

# Lexique

# Acyclique (Acyclic)

Un graphe est acyclique s'il ne contient aucun cycle.

# Adjacent (Adjacent)

Deux sommets sont adjacents s'ils sont reliés par une arête. On qualifie souvent de voisins deux sommets adjacents.

# Arborescence (Rooted tree)

Arbre avec un sommet distingué r (la racine).

# Arbre (Tree)

Graphe connexe ne contenant aucun cycle.

# Arbre couvrant (Spanning tree)

Un sous-graphe maximum d'un graphe qui est aussi un arbre. On parle aussi d'arbre de recouvrement.

### Arc (Arc)

Une arête orientée d'un digraphe.

# Arête (Edge)

Une arête relie deux sommets dans un graphe. Nous appelons ces deux sommets les extrémités de l'arête.

# Biparti (Bipartite)

Un graphe est biparti si ses sommets peuvent être divisés en deux ensembles X et Y, de sorte que toutes les arêtes du graphe relient un sommet dans X à un sommet dans Y. Les arbres sont des exemples des graphes bipartis. Si G est biparti, il est habituellement noté par G = (X, Y, E), où E est l'ensemble des arêtes.

### Boucle (*Loop*)

Arête ou arc partant d'un sommet et allant vers lui-même. Les boucles ne sont pas autorisées dans les graphes et digraphes simples.

#### Chaîne (Chain)

Une chaîne dans un graphe est une suite de sommets reliés par des arêtes. La longueur d'une chaîne est le nombre d'arêtes utilisées, ou, ce qui revient au même, le nombre de sommets utilisés moins un. Une chaîne élémentaire ne peut pas visiter le même sommet deux fois. Une chaîne simple ne peut pas visiter la même arête deux fois.

#### Chemin (Path)

Un chemin dans un digraphe est une suite de sommets reliés les uns aux autres par des arcs. La longueur du chemin est le nombre d'arcs utilisés, ou le nombre de sommets moins un. Un chemin **simple** ne peut pas visiter le même arc plus d'une fois. Un chemin **fermé** a pour dernier sommet le premier.

### Circuit (Circuit)

Dans un digraphe, un circuit est un chemin fermé simple.

### Clique (*Clique*)

Sous-graphe complet d'un graphe G. L'ordre de la plus grande clique de G est noté  $\omega(G)$ . Prononcer « oméga de G ».



#### Complet (Complete)

Dans un graphe complet, toutes les paires de sommets sont adjacentes. Un graphe complet à n sommets est noté  $K_n$  (le K est en l'honneur de Kuratowski, un pionnier de la théorie des graphes).

### Composante connexe (Connected component)

Dans un graphe, une composante connexe est un sous-graphe induit maximal connexe. Maximal signifie qu'il n'y a pas de sous-graphe induit connexe plus grand contenant les sommets de la composante.

#### Connexe (Connected)

Un graphe connexe est un graphe dans lequel chaque paire de sommets est reliée par une chaîne. Un graphe qui n'est pas connexe est dit non connexe, et se décompose en composantes connexes.

### Couplage ou appariement (Matching)

Un couplage est un ensemble d'arêtes tel que chaque sommet du graphe appartient à au plus une arête de cet ensemble.

### Couplage parfait (Perfect matching)

Dans un graphe à 2n sommets, un couplage avec n arêtes est dit parfait. Chaque sommet du graphe est saturé par un couplage parfait.

### Corde (Chord)

Arête reliant deux sommets non adjacents d'un cycle.

### Cycle (Cycle)

Dans un graphe, un cycle est une chaîne simple dont les extrémités coïncident. On ne rencontre pas deux fois le même sommet, sauf celui choisi comme sommet de départ et d'arrivée.

#### Degré (Degree)

Le degré d'un sommet est la taille de son voisinage. Le degré d'un graphe est le degré maximum de tous ses sommets.

### Diamètre (Diameter)

Le diamètre d'un graphe est la plus longue des distances entre deux sommets de ce graphe.

### Digraphe (Digraph)

Un digraphe est un graphe dans lequel les arêtes sont orientées et appelées arcs. Plus formellement, un digraphe est un ensemble de sommets ainsi qu'un ensemble de paires ordonnées des sommets, appelées les arcs.

#### **Distance** (*Distance*)

La distance entre deux sommets est la longueur de la plus courte chaîne entre eux.

#### Eulérien (Eulerian)

Une chaîne ou un cycle est dit eulérien si chaque arête du graphe y apparaît exactement une fois. Les chemins et les circuits des digraphes sont dits eulériens sous les mêmes conditions.

#### Feuille (*Leaf*)

Sommet de degré 1. Aussi appelé sommet pendant.

#### Forêt (Forest)

Graphe qui ne contient aucun cycle. Les composantes connexes d'une forêt sont des arbres.



# Fortement connexe (Strongly Connected)

Dans un digraphe fortement connexe, chaque sommet peut être atteint depuis n'importe quel autre par un chemin.

# Graphe (Graph)

Un graphe est un ensemble de points, dont certaines paires sont reliées par des lignes. Les points sont appelés sommets et les lignes sont nommées arêtes.

Plus formellement, un graphe est composé de deux ensembles, l'ensemble des arêtes (E) et l'ensemble des sommets (V). L'ensemble des sommets est simplement une collection d'étiquettes qui permettent de distinguer un sommet d'un autre. L'ensemble des arêtes est constitué de paires non ordonnées d'étiquettes de sommets.

# Hamiltonien (Hamiltonian)

Une chaîne ou un cycle est dit hamiltonien si chaque sommet du graphe y apparaît exactement une fois. Les chemins et les circuits des digraphes sont dits hamiltoniens sous les mêmes conditions.

# Homéomorphe (Homeomorphic)

Deux graphes sont homéomorphes s'ils peuvent tous les deux être obtenus à partir d'un graphe commun en remplaçant les arêtes par des chaînes simples.

Les deux graphes ci-dessous sont homéomorphes.





Ils ont tous les deux été obtenus à partir du graphe ci-dessous :



### Incident (*Incident*)

Un sommet est incident à une arête s'il est situé à une des deux extrémités de cette arête. Inversement, une arête est incidente à un sommet si elle « touche » ce sommet.

### **Indice chromatique (***Chromatic index***)**

L'indice chromatique d'un graphe est le plus petit nombre k pour lequel il existe une k-coloration des arêtes. L'indice chromatique du graphe G est noté par  $\chi(G)$ . Prononcer «khi de G».

#### *k*-colorable (*k*-colorable)

Un graphe est dit k-colorable si à chacun de ses sommets peut être assignée une parmi k couleurs de sorte qu'à deux sommets adjacents soit assignée une couleur différente. Cette assignation est appelée coloration.

### Liste d'adjacences (Adjacency Structure)

Une représentation d'un graphe ou d'un digraphe qui énumère, pour chaque sommet, tous les sommets qui sont adjacents au sommet donné.

### Liste d'arcs (Arc List)

Une représentation d'un digraphe utilisant les arcs du digraphe. Ce peut être une liste de paires ordonnées de sommets, ou deux listes triées avec le sommet de départ dans une liste et le sommet de fin à la position correspondante de la deuxième liste.



# Matrice d'adjacences (Adjacency Matrix)

Une matrice carrée contenant des 0 et des 1, dont les lignes et les colonnes sont classées par sommets. Un 1 en position (i,j) signifie qu'il y a une arête (ou arc) du sommet i au sommet j. Un 0 indique qu'il n'y a aucune arête ou arc. Une matrice d'adjacences peut être utilisée pour des graphes et des digraphes.

# Multigraphe (Multigraph)

Un multigraphe est un graphe contenant des boucles et/ou plusieurs arêtes reliant les mêmes sommets.

# Nombre chromatique (Chromatic number)

Le nombre chromatique d'un graphe est le plus petit nombre k pour lequel il existe une k-coloration des sommets. Le nombre chromatique du graphe G est noté par  $\gamma(G)$ . Prononcer « gamma de G ».

# Nombre cyclomatique (Cyclomatic number)

v(G) = m - n + p, avec :

*n* : nombre de sommets

*m*: nombre d'arcs

p : nombre de composantes connexes

### Ordre (Order)

L'ordre d'un graphe est le nombre de ses sommets.

### Orientation (Orientation)

Une assignation de direction aux arêtes d'un graphe. Une arête orientée est un arc. Le graphe auquel on a donné une orientation est dit graphe orienté ou digraphe.

# Partiel (Spanning Subgraph)

Le graphe obtenu en enlevant des arêtes d'un graphe G est appelé graphe partiel.

### Pendant (Pendant)

Un sommet est pendant s'il est de degré 1. Aussi appelé feuille si le graphe est un arbre.

# Planaire (Planar)

Un graphe planaire est un graphe que l'on peut dessiner sur une surface plate sans que ses arêtes se croisent. Les graphes que l'on ne peut pas dessiner sans croisement sont dits non planaires.

### Racine (Root)

Sommet distingué d'un arbre. En distinguant un sommet d'un arbre, on obtient une arborescence.

#### Rang (Level)

Dans une arborescence, les sommets à la même distance de la racine sont dits être au même rang. La racine est par convention au rang 0 et la hauteur de l'arbre est le rang maximum.

### Régulier (Regular)

Dans un graphe régulier, tous les sommets ont le même degré. Si le degré commun est k, alors on dit que le graphe est k-régulier.

# Semi-eulérien (semi-eulerian)

Un graphe est semi-eulérien s'il est possible de trouver une chaîne passant une et une seule fois par toutes les arêtes, et s'il n'est pas eulérien.



#### Semi-hamiltonien (semi-hamiltonian)

Un graphe est semi-hamiltonien s'il est possible de trouver une chaîne passant une et une seule fois par tous les sommets, et s'il n'est pas hamiltonien.

### Simple (simple)

Un graphe est dit simple, s'il ne contient pas de boucle et s'il n'y a pas plus d'une arête reliant deux mêmes sommets.

### Simplicial (simplicial)

Un sommet v est dit simplicial si son voisinage N(v) est une clique.

#### Sommet (Vertex, pluriel Vertices)

Extrémité d'une arête ou d'un arc.

# Sous-graphe (Induced Subgraph)

Un sous-graphe est obtenu en enlevant à un graphe des sommets et toutes les arêtes incidentes à ces sommets.

# Stable (Stable)

Un stable d'un graphe G est un sous-graphe de G sans arête. L'ordre du plus grand stable de G est noté  $\alpha(G)$  et s'appelle nombre de stabilité. Prononcer « alpha de G ».

### Taille (Size)

La taille d'un graphe est le nombre de ses arêtes.

### Tournoi (Tournament)

Digraphe complet.

## Triangulé (Chordal)

Un graphe est triangulé si tous ses cycles de longueur supérieur à 3 contiennent au moins une corde.

### Voisinage (Neighborhood)

Le voisinage d'un sommet est l'ensemble de tous ses sommets adjacents.

