

概率论与数理统计

Probability Theory & Mathematical Statistics

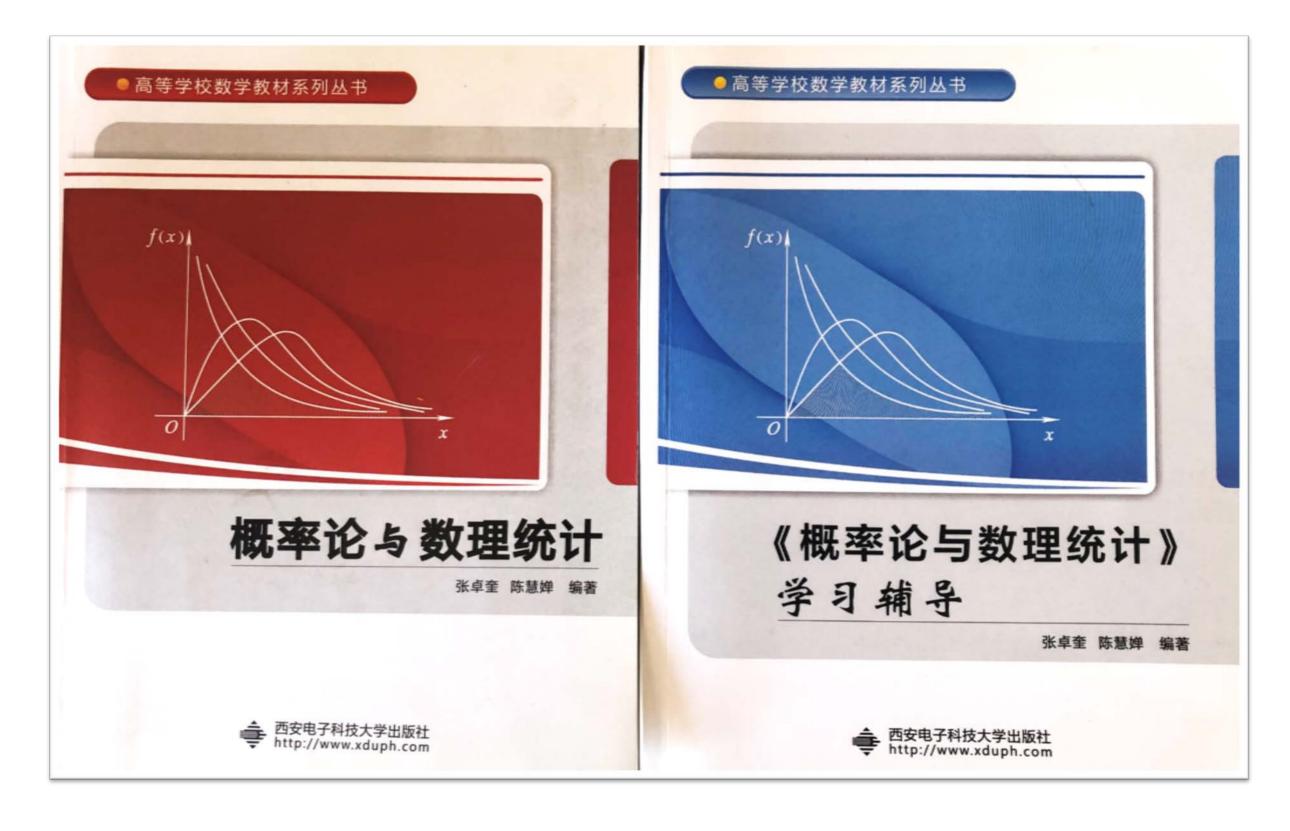






概率论与数理统计课程组

课程教材





概率论与数理统计的诞生及应用

1. 概率论的诞生

1654年,一个名叫梅累的骑士就"两个赌技相当的赌徒约定赌若干局,且谁先赢 c局便算赢家,若在一赌徒胜a局(a<c),另一赌徒胜b局(b<c)时便终止赌博,问应该怎么分赌本"为题求教于数学界帕斯卡,帕斯卡与费马讨论这一问题,于 1654年共同建立了概率论与数理统计的第一个概念

——数学期望



概率论与数理统计是研究随机现象统计规律性的一门学科。

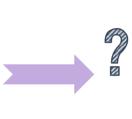
概率论

概率论·

已知模型

推断未知数据







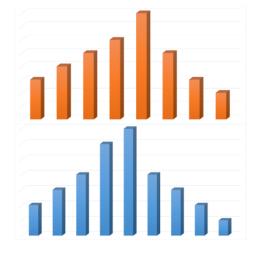
已知桶内球颜色比例,猜猜手中球的颜色?

F

Probability

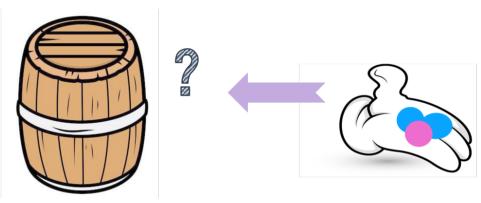


Given model, predict data





数理统计



不断统计摸出球的颜色,推断:

- * 桶内球颜色的比例(参数估计)
- *是否可认为红蓝比例为1:2? (假设检验)

?

Statistics

Given data, predict model



第 1 章:概率论的基本概念

概率论

- 1 概率论的基本概念
- 2 随机变量及其分布
- 3 多维随机变量及其分布
- 4 随机变量的数字特征

5 大数定律及中心极限定理

数理统计

随机事件

概率

随机变量

分布函数

数字特征

大数定律



中心极限定理

统计量

样本

抽样分布

参数估计

假设检验

- 6 数理统计的基本概念
- 7 参数估计
- 8 假设检验

X

"随机"

 $g(X_1, X_2, \ldots X_n)$

"数据"

第 1 章:概率论的基本概念

为什么学习

- (i) 基本数学的分支,理论、方法有独特之处,感悟数学之美
- (ii) 生活中无处不在

"猜你喜欢" (大数据)、弹窗、杀毒、人脸登陆、Siri、浏览器、输入法......

(iii) 为专业课程、科研领域的探究打下基础

人工智能(AI)、图像及信号处理、语音识别、机器学习、数据挖掘、目标跟踪……











怎样学习

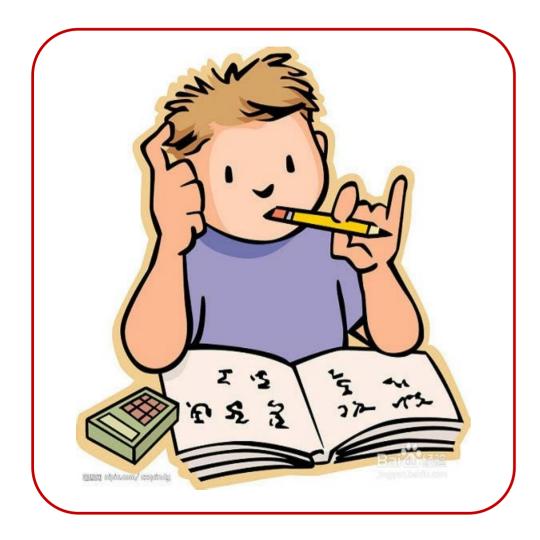
- (i) 概率论主要侧重理论和思路,数理统计主要侧重手段和方法
- (ii) 加强理解,结合应用
- (iii) 数学方法和编程工具的合理辅助 微积分,MATLAB,C,EXCEL等需要具备一定的积分知识和计算能力

最重要的是:及时跟进课程进度(各章节知识具有连贯性)、不遗漏知识点

认真做作业(包括课本题目和习题册内容)

第 1 章: 概率论的基本概念









考试 60%

实践作业 20% 平时成绩 20%

第1章: 概率论的基本概念

Page 12



第1章 概率论的基本概念







概率论与数理统计课程组

CHAPTER 1

概率论的 基本概念

- § 1.1 随机现象与随机试验
- § 1. 2 样本空间与随机事件
- § 1.3 概率及其性质
- § 1.4 古典概率
- § 1.5 几何概率
- § 1.6 条件概率与概率的三大公式
- § 1.7 独立性

随机性以及概率公式定理的理解;集合、排列、组合的知识点;典型例题的计算

第 1 章: 概率论的基本概念

CHAPTER 1

概率论的 基本概念

§ 1.1 随机现象与随机试验

- § 1. 2 样本空间与随机事件
- § 1.3 概率及其性质
- § 1.4 古典概率
- § 1.5 几何概率
- § 1.6 条件概率与概率的三大公式
- § 1.7 独立性



1.1 随机现象与随机试验

随机现象

自然界与社会生活 中的两类现象 (结果确定,发 确定性现象 生或者不发生) 不确定性现象(结果不确定)



- ❖ 向上抛出的物体会掉落到地上
- ❖ 地球自转
- ❖ 太阳东升西落
- ❖ 站得高看得远
- * 明天天气状况
- * 下期彩票会中奖
- * 哪场球队会凯旋而归

非确定

"确定"、"非确定"二词截然不同,但是有的时候两者却是有很大关系的。概率论便是研究这种关系的一种理论。

第 1 章: 概率论的基本概念

Page 16

确定



确定性(必然性):在条件给定的情况下,结果出现是必然的、唯一的。物理定律、数学定理很多等都是描述这种必然性。

非确定性(或然性、偶然性):在条件给定的情况下,没有唯一的确定的结果出现。有多个可能的结果出现,而每个结果的出现是随机的,但是大量重复情况下结果的出现有规律性。

- ✓ 必然性与或然性不是一对矛盾体
- ✓ 二者经常可以相互转化
- ✓ 概率论与数理统计是从或然性中发现必然性规律的数学理论和方法

随机现象

揭示不确定性现象的数值规律

在一定条件下出现的结果是不确定的,可能出现这样的结果,也可能出现那样的结果在大量重复试验中其结果又具有固定的规律
——概率论的研究对象

(统计规律性)



随机试验 E

针对随机现象的观察、记录、试验(广义)

例

- * E_1 : 一批灯泡抽取一只,测寿命
- * E_2 : 一枚硬币抛3次,记录正、反出现情况
- \star E_3 : 抛骰子, 记录点数
- \star E_4 : 一昼夜最高最低温
- * E_5 : 公交某站下车人数



(i) 可以在相同的条件下重复进行

(ii) 每次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确试验的所有可能结果

(iii) 但一次试验前不能确定哪个结果会出现

试验前不确定



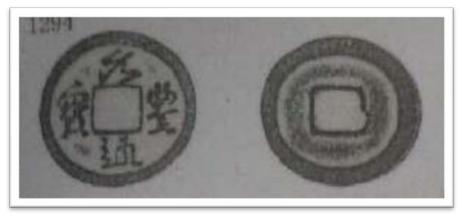
特点

第 1 章: 概率论的基本概念

课后思考:以下故事中的"掷百钱",所反映的是随机现象吗?







南俗尚鬼,狄武襄(狄青)征侬智高时,大兵始出桂林之南,因祝曰: "胜负无以为据。"乃取百钱自持之,与神约:"果大捷,投此钱尽 钱面。"左右谏止:"倘不如意,恐阻师。"武襄不听,万众方耸视, 已而挥手倏一掷,百钱皆面,于是举军欢呼,声震林野。武襄亦大喜, 顾左右取百钉来,即随钱疏密,布地而帖钉之,加以青纱笼,手自封 焉,曰:"俟凯旋,当谢神取钱。"其后平邕(yong)州还师,如言取 钱。幕府士大夫共视,乃两面钱也。

明 冯梦龙《智囊 术智部》



本节回顾

□ 随机现象及其定义

个别试验中其结果呈现出不确定性,在大量重复试验中其结果又具有固定的规律(统计规律性)

□ 随机试验及其判断

针对随机现象的观察、记录、试验(广义)