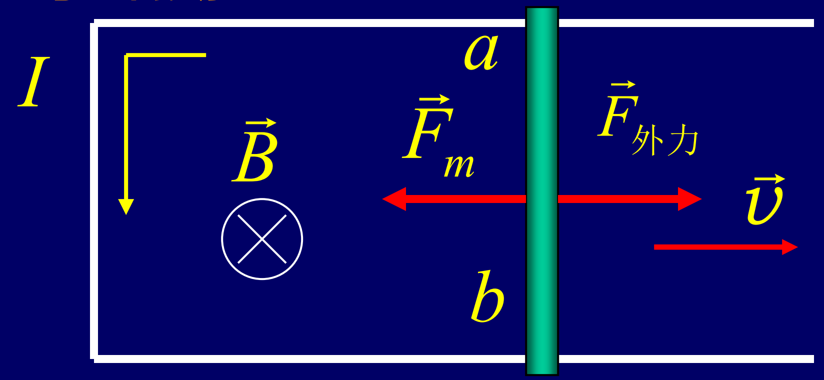
楞次定律

感应电流的效果总是反抗引起感应电流的原因

动生电动势

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

(3) 感应电动势的功率



设电路中感应电流为 I

$$P = I\varepsilon_i = IBlv$$

导线受安培力 $F_m = IBl$

导线匀速运动 $\vec{F}_{外力} = -\vec{F}_m$

$$P_{外力} = F_{外力}v = IBlv = P$$

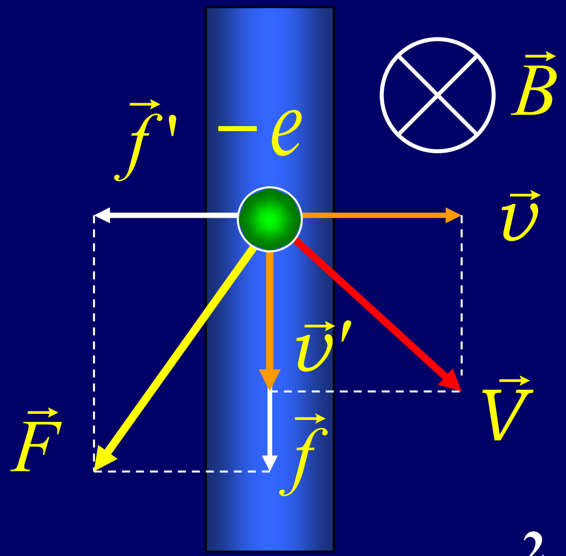
电路中感应电动势提供的电能是由外力做功所消耗的机械能转换而来的

(4) 感应电动势做功，洛伦兹力做功?

$$\vec{F}\cdot\vec{V} = (\vec{f}+\vec{f}')\cdot(\vec{v}+\vec{v}')$$

$$= \vec{f}\cdot\vec{v}' + \vec{f}'\cdot\vec{v}$$

$$= evBv' - ev'Bv = 0$$



洛伦兹力做功为零

例 在匀强磁场 B 中，长 R 的铜棒绕其一端 O 在垂直于 B 的平面内转动，角速度为 ω

求 棒上的电动势

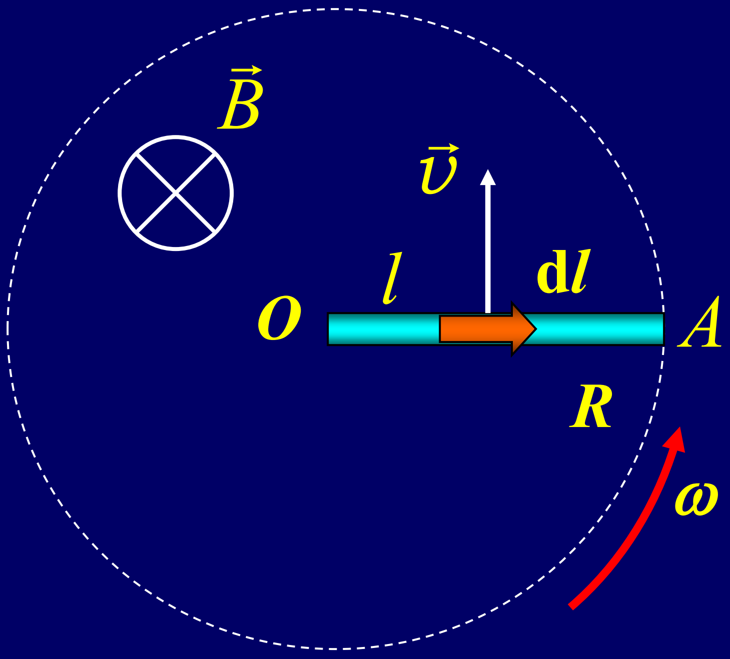
解

$$\varepsilon_i = \int_O^A (\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= -\int_O^R \upsilon B \mathrm{d}l = -\int_O^R l\omega B \mathrm{d}l$$

$$= -\frac{BR^2}{2}\omega$$

方向 $A \to O$



$$\left|\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right| = \upsilon B$$

二. 感生电动势

- 有旋电场假说

无论有无导体或导体回路，变化的磁场都将在其周围空间产生具有闭合电场线的电场，并称此为感生电场或有旋电场

有旋电场力充当非静电力

感生电动势 $\varepsilon_i = \int_a^b \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ $\vec{E}_V$ **是感生电场**

闭合回路中 $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

$$= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

- 感生电场与变化磁场之间的关系

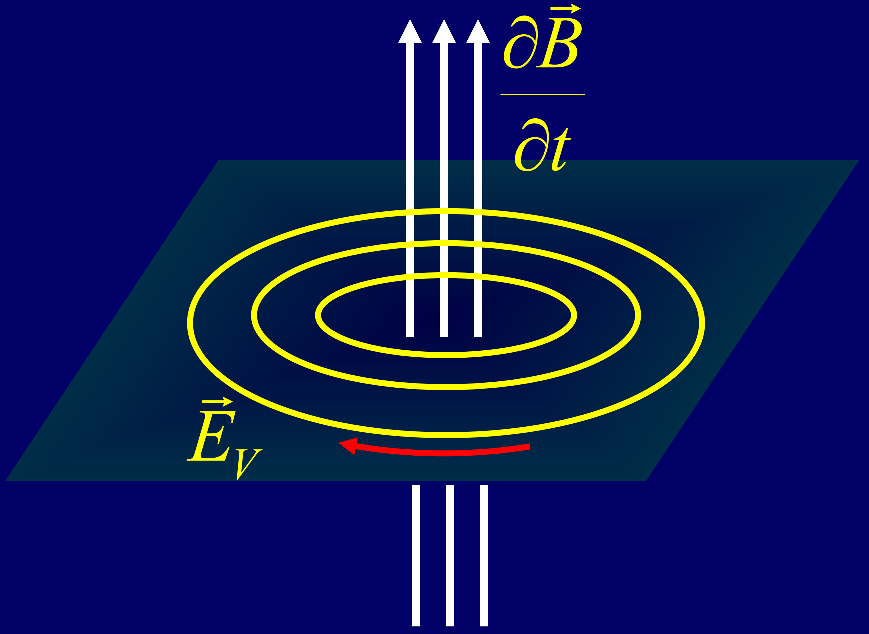
$$\boxed{\oint_L \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

讨论

(1) 感生电场与磁场的变化率成左螺旋关系

空间存在变化磁场 $\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

在空间存在感生电场 $\vec{E}_V$



(2) 感生电场是无源有旋场

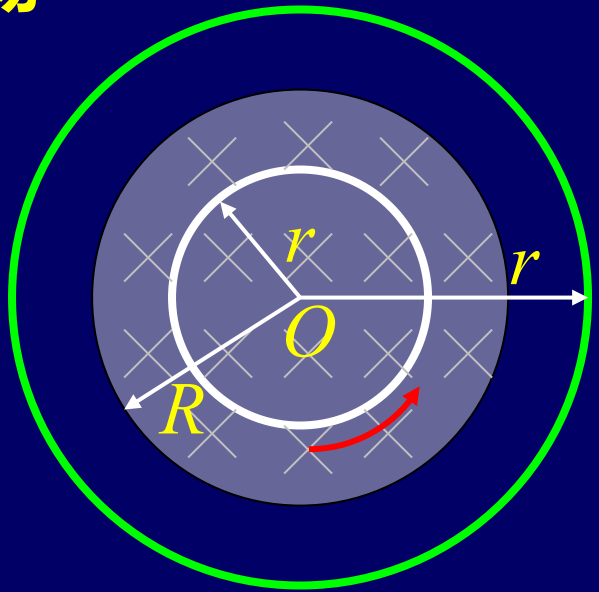
感生电场与静电场的比较

- 场源
  - 静电荷
  - 变化的磁场 (磁生电)
- 环流
  - 静电场为保守场
  - 感生电场为非保守场
- 通量
  - 静电场为有源场
  - 感生电场为无源场(闭合电场线)

二者都对电荷有力的作用，都具有能量。

例：轴对称分布的变化磁场产生的感应电场

设一个半径为R 的长直载流螺线管，内部磁场强度为$\vec{B}$，若 $\partial\vec{B}/\partial t$ 为大于零的恒量。求管内外的感应电场。



$r < R$ $\quad \varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_V \oint_L \mathrm{d}l$

$$= E_V 2\pi r = -\frac{\partial B}{\partial t}\pi r^2 \cos\pi$$

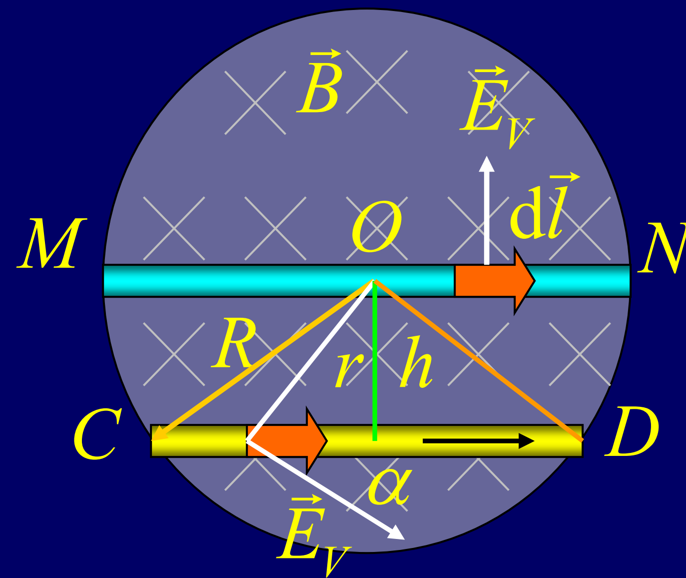
$$= \frac{\partial B}{\partial t}\pi r^2 \Rightarrow E_V = \frac{r}{2}\frac{\partial B}{\partial t}$$

$r > R$ $\quad \varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_V 2\pi r$

$$= -\frac{\partial B}{\partial t}\pi R^2 \cos\pi \Rightarrow E_V = \frac{R^2}{2r}\frac{\partial B}{\partial t}$$

例 一被限制在半径为 R 的无限长圆柱内的均匀磁场 B， B 均匀增加，B 的方向如图所示。

求 导体棒MN、CD的感生电动势



解 方法一(用感生电场计算):

$$E_V = \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}(r < R)$$

$$\varepsilon_{MN} = \int_M^N \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$$\varepsilon_{CD} = \int_C^D \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_C^D E_V \cos\alpha \mathrm{d}l = \int_o^L \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\frac{h}{r}\mathrm{d}l = \frac{hL}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

方法二(用法拉第电磁感应定律): (补逆时针回路 $OCDO$)

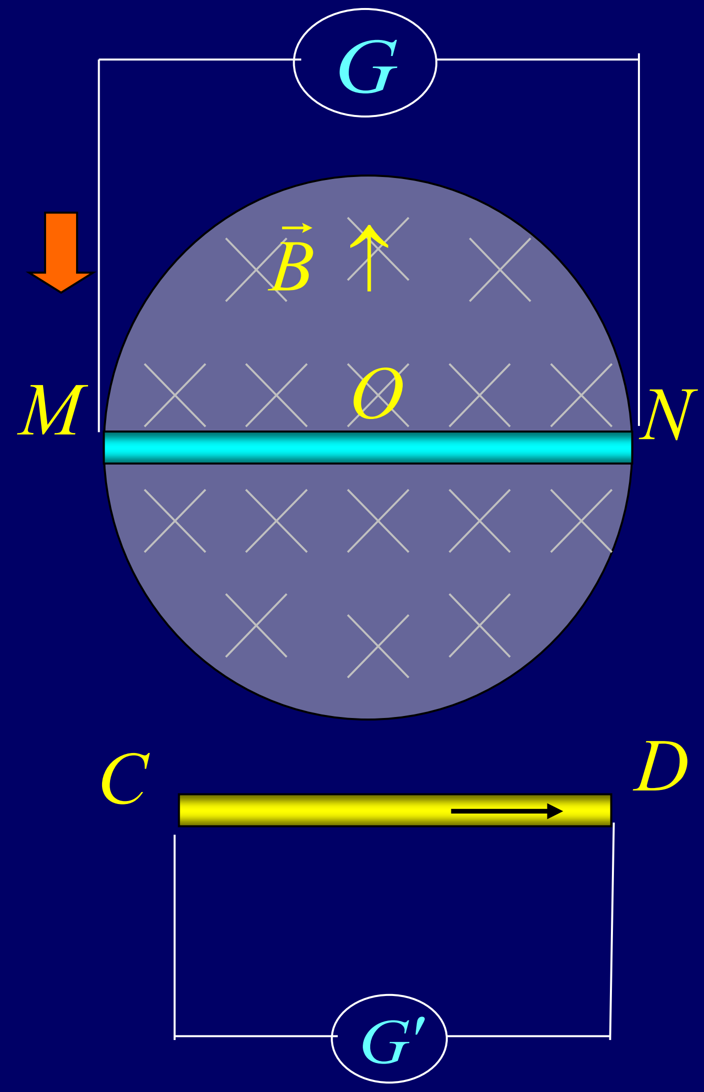
$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(BLh/2)}{\mathrm{d}t} = \varepsilon_{OC} + \varepsilon_{CD} + \varepsilon_{DO} = \varepsilon_{CD} = \frac{hL}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

*MN*中有无感生电动势？

*G*中有无感生电流？

*CD*中有无感生电动势？

*G′*中有无感生电流？



当问题中既有动生、又有感生电动势，则总感应电动势为

$$\varepsilon_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_a^b \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

(导体不闭合)

$$\varepsilon_i = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \oint_L \vec{E}_V \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

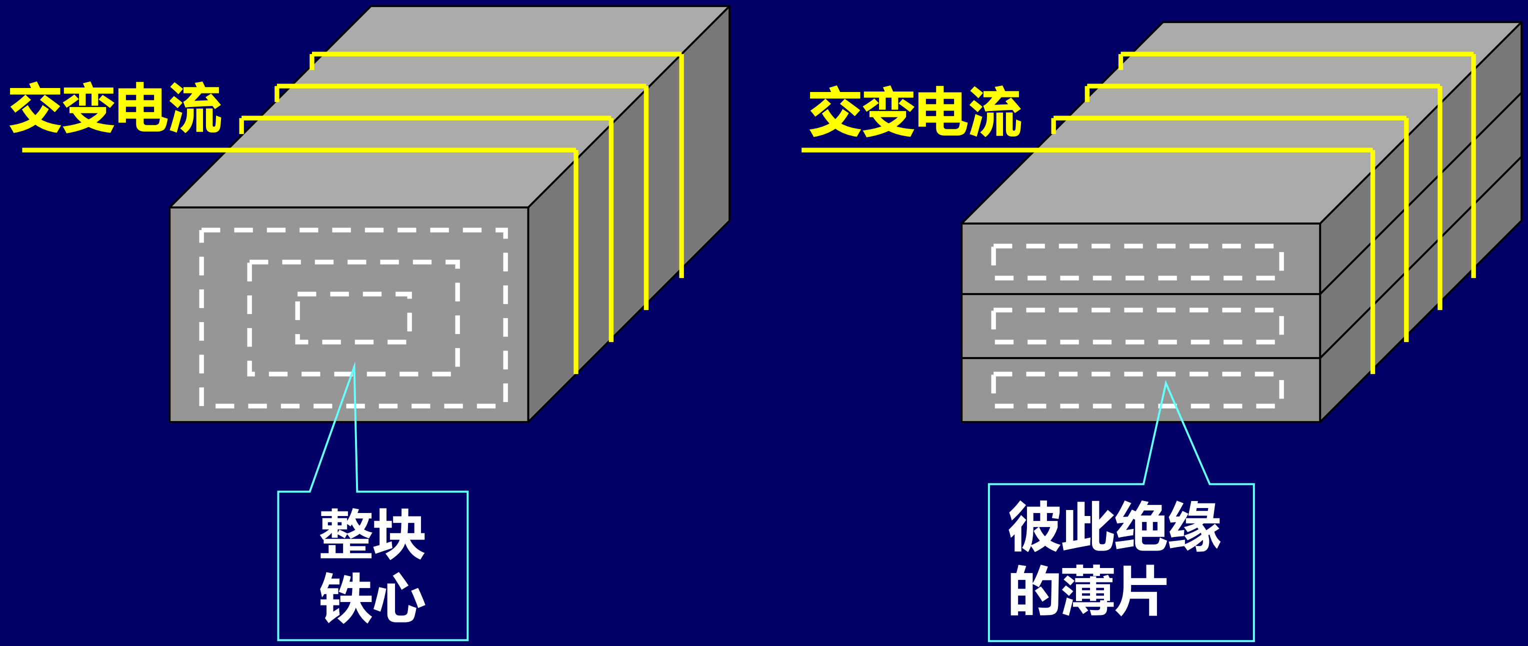
(导体闭合)

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

三. 涡流

由于变化磁场激起感生电场，则在导体内产生感应电流。

这些感应电流的流线呈闭合的涡旋状，故称涡电流(涡流)



- 高频感应加热原理
- 减小电流截面，减少涡流损耗
- 电磁阻尼