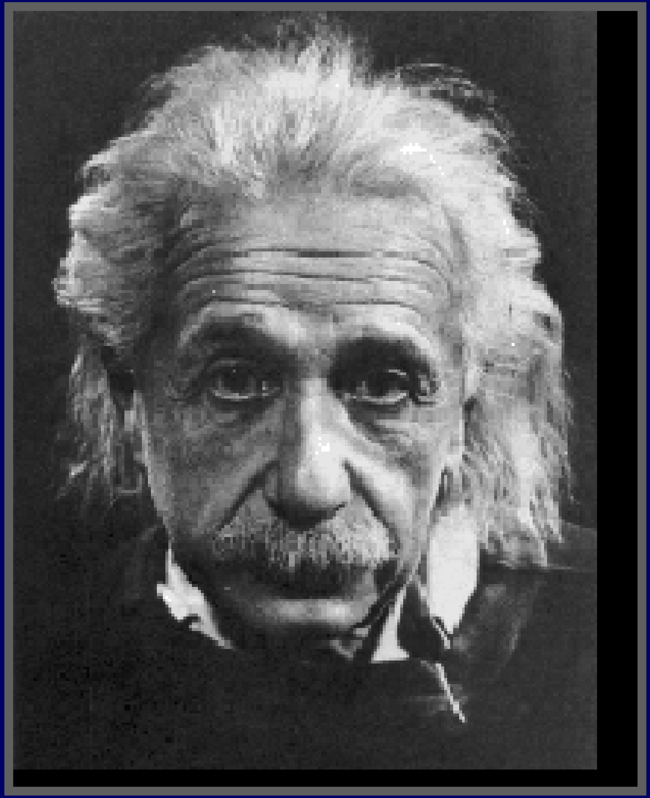
第 14 章 狭义相对论力学基础



爱因斯坦 (Einstein)

牛 顿 力 学
麦克斯韦电磁场理论
热力学与经典统计理论

经典物理学的三大理论体系

两朵小乌云

- 迈克耳逊——莫雷“以太漂移”实验
- 黑体辐射实验

狭 义 相 对 论
量 子 力 学

近代物理学的两大支柱

强调

- **近代物理不是对经典理论的补充，而是全新的理论。**
- **近代物理不是对经典理论的简单否定。**

§14.1 经典力学的相对性原理 伽利略变换

一. 绝对时空观

绝对时间
绝对空间
} 绝对的、数学的、与物质的存在和运动无关

二. 经典力学的相对性原理

对于描述力学现象的规律而言，所有惯性系是等价的。

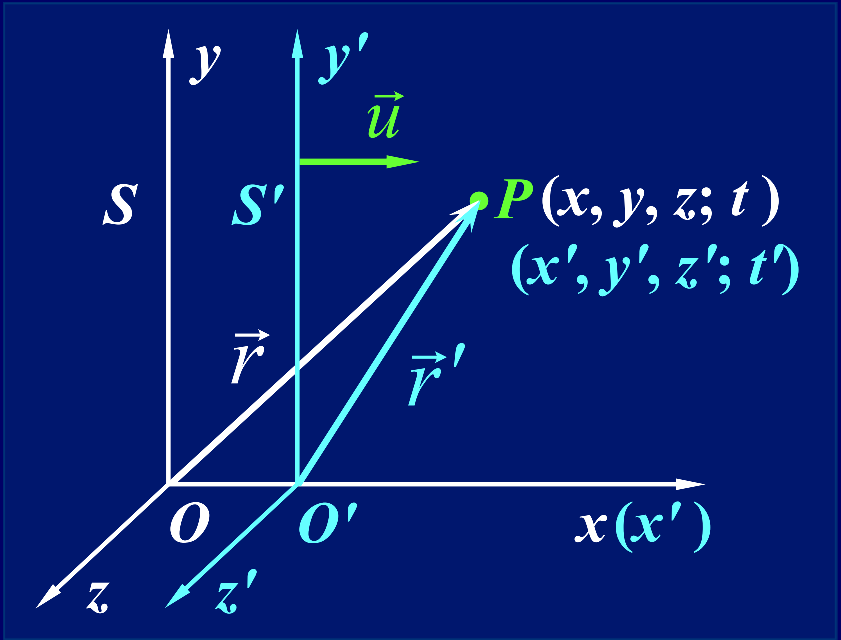
在所有惯性系中，物体运动所遵循的力学规律具有相同的数学表达形式。

● **经典力学相对性原理与绝对时空观密切相关**

三. 伽利略变换

在 $t=0$ 时刻，物体在 O 点，S , S' 系重合。t 时刻，物体到达 P 点

S	S'
$\vec{r}(x,y,z,t)$	$\vec{r}'(x',y',z',t')$
$\vec{v}(x,y,z,t)$	$\vec{v}'(x',y',z',t')$
$\vec{a}(x,y,z,t)$	$\vec{a}'(x',y',z',t')$



伽利略变换式

正变换 $x'=x-ut \quad y'=y \quad z'=z \quad t'=t$

逆变换 $x=x'+ut \quad y=y' \quad z=z' \quad t=t'$

伽利略变换式

正变换 $x' = x - ut \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$

	S	S'
事件1	(x_1, y_1, z_1, t_1)	(x_1', y_1', z_1', t_1')
事件2	(x_2, y_2, z_2, t_2)	(x_2', y_2', z_2', t_2')

- 同时是绝对的 $t_1 = t_2 \qquad t_1' = t_2'$
- 时间间隔是绝对的 $t_1 - t_2 = t_1' - t_2'$
- 空间间隔是绝对的

$$\Delta L = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} = \Delta L'$$

正变换 $x' = x - ut \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \qquad \vec{v}' = \frac{\mathrm{d}\vec{r}'}{\mathrm{d}t'} \qquad \vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \qquad \vec{a}' = \frac{\mathrm{d}\vec{v}'}{\mathrm{d}t'}$$

速度变换和加速度变换式为

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} \qquad \vec{a}' = \vec{a} - \frac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}$$

写成分量式

$$\begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \qquad \begin{cases} a'_x = a_x - \mathrm{d}u/\mathrm{d}t \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{cases} \xrightarrow{u\text{ 是恒量}} \begin{cases} a'_x = a_x \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{cases} \qquad \boxed{\vec{a}' = \vec{a}}$$

牛顿运动定律具有伽利略变换的不变性

S	m	$\vec{a}$	$\vec{F}$	$\vec{F}=m\vec{a}$
S'	m'	$\vec{a}'$	$\vec{F}'$	$\vec{F}'=m'\vec{a}'$

在牛顿力学中

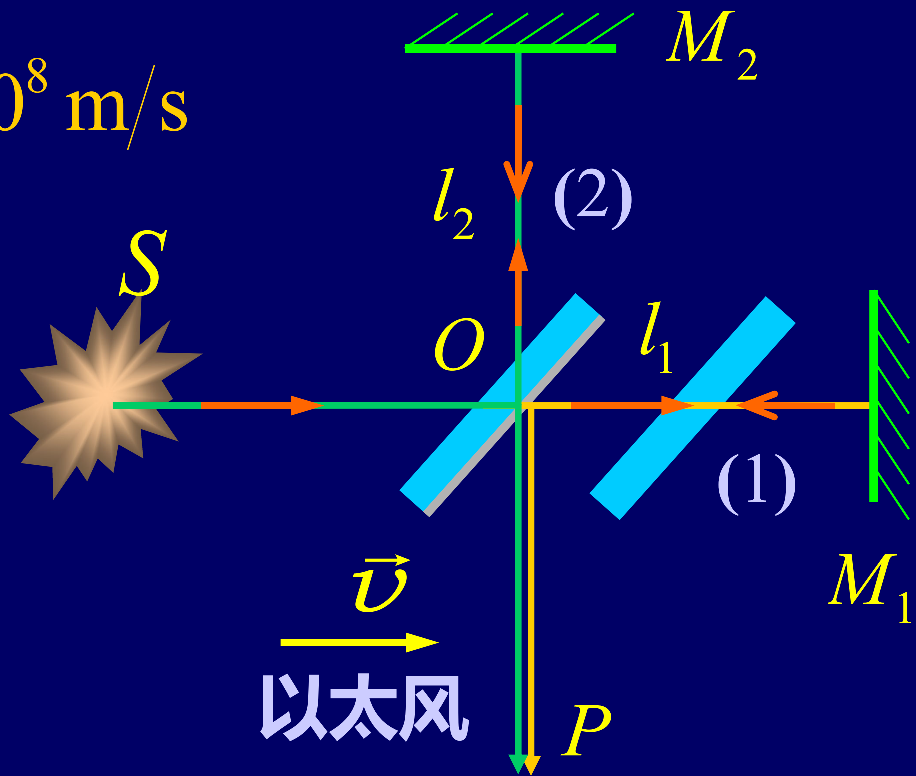
- 力与参考系无关
- 质量与运动无关

- Maxwell 电磁场方程组不服从伽利略变换

电磁运动规律对不同的惯性系是否等价 ？ ~~以太~~ ！

- 迈克耳逊 – 莫雷实验

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 2.998 \times 10^8 \ \mathrm{m/s}$$



对 (1) 光线：$O \to M_1 \to O$

对 (2) 光线：$O \to M_2 \to O$

实验结果：$\Delta N = 0$

§14.2狭义相对论的两个基本假设

I. 光速不变原理

在所有的惯性系中，光在真空中的传播速率具有相同的值

$$\boxed{c = 299\,792\,458\ \mathrm{m/s}}$$

- 光速不随观察者的运动而变化
- 光速不随光源的运动而变化

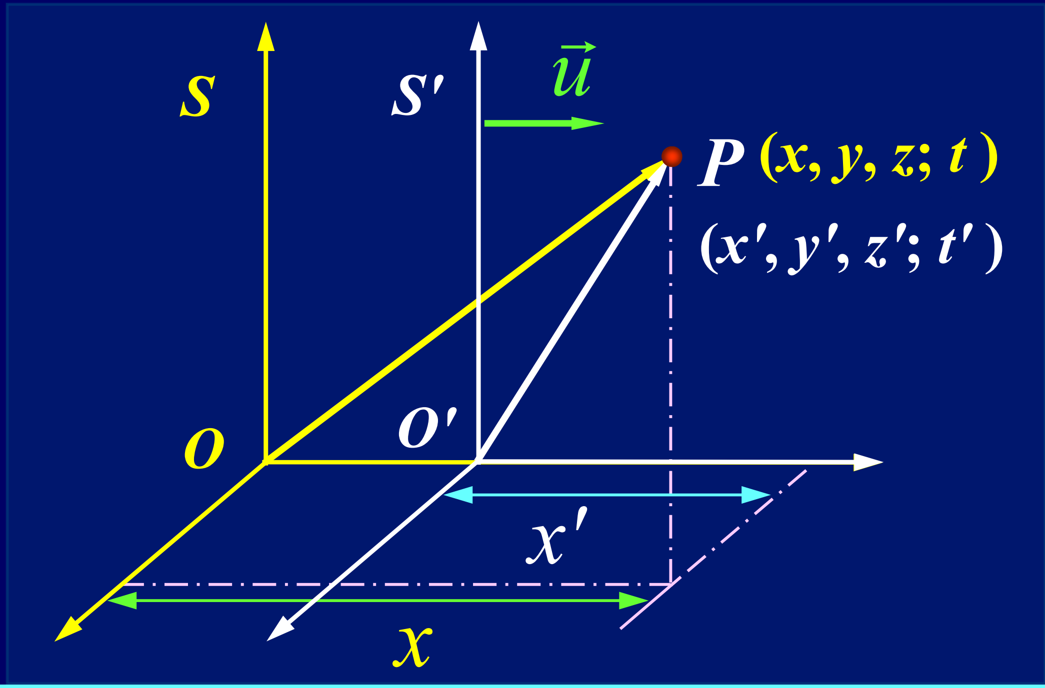
II. 狭义相对性原理

一切物理规律在所有惯性系中具有相同的形式

光速不变原理与伽利略的速度合成定理**针锋相对**

§ 14.3 洛伦兹变换

一. 洛伦兹变换



$$\beta = \frac{u}{c}$$

正变换

$$\boxed{x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

逆变换

$$\boxed{x' = \frac{x + ut}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \frac{t + ux/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

讨论

(1)(x', y', z', t')与(x', y', z', t')线性关系

S系中的事件总与S′系中的事件一一对应

(2) 当$u \ll c$ 洛伦兹变换简化为伽利略变换式

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \Longrightarrow x' = x - ut$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Longrightarrow t' = t$$

(3) 光速是各种物体运动的极限速度

$u > c$ $\quad \sqrt{1 - u^2/c^2}$ **为虚数（洛伦兹变换失去意义）**

二空间间隔与时间间隔讨论

空间测量与时间测量相互影响，相互制约

	S	S'
事 件 1	(x_1, y_1, z_1, t_1)	(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)
事 件 2	(x_2, y_2, z_2, t_2)	(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)
空间间隔	$\Delta x = x_2 - x_1$ $\Delta y = y_2 - y_1$ $\Delta z = z_2 - z_1$	$\Delta x' = x'_2 - x'_1$ $\Delta y' = y'_2 - y'_1$ $\Delta z' = z'_2 - z'_1$
时间间隔	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta t' = t'_2 - t'_1$

$$\boxed{\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \Delta y' = \Delta y \quad \Delta z' = \Delta z \quad \Delta t' = \frac{\Delta t - u\Delta x / c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

例 一短跑选手在地面上以 10 s 的时间跑完 100 m。一飞船沿同一方向以速率 $u=0.8c$飞行。

求 **(1)** 飞船参考系上的观测者测得的选手跑过的路程；**(2)** 飞船参考系上测得选手的平均速度 。

解 设地面参考系为 S 系， 飞船参考系为 S'，选手起跑为事件1，到终点为事件2，

$$\Delta x = 100\,\mathrm{m} \qquad \Delta t = 10\,\mathrm{s} \qquad u = 0.8\,c$$

(1)
$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{100 - 0.8\times 3\times 10^8 \times 10}{\sqrt{1-0.8^2}} = -4.0\times 10^9\ \mathrm{m}$$

$$|\Delta x'| = 4.0\times 10^9\,\mathrm{m}$$

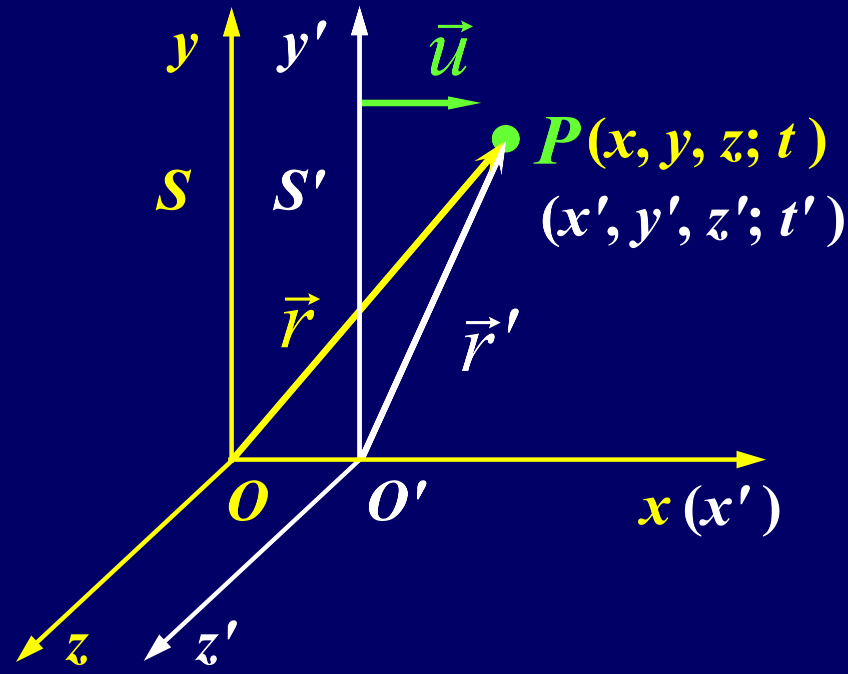
(2) S' 系中测得选手从起点到终点的时间间隔为 $\Delta t'$，由洛仑兹变换得

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{10 - \frac{0.8\times 100}{3\times 10^8}}{\sqrt{1-0.8^2}} = 16.7\,\mathrm{s}$$

S' 系中测得选手的平均速度为

$$v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{-4.0\times 10^9}{16.7} = -2.4\times 10^8\,\mathrm{m/s} = -0.8c$$

洛伦兹坐标变换式的推导



OO’重合时，在共同坐标原点发出一个光信号

t 时刻，对惯性系 S 有

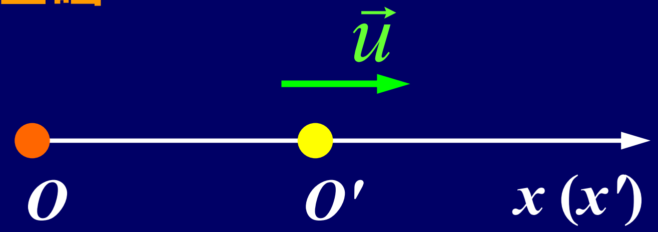
$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0$$

对惯性系 S'，根据光速不变原理，有

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0$$

在两个参考系中两者形式完全相同

变换关系(线性) $\begin{cases} x' = ax+bt \\ t' = dx+et \end{cases}$ 其中a ,b ,d ,e 待定系数



S' 对 O'： t' $x'=0$

S t $x=ut$

$$x' = ax + bt = aut + bt = 0 \Rightarrow b = -au$$

S' 对O： $x' = -ut' = ax + b(t' - dx)/e = 0 + b(t' - 0)/e$

$$\Rightarrow b = -eu$$

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= a(x - ut) \\ t' &= dx + at \end{aligned}}$$

$$\begin{cases} x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 \end{cases}$$

$$a = e = 1/\sqrt{1-(u/c)^2} \qquad b = -ua \qquad d = -u/c^2\sqrt{1-(u/c)^2}$$