

## Metadata:

---

- Tags: #TLA
- Course : [Theorie des langages et Automates](#)
- Started On : 2020-10-21
- Previous Chapter : [TLA- Les Langages Régulier et les expressions régulières](#)
- Next Chapter :

## Slides

---

## Summary

---

## TLA- Les Automates finis

---

- qu'est ce que c'est ?
  - un modele qui permet de reconaitre les mots d'un langages réguliers

## Introduction

---

## Automates Finis Deterministes

---

- un **Automate d'états Finis Déterministe** (AFD) est un 5-uplet  $M=(E,A,t,i,F)$  où :
  - E est un ensemble *finis* états
  - A un alphabet (Alphabet d'entrée)
  - t une *application*  $E \times A \rightarrow E$  (Fonction de transition)
    - cette applicateion genere une seule image pour chaque couple (etat, symbole)
  - i in E : état initial
  - F subset or equals E : ensemble des états finaux
    - etats pour lesquels un mot est accepté.
- **Représentation d'un AFD:**
  - soit M un AFD
  - On représente M par un [Graphe Orienté et étiqueté](#)
- **Fonction de Transition:**
  - représentée par une **Matrice de Transition**
  - Utilité d'un ATF en theorie des langages :
    - L'afid lit le premier symbole  $s_1$  du mot w
    - l'afd va passer à un autre etat , disons  $e_1$  tel que  $t(i,s_1)=e_1$

- l'afd lit le second symbole  $S_2$  du mot  $w$  et passe a l'état  $e_2$  tel que  $t(e_1, s_2) = e_2$
- l'afd poursuit ce processus de lecture jusqu'a l'arrivé  $q$  un état en tel que  $t(e_{n-1}, s_n) = e_n$
- l'afd lit donc les  $n$  symboles du mot  $w$
- si  $e_n \in F$ , le mot  $w$  est reconnu par l'afd, sinon le mot est refusé
- **Transition itérée**
  - Application de l'ensemble  $E \times A^* \rightarrow E$  définie par :
    - $t^*(e, \epsilon) = e$  // condition d'arrêt
    - $t^*(e, w) = t(t^*(e, v), a)$  pour tout mot  $w = va$  ou  $a \in A$  et

## Reconnaissance des mots par un AFD

### • Reconnaissance d'un mot

Soit  $M(E, A, T, i, F)$  un AFD

soit  $w = s_1 s_2 \dots s_k \in A^*$

\* on dit que  $w$  est reconnu par  $m$  si la sequence de transitions correspondant au symboles de  $w$  finit a partir de l'état initial vers l'un des états finaux de  $M$

img

- ac
  1.  $t(0, a) = 1$
  2.  $t(1, c) = 0 \in F$
  3. donc ac est accepté par l'automate
- accbb
  1.  $t(0, a) = 1$
  2.  $t(1, c) = 0$
  3.  $t(0, c) = 2$
  4.  $t(2, b) = 3$
  5.  $t(3, b) = 3 \in F$  donc accepté
- acb
  1.  $t(0, a) = 1$
  2.  $t(1, c) = 0$
  3.  $t(0, b) = 1 \notin F$  donc pas accepté
- acc
  1.  $t(0, a) = 1$
  2.  $t(1, c) = 0$
  3.  $t(0, c) = 2 \notin F$  donc pas accepté

Remarque:

- $u x$  est reconnu par afd sissi dans le graphe qui represente  $M$  il y a un chemin allant de l'état init vers un des états finaux étiquetés par le symbole.

### **THEOREME: Reconnaissance d'un mot**

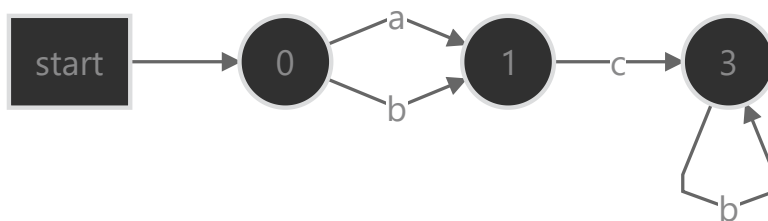
soit  $M$  (afd), et  $w$  un mot sur  $A$  ;

le mot  $w$  est reconnu par  $M$  si et seulement si  $t^*(i,w) \in F$

## langages reconnus par un afd

---

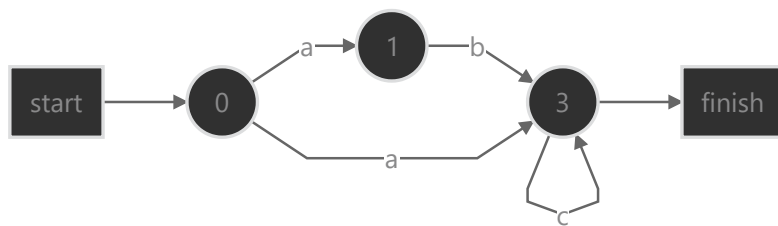
- **reconnaissance de langages:**
  - un langage reconnu par  $M$  not  $L(M)$



## automates finis non deterministes

---

- exemple :



- un automate fini non deterministe est un 5-uplet  $M(E, A, t, i, F)$  ou  $E$  comme *deterministe*

$A$

\*  $t$  est une application  $E \times A \rightarrow P(E)$  ensemble des parties de  $E$

Remarque:

- $a$
- les afd deterministes et non deterministes se représente par un grpahe orienté etiqueté
- la reconnaissance de mots par un AFND est identique a celle par un AFD
  - Cependant dans un AFD il ya unicité de la lecture d'un mot
- la lecture cu'n mot par un afnd peut ne pas etre unique( voir meme multiple)
- la regle retenue pour decider su in afnd accepte un mot est l'existence d'au moins une lecture allant de létat initial vers un état final de l'afnd

## algorithmes de reconnaissance de mots

---

- **Cas d'un AFD**
  - demarrage à l'état initial  $i$ .
  - tant qu'il ya des sybomles non lus, on lit un symbole en entrée ;: de gauche a droite et on cherche la transition correspondante pour aboutir ç l'etat suivant
  - s'il nya pas de transition le mot est refusé par l'algorithmme
  - lorsque tous les symboles sont lu
    - si on est sur un etat final le mot est accepté
    - sinon il est refusé
- **Cas d'un AFND**
  - demarrage à l'etat initial

- tant qu'il ya des symboles en entrée non lus, on lit un symbole en entrée de gauche à droite et on cherche la transition correspondante pour aboutir à l'état suivant
  - s'il n'y a pas de transition on revient en arrière vers le croisement et on choisit une autre transition
  - on répète cette action jusqu'à trouver une transition.
  - S'il n'y a pas de transition le mot est refusé et l'algorithme s'arrête (cas d'un blocage)
  - s'il y a plusieurs transitions avec le même symbole d'entrée on prend une arbitrairement.

## Equivalence AFD AFND

Theoreme AFD == AFND

pour tout afnd  $M$  il existe un afd  $M'$  qui lui est equivalent, c'est à dire que  $L'$  reconnu le même langage que  $M$

## Algorithme de transformation

- pour chaque état  $e'$  in  $E'$  et pour chaque symbole d'entrée  $a$  in  $A'$ 
  - considérer dans  $M$  toutes les transitions d'étiquette  $a$  issues d'un état  $x$  in  $E$
- si ce groupe n'est pas encore dans  $E'$ , créer ce nouvel état  $e''$  et le rajouter à  $E'$ .
  - $E' \leftarrow E' \cup \{e''\}$
- rajouter la nouvelle transition  $t'(e', a) = e''$
- jusqu'à ce que l'ensemble  $E'$  devienne stationnaire

## Langage automatique

Definition Langage Automatique

est un langage pour lequel on peut trouver un automate fini complet qui l'accepte totalement

$L$  langage automatique ssi  $\exists M$  un AFD ;  $L(M) = L$

theoreme: Construction des langages automatiques

Soit  $A$  un alphabet alors:

tout langage réduit à un seul mot sur  $A$  est automatique

le langage  $A^*$  est automatique

si  $L$  et  $M$  sont deux langages automatiques alors

- $L \cap M$  est automatique
- $L + M$  est Automatique
- $L \setminus M$  est automatique
- $\bar{L}$  est automatique



pour trouver le complémentaire d'un automate complet, tout état final devient non final et tout état non final devient final. C tout :3

Theoreme tout langage fini est automatique

Demo :  $L = \{m_1 \dots m_n\}$ ;  $n$  mots

$L = \{m_1\} \cup \{m_2\} \dots \cup \{m_n\}$  qui sont automatiques

par le theoreme de construction  $L$  est automatique

demo 2 : par récurrence.