第二章 电阻电路分析

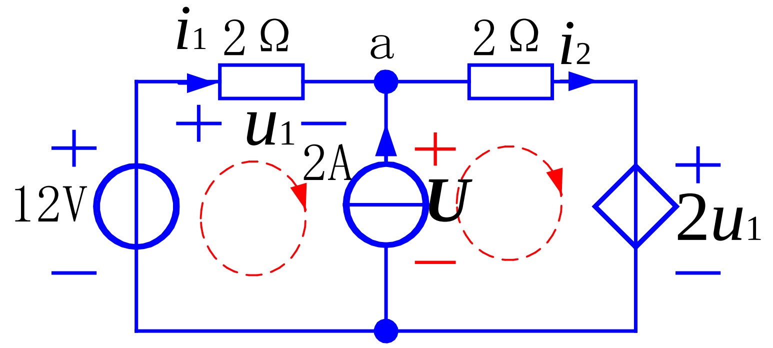
电阻电路：仅包含电阻、独立源和受控源的电路，不含动态元件

章节目录

章节目录

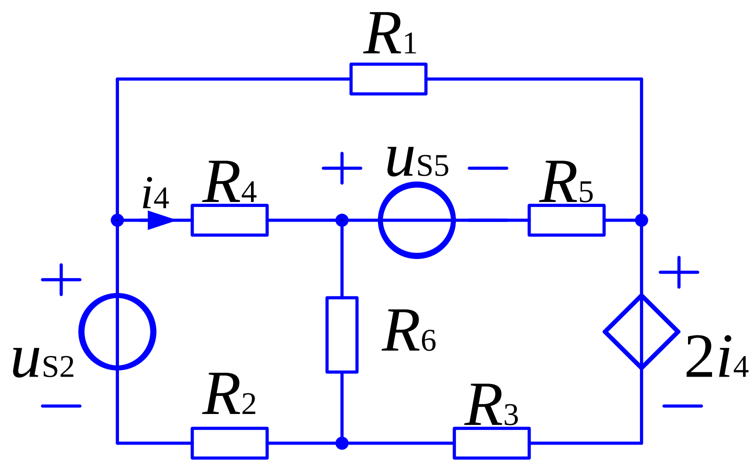
2.0 引言

问题：如图(a)电路，需要列多少个KCL方程？多少个KVL方程？可求解电路各个支路的电流和电压？



图(a)

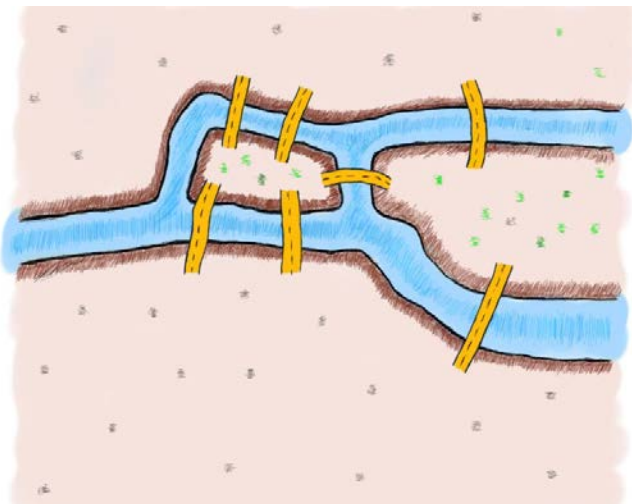
如图(b)或者更复杂电路呢？

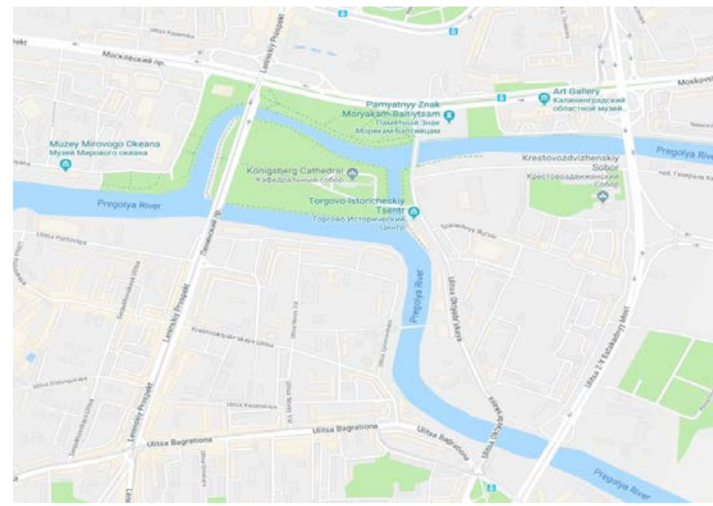


图(b)

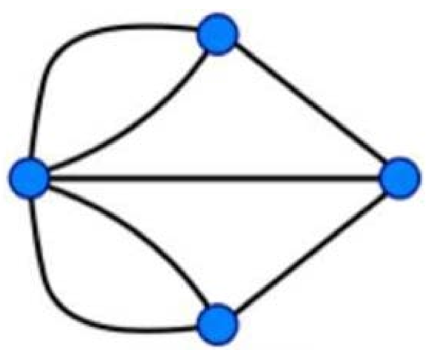
2.0 引言　图论（graphy)与拓扑学（topology)

起源：1736年，29岁的数学家欧拉来到普鲁士的古城哥尼斯堡(加里宁格勒)。





一个步行者怎样才能不重复、不遗漏地一次走完七座桥，最后回到出发点。



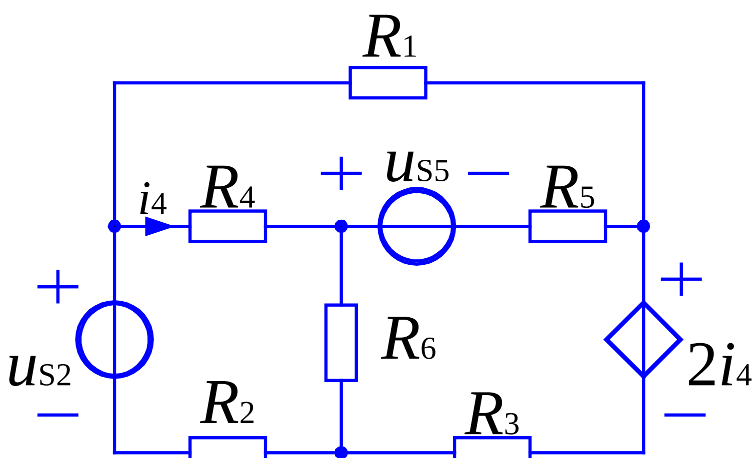
开创了数学的一个新的分支——图论与几何拓扑，也由此展开了数学史上的新历程。

2.1 图与电路方程

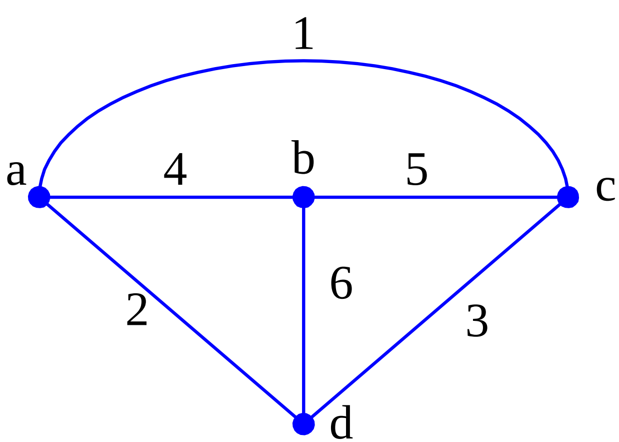
一、图的定义

将电路中每一条支路画成抽象的线段所形成的节点和支路集合称为拓扑图 ,一般记作G。

图中的线段就是图的支路（也称为边），线段的连接点是图的节点（也称为顶点），用黑点表示。
注意：电路的支路是实体，而图的支路是抽象的线段。

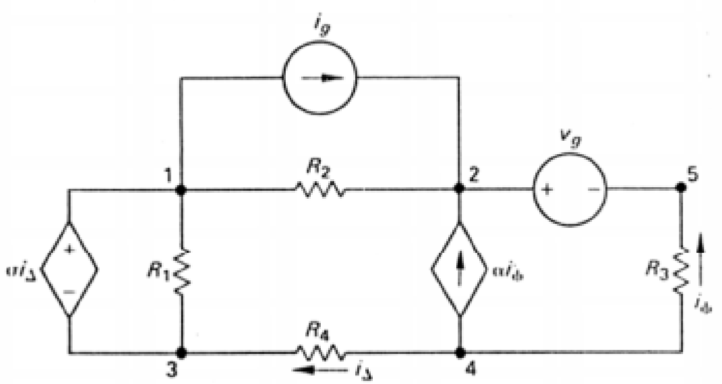


(a) 电路

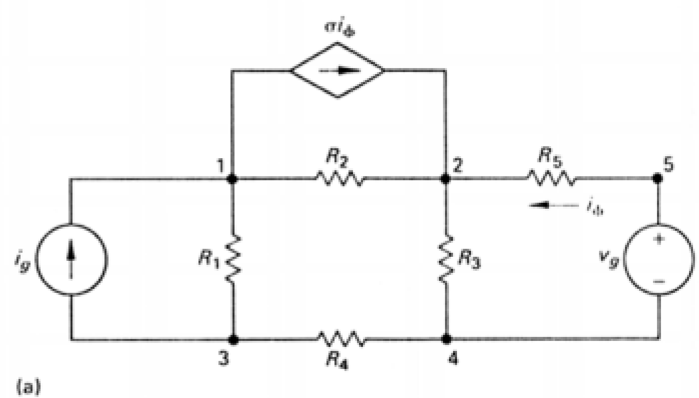


(b) 图

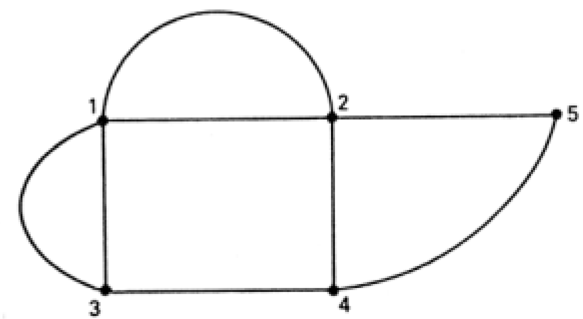
图(b)的图有四个节点(a、b、c、d)和6条支路(1，2，3，4，5，6)



(a)



(b)



图（graphy)

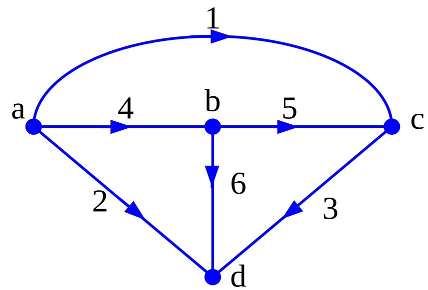
（a）和（b）两个不同的电路，具有相同的拓扑结构。

二 图的有关术语

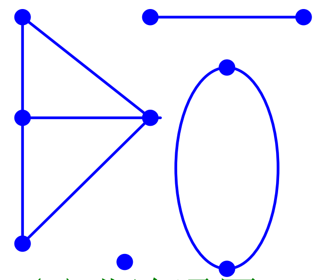
(1)连通图: 全部节点都被支路所连接的图, 否则称为非连通图。

有向图

分离度为1



(a) 连通图



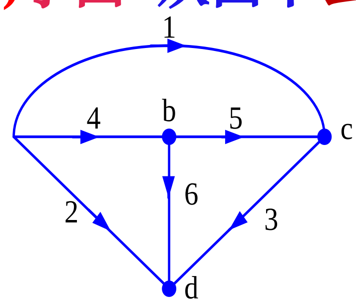
(b) 非连通图

无向图

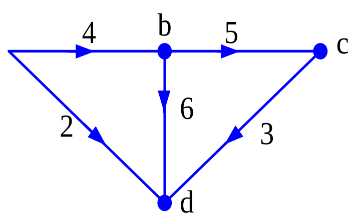
分离度为4

(2)有向图: 全部支路都有方向的图, 否则称为无向图。

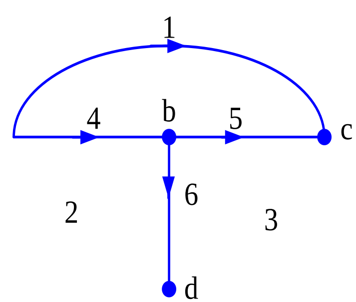
(3)子图: 从图中去掉某些支路和某些节点所形成的图, 称为子图



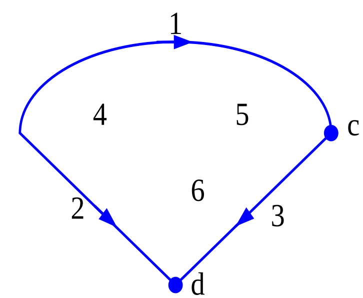
(b) 连通图



(c) 子图1



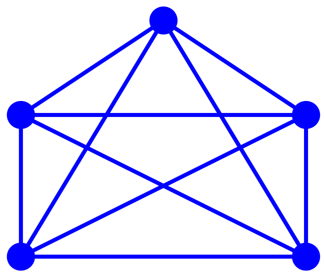
(d) 子图2



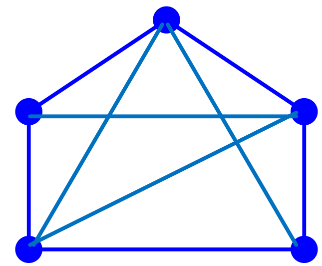
(e) 子连通图

拿走支路，节点不动；拿走节点，去掉与节点相连的支路

(4)平面图:能够画在平面上，且除端点外所有支路都没有交叉的图称为平面图，否则称为非平面图。

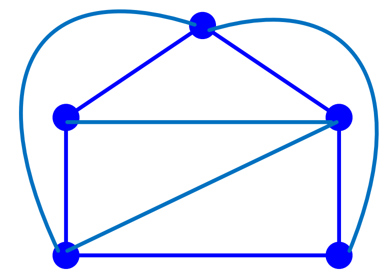


非平面图

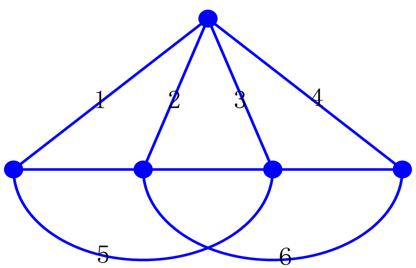


平面图

变形

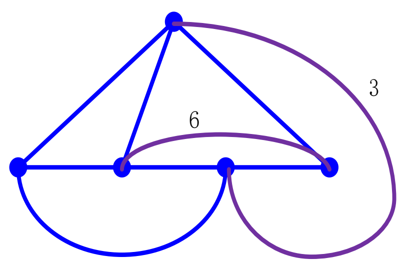


平面图



是平面图吗？

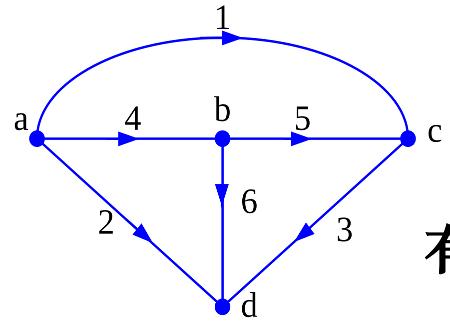
变形



是平面图！

三．网孔、 割集和树的基本概念

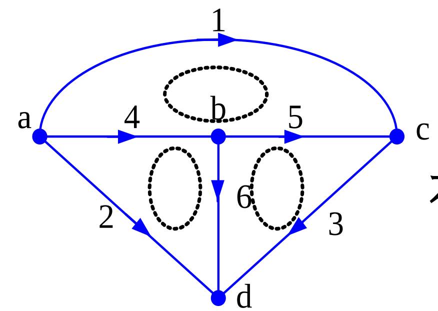
(1)回路:任何一个闭合路径。 起始节点为同一节点。



(a) 回路

有多少回路?

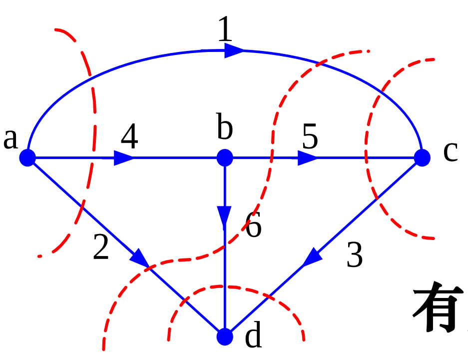
(2)网孔:内部不含节点和支路的回路。如{1,4,5}, {2,4,6}等



(b) 网孔

有多少网孔?

(3)割集:把连通图分割为两个连通子图所需移去的最少支路集。 如{1,4,2},{1,5,6,2}等



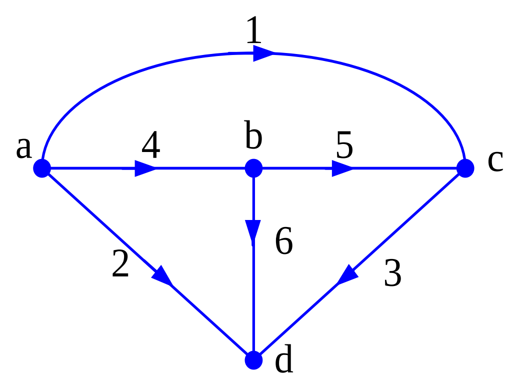
(c) 割集

有多少割集?

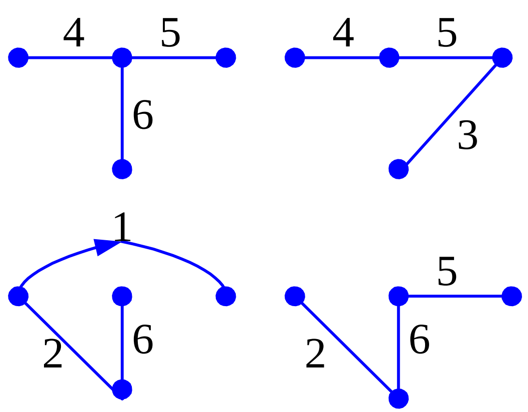
即割集是连通图G中这样的支路集S：若从图G中移去或割断属于S的所有支路，则图G恰好被分成两个分离的部分，但只要少移去其中的一条支路，则图仍然连通。图(a)中每条红线所切割的支路集就对应一个割集。

(4)树:包含图的所有节点，但不包含回路的连通子图，称为图的树。同一个图有许多种树。组成树的支路称为树支，不属于树的支路称为连支。

一个有n个节点，b条支路的连通图G，其任何一个树的树支数$T=n-1$，连支数$L=b-T=b-n+1$。



(a) 回路

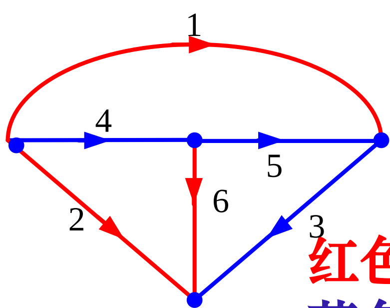


(b) 树

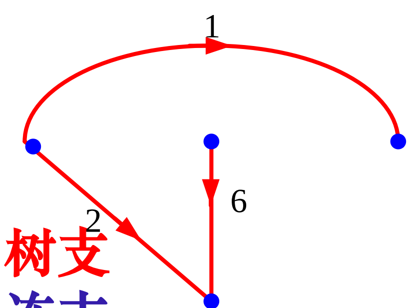
试问:还有哪些树? 树支的数目是多少?

(5)基本回路(或单连支回路):仅包含一条连支（其余为树支）的回路。全部单连支回路组成了基本回路组。

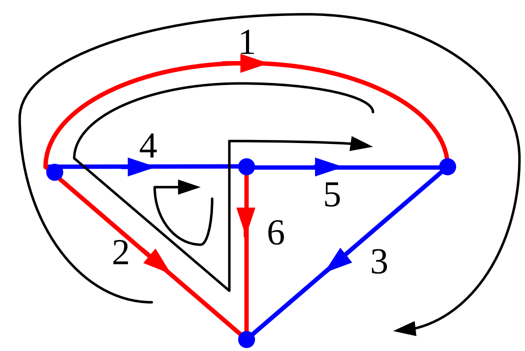
> **一个有*n*个节点，*b*条支路的连通图，一个基本回路组中有且仅有*L*=*b*-*n*+1个基本回路=连支数。**

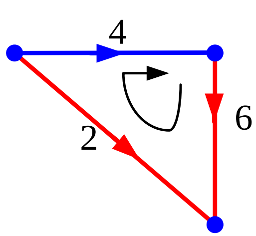


红色为树支
蓝色为连支

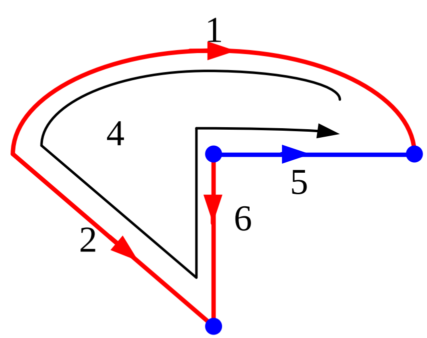


基本回路的方向通常取为与连支的方向一致

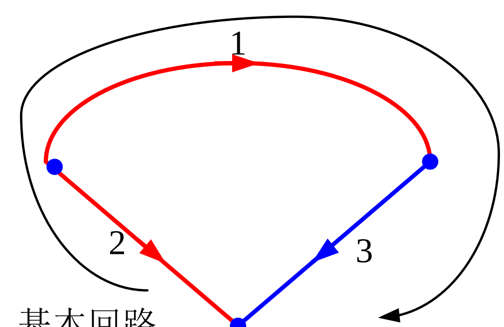




基本回路



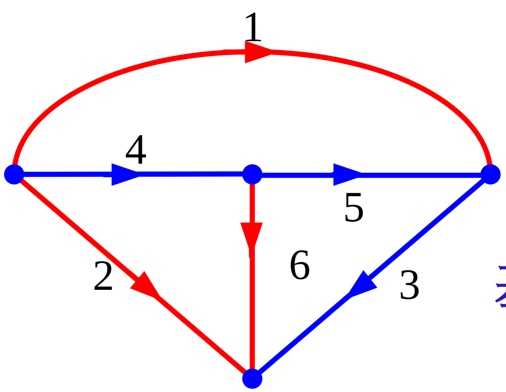
基本回路



基本回路

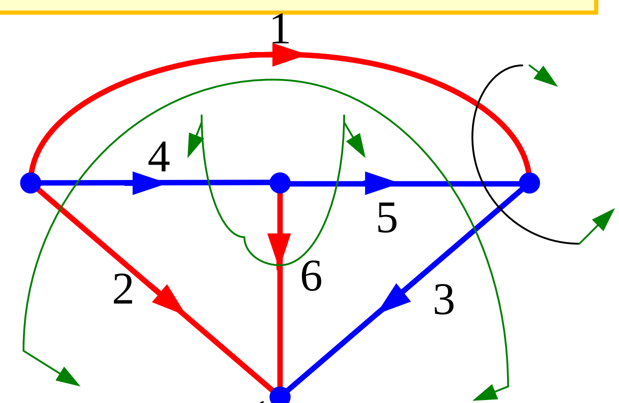
(6)基本割集(或单树支割集):仅包含一条树支(其余为连支)的割集，称为基本割集。全部单树支割集组成基本割集组。

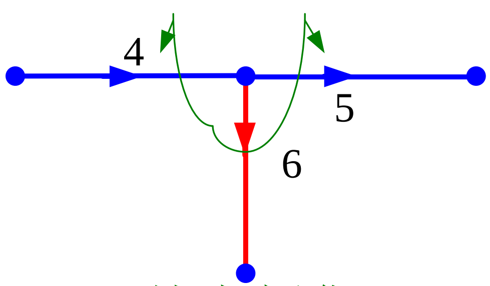
一个有*n*个节点，*b*条支路的连通图，有且仅有*T*=*n*-1个基本割集=树支数。



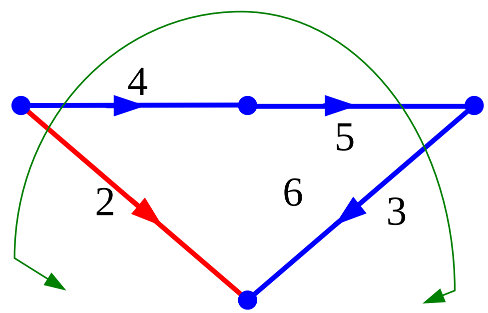
红色为树支
蓝色为连支

基本割集的方向通常取为与树支的方向一致

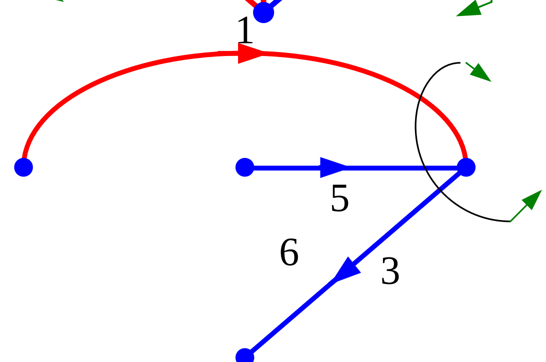




基本割集



基本割集

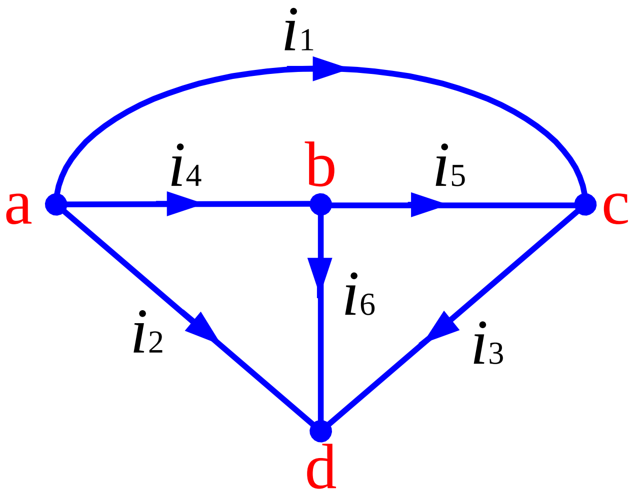


基本割集

2.2 KCL和KVL独立方程

一. KCL的独立方程

列出图示电路节点*a*、*b*、*c*、*d*的KCL方程为: (设流出电流取“+”)



对节点*a*: $i_1 + i_2 + i_4 = 0$ (1)

对节点*b*: $-i_4 + i_5 + i_6 = 0$ (2)

对节点*c*: $-i_1 + i_3 - i_5 = 0$ (3)

对节点*d*: $-i_2 - i_3 - i_6 = 0$ (4)

任意去掉一个方程，剩余三个方程都是独立的。

比如 (1)+(2)+(3) = -(4)

结论:

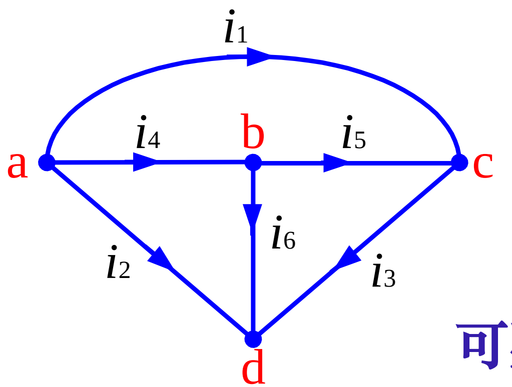
对n个节点的连通图，有且仅有$(n-1)$个独立的KCL方程。

① 任取$(n-1)$个节点列写的KCL方程相互独立；常将能列出独立KCL方程的节点称为**独立节点**。

② 取$(n-1)$个**基本割集**列写的KCL方程相互独立。

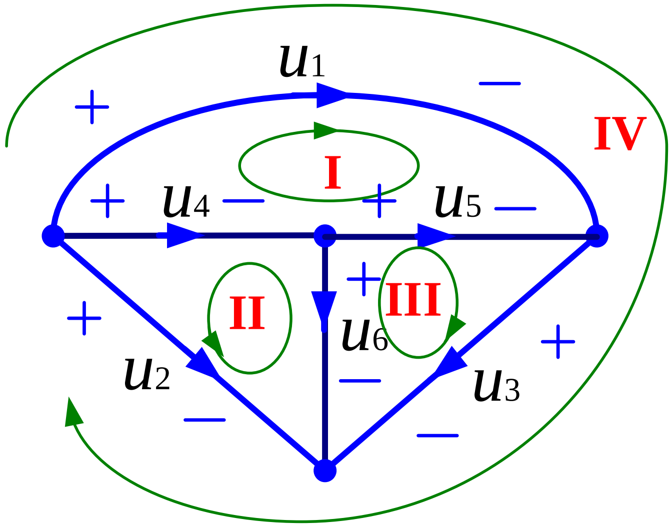
实际应用:

任设一个参考点, 其余节点为独立节点。



可列出三个独立的KCL方程

二. KVL的独立方程



列出回路KVL方程:

支路电压与回路方向一致取“+”

支路电压与回路方向相反取“-”

对回路I: $u_1 - u_5 - u_4 = 0$ (1)

对回路II: $u_4 + u_6 - u_2 = 0$ (2)

对回路III: $u_5 + u_3 - u_6 = 0$ (3)

对回路IV: $u_1 + u_3 - u_2 = 0$ (4)

以上4个方程并不独立，其中任意一个方程可通过其它三个方程相加减得到。任意去掉一个方程，剩余三个方程就是独立的。

问题: 还能列出几个回路的KVL方程? 它们之间独立吗?

有多少个独立的回路方程?

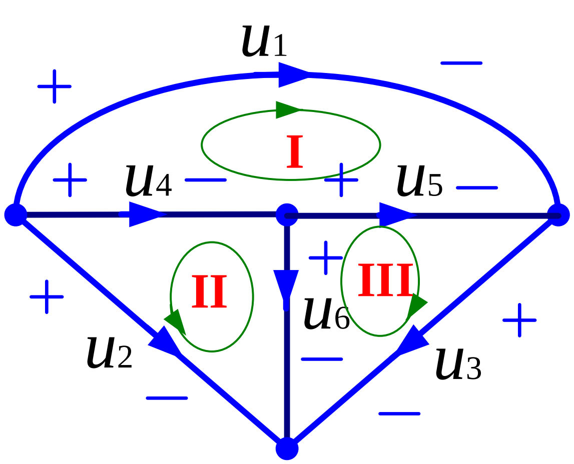
◆**结论1:** 对具有n个节点、b条支路的连通图，有且仅有$(b-n+1)$个独立的KVL方程。

◆ **结论2:** 将能列出独立KVL方程的回路称为独立回路。常见的独立回路有

(1) 有$(b-n+1)$个**基本回路**;

(2) 平面电路的$(b-n+1)$个**网孔**可列出独立KVL方程

图n=4, b=6, 所以可以列出3个独立的KVL方程. 网孔的数目也恰好是$b-n+1$, 电路图有$b-n+1$个基本回路。



2.3 2*b*法和支路法

对于给定的电路，电路分析的任务之一就是求出未知的支路电流和支路电压。

一、2*b*法

1. 定义:以*b*个支路电压和*b*个支路电流为未知变量列写并求解方程的方法称为2*b*法。

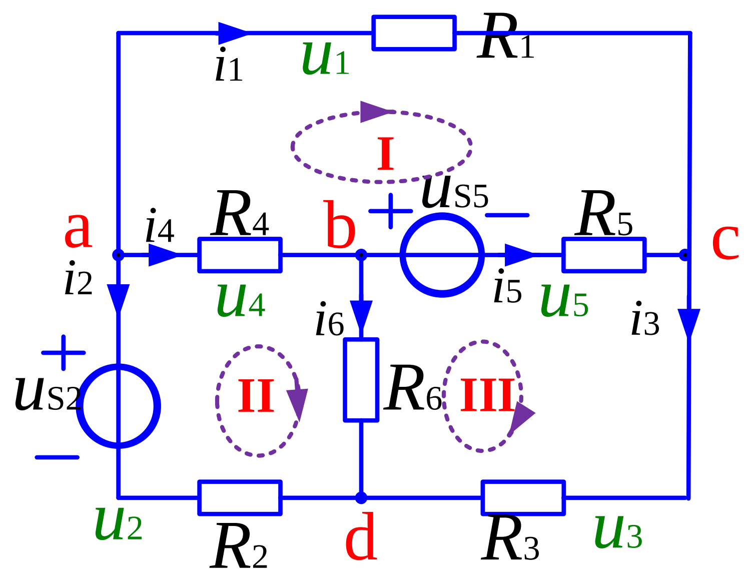
2. 方程的列写:

- 列出独立KCL方程;
- 独立KVL方程
- 支路电压电流关系

联立求解方程

(1)在*a*、*b*、*c*点列出 (*n*-1)=3个 独立KCL方程

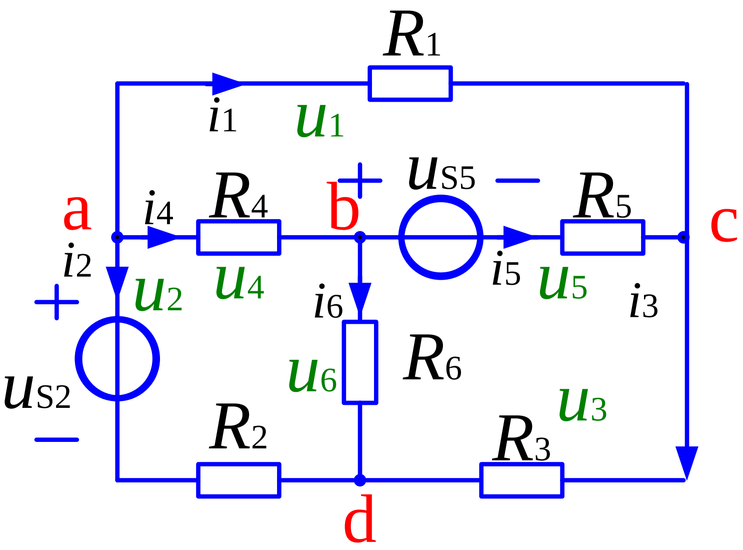
$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_4 = 0 \\ -i_4 + i_5 + i_6 = 0 \\ -i_1 + i_3 - i_5 = 0 \end{cases}$$



(2)列写出网孔 (*b*-*n*+1)=3个 独立KVL方程

$$\begin{cases} u_1 - u_5 - u_4 = 0 \\ u_4 + u_6 - u_2 = 0 \\ u_5 + u_3 - u_6 = 0 \end{cases}$$

(3)根据元件的伏安关系，每条支路又可列写出b=6个支路电压和电流关系方程(*OL*)



支路1： $u_1=R_1i_1$

支路2： $u_2= u_{S2} + R_2i_2$

支路3： $u_3= R_3i_3$

支路4： $u_4 =R_4i_4$

支路5： $u_5= u_{S5} + R_5i_5$

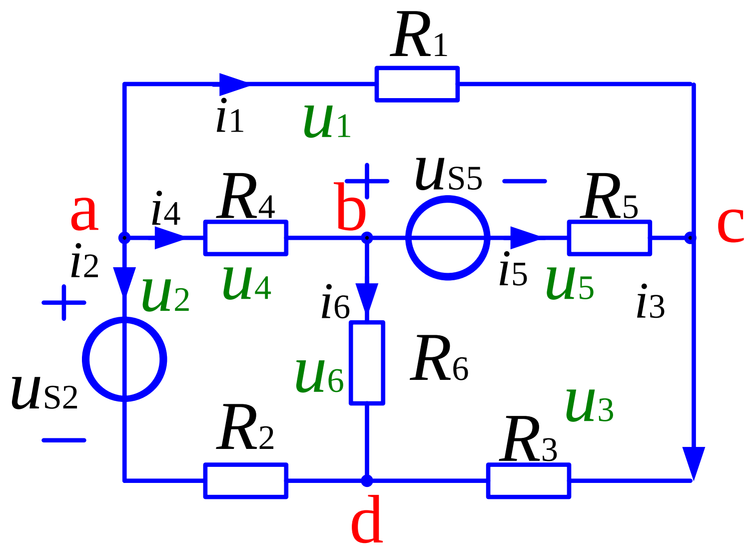
支路6： $u_6 =R_6i_6$

(4) 解2b=12个独立方程求出支路电流和电压

二、*b*法（支路电压法和支路电流法）

问题:方程数目太多，变量数目太多，能否减少变量和方程数目?

_b_法: 就是就是以*b*个支路电流或支路电压为变量的方法



以支路电流法为例介绍

1.支路电流法：以支路电流为变量列出方程，求解支路电流称为支路电流法。

2.求解思路：

(1) 选定支路电流的参考方向；

(2) 对(n-1)个独立节点，列出独立KCL方程；

(3) 选定(b-n+1)个独立回路(基本回路或网孔)， 根据KVL和OL列出回路电压方程。列写过程中将支路电压用支路电流表示;

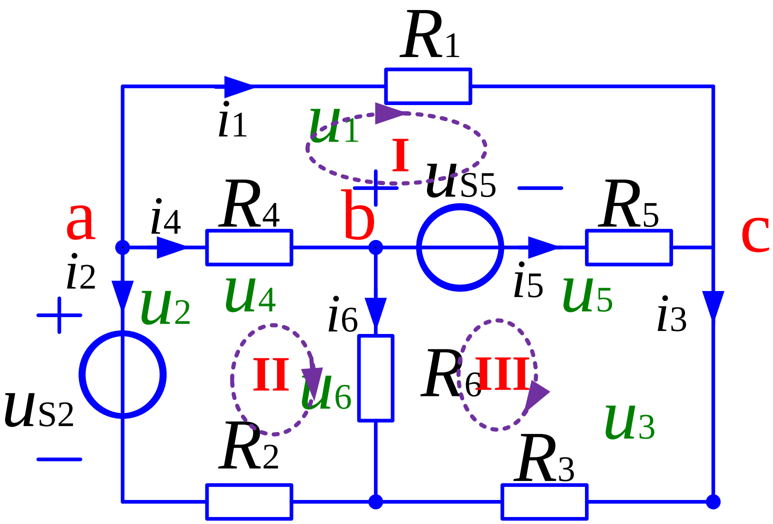
(4) 联立求解上述b个支路电流方程；

(5) 进而求题中要求的支路电压或功率等。

例1 支路法求解各支路电压/电流/功率

(1) 在*a*、*b*、*c*点列出(*n*-1)=3个独立KCL方程；

$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_4 = 0 \\ -i_4 + i_5 + i_6 = 0 \\ -i_1 + i_3 - i_5 = 0 \end{cases}$$



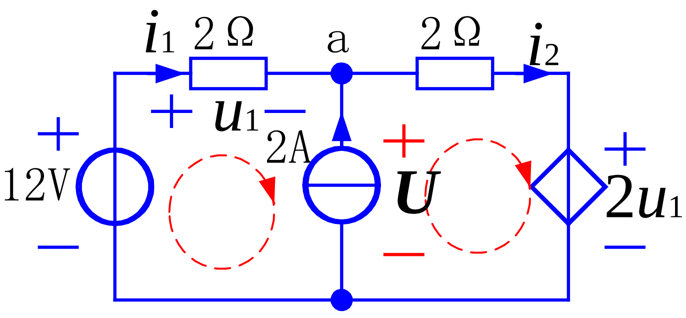
支路电流电压关联

(2) 列写出网孔 (*b*-*n*+1)=3个独立KVL方程

$$\begin{cases} R_1 i_1 - R_5 i_5 - u_{S5} - R_4 i_4 = 0 \\ R_4 i_4 + R_6 i_6 - u_{S2} - R_2 i_2 = 0 \\ u_{S5} + R_5 i_5 + R_3 i_3 - R_6 i_6 = 0 \end{cases}$$

(3) 6个支路电流变量, 6个独立方程联立求解,可完全解出电流、电压和功率等。得到完全求解

例2 用支路法求解下图所示电路中各支路电流及各电阻吸收的功率。



解:

(1) 标出支路电流的参考方向

(2) 选定网孔列KVL方程，如图所示方向。

(3) 受控电压源当独立电压源一样处理，
对电流源的处理方法：在其两端设定一电压U；

(4) 对独立节点*a*，列KCL方程为：

$$i_2 = i_1 + 2 \qquad (1)$$

(5) 对两个网孔，利用KVL和OL列回路方程为：

$$2i_1 + U - 12 = 0 \qquad (2)$$

$$2i_2 + 2u_1 - U = 0 \qquad (3)$$

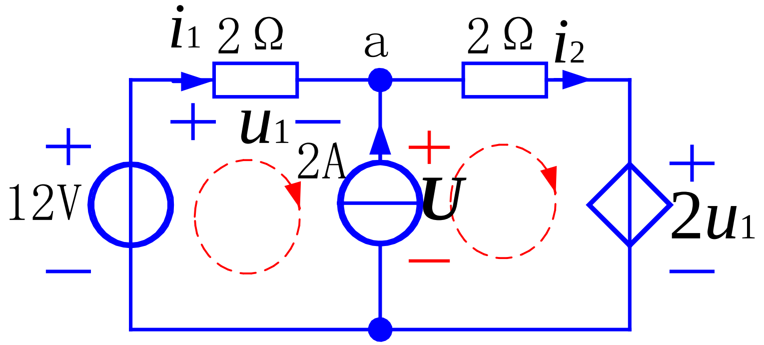
试问能解出吗?

例2 用支路法求解下图所示电路中各支路电流及各电阻吸收的功率。

(6) 上面三个方程，四个未知量。

补一个方程:将受控源控制量u_1用支路电流表示，有

$$u_1 = 2i_1 \qquad (4)$$



(7) 解式(1)(2)(3)(4)得支路电流为

$$i_1 = 1\text{A}, \qquad i_2 = 3\text{A}$$

(8) 求电阻吸收的功率为

$$P_1 = i_1^2 \times 2 = 2(\text{W}), \qquad P_2 = i_2^2 \times 2 = 18(\text{W})$$

New Solution ?

2*b*法和支路法

⇩

方程太多

⇩

能否减少方程数?

以回路电流为变量 → 回路法和网孔法

以节点电压为变量 → 割集法和节点法

措施:

减少未知数个数

1、未知数可以求

2、计算出这些未知数后，进一步可以计算出所有支路电流 支路电压。

2.4 回路法与网孔法

一、回路法

1. 定义:以独立回路电流为未知变量列出并求解方程的方法称为回路法(loop analysis) 。若选平面电路的网孔作独立回路，则这样的回路法又常称为网孔法(mesh analysis)。

2. 回路电流的概念

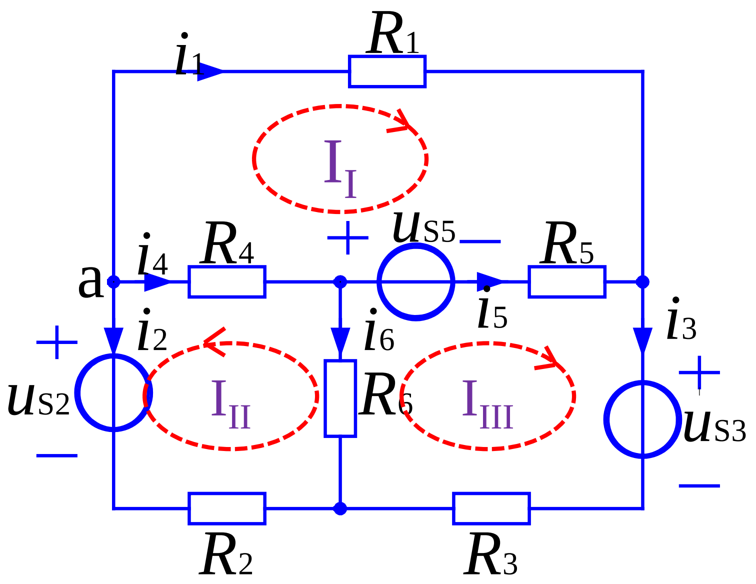
- 在每个独立回路中假想有一个电流在回路中环流一周，而各支路电流看作是由独立回路电流合成的结果。回路的巡行方向也是回路电流的方向。

- 注意:回路电流是一种假想的电流，实际电路中并不存在。引入回路电流纯粹是为了分析电路方便。

3. 回路法方程的列写规律

(1)回路电流

选网孔作独立回路，设定回路电流I_I、I_{II}、I_{III}如图所示。



(2) 回路电流可表示所有支路电流(完备性)

$i_1 = I_I$， $i_2 = I_{II}$ ， $i_3 = I_{III}$ ，

R_4支路有两个回路电流I_I、I_{II}流经,
且两回路电流方向均与i_4相反，故

$$i_4 = -I_I - I_{II}$$

R_5支路有两回路电流I_I、I_{III}流经, 故

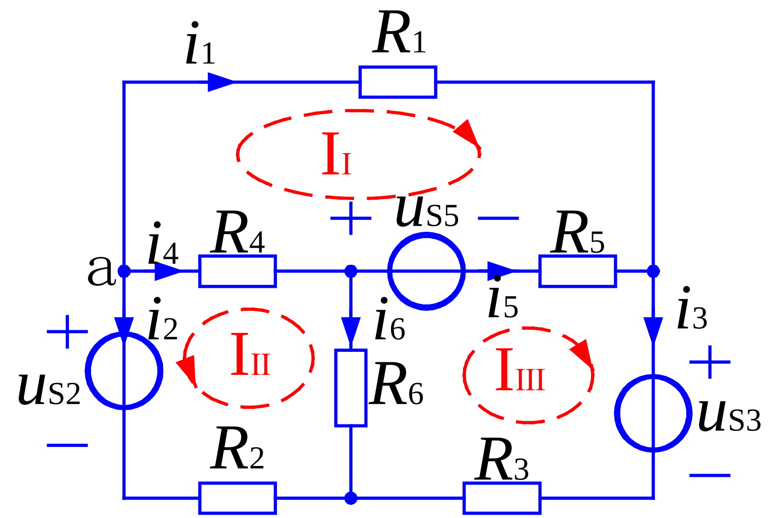
$$i_5 = -I_I + I_{III}$$

R_6支路有两回路电流I_{II}、I_{III}流经,故

$$i_6 = -I_{II} - I_{III}$$

(3) 回路电流可表示所有支路电流(完备性)

(2)电压方程



利用KVL和OL列出三个独立回路的KVL

回路I $R_1 i_1 - R_5 i_5 - u_{S5} - R_4 i_4 = 0$

回路II $u_{S2} + R_2 i_2 - R_6 i_6 - R_4 i_4 = 0$

回路III $u_{S5} + R_5 i_5 + u_{S3} + R_3 i_3 - R_6 i_6 = 0$

(3)回路方程

将支路电流用回路电流表示，代入上式得

(I) $R_1 I_I - R_5 (- I_I + I_{III}) - u_{S5} - R_4 (- I_I - I_{II}) = 0$

(II) $u_{S2} + R_2 I_{II} - R_6 (-I_{II} - I_{III}) - R_4 (- I_I - I_{II}) = 0$

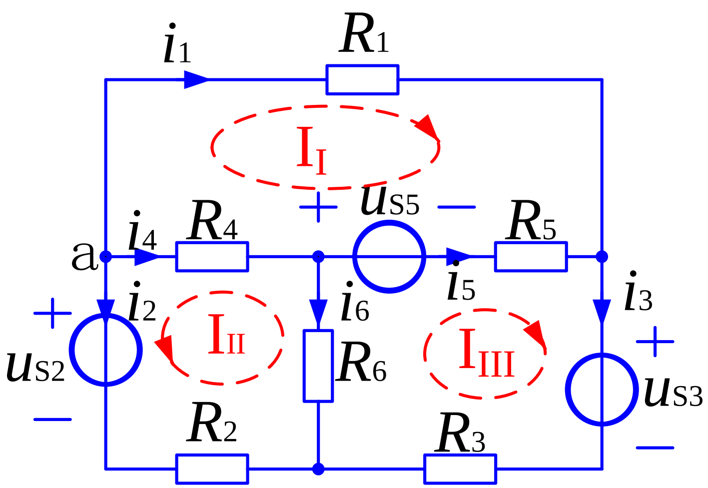
(III) $u_{S5} + R_5 (- I + I_{III}) + u_{S3} + R_3 I_{III} - R_6 (- I_{II} - I_{III}) = 0$

整理得

(I) $\underbrace{(R_1+R_4+R_5)}_{R_{11}}I_I + \underbrace{R_4}_{R_{12}} I_{II} - \underbrace{R_5}_{R_{13}} I_{III} = \underbrace{u_{S5}}_{(\sum U_S)_1}$

(II) $\underbrace{R_4}_{R_{21}} I_I + \underbrace{(R_2+R_6+R_4)}_{R_{22}}I_{II} + \underbrace{R_6}_{R_{23}} I_{III} = \underbrace{-u_{S2}}_{(\sum U_S)_2}$

(III) $\underbrace{-R_5}_{R_{31}} I_I + \underbrace{R_6}_{R_{32}} I_{II} \underbrace{-(R_5+R_3+R_6)}_{R_{33}} I_{III} = \underbrace{-u_{S5}-u_{S3}}_{(\sum U_S)_3}$



将上述方程整理成标准形式

$$\begin{cases} R_{11}I_I + R_{12}I_{II} + R_{13}I_{III} = u_{S11} \\ R_{21}I_I + R_{22}I_{II} + R_{23}I_{III} = u_{S22} \\ R_{31}I_I + R_{32}I_{II} + R_{33}I_{III} = u_{S33} \end{cases}$$

可推广到m个网孔的电路

回路(I) $(R_1 + R_4 + R_5) I_{I} \quad + \quad R_4 I_{II} \quad - \quad R_5 I_{III} = u_{S5}$

$\mathbf{R_{11}} \qquad \mathbf{R_{12}} \qquad \mathbf{R_{13}} \qquad (\sum U_S)_1$

回路(II) $R_4 I_{I} \quad + (R_2 + R_6 + R_4) I_{II} + \quad R_6 I_{III} = - u_{S2}$

$\mathbf{R_{21}} \qquad \mathbf{R_{22}} \qquad \mathbf{R_{23}} \qquad (\sum U_S)_2$

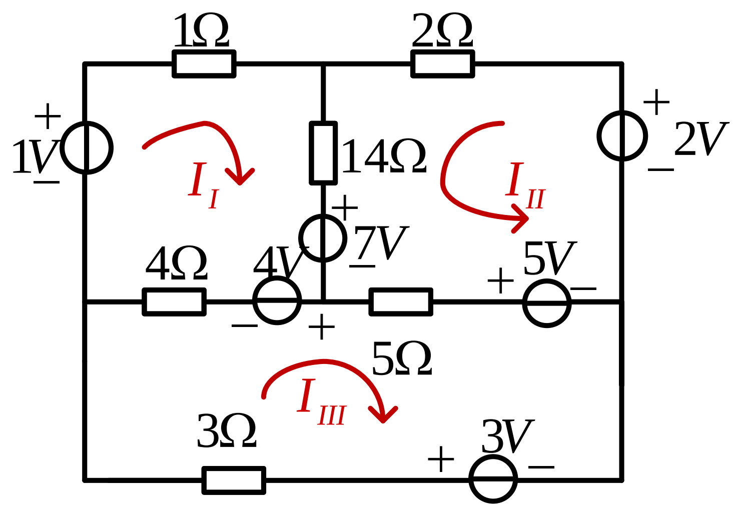
回路(III) $- R_5 I_{I} \quad + \quad R_6 I_{II} + (R_5 + R_3 + R_6) I_{III} = - u_{S5} - u_{S3}$

$\mathbf{R_{31}} \qquad \mathbf{R_{32}} \qquad \mathbf{R_{33}} \qquad (\sum U_S)_3$

由电路直接列写回路方程的规律总结

- R_{ii} (i =I,II,III)称为回路i的**自电阻**=第i个回路所有电阻之和，恒取正；
- R_{ij}称为回路i与回路j的**互电阻**=回路i与回路j共有支路上所有公共电阻的代数和；若流过公共电阻上的两回路电流方向相同，则前取“+”号；方向相反，取“-”号。
- $(\sum U_S)_i$称为回路i的**等效电压源**=回路i中所有电压源电压升的代数和。即，当回路电流从电压源的“＋”端流出时，该电压源前取“＋”号；否则取“ - ”。

例1: 列写如图电路的网孔方程



解:网孔电流如图表示

$$
\begin{cases}
19I_I + 14I_{II} - 4I_{III} = 1 - 7 - 4 \\
14I_I + 21I_{II} + 5I_{III} = -7 - 5 + 2 \\
-4I_I + 5I_{II} + 12I_{III} = 4 - 5 + 3
\end{cases}
$$

也可选择其他基本回路列写

4. 回路法步骤归纳

（1）选定一组$(b-n+1)$个独立回路，并标出各回路电流的参考方向。

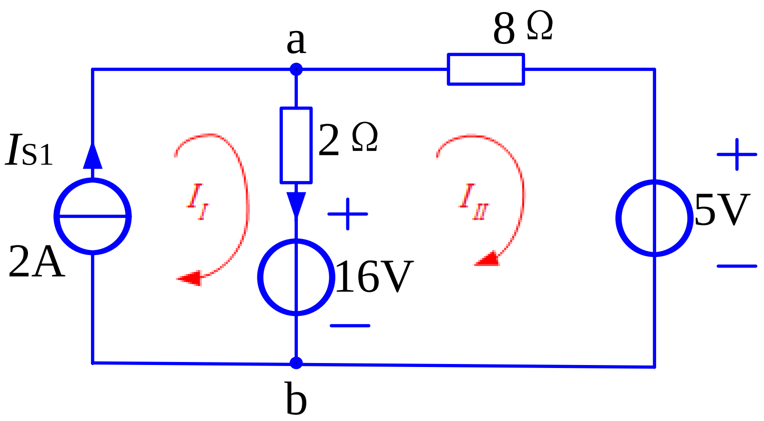
（2）以回路电流的方向为回路的巡行方向，按照规律列出各回路电流方程。

- **自电阻**始终取**正值**；
- **互电阻**前的符号由通过互电阻上的两个回路电流的流向而定，两个回路电流的**流向相同，取正**,否则取负。
- **等效电压源**是电压源**电压升**的代数和，注意电压源前的符号。

（3）联立求解，解出各回路电流。

（4）根据回路电流再求其它待求量。

例2 如图电路，求电压U_{ab}。



解 :选网孔为独立回路，如图所示。

电路有2个网孔，由于流过电流源I_{S1} 的网孔电流只有一个，故

$$I_I = I_{S1} = 2A$$

这样可以少列一个网孔方程。

第二个网孔方程

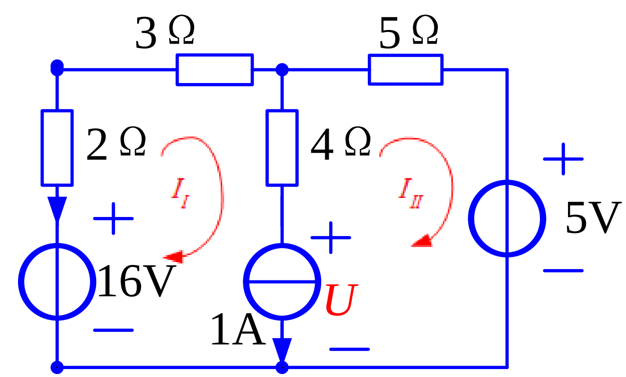
$$10I_{II} - 2\,I_I = 16 - 5$$

解得 $I_{II} = 3/2\ (A)$

$$U_{ab} = 8\,I_{II} + 5 = 17(V)$$

或$U_{ab} = 2(I_I - I_{II}) + 16 = 17(V)$

例3 如图电路，求电压U。



解法一:选网孔为独立回路，如图所示。

$$\begin{cases} 9I_I - 4I_{II} = 16 - U \\ -4I_I + 9I_{II} = U - 5 \end{cases}$$

补一个方程:

$$I_I - I_{II} = 1$$

解得

$$I_I = 8/5\ (A),\quad I_{II} = 3/5\ (A)$$

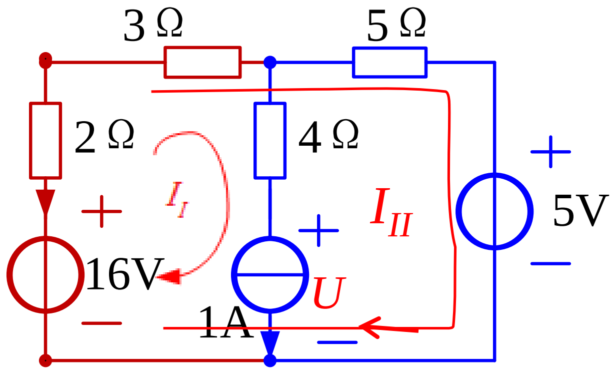
故

$$U = 4(I_{II} - I_I) + 5I_{II} + 5 = 4(V)$$

对于两个网孔公共支路上的1A电流源，处理方法之一是先假设该电流源两端的电压U，并把它看作电压为U的电压源即可。网孔方程为

例3 如图电路，求电压U。

解法二:选基本回路为独立回路，如图所示。



对于两个网孔公共支路上的1A电流源，处理方法之二是选择合适的独立回路，使某一回路电流等于电流源电流，则有

$I_I = 1A$

$10 I_{II} + 5 I_I = -5 + 16$

解得

$I_{II} = 3/5\ (A)$ 。

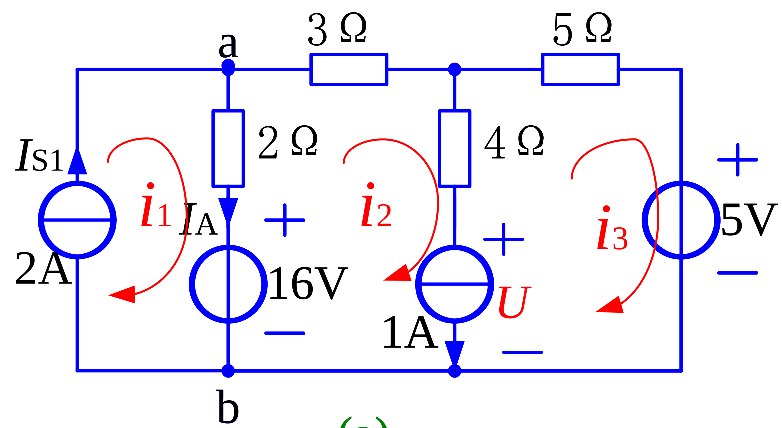
故

$U = -4 I_I + 5 I_{II} + 5 = 4(V)$。

5、回路法特殊情况的处理

(1) 电流源的源的处理方法

例4 如图电路，用回路法求电压U_{ab}。



(a)

解法一：①选网孔为独立回路，如图所示。由于流过电流源I_{S1}上的网孔电流只有一个i_1，故$i_1 = I_{S1} = 2A$，可以少列一个网孔方程。

②两个网孔公共支路上的1A电流源，处理方法之一是先假设该电流源两端的电压U，并把它看作电压为U的电压源即可。由图得网孔方程为

$$9i_2 - 2i_1 - 4i_3 = 16 - U$$

$$-4i_2 + 9i_3 = U - 5$$

补一个方程：　$i_2 - i_3 = 1$

解得 $i_2 = 2$ (A)，　$i_3 = 1$ (A) 。

故　$I_A = i_1 - i_2 = 0$，$U_{ab} = 2I_A + 16 = 16$(V)。

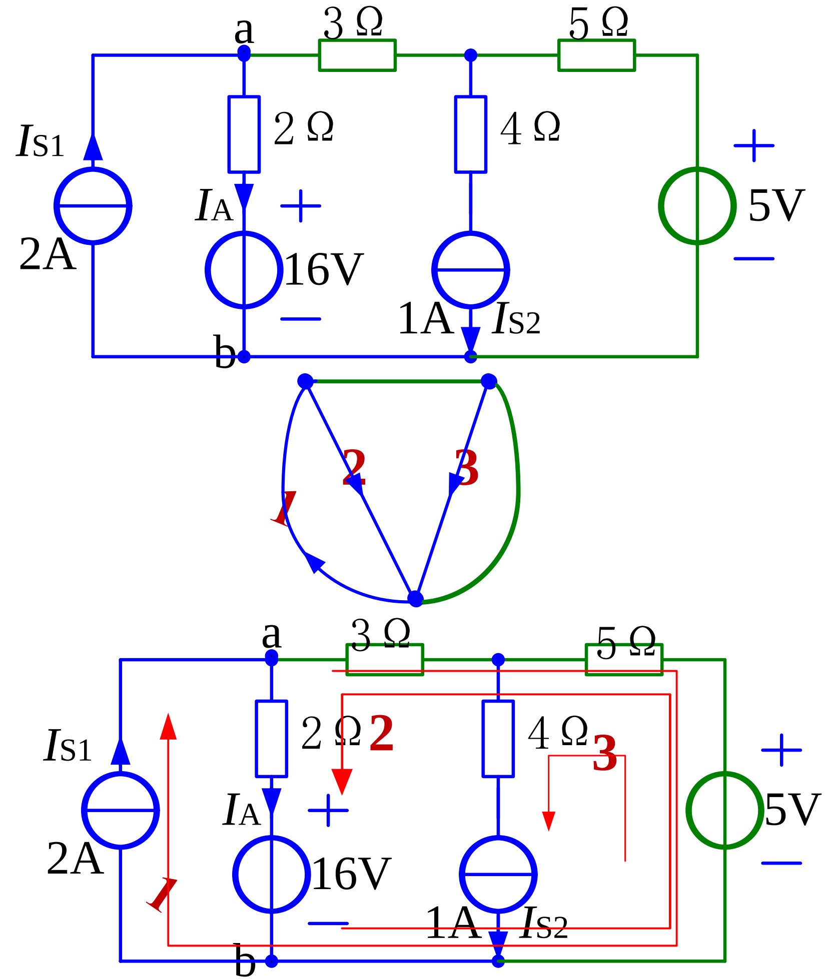
小结：

①如果流经电流源上的回路电流只有一个，则该回路电流就等于电流源电流，这样就不必再列该回路的方程。

②若多个回路电流流经电流源，则在该电流源上假设一电压，并把它看成电压源即可。

解法二

选基本回路为独立回路(注意只有3个节点)。选树时尽可能将电流源选为连支，图中绿线为树支。这样连支电流就是回路电流，即三个回路电流分别是I_{S1}、I_A和I_{S2}。由于其中两个回路电流已知，故只需列一个回路方程即可。



由图得该回路方程为(2回路)

$$10\ I_A - 8\ I_{S1} + 5\ I_{S2} = 5 - 16$$

$$10\ I_A - 8\times 2 + 5\times 1 = 5 - 16$$

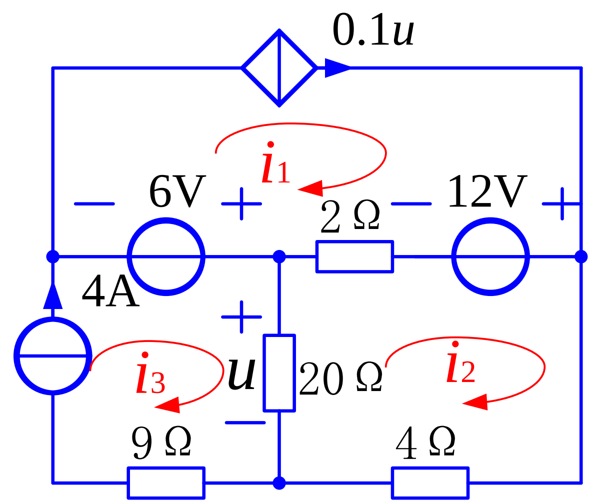
解得 $I_A = 0\ (A)$ 。

故 $U_{ab} = 2\ I_A + 16 = 16(V)$。

说明: 解法一选网孔作为独立回路，常称为网孔法，它只适用于平面电路；解法二选基本回路作独立回路，常称为回路法，它更具有一般性和一定的灵活性，但列写方程不如网孔法直观。

(2) 受控源的处理方法

例5 如图电路, 用回路法求电压u。



解: 本例中含受控源(VCCS)，处理方法是：先将受控源看成独立电源。

该电路就有两个电流源，选择网孔作为基本回路则流经其上的回路电流均只有一个, 故该电流源所在回路电流已知，就不必再列它们的回路方程了。如图中所标回路电流，可知：

$$i_1 = 0.1u,\quad i_3 = 4$$

对回路2列方程为

$$26i_2 - 2\,i_1 - 20i_3 = 12$$

出现受控源的控制变量u，用回路电流表示该控制变量，有

$$u = 20(i_3 - i_2)$$

解得 $i_2 = 3.6$ (A)，$u = 8$ (V) 。

小结:

- 对受控源首先将它看成独立电源；
- 列方程后，再补一个方程将控制量用回路电流表示。

New Solution Ways ?

2*b*法和支路法

⇩

方程太多

⇩

能否减少方程数?

回路电流为变量 → 回路法和网孔法

节点电压为变量 → 割集法和节点法

2.5 割集法与节点法

割集法和节点法也是为了减少方程个数、简便手工计算过程的又一类改进方法。

一、割集法

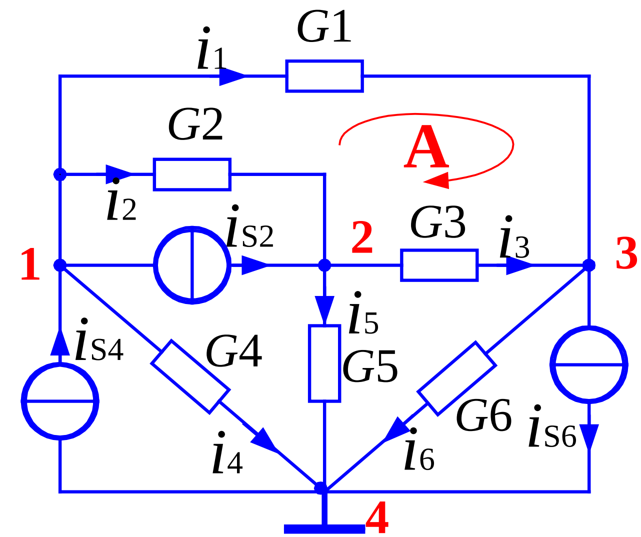
定义:以树支电压为求解变量，列写基本割集的KCL方程，解方程先求得树支电压，进而求得所需要求的电流、电压、功率等，这种求解电路的方法称为割集法。

二、节点法

定义:以节点电压为未知变量列出并求解方程的方法称为节点法。

三 节点电压

在电路中任选一个节点为参考节点，其余节点与参考节点之间的电压，称为**节点电压**或**节点电位**。



如图选节点4作参考点，节点电压分别为u_1、u_2和u_3，则支路电压用节点电压表示

$$u_{12} = u_1 - u_2,$$
$$u_{23} = u_2 - u_3,$$
$$u_{13} = u_1 - u_3,$$
$$u_{14} = u_1,$$
$$u_{24} = u_2,$$
$$u_{34} = u_3,$$

节点电压列方程是否满足KVL?

对电路的任意回路，如回路A，有

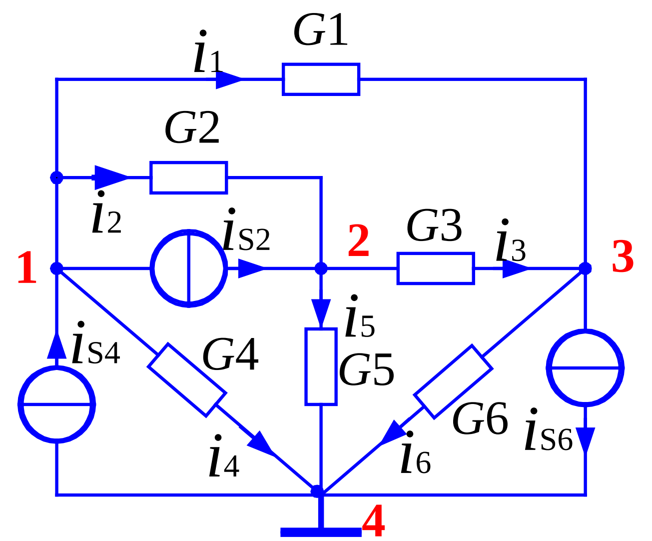
$$u_{13} - u_{23} - u_{12}$$
$$= u_1 - u_3 - (u_2 - u_3) - (u_1 - u_2) \equiv 0$$

节点电压自动满足KVL方程。

节点电压具有独立性和完备性。

四 节点法—电流方程

在节点1,2,3分别列出KCL方程(设流出取正)



$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_{S2} + i_4 - i_{S4} = 0 \\ i_3 + i_5 - i_2 - i_{S2} = 0 \\ i_6 + i_{S6} - i_1 - i_3 = 0 \end{cases}$$

各电阻上的电流可以用节点电压表示为

$$i_1 = G_1(u_1 - u_3),\quad i_2 = G_2(u_1 - u_2),$$
$$i_3 = G_3(u_2 - u_3),\quad i_4 = G_4 u_1,$$
$$i_5 = G_5 u_2,\quad i_6 = G_6 u_3$$

代入KCL方程，合并整理

节点(1) $\underbrace{(G_1 + G_2 + G_4)}_{G_{11}} u_1 \underbrace{- G_2}_{G_{12}} u_2 \underbrace{- G_1}_{G_{13}} u_3 = \underbrace{i_{S4} - i_{S2}}_{(\sum I_S)_1}$

节点(2) $\underbrace{- G_2}_{G_{21}} u_1 + \underbrace{(G_2 + G_3 + G_5)}_{G_{22}} u_2 \underbrace{- G_3}_{G_{23}} u_3 = \underbrace{i_{S2}}_{(\sum I_S)_2}$

节点(3) $\underbrace{- G_1}_{G_{31}} u_1 \underbrace{- G_3}_{G_{32}} u_2 + \underbrace{(G_1 + G_3 + G_6)}_{G_{33}} u_3 = \underbrace{- i_{S6}}_{(\sum I_S)_3}$

节点(1) $(G_1+G_2+G_4)u_1 - G_2u_2 - G_1u_3 = i_{S4} - i_{S2}$

G_{11}　G_{12}　G_{13}　$(\sum I_S)_1$

节点(2) $-G_2u_1 + (G_2+G_3+G_5)u_2 - G_3u_3 = i_{S2}$

G_{21}　G_{22}　G_{23}　$(\sum I_S)_2$

节点(3) $-G_1u_1 - G_3u_2 + (G_1+G_3+G_6)u_3 = -i_{S6}$

G_{31}　G_{32}　G_{33}　$(\sum I_S)_3$

将上述方程整理成标准形式：

$$\begin{cases} G_{11}u_1 + G_{12}u_2 + G_{13}u_3 = i_{S11} \\ G_{21}u_1 + G_{22}u_2 + G_{23}u_3 = i_{S22} \\ G_{31}u_1 + G_{32}u_2 + G_{33}u_3 = i_{S33} \end{cases}$$

可推广到n个节点的电路。

节点(1) $\underbrace{(G_1+G_2+G_4)}_{G_{11}}u_1 \underbrace{-G_2}_{G_{12}}u_2 \underbrace{-G_1}_{G_{13}}u_3 = \underbrace{i_{S4}-i_{S2}}_{(\sum I_S)_1}$

节点(2) $\underbrace{-G_2}_{G_{21}}u_1 + \underbrace{(G_2+G_3+G_5)}_{G_{22}}u_2 \underbrace{-G_3}_{G_{23}}u_3 = \underbrace{i_{S2}}_{(\sum I_S)_2}$

节点(3) $\underbrace{-G_1}_{G_{31}}u_1 \underbrace{-G_3}_{G_{32}}u_2 + \underbrace{(G_1+G_3+G_6)}_{G_{33}}u_3 = \underbrace{-i_{S6}}_{(\sum I_S)_3}$

由电路直接列写节点方程的规律总结

- G_{ii} (i =1,2,3)称为节点i的**自电导**=与节点i相连的所有支路的电导之和，恒取“+”；
- G_{ij}称为节点i与节点j的**互电导**=节点i与节点j之间共有支路电导之和；恒取“-”。
- $(\sum I_S)_i$称为节点i的**等效电流源**=流入节点i的所有电流源电流的代数和。即电流源电流流入该节点时取“+”；流出时取“-”。

五 节点法—求解步骤

（1）指定电路中某一节点为参考点，并标出各独立节点的电压。

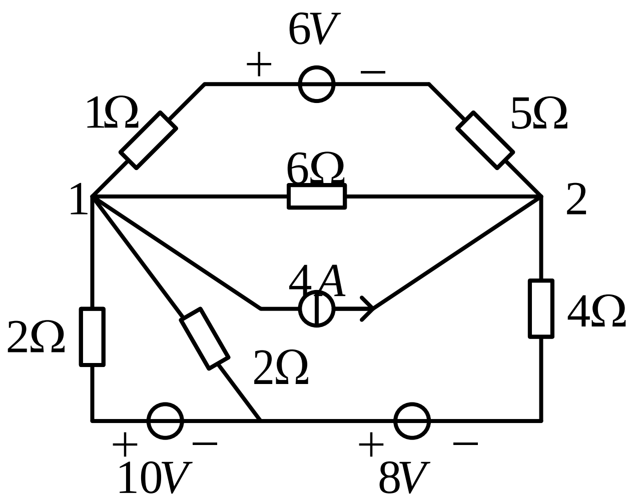
（2）按照规律列出节点电压方程。自电导恒取正值，互电导恒为负。

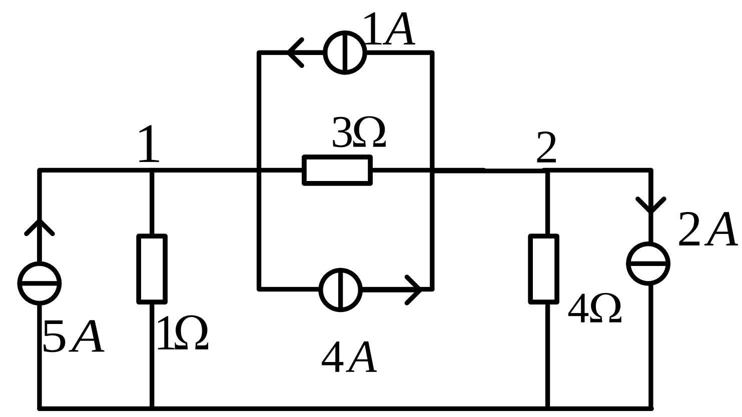
（3）联立求解，解出各节点电压。

（4）根据节点电压再求其它待求量。

六 节点法举例

例1 如图所示电路，设节点电位，试列电路的节点方程。





① 首先通过电源等效互换将电路等效。将电压源与电阻串联等效为电流源与电阻并联，进一步对电阻串并联等效。

②对节点1和2列节点方程

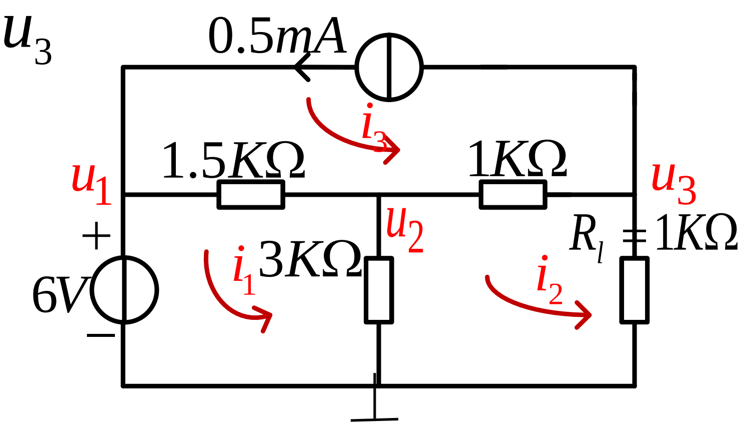
$$
\begin{cases}
\left(\frac{1}{3}+1\right)u_1-\frac{1}{3}u_2=1+5-4 \\
-\left(\frac{1}{3}\right)u_1+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)u_2=4-2-1
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
u_2=3V \\
u_1=\frac{9}{4}V
\end{cases}
$$

六 节点法举例——特殊情况处理(电压源)

例2 求如图所示电路中负载电阻上吸收的功率。

解一:节点法,设各节点电压为: u_1, u_2, u_3



$$\begin{cases} u_1 = 6 \\ -\frac{1}{1.5}u_1 + \left(\frac{1}{1.5} + \frac{1}{3} + 1\right)u_2 - u_3 = 0 \\ -u_2 + 2u_3 = -0.5 \end{cases}$$

$$u_3 = 1(V)$$

$$P = \frac{u_3^2}{R_L} = 1(mW)$$

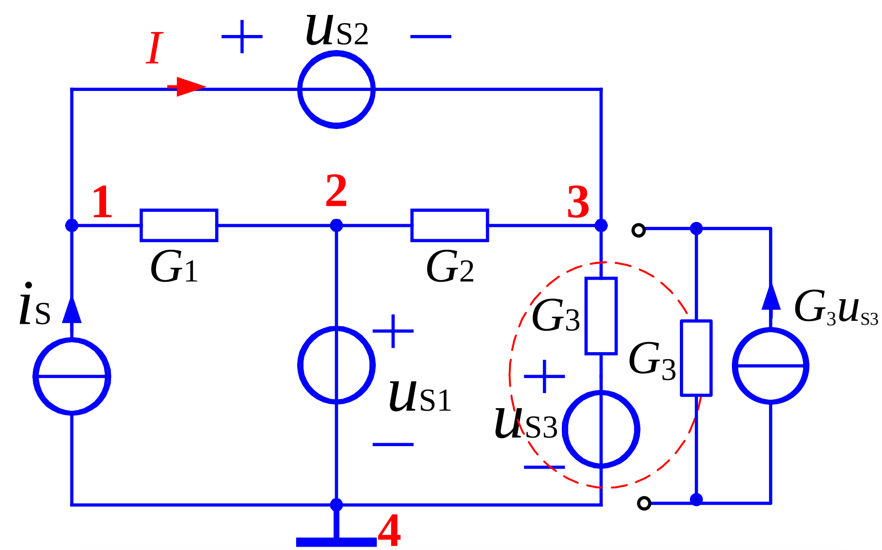
解二:网孔法

$$\begin{cases} 4.5i_1 - 1.5i_2 - 3i_3 = -6 \\ 5i_2 - 3i_1 - i_3 = 0 \\ i_3 = 0.5 \end{cases}$$

注意:

1. 电压源直接接在节点与参考点之间,u_1为已知;
2. 单位:电阻为 KΩ,电流为 mA,电压为V,整体要统一。

例3 列出图示电路的节点电压方程。



解：设u_1、u_2、u_3。图中有三个电压源，其中电压源u_{S3}有一电阻与其串联，称为**有伴电压源**，可转换为电流源与电阻并联的形式。

电压源u_{S1}和u_{S2}称为**无伴电压源**。u_{S1}有一端接在参考点，故节点2的电压$u_2 = u_{S1}$,为已知

对电压源u_{S2}的处理办法是：先假设u_{S2}上的电流为I，并把它看成是**电流为I的电流源**。列节点1和3的方程为

$$G_1 u_1 - G_1 u_2 = i_S - I$$

$$(G_2 + G_3)\, u_3 - G_2 u_2 = I + G_3\, u_{s3}$$

对u_{S2}补一方程：$u_1 - u_3 = u_{S2}$

小结：

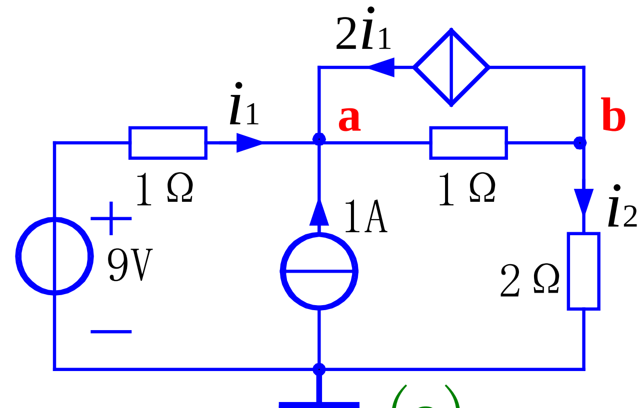
①对**有伴电压源**将它等效电流源与电阻并联的形式；

②对于**无伴电压源**，

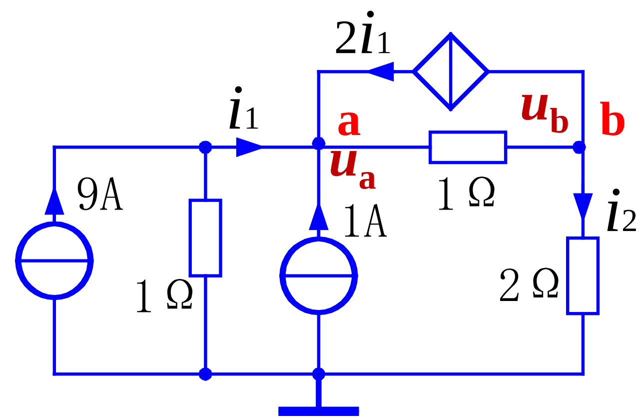
- 若其有一端接参考点，则另一端的节点电压已知，对此节点就不用列节点方程了；
- 否则在电压源上假设一电流，并把它看成电流源。

六 节点法举例——特殊情况处理(受控源)

例4 如图(*a*)电路，用节点法求电流i_1和i_2



(a)



(b)

解 :处理方法-将受控源看成独立电源。
辅助列方程

设独立节点电压为u_a和u_b, 列出节点方程组为

$$(1+1)\,u_a - u_b = 9 + 1 + 2\,i_1$$

$$(1+1/2)\,u_b - u_a = -2\,i_1$$

再将控制量用节点电压表示, 即

$$u_a = -i_1 + 9;\quad i_1 = -u_a + 9 \quad (a图)$$

$$或\ i_1 = 9 - u_a/1 \quad (b图)$$

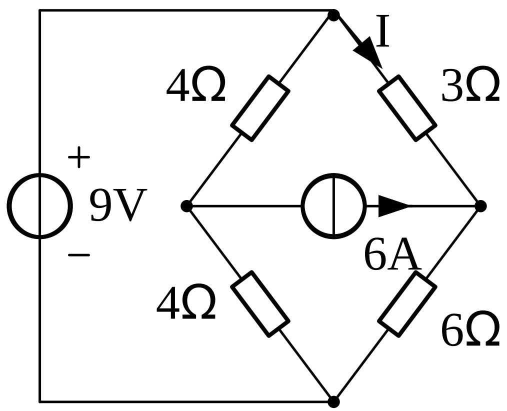
解得 $u_a = 8\text{V},\ u_b = 4\text{V},\ i_1 = 1\text{A}$

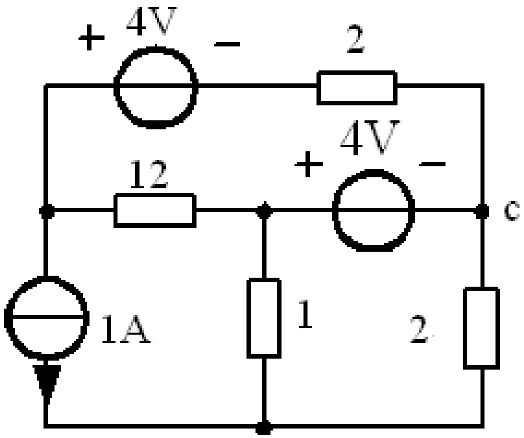
$i_2 = u_b/2 = 2(\text{A})$

小结: 对受控源首先将它看成独立电源；列方程后，对每个受控源再补一个方程将其控制量用节点电压表示。

练习: 列如图电路的节点方程（电阻的单位均为欧姆）

问题: 参考点如何设?

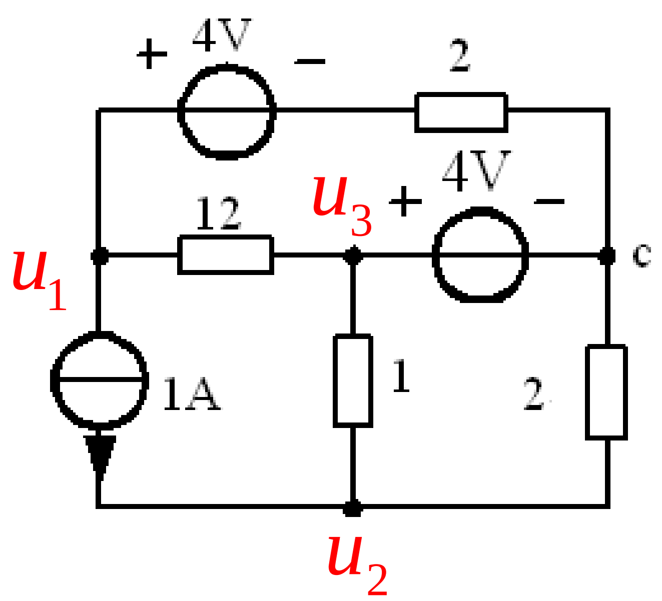




练习: 列如图电路的节点方程（电阻的单位均为欧姆）

解: 考虑到4V独立电压源, 所以设c为参考点,其他节点电压设为 u_1, u_2, u_3

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{12}+\frac{1}{2}\right)u_1-\frac{1}{12}u_3=2-1 \\ \left(1+\frac{1}{2}\right)u_2-u_3=1 \\ u_3=4 \end{cases}$$



网孔法与节点法的选用准则

两种方法都是重点要求掌握的方法，是通用的一般分析方法，适用于电路的全面求解。

(1) 比较网孔和节点的数目，如若节点少适合用节点法；

(2) 比较电压源和电流源的多少，如电压源多，可选择网孔 (回路)法；电流源多，选择节点法。