导体静电平衡的条件 $\vec{E}_{内} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$

导体静电平衡时，导体是等势体，表面是等势面。

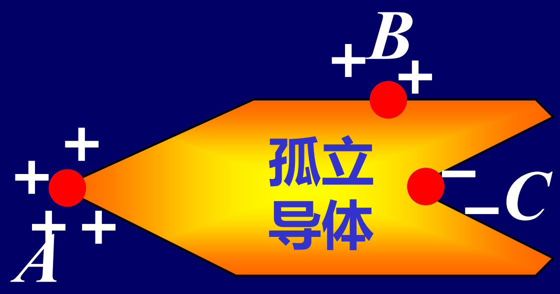
导体的内部处处不带电，净电荷只分布在导体表面。

$$\vec{E}_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

## 3. 处于静电平衡的孤立带电导体电荷分布

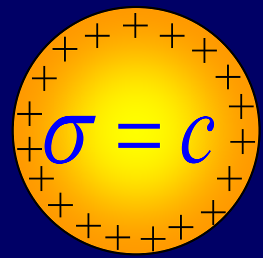
由实验可得以下定性的结论：

$$\sigma \propto \frac{1}{\rho}$$

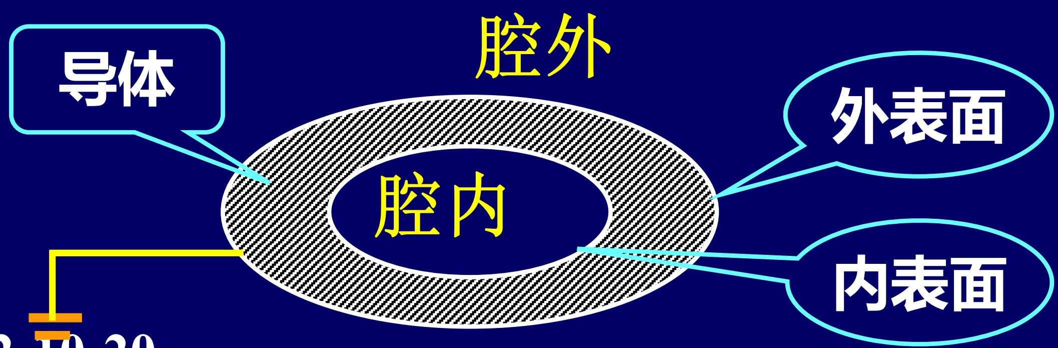


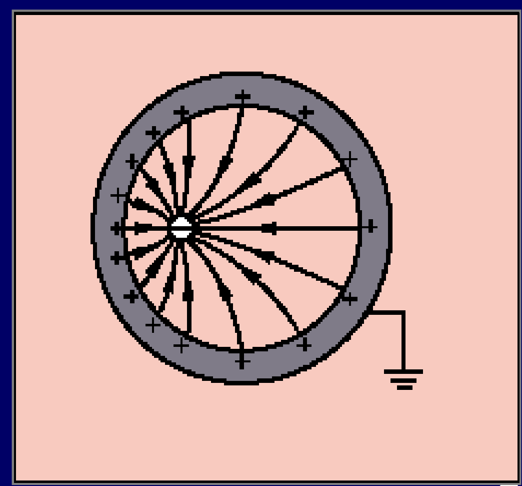

$$\sigma_A > \sigma_B > \sigma_C$$

孤立带电导体球




## 4. 静电屏蔽（腔内、腔外的场互不影响）

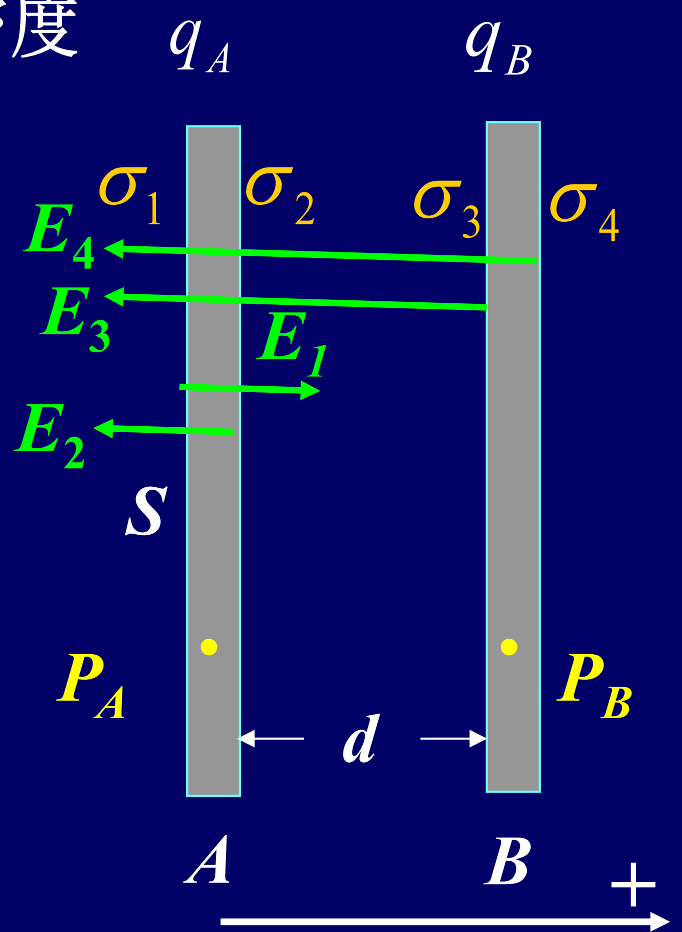


**例** 两平行且面积相等的的导体板，$S >> d^2$

两板的带电量分别为 $q_A$，$q_B$

**求** 静电平衡时两板各表面的电荷面密度




**解**

$$\sigma_1 S + \sigma_2 S = q_A \qquad (1)$$

$$\sigma_3 S + \sigma_4 S = q_B \qquad (2)$$

$$E_{PA} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0 \quad (3)$$

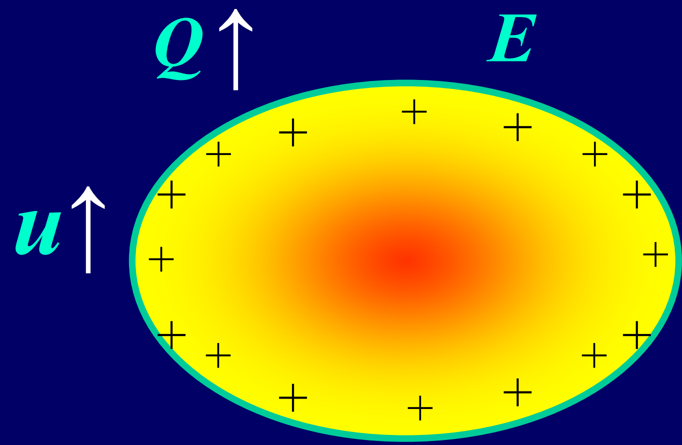
$$E_{PB} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0 \quad (4)$$

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_A + q_B}{2S} \qquad \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_A - q_B}{2S}$$

# 三. 孤立导体的电容

## 1. 孤立导体的电容

孤立导体的电势 $u \propto Q$

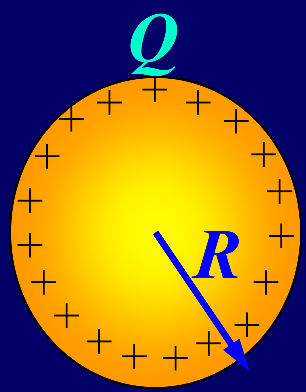



$$\boxed{C = \frac{Q}{u}}$$

**孤立导体的电容**

**单位:法拉( F )**

求半径为*R* 的孤立导体球的电容.




电势为 $$u = \frac{Q}{4\pi\ \varepsilon_0 R}$$

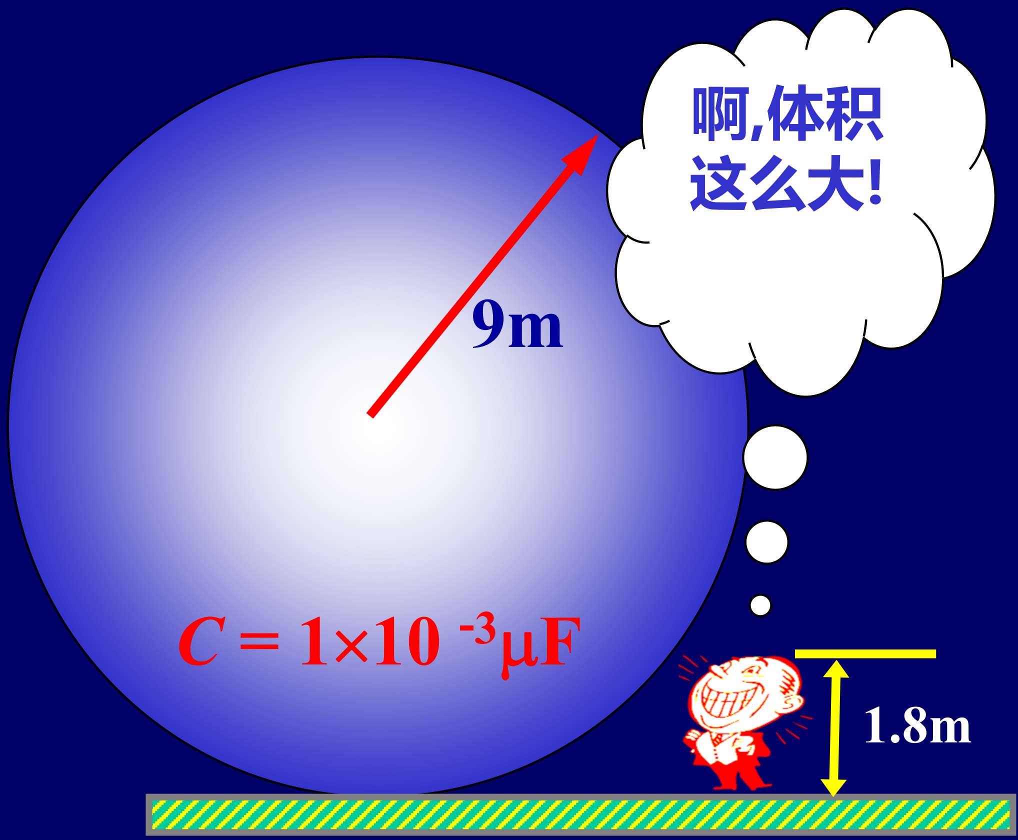
电容为 $$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

若 $C = 1\times10^{-9}\mathrm{F}$，则 $R = ?$

$$1\mu F = 10^{-6}F$$

$$1pF = 10^{-12}F$$



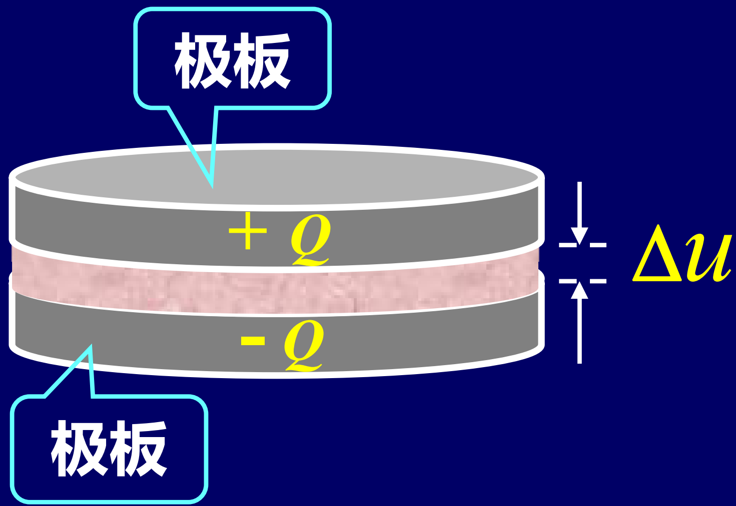
# 四. 电容器的电容

1.电容器:被介质隔开的两个相距很近的导体构成的系统。

2.电容器的电容

两极板带电 $\pm Q$

$$\boxed{C=\frac{Q}{\Delta u}}$$




- 电容器电容的大小取决于极板的形状、大小、相对位置以及极板间介质。

- 表征电容器存储电荷能力的强弱。

## 3. 电容器电容的计算

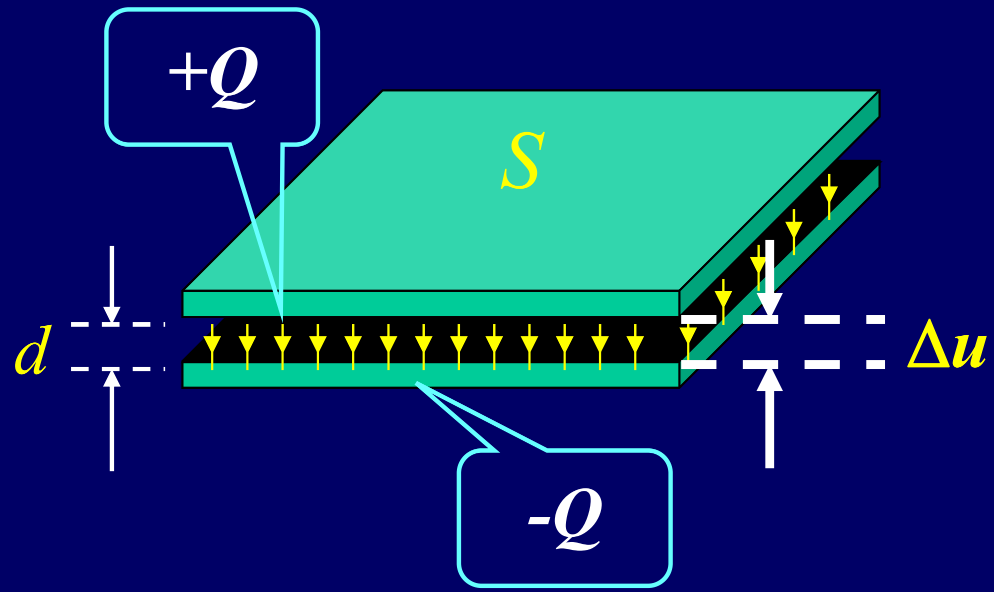
$$\pm Q \Rightarrow \vec{E} \Rightarrow \Delta u \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta u}$$

### (1) 平行板电容器

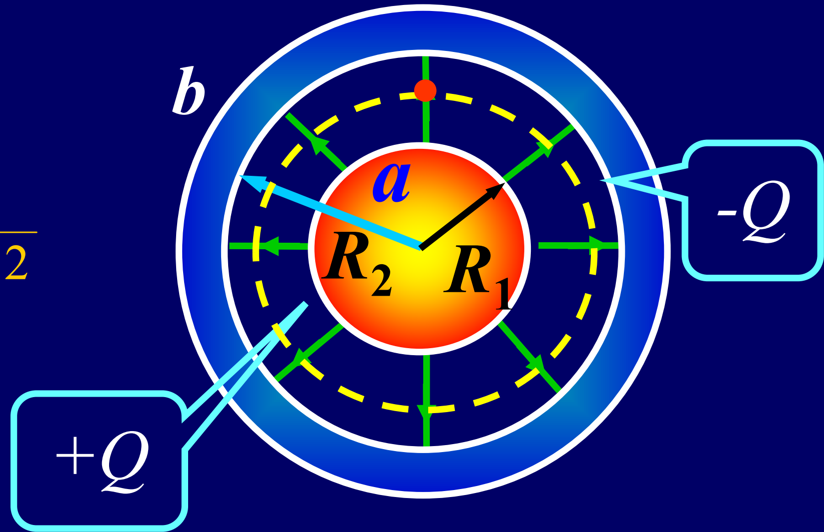
$$S >> d^2$$

$$\Delta u = Ed = \frac{Qd}{S\varepsilon_0}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$



## (2) 球形电容器




$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Delta u = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

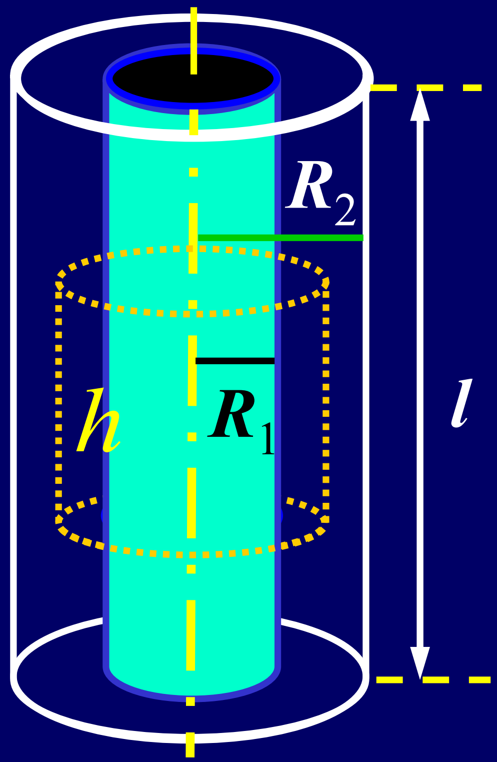
(3) 柱形电容器 $l >> R_2 - R_1$

$$2\pi r h E = \frac{Qh}{\varepsilon_0 l}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r l} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

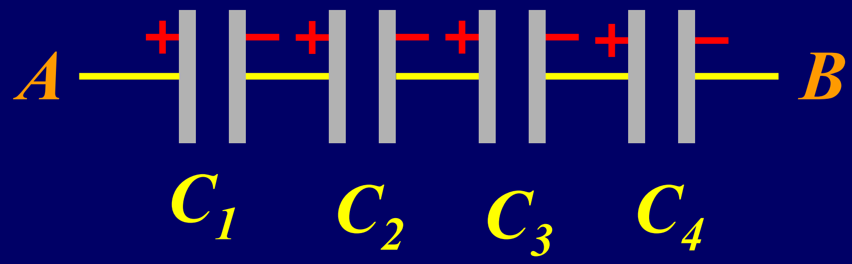
$$\Delta u = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}\mathrm{d}r = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}}$$



## 4. 电容器的串并联

### (1) 电容器串联



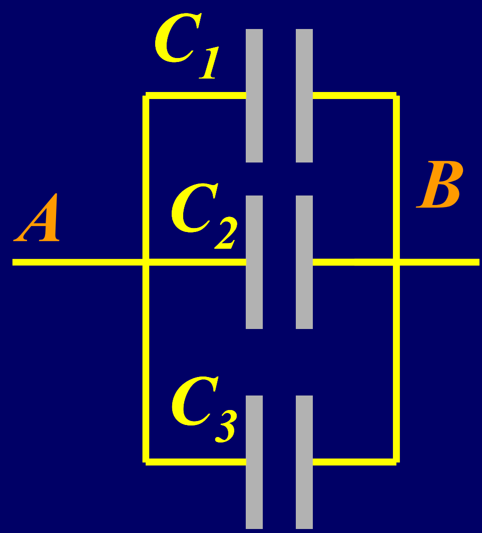

$$u_{AB}=u_1+u_2+u_3+u_4$$

$$=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3}+\frac{Q}{C_4}$$

电容越小分压越大

$$C_{串}=\frac{Q}{u_{AB}}=\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}\right)^{-1}$$

### (2) 电容器并联




$$C_{并}=\frac{\left(q_1+q_2+q_2\right)}{u_{AB}}=C_1+C_2+C_3$$

- 电容器的应用：

  储能、振荡、滤波、移相、旁路、耦合等。

- 电容器的分类

  形状：平行板、柱形、球形电容器等

  介质：空气、陶瓷、涤纶、云母、电解电容器等

  用途：储能、振荡、滤波、移相、旁路、耦合电容器等。

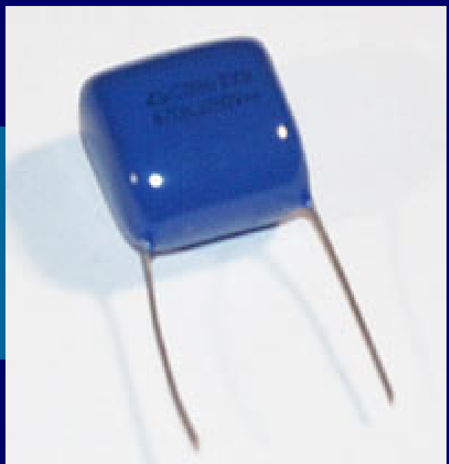
70 厘米

高压电容器(20kV 5~21μF)
(提高功率因数)

12 厘米


聚丙烯电容器
(单相电机起动和连续运转)

2.5 厘米



涤纶电容
(250V0.47μF)

陶瓷电容器
(20000V1000pF)

2.5 厘米

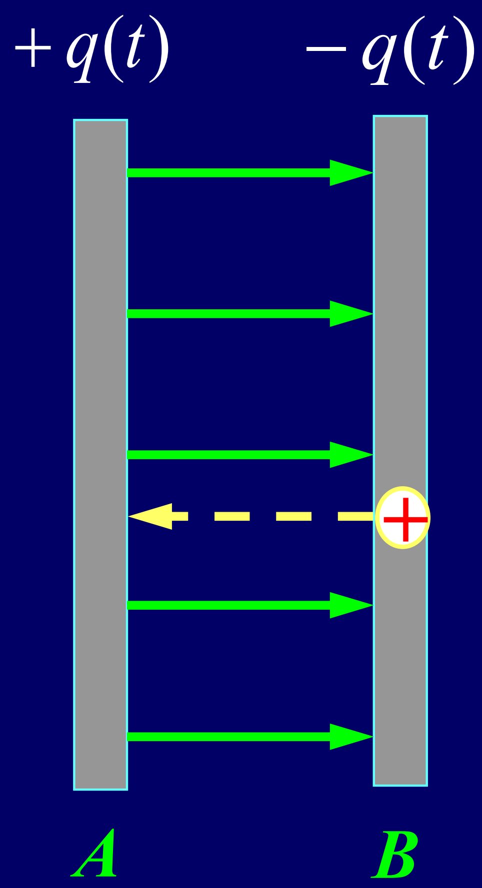
电解电容器
(160V470 μ F)

# 10.8 电场能量

以平行板电容器为例，来计算电场能量。

设在时间 $t$ 内，从 $B$ 板向 $A$ 板迁移了电荷 $q(t)$

$$u(t)=\frac{q(t)}{C}$$




再将 $\mathrm{d}q$ 从 $B$ 板迁移到 $A$ 板需作功

$$\mathrm{d}A=u(t)\mathrm{d}q=\frac{q(t)}{C}\mathrm{d}q$$

极板上电量从 0 —$Q$ 作的总功为

$$A=\int\mathrm{d}A=\int_0^Q\frac{q(t)}{C}\mathrm{d}q=\frac{Q^2}{2C}$$

$$W = A = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{Q=CU} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

忽略边缘效应，对平行板电容器有

$$U = Ed \qquad C = \frac{\varepsilon_0 s}{d}$$

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 sd = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 V$$

能量密度 $$\boxed{w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$ (适用于所有电场)

不均匀电场中 $$\mathrm{d}W = w\mathrm{d}V$$

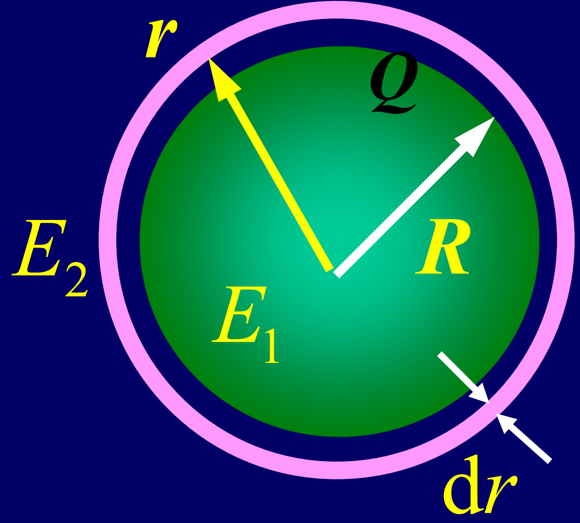
$$\boxed{W = \int_V \mathrm{d}W = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \mathrm{d}V}$$

**例** 已知带电导体球，半径为$R$，带电量为$Q$

**求** 它所产生的电场中储藏的电场能量

**解**

$$E_1 = 0 \qquad E_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$




取体积元 $\mathrm{d}V = 4\pi r^2 \mathrm{d}r$

$$W = \int_R^{\infty} \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_2^{\,2} \mathrm{d}V = \int_R^{\infty} \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

$$W = \frac{Q^2}{2C} \longrightarrow C = 4\pi\varepsilon_0 R$$