CHAPTER 1

概率论的基本概念

1.2 样本空间与随机事件

样本空间 Ω

随机试验E 的所有结果构成的集合称为E的样本空间 Ω，记为Ω={ω}

每一个结果 ω是Ω中的一个元素，称为样本点

全体样本点构成的集合称为样本空间Ω。

例

- E_1 : 一批灯泡抽取一只，测寿命x

  $\Omega=\{ x|\ a\le x\le b \}$

- E_2 : 一枚硬币抛3次，记录正H、反T出现情况

  Ω = { HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT }

- E_3 : 抛骰子，记录点数

  Ω ={ 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

- E_4 : 一昼夜最高最低温

  $\Omega =\{ (x, y)|\ T_0\le x \le y \le T_1\}$

- E_5 : 公交某站下车人数

  Ω ={ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,…… }

样本空间Ω作为一个集合，可以是离散点，也可以是连续的

元素数目可以有限，可以无穷

随机事件

本教材中，简单地称随机试验E 的一些样本点构成的集合（可能为空）即样本空间的子集为随机事件也称事件。严格定义需要引入集合域（代数）的概念。

每次试验，当且仅当随机事件所包含的样本点中的一个样本点出现时，称这一事件发生

- ✓ 如果Ω只包含有限个样本点，则单个样本点构成的事件（单点集），称为基本事件
- ✓ 如果将Ω亦视作事件，是自身子集，则每次试验，Ω总是发生，称为必然事件
- ✓ 空集Φ也是样本空间Ω的子集，不包含任何样本点，称为不可能事件

例

❖ E_3：抛骰子，记录点数

样本空间　$\Omega=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

基本事件　$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$

事件A_1：“出现奇数”　$A_1=\{1, 3, 5\}$

事件A_2：“数字不大于3”$A_2=\{1, 2, 3\}$

事件间的关系 （用文氏图分析）

随机试验E ,样本空间Ω :

A, B, A_k 是 Ω 的子集

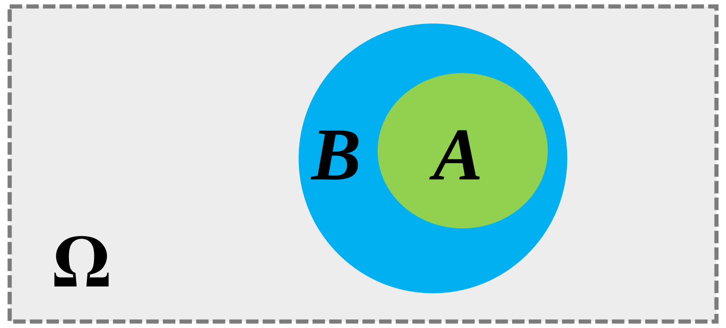
1. $A \subset B$

事件B包含事件A,

事件A包含于事件B

事件A发生一定导致B发生

若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$ 则称它们**相等**，记作 $A=B$

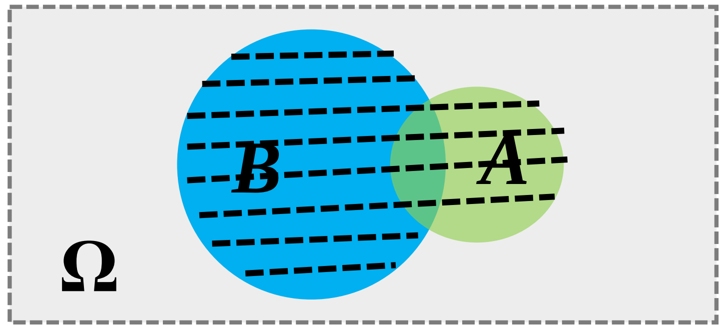


2. $A \cup B$ “A并B”

事件A，B的并事件

事件A、B至少有一个发生

$A \cup B=\{x|\ x \in A$ 或 $x \in B\}$ 类似有 $\bigcup_{k=1}^{n} A_k$ $\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$



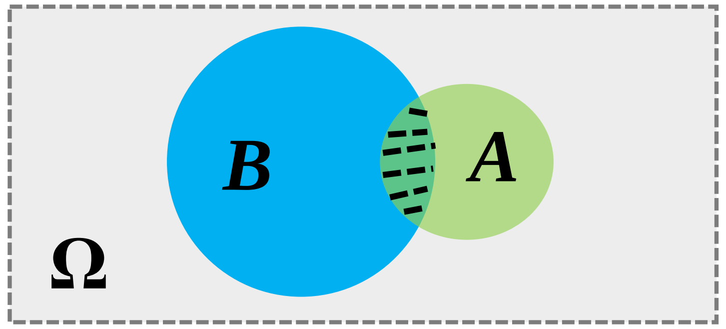
3. $A \cap B$ “A交B” 一般可以简写为 AB

事件A，B的积事件

事件A、B必须同时发生

$A \cap B=\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

类似有 $\bigcap_{k=1}^{n} A_k$　$\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$

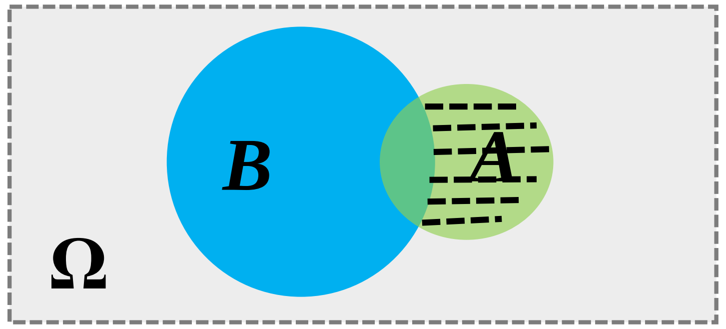


4. $A - B$ “A减B”

事件A，B的差事件

事件A发生且事件B不发生

$A - B=\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\} = A\overline{B}$

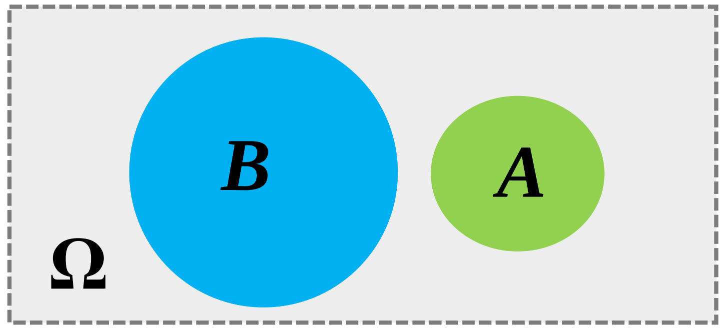


5. 若$A\cap B=\emptyset$

事件A，B互不相容

“互斥”

事件A、B不能同时发生



✓ 基本事件两两互不相容

6. 若$A\cap B=\emptyset$ 且 $A\cup B=\Omega$

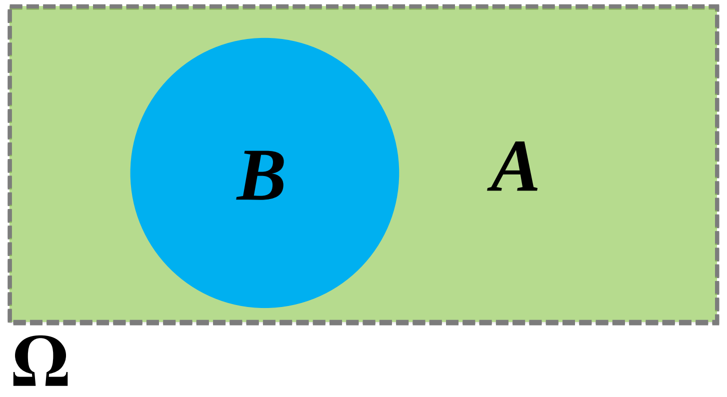
事件A，B互为逆事件

每次试验事件A、B必有
一个发生且仅有一个发生

对立事件 $B=\bar{A}=\Omega-A$

不可写为$\bar{A}=1-A$

✓ A的逆事件称为$\bar{A}$



例题

例 A, B, C是随机事件，以下事件如何表示

1. 只有B发生
2. A, B, C恰有一个发生
3. A, B, C同时发生
4. A, B, C至少一个发生
5. A, B, C至多一个发生
6. A, B, C恰有两个发生
7. A, B, C都不发生

例 设甲乙两人进行象棋比赛，A表示事件“甲胜乙负”，则$\overline{A}$表示事件

A 甲负乙胜　B 甲乙平局　C 甲负　D 甲负或平局

事件的运算

1. 交换律

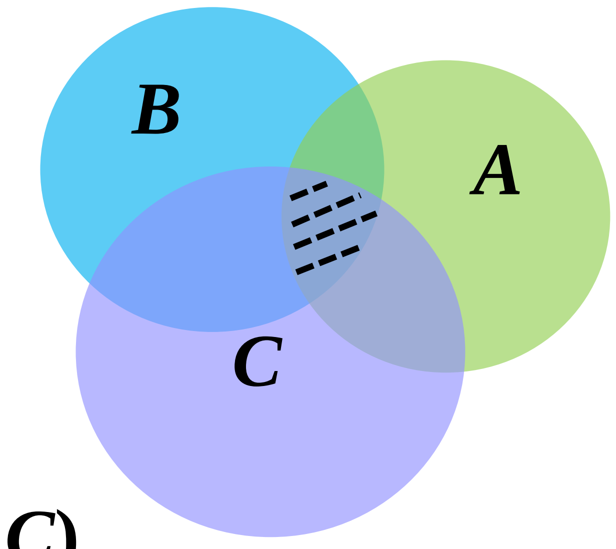
$A \cup B = B \cup A$ $\qquad$ $A \cap B = B \cap A$

$A \cup B=\{x|\ x\in A$ 或 $x\in B\}$ $\qquad$ $A \cap B=\{x|\ x\in A$ 且 $x\in B\}$

2. 结合律

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$



3. 分配律

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

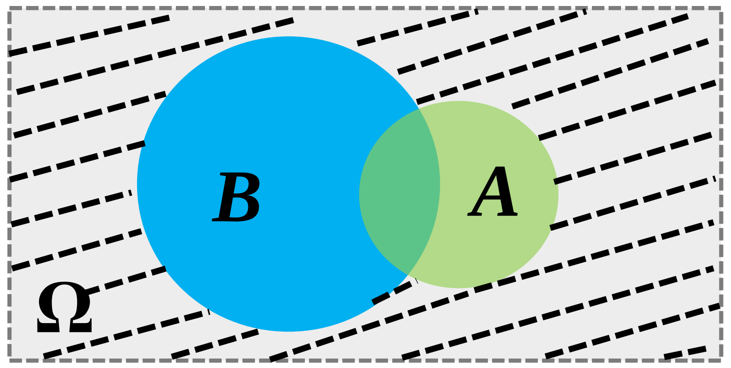
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

4. 德摩根律

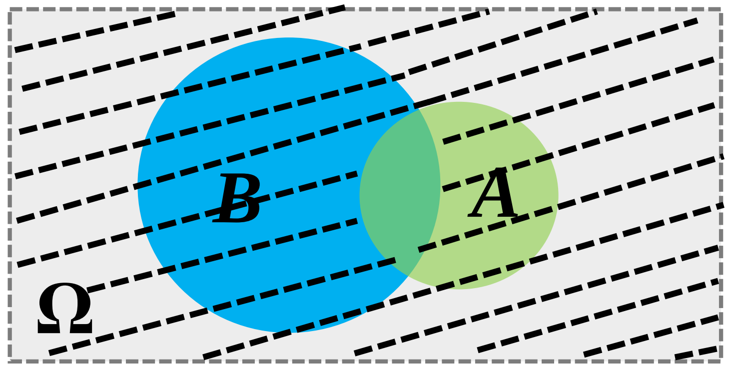
$\overline{A \square B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

$= \bar{A}\bar{B}$

是否与 $\overline{AB}$ 相同?



$\overline{A \square B} = \bar{A} \cup \bar{B}$



例 设两个事件，A={甲来上课}，B={乙来上课}， 则

$$A\cup B, A\cap B, \overline{A\cup B}, \overline{A\cap B}$$

分别表示什么

① {甲乙都来上课}

② {甲乙都不来上课}

③ {甲乙至少一人来上课}

④ {甲乙至多一人来上课}

本节回顾

样本空间

随机试验E 的所有结果构成的集合称为E的样本空间 Ω，记为$\Omega=\{\omega\}$

随机事件

简单地称随机试验E 的一些样本点构成的集合（可能为空）为随机事件也称事件。

了解必然事件、不可能事件、基本事件的定义

事件的关系

$A \subset B$　　$A \cup B$　　$A \cap B$　　$A - B$　　事件A，B互不相容　　事件A，B互逆

事件的运算

交换律、结合律、分配律、德摩根律